

Határfelületi jelenségek a fémesanyaggyártásban. 2. rész

A határfelületi összehúzó erő

A cikksorozat 2. részében Szerző levezeti a határfelületi összehúzó erő általános képletét, és bemutatja annak szerepét néhány konkrét technológiai szituációban. A határfelületi összehúzó erő segítségével lehet definiálni például a peremszöget, vagy a folyadékokba fújt gázbuborékok kritikus leszakadó térfogatát a folyadék tulajdonságai, a fúvóka mérete, a gáz térfogatárama és a rotor fordulatszáma függvényében. Ugyancsak ez az erő határozza meg a folyadékokban emelkedő buborékok maximális stabil méretét, ami felett azok hidrodinamikai okokból kettészakadnak.

1. Bevezetés

A cikksorozat első részében [1] megadtuk a határfelületi erők fogalmát és összesen nyolc határfelületi erő típust definiáltunk, amelyek mind a természetben, mind a kohászatban (azaz a fémesanyaggyártó technológiákban) fellépnek. A cikksorozat második részében a határfelületi összehúzó erőről lesz szó. Azért ezzel kezdjük, mert ez a legalapvetőbb és elvileg leginkább ismert határfelületi erő típus. Valójában ez az erő annyira alapvető, hogy nem is szokás definiálni. Néha azonban váratlanul mégis felbukkan, mint például a peremszög Young-féle levezetésében [2]. Más tudományágakban is előfordul, hogy a legnagyobb problémát éppen a legalapvetőbb elvek értelmezése okozza.

Esetünkben ennek történelmi okai vannak. Gibbs (1839-1903) ugyanis (az általa alkotott a kémiai termodinamikával egyetemben) Young (1773-1829) halála után 10 évvel született. Ezért Young számára a 18-19. század fordulóján vezérelveként „csak” az erőközpontú newtoni mechanika létezett [3]. Ezért van az, hogy Young-nál az általunk határfelületi összehúzó erőnek nevezett mennyiség nem külön jelenik meg, hanem mint a felületi feszültség definíciója [2]. Ez utóbbinak éppen emiatt annak idején N/m volt a mértékegysége (legalábbis a ma használt SI rendszerben), így nyilvánvaló volt, hogy a felületi feszültség valójában egységnyi felülethosszon támadó erő. Az is nyilvánvaló volt, hogy ez az erő a felület mentén

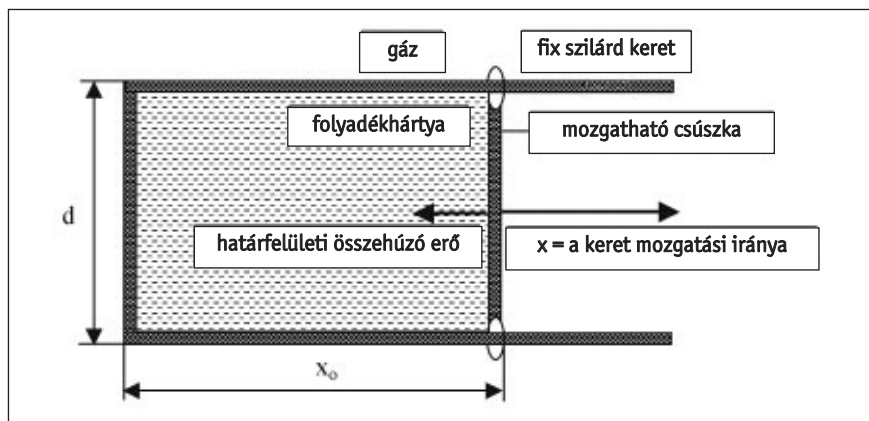
hat. Az azonban már csak Young számára volt nyilvánvaló, hogy a felületet érintő síkban az érintési ponton át elvileg tetszőleges irányú, végtelen számú vektor közül pontosan melyik vektor mentén hat ez az erő.

Gibbs újradefiniálta a felületi feszültséget, mint egységnyi felülethez tartozó többlet energiát [4]. Ehhez az új definícióhoz a Young-tól származó N/m mértékegységet meg kell szorozni m/m-rel ahhoz, hogy az általunk is használt J/m² mértékegységhez jussunk. A mai irodalomban az egymással formailag ekvivalens N/m és J/m² mértékegységeket véletlenszerűen (értsd: össze-vissza) használják. Ebben a cikksorozatban következetesen a J/m² mértékegységet és a Gibbs-féle definíciót használjuk (lásd [1], (4) egyenlet). Azért tesszük ezt, mert így módon a Young által megadott eredeti felületi feszültség definíció hasznosabb dolgok-

ra szabadul fel. Nevezetesen arra, hogy segítségével definiáljuk a határfelületi összehúzó erőt és levezessük annak általános képletét. Ezen levezetés során egyértelművé fog válni az erő iránya, azt ezért egyértelműen használhatjuk komplex jelenségek analizéséhez.

