

# A SZABÁLYFELISMERŐ ÉS SZABÁLYKÖVETŐ KÉPESSÉGEK FEJLESZTÉSE A TÖRTEK TANÍTÁSA SORÁN\*

SZANYI GYÖNGYI

Debreceni Egyetem, Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola, PhD-hallgató

*A függvény a matematika alapvető fogalma, mely alkotóelemeinek lényegi tulajdonságaihoz (Kwari 2007) kapcsolható képességek közül a szabályfelismerő és szabálykövető képességek tanulói birtoklása a függvény definíciójának megadása előtti időszakban (előkészítési időszak) különösen fontos a függvényszerű kapcsolatok felismerésére, kifejezésére. Jelen tanulmányban a függvényfogalom egyik alkotóeleméhez, a szabályhoz kapcsolható fentebb említett képességek technológiával segített fejlesztési lehetőségeit mutatjuk be a törtek tanítása során 5. osztályban.*

## ABSTRACT

*The development of rule recognition and rule application skills in the teaching of fractions.*

*Function is the basic concept of mathematics. From the skills that could be linked to the attributes of the aspects of this concept, the acquisition of the rule recognition and rule application skills is very important in the period before learning the definition of the function (preparation period) in order to recognise and express function-like relations. These skills could be linked to the rule, which is an element of the function concept. The focus of the present study is the showing of the development opportunity of the above listed skills with the technology during the teaching of fractions in 5th form.*

## 1. BEVEZETÉS

A képességet egyének pszichikus tulajdonságának tekintik, ami valamilyen tevékenység gyakorlása révén fejlődik ki, és a tevékenység végzésében nyilvánul meg (Csapó 1997). A szabály (szabályosság) felismerése, a szabály követése, adott helyzetben a megfelelő alkalmazása komoly gondolkodási műveletek elvégzését feltételezi (rendszerzés, szelektálás, kapcsolatfelismerés). A tanulók gondolkodási műveleteinek fejlettsége nagyban befolyásolja az ismeretelsajátítás folyamatát (Czeplényi 2011), így a függvényfogalom elsajátítási folyamatára is hatással van.

A függvény fogalmának kialakítása hosszú folyamat. Míg a halmazok elemei közti kapcsolatok vizsgálatától eljutunk a pontos

függvényfogalomig, hosszú utat kell megtennünk (Czeplényi 1994). Ennek az útnak az 5–6. osztályra eső részét, azaz a függvény definíciója megadása előtt időszakot vizsgálva az ukrán kerettanterv tükrében<sup>1</sup> kiderült, hogy a függvényfogalom kialakítását segítő tematikák fejlesztési követelményeiből hiányzik a szabálykövető és szabályfelismerő képességek fejlesztése. Dreyfus és Vinner (1989) kutatási eredményei alátámasztják, hogy a függvény mint szabály is definiálható, valamint a függvényfogalom alkotóeleme a szabály (Kwari 2007). A függvényfogalomhoz (Kwari 2007) kapcsolható képességek

\* A tanulmányt Herendiné dr. Kónya Eszter és dr. Kovács Zoltán lektorálta.

<sup>1</sup> Навчальні програми для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Математика [Curricula for the 5-9 forms of secondary schools. Mathematics]. [http://mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/educational\\_programs/1349869429/](http://mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/educational_programs/1349869429/)

közül a szabályfelismerő és szabálykövető képességek tanulói birtoklása a vizsgált életkorban (11–12 éves kor) különösen fontos a függvény-szerű kapcsolatok felismerésére, kifejezésére.

Minthogy különböző fogalmakkal, így a függvény fogalmával is a törtek tanításának felépítése elképzelhető (Ambrus G 2013: 122), így jelen munkában a függvényfogalom egyik alkotóeleméhez, a szabályhoz kapcsolható fentebb említett képességek digitális technológiával segített fejlesztési lehetőségeit mutatjuk be a törtek tanítása során 5. osztályban. Különböző, a témához kapcsolódó feladatok megoldásait számítógépes programokkal reprezentáljuk, melyek az összetartozó elemek közötti összefüggések (hözzárendelési szabályok) felismerésére, alkalmazására és a felismert szabály megfogalmazására, formulával történő megadására épülnek.