2. A határfelületi összehúzó erő általános egyenletének levezetése

A határfelületi összehúzó erőt cikksorozatunk első részében a következőképpen definiáltuk. Képzeljünk el egy sík, szilárd keretet, amelynek négy oldala közül az egyik egy csúszka segítségével mozgatható (1. ábra) [5]. A keret jellemző mérete a milliméteres skálán van. A keretre cseppentsünk kevés folyadékot olyan anyagból, ami tökéletesen nedvesíti a keret anyagát, ezért a folyadék a kerethez tapad, és a gravitáció ellenére sem cseppen le róla. Ekkor a kereten belül egy vékony folyadékfilmet kapunk, hasonlóan ahhoz, amiből a gyerekek szappanbuborékokat fújnak. A csúszka mozgatásához, azaz a folyadékfilm széthúzásához valamennyi külső erőre van szükség. Ha a sűrűlátsi erőt elhanyagoljuk, és végtelenül lassan húzzuk szét a folyadékfilmet, ez a külső erő a „határfelületi összehúzó erő” legyőzéséhez szükséges. Ezért az 1. ábra a



1. ábra. A határfelületi összehúzó erő definíciójához

határfelületi összehúzó erő definíció-jaként is értelmezhető. A határfelületi összehúzó erő mindig a folyadék/gáz határfelülettel párhuzamosan, érintőle- gesen, és mindig a határfelületet növelő külső erő ellenében hat. Erre utal az angol elnevezésben az „anti-stretching” = „anti- széthúzó” kifejezés, ami azonban magya- rul nem túl tetszetős, így lett az erő neve „összehúzó”.

A határfelületi összehúzó erő képleté- nek levezetéséhez használjuk a határ- felületi erők általános egyenletét (lásd [1]-ben a (3) egyenlet és [6-7]):

$$F_{\alpha,x} = -\sum_{ij} A_{ij}(x) \cdot \frac{d\sigma_{ij}(x)}{dx} - \sum_{ij} \sigma_{ij}(x) \cdot \frac{dA_{ij}(x)}{dx}, \quad (1)$$

ahol $F_{\alpha,x}$ az α fázisra x irányban ható határfelületi erő (N), $A_{ij}(x)$ az ij határ- felület x -függő alapterülete (m^2), $\sigma_{ij}(x)$ pedig ugyanezen határfelület x -függő határfelületi energiája (J/m^2). A mi esetünkben mindössze két fázis van, a folyadékfilm és az azt körülvevő gőz/gáz. Az 1. ábrán ezen túl persze ott van a fix keret és a csúszka is. Azonban esetünkben feltételezzük, hogy a keret és a csúszka olyan vékony huzalból készül, hogy felületük elhanyagolható a folyadékfilm felületéhez képest. Ezért az (1) egyenlet- ben lévő szummázás okafogyottá válik, hiszen a két fázis ($i = \text{folyadék} = f$ és $j = \text{gőz} = g$) között csak egy határfelület van ($ij = fg$). Ezen túl tételezzük fel, hogy a folyadék-hártya felületi feszültsége nem változik ($\sigma_{fg} = \text{konst.}$), miközben a folya- dékhártyát lassan széthúzzuk a csúszka segítségével. Ezért az (1) egyenlet első tagja kiesik, mivel $d\sigma_{fg}/dx=0$. Követke- zésképpen esetünkre az (1) egyenlet a következő alakra egyszerűsödik:

$$F_{fg,x}^{\text{össz}} = -\sigma_{fg} \cdot \frac{dA_{fg}(x)}{dx} \quad (2)$$

A (2) egyenletben az $F_{fg,x}^{\text{össz}}$ jelben a felső index az „összehúzó” jelzőre utal, míg az alsó index arra, hogy az erő a folyadék/gőz határfelület mentén hat, x irányba (lásd 1. ábra). Jelöljük K -val a folyadék/gőz határfelület x irányra merőleges kerületét. Az 1. ábráról nyilvánvaló, hogy esetünkben $K \cong 2 \cdot d$, ahol d a fix keret szélessége (a 2-es szorzó azért kell, mert a folyadék-hártya szemközti és hátsó oldalát is figyelembe vesszük). Ebben az esetben a hártya vastagságát (ami a lap síkjára merőleges az 1. ábrán)