## 2. A TÖRTEK AZ ISKOLÁBAN (BEVEZETÉS)

A törtek tanítása fontos része az általános iskolai tananyagnak, ezért is szükséges hangsúlyt fektetni ennek tanítására. A törtész előállítás, jelölése képi formában és szimbólumokkal, a törtek írásmódjai, a törtekkel végzett műveletek mind olyan területek, melyek gondos előkészítést és kidolgozást kívánnak a tanítás során.

Ha a törtet mint nagyságot, mennyiséget értelmezzük, akkor olyan konkrét törtékből indulunk ki, amelyek a gyerekek számára már ismertek lehetnek, pl.  $\frac{3}{4}$  kg vagy  $\frac{3}{4}$  óra. Ezek révén jutunk el absztrakció segítségével egy meghatározott mértékhez, amit „egész” vagy „egység” néven nevezünk. A ma használatos törtfogalom bevezetése leginkább ezen alapul (Ambrus G 2013: 121; Török 2013).

Tekintsük ezt a megközelítést tanulás-lélektani szempontból. Bruner elmélete szerint a gondolkodási folyamatok háromféle síkon mehetnek végre aszerint, hogy az ember hogyan kódolja a külvilágból származó információkat: enaktív (materális) sík, ikonikus sík és szimbolikus sík

(Ambrus A. 1995). A törtek bevezetésénél használt ukrán tanítási módszerek tükrében ezen síkoknak például a következők felelnek meg:

- *enaktív sík* (megadott rész kirakása színes rudakkal).
- *ikonikus sík* (adott alakzaton megadott tört-rész beszínezése vagy az adott egység beszínezett részének megfogalmazása szóban).
- *szimbolikus sík* (a törtész megadása a hagyományos írásmóddal).

A tört fogalmának bevezetéséhez kapcsolódó fejlesztési követelmények között az ukránai matematika kerettantervben explicite nem szerepel a szabályfelismerő és szabálykövető képességek fejlesztése. Viszont ezen képességek fejlesztését megcélozhatjuk, ha a hagyományos, a törtfogalom kialakításánál alkalmazott feladatokat oly módon szerkesztjük, hogy azok ennek a célnak is eleget tegyenek.

## 3. KÉPESSÉGEK FEJLESZTÉSE A DIGITÁLIS TECHNOLÓGIA ALKALMAZÁSÁVAL

Mivel a mai gyerekek nagyon sok időt töltenek a számítógép előtt, így a számítógép alkalmazásával elérhetjük, hogy egyes tanulók aktív résztvevőivé váljanak a tanítási-tanulási folyamatnak, még akkor is, ha nem motiváltak, vagy ha gyengébb logikai képességekkel rendelkeznek (Tapiska 2011).

Az alábbiakban bemutatunk néhány GeoGebra programmal készült feladatot, melyek nemcsak a tört fogalmának elsajátítására alkalmasak, de a fentebb említett képességek is fejleszthetők velük. Elkészítésükhöz ötleteket az ukrán<sup>2</sup> és magyar<sup>3</sup> 5. osztályos matematika-tankönyvek *Törtek* című témakörében található gyakorló feladattípusok adtak, és azokat továbbgondolva

<sup>2</sup> Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика : Підручник для 5-го класу [Mathematics: Textbook for the 5th form]. - Х.: Гімназія, 2005.

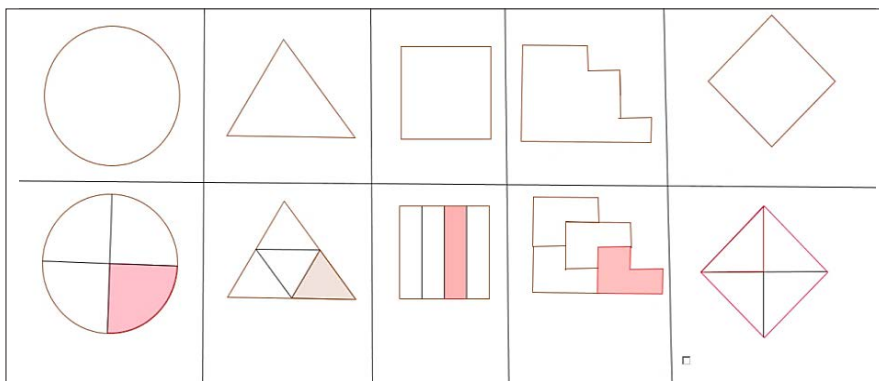
<sup>3</sup> Hajdu Sándor. Matematika (alapszint, 5.osztály), Műszaki Tankönyvkiadó, 2001.

egyéni szerkesztettük meg feladatainkat a fentebb megnevezett program segítségével. Megjegyezzük, hogy egyes feladatok nem függvényyszerű hozzárendeléseket tartalmaznak, mi a

fő hangsúlyt az összetartozó elempárok közötti kapcsolat felismerésére (szabályfelismerésre) és szabálykövetésre fektettük.