elhanyagoltuk annak szélességéhez képest. Ekkor a folyadék/gőz határfelület nagyságát a következő képlettel számíthatjuk:

$$A_{fg}(x) = K \cdot (x_0 + x), \quad (3)$$

ahol x_0 a hártya eredeti hossza (lásd 1. ábra). Most helyettesítsük be a (3) egyenletet a (2) egyenletbe és végezzük el a deriválást. Ezzel megkapjuk a határ- felületi összehúzó erő lehető legál- talánosabb egyenletét [7]:

$$F_{fg,x}^{\text{össz}} = -K \cdot \sigma_{fg} \quad (4)$$

A (4) egyenlet szerint a határ- felületi összehúzó erő:

- arányos a széthúzás alatt álló felület határfelületi energiájával;
- arányos a határfelület kerületével a széthúzási irány vektorára merőleges irányban mérve;
- ellentétes előjelű (a mínusz előjel miatt) a széthúzási irány vektorával, emi- att nevezzük „összehúzó” erőnek.

A (4) egyenletből természetesen kife- jezhető a határfelületi energia is:

$$\sigma_{fg} = \frac{|F_{fg,x}^{\text{össz}}|}{K} \quad (5)$$

Az (5) képletben azért használtuk az erő abszolút értékét, mert modern fogalmaink szerint a határfelületi energia skaláris mennyiség, mely csak a pozitív számok tartományában van definiálva. Az (5) egyenlet a felületi feszültség Young-féle definícióját adja meg. Valóban, ha $K = 1$ m, akkor a felületi feszültség számszerű- leg megegyezik a határfelületi összehúzó erővel. Sőt, az (5) egyenletből a N/m mértékegység is evidens. Ami viszont eltér a megszokott definíciótól, hogy a felületi feszültség a fentiek alapján nem olyan erő, ami egységnyi hosszú vonal mentén hat, hanem olyan, ami egységnyi hosszú vonalra merőlegesen hat. No de hagyjuk a Young-féle definíciót, hiszen mint a Bevezetőben rögzítettük, ebben a cikksorozatban a felületi feszültséget Gibbs után termodinamikai alapokon definiáljuk, és ezért az (5) egyenlet okafo- gyottá vált. Talán azért volt érdemes mégis bemutatni, hogy az (5) egyenlet levezethető az (1) egyenletből, mert in- nen azt látjuk, hogy az (5) Young-egyen- let az általános (1) egyenlet egyik része- se (és nem fordítva). Emlékeztetjük az Olvasót, hogy az (1) egyenlet a newtoni

mechanika [3] és a gibbsi termodinamika [4] összekapcsolásából született [1, 6-7]. Az, hogy Young (Gibbs születése előtt) átlátta az (5) egyenlet lényegét, Young zsenialitását bizonyítja.

Most használjuk néhány konkrét eset analízisére a (4) egyenletet.

3. A folyadékcsepp egyensúlyi alakja

3.1. Különálló folyadékcsepp egyensúlyi alakja

Képzünk el egy különálló folyadékcsep- pet, melynek közelében nincs másik kon- denzált fázis (gőz/gáz fázis természetesen óhatatlanul körülveszi a folyadékcseppet). Az egyszerűség kedvéért képzeljük el, hogy a csepp mikrogravitációs körülmé- nyek között nyugalomban van (a gőz fázis- hoz képest). Minden Olvasó számára nyilvánvaló, hogy ezen körülmények között a folyadékcsepp egyensúlyi alakja gömb.

Termodinamikai szempontból (ener- giaszemlélettel) ezt abból az alapelvből magyarázhatjuk meg, miszerint a ter- mészet energiaminimumra törekszik. Adott térfogatú és térfogati Gibbs-ener- giájú csepp akkor éri el az energiaminimu- mát, ha adott térfogatához minimális fe- lület tartozik. Hiszen a felületi feszültség (J/m^2) pozitív mennyiség, ezért minél nagyobb a felület (m^2), annál nagyobb ener- giaértékkel ($J/m^2 \cdot m^2 = J$) nő a csepp ös- zes energiája. Tehát az optimális alak az, amihez három dimenzióban a legkisebb fajlagos felület tartozik. Ez pedig a gömb.