1. Milyen kapcsolat van a táblázat<sup>4</sup> első és második sorainak egymás alatt lévő alakzatai között, ha a felső sorban lévő alakzatok mindegyike egy egységet alkot (1. ábra)?

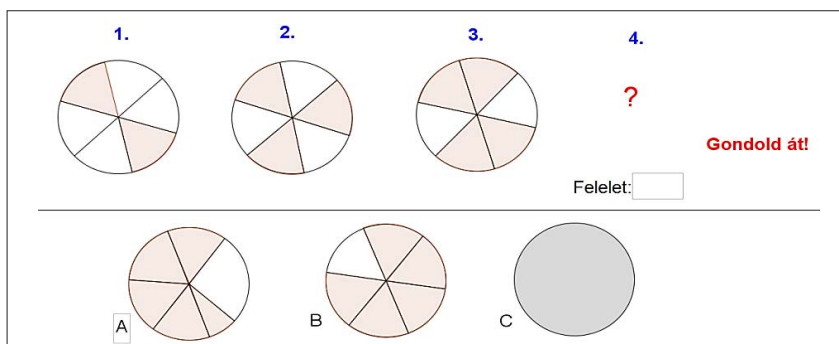
Fogalmazd meg a felismert kapcsolatot szavakkal, majd színezd ki az utolsó oszlop alsó sorában lévő alakzatot a felismert kapcsolat alapján! A jelölőnégyzetre kattintva ellenőrizheted a válaszod helyességét!



1. ábra

A feladat a törtek bevezetésénél használatos hagyományos feladattípus bővített változata oly módon, hogy benne az egész törtrészének leolvasásához kész „eszköz” (ábra) áll rendelkezésükre a tanulóknak, ami a törtek fogalmának alapismereteit veszi át már ismert modelleken dolgozva, és a tanulóknak fel kell ismerni az összetartozó ábrák (elempárok) közötti kapcsolatot, azaz fel kell ismerniük és meg kell fogalmazniuk, milyen szabály szerint vannak egymáshoz rendelve az alakzatok, és a felismert szabály alapján beszíneznia a az utolsó oszlopban megadott ábrának a megfelelő részét.

2. Az ábrán<sup>5</sup> (2. ábra) lévő alakzatok mekkora része színezett? Milyen szabály szerint követik egymást a felső sorban lévő alakzatok? Az A, B és a C alakzatok közül melyikkel lehet folytatni ezt a sort? Miért?



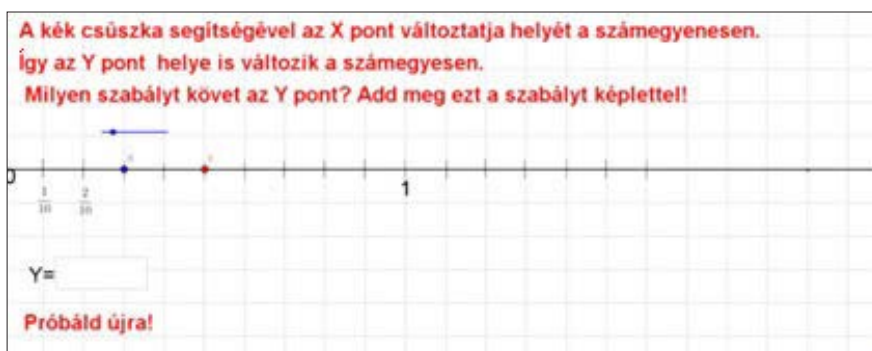
2. ábra

<sup>4</sup> Az 1. feladat a következő linkkel érhető el: <http://www.geogebraTube.org/student/mZF89zXW2>