A (4) egyenlettel ugyanerre a követke- zetésre úgy jutunk, ha emlékezünk arra, hogy egy csepp akkor kerül egyensúlyi helyzetbe, ha felülete minden pontján azonos erők hatnak. Márpedig a (4) egyen- let szerint a határfelületi összehúzó erő nagysága egy adott pontban és irányban arányos az erő irányára merőlegesen, az erő támadási pontján keresztül húzott cseppkerülettel. Tehát az egyensúlyhoz az kell, hogy a csepp felületének minden pont- ján tetszőleges irányban elindított vonal menti kerület azonos legyen. Ez kizárólag a gömbre igaz. Tehát a (4) egyenletből is az következik, hogy a nyugalomban lévő, különálló csepp egyensúlyi alakja mikro- gravitációs körülmények között gömb.

Tehát az energiakoncepció és az erőkonceptió használatával azonos ered- ményre jutunk. Ez a kapcsolat az (1) egyenletből következik. Eszerint a határ- felületi energia és a határfelületi erő

ugyanannak a természeti jelenségnek két megjelenési formája. Az olyan komplex jelenségeket, amelyekben a határfelületi erőn kívül egyéb erők is hatnak a fázisokra, egyszerűbb az erőkonceptión keresztül tárgyalni, a newtoni mechanika kereteibe helyezve a határfelületi erőket. A fenti konkrét esetben azonban a határfelületi erőn kívül nem vettünk figyelembe más erőket, ezért itt az erőkonceptió előnye az energiakonceptióval szemben még nem látszott.

Most vizsgáljunk meg egy gravitációs mezőbe és normál nyomású gázba helyezett cseppet. Ha a csepp (pl. a gravitáció hatására) a gázhoz képest mozog (esik), akkor kialakul a közsímszerű esőcsepp alak. Ez az alak a gravitációs erő, a határfelületi összehúzó erő és a súrlódási erő együttes hatásának felel meg.

3.2. A folyadékcsepp egyensúlyi alakja sík, szilárd felületen

Vizsgáljunk egy háromfázisú rendszert, melyben gőz/gáz (esetleg nem elegyedő folyékony) fázisban egy folyadékcsepp kontaktusban van egy sík, szilárd felülettel, első közelítésben mikrogravitációs körülmények között. Ez utóbbival ekvivalens az a feltétel, hogy a csepp mérete nagyon kicsi, vagy a három fázis sűrűsége hasonló. Ebben az esetben a különálló csepp gömb alakja gömbsüveggé fog torzulni (lásd 2. ábra). A három fázis egy körvonal mentén találkozik, melynek hosszát jelöljük K -val (lásd 2.b ábra). E körvonalra merőlegesen fog ébredni háromfajta határfelületi összehúzó erő a három határfelület mentén. Írjuk fel a cseppre ható háromfajta határfelületi összehúzó erő egyensúlyának feltételét vízszintes irányban:

$$F_{sg}^{össz} = F_{sf}^{össz} + F_{fg}^{össz} \cdot \cos\Theta, \quad (6)$$

ahol $F_{fg}^{össz}$, $F_{sg}^{össz}$ és $F_{sf}^{össz}$ az fg (folyadék/gőz), sg (szilárd/gőz) és sf (szilárd/folyadék) határfelületekkel párhuzamosan ható határfelületi összehúzó erőket jelenti, míg Θ a peremszög¹. Mindhárom mennyiségre igaz a (4) egyenlet. Behelyettesítve a (4) egyenletet (háromszor, különböző indexekkel) a (6) egyenletbe, majd egyszerűsítve $-K$ -val, végeredményben a Young-

egyenletet [2] kapjuk:

$$\sigma_{sg} = \sigma_{sf} + \sigma_{fg} \cdot \cos\Theta, \quad (7)$$

ahol σ_{sg} a szilárd felületi energia, σ_{sf} a szilárd/folyadék határfelületi energia, míg σ_{fg} a folyadék felületi feszültsége.

A Young-egyenletet két okból szokás kritizálni [8-10]. Egyrészt a benne szereplő négy fizikai mennyiség közül csak kettő mérhető egyértelműen (a felületi feszültség σ_{fg} és a peremszög Θ), ezért a Young-egyenlet kísérleti bizonyítása nehézségekbe ütközik, illetve a szilárd felületi energia σ_{sg} és a szilárd/folyadék határfelületi energia σ_{sf} különbsége nem választható ketté még akkor sem, ha hiszünk a Young-egyenlet érvényességében. Másrészt a folyadék/gőz határfelületi összehúzó erő függőleges irányú összetevőjét ($F_{fg,x}^{össz} \cdot \sin\Theta$) semmi nem kompenzálja, és ezért úgy tűnik, mintha ezen erőkomponens miatt a csepp függőlegesen elszállna. A csepp a valóságban nem száll el, de a 2. ábrán látható alak emiatt valóban nem tekinthető valós egyensúlyi alaknak.

Amennyiben a cseppet egy olyan szilárd felületre helyezük, amely részben oldódik a folyadékban, az oldódás során kialakulhat egy egyensúlyi alak, melynek keresztmetszetét a 3. ábrán mutatjuk be. Ebben az esetben a háromfázisú vonal mentén már mind vízszintes, mind függőleges irányban elérhető az egyensúly. A (6-7) egyenletek analógiájára a következő két egyenlet írható fel a vízszintes és függőleges egyensúlyokra:

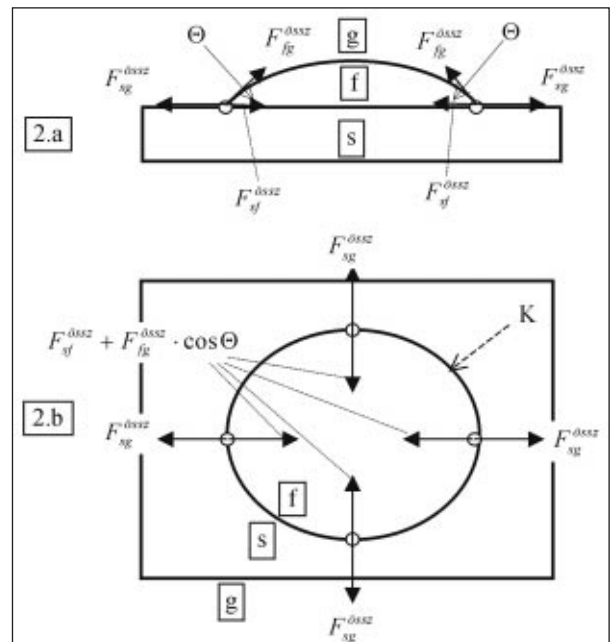
$$\sigma_{sg} = \sigma_{sf} \cdot \cos\Theta_2 + \sigma_{fg} \cdot \cos\Theta_1 \quad (8)$$

$$\sigma_{sf} \cdot \sin\Theta_2 = \sigma_{fg} \cdot \sin\Theta_1 \quad (9)$$

Ha a csepp σ_{fg} felületi feszültségét (ami most az oldódás miatt a két-

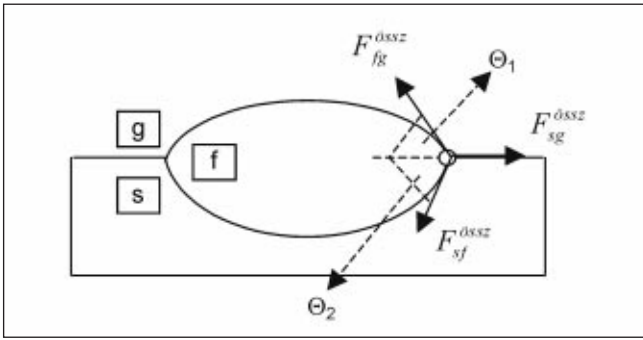
komponensű folyadékra vonatkozik) és a 3. ábrán bemutatott Θ_1 és Θ_2 peremszöget lemérjük, a (8-9) egyenletekből elvileg egymástól függetlenül meghatározható a σ_{sg} szilárd felületi energia és a σ_{sf} szilárd/folyadék határfelületi energia értéke, és a kettő különbségéből a nem reaktív rendszerben (lásd 2. ábra) a (7) Young-egyenlet is ellenőrizhetővé válik. Ez a lehetőség a közelmúltban került újra a figyelem középpontjába [11-12]. Természetesen a 3. ábrán bemutatott egyensúlyi alakot egyszerűbb lerajzolni, mint kísérletileg megvalósítani, de ez a kijelentés valószínűleg minden típusú kísérletre igaz.