<sup>5</sup> A 2. feladat a következő linkkel érhető el: <http://www.geogebraTube.org/student/mtY4BuEiY>

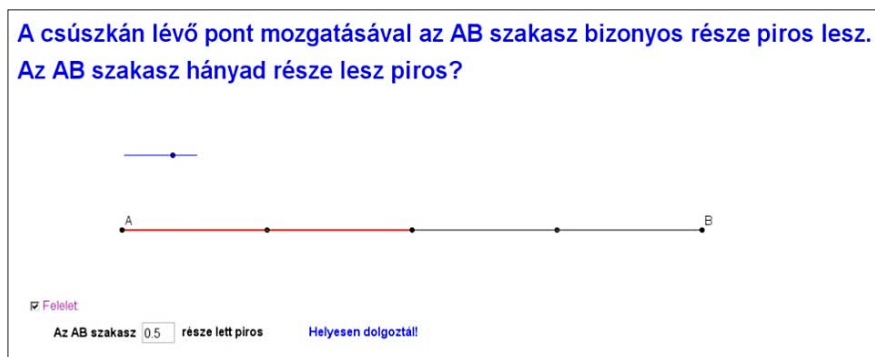
A feladatban ábrázolva van az egész törtrésze, melyet a tanulóknak meg kell nevezniük, majd fel kell ismerniük azt a szabályt, melynek alapján követik egymást az alakzatok, azaz fel kell ismerniük a sorozat képzési szabályát, és követniük kell a felismert szabályt az A, B, C ábrák közül a megfelelőt felhasználva. Ezzel a feladattal a tört fogalmának elsajátítása mellett az egyenlő nevezőjű törtek összeadása is szemléltethető.

3. A munkalapon<sup>6</sup> (3. ábra) a csúszkán lévő pontot mozgatva az X pont változtatja helyét a számegyenesen, mely következtében az Y pont helye is változik. A tanulóknak fel kell ismerni, hogy milyen szabály szerint változtatja helyét a számegyenesen az Y pont, majd a felismert szabályt formulával is meg kell adniuk. Ezt a feladatot a szabályfelismerő képessége fejlesztésével együtt a törtek helyének számegyenesen való szemléltetésére is alkalmazhatjuk. A munkalap adaptálható oly módon, hogy az Y pont a megadott számegyenesre merőleges számegyenesen mozogjon.



3. ábra

4. A feladatban<sup>7</sup> (4. ábra) a csúszkán lévő pont mozgatásával az AB szakasz bizonyos része beszíneződik, azaz a szakasz hosszához hozzárendeljük annak bizonyos törtrészét. Ennek felismerésében segíti a tanulókat a szakasz osztópontjainak megjelenése is a különböző esetekben. Ezzel a feladattal ugyancsak fejleszhető a szabályfelismerő képesség, valamint szemléltethető az egész törtrésze meghatározásának algoritmus, valamint az egyenlő számlálójú törtek összehasonlítása is. A feladat hasznos lehet főleg a tizedes törtek tanítása során, mivel a beviteli mezőbe közönséges tört formájában beírt törtet a program átalakítja tizedes törtté, így a tanulók rögtön láthatják a válaszukban közölt tört tizedes törtként való felírását is.

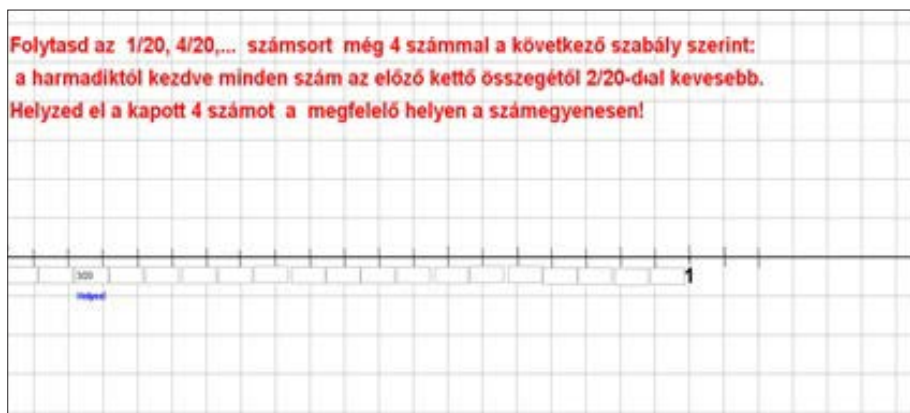


4. ábra

<sup>6</sup> A 3. feladat a következő linkkel érhető el: <http://tube.geogebra.org/student/mKqilOpbY>

<sup>7</sup> A 4. feladat a következő linkkel érhető el: <https://www.geogebra.org/student/mxfOEIPV3>

A feladatban<sup>8</sup> (5. ábra) megadtuk egy sorozat képzési szabályát, így a szabálykövető képesség fejlesztésével az egyenlő nevezőjű törtekkel végzett műveletek is gyakoroltathatók, valamint a tört helyének számegyenesen való megtalálása.



5. ábra

#### 4. KONKLÚZIÓ

Ebben a munkában a szabálykövető és szabályfelismerő képességek fejlesztésének lehetőségeit mutattuk be a törtek tanítása során 5. osztályban GeoGebra program felhasználásával. Az említett képességek tanulói birtoklása a függvényfogalom vizsgálatával foglalkozó tanulmányok alapján (Dreyfus & Vinner 1989; Kwari 2007) szükségszerű.

A tanulmány ezen képességek fejlesztését célzó feladatai adaptálhatók, és ötleteket adhatnak más témakörök tanítása során olyan feladatok kidolgozására, melyek beépülve az adott témába a szabálykövető és szabályfelismerő képességek fejlesztésére is alkalmasak, ami megkönnyítené a 7. osztályban bevezetésre kerülő absztrakt fogalomnak, a függvénynek az eredményesebb elsajátítását.

#### IRODALOMJEGYZÉK

- AMBRUS, A. (1995). *Bevezetés a matematikadidaktikába*. Eötvös Kiadó, javított kiadás, 2004.
- AMBRUS G. (2013) Gondolatok a törtek tanításával kapcsolatban 5–6.osztályban. In G. Ambrus, K. Munkácsy, É. Szeredi, É. Vásárhelyi, G. Wintche (Szerk.): *Matematika módszertani példatár*. Matematikatanítási és Módszertani Központ, ELTE, 116-123. p., <http://tankonyvtar.ttk.bme.hu/pdf/160.pdf>
- CZEGLÉDY, I. (2011). *A matematika tanításának pedagógiai-pszichológiai vonatkozásai*. Eszterházy Károly Főiskola, TAMOP 4.2.5., Eger.
- CZEGLÉDY, I. (1994). Relációk, függvények, sorozatok. In I. Czeglédy, Gy. Orosz, T. Szalontai, & A. Szilák (Szerk.): *Matematika tantárgypedagógia II. Főiskolai jegyzet*. Budapest, Calibra Kiadó, 93-111. p.
- CSAPÓ, B. (1997). Képesség. In Z. Báthory, & I. Falus (Szerk.): *Pedagógiai lexikon I-III*. II.kötet, Budapest, Keraban Kiadó, 196. p.
- DREYFUS, T., & VINNER, S. (1989). Images and definitios for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366. p.
- KWARI, R. (2007). *An investigation into the development of the function concept through a problem-centered approach by form 1 pupils in Zimbabwe*. Master's thesis, University of South Africa, Pretoria, South Africa, Retrieved from <http://hdl.handle.net/10500/2219>.

<sup>8</sup> Az 5. feladat a következő linkkel érhető el: <http://tube.geogebra.org/student/ml7otAtUk>

TAPISKA, Sz. (2011). A számítógép, mint oktatási eszköz a matematikában. *Iskolakultúra*, 21(2-3), 17-36. p. [http://epa.oszk.hu/00000/00011/00155/pdf/iskolakultura\\_2011\\_02-03\\_017-036.pdf](http://epa.oszk.hu/00000/00011/00155/pdf/iskolakultura_2011_02-03_017-036.pdf)

TÖRÖK, T. (2013). A természetes szám fogalmának bővítése: a racionális szám fogalmának alakítása. In E. Herendiné Kónya (Szerk.): *A matematika tanítása alsó tagozaton*. Budapest, Nemzedékek tudása kiadó, 110-125. p.

E-mail: szanyi.gyongyi@science.unideb.hu

Postacím: DE, TTK, Matematika Intézet, Geometria Tanszék, 4010 Debrecen, Pf. 12, Magyarország.