Ha a folyadék/szilárd rendszer egymással egyensúlyban van, azaz a 3. ábra szerinti oldódási kráter nem alakul ki, akkor a háromfázisú vonal környékén (lásd 2.b ábra) nano-mikro szinten olyan atomi átrendeződések indulnak be, melyek olyan lokális háromdimenziós alakot hoznak létre, ami biztosítja a határfelületi összetartó erők függőleges összetevőinek egyensúlyát [8-9]. Ennek a folyamatnak a sebessége azonban szilárdfázisú diffúzióval limitált, azaz normál körülmények közötti lejátszódásához nagyon hosszú időre van szükség.

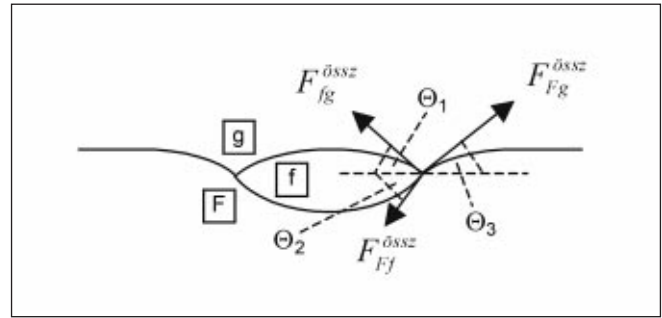


■ 2. ábra. A csepp oldal- (2.a) és felülnézete (2.b) sík, szilárd felületen, gőzfázisban

¹ Megállapodás szerint, ha $\Theta > 90^\circ$: a „folyadék nem nedvesíti a szilárd felületet”, ha $0^\circ < \Theta < 90^\circ$: a „folyadék nedvesíti a szilárd felületet”, míg ha $\Theta = 0^\circ$: a „folyadék tökéletesen nedvesíti a szilárd felületet”



■ 3. ábra. Folyadékcsapp egyensúlyban részben oldódó szilárd felületen



■ 4. ábra. Folyadékcsapp (f) egyensúlyban nem elegyedő folyadék (F) felületén

3.3. A folyadékcsapp egyensúlyi alakja nem elegyedő másik folyadék felszínén

Ha egy f folyadékcsappet helyezünk egy nagyobb térfogatú, vele nem elegyedő F folyadék felszínére, általában a 4. ábrán látható lencsealakot kapjuk. Ebben az esetben is felírható a három határfelületi összetartó erő vízszintes és függőleges összetevőinek egyensúlyát leíró két egyenlet. A (8-9) egyenletek analógiájára [8-9]:

$$\sigma_{Fg} \cdot \cos\Theta_3 = \sigma_{Ff} \cdot \cos\Theta_2 + \sigma_{fg} \cdot \cos\Theta_1 \quad (10)$$

és

$$\sigma_{Ff} \cdot \sin\Theta_2 = \sigma_{fg} \cdot \sin\Theta_1 + \sigma_{Fg} \cdot \sin\Theta_3, \quad (11)$$

ahol σ_{Fg} és σ_{fg} az F és f folyadékok felületi feszültsége, míg σ_{Ff} a két folyadék közötti határfelületi energia. A (10-11) egyenletek azért különlegesek, mert a bennük szereplő mindhárom szög és mindhárom határfelületi energia mérhető mennyiség, ezért ezen egyenletek érvényessége kísérletileg ellenőrizhető. Ha kohászati rendszerekben nem is, de víz/olaj rendszerekben a (10-11) egyenletek érvényességét kísérletileg bizonyították [5].

4. Fúvókáról leváló kritikus buborék mérete

Több olyan bányászati-kohászati technológia van, melyekben fúvókákon, lánzdán vagy porózus téglán keresztül, illetve egyéb berendezések segítségével gázbuborékokat fújnak folyadékokba. A flotálás során [13-15] különböző, folyadékban diszpergált szilárd szemcséket választanak el egymástól a folyadékba vitt buborékok segítségével. Az acéolvadékok argonos öblítése során a cél ehhez hasonló, bár nem szelektív [16-18]: az acéolvadékokban diszpergálódott összes szemcse (jellemzően az Al_2O_3 zárványok) felusztatása az acéolvadékok feletti salakolvadé-

ba. Az alumíniumöntészetben a jellemző cél az alumíniumolvadékban oldott hidrogén eltávolítása [19-25], míg az alumínium elektrolízáló kádokban a cél az anód alatt keletkező buborékok hatékony eltávolítása [26]. Ezzel szemben a fémhagyártás során a buborékolatás célja a fémolvadék átalakítása fémhabbá [27-29]. Szinte minden esetben előnyös, ha a folyadékba minél kisebb buborékok jutnak. Ezzel ugyanis megnő a fajlagos felületük, és emiatt az egységnyi térfogatú gázból képződött buborékok:

- több szemcsét (zárványt) tudnak magukra gyűjteni;
- felületükön hatékonyabban játszódnak le a szükséges heterogén fizikai-kémiai folyamatok, mint pl. a hidrogénfelvétel;
- a fémhagyártás során a kisebb (és homogénebb) buborékokat tartalmazó fémhabbnak jobb a tulajdonságai, mint a nagyobb buborékokat tartalmazó társukénak.

A fentiek miatt a bányászati és kohászati gyakorlati jelentősége van annak, hogy kontrollálni tudjuk a folyadékokba fújt gázok leszakadó buborékméretét [13-36]. A buborékokat az esetek többségében az itt tárgyalt határfelületi összehúzó erő stabilizálja, és sok minden egyéb erő próbálja destabilizálni. Tekintsük át röviden, hogy a fent levezetett (4) egyenlet hogyan használható e probléma értelmezéséhez.

4.1. Egyedi buborékok egyensúlyi leválása fúvókákról

Először vizsgáljuk meg a lehető legegyszerűbb esetet, amikor a buborék leszakadásának hajtóereje mindössze a felhajtóerő. Ezért egyedi, lassan növekedő buborék leszakadását vizsgáljuk hengeres, felfelé irányított fúvókáról. Az 5. ábrán a fúvóka falát nedvesítő (5.a), ill. nem nedvesítő (5.b) folyadékba fújt buborékokat

mutatunk be. A különbség a két ábra között az, hogy a nedvesítő folyadék esetében a buborék aljának sugara a fúvóka belső sugarával (R_b), míg ellenkező esetben a fúvóka külső sugarával (R_k) lesz egyenlő. Fémolvadék/oxidfúvóka rendszerekre a nem nedvesítés (5.b ábra), míg a vizes oldat/üvegfúvóka rendszerekre a nedvesítés (5.a ábra) a jellemző.

Tételezzük fel, hogy az 5. ábrán bemutatott buborékok nyugalomban lévő folyadékba kerülnek, tehát rájuk kizárólag a gravitáció okozta felhajtóerő (F_g) és a határfelületi összetartó erő hat. A felhajtóerő képlete:

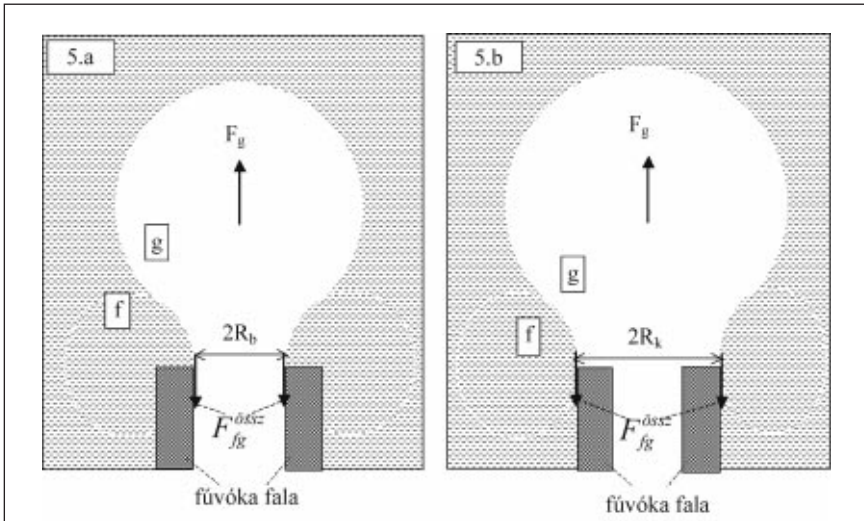
$$F_g = V_{bub} \cdot \Delta\rho \cdot g \quad (12)$$

ahol V_{bub} a buborék térfogata (m^3), $\Delta\rho \equiv \rho_f - \rho_g$ a folyadék és a gáz sűrűségeinek különbsége (kg/m^3), $g = 9,81 m/s^2$ a gravitációs gyorsulás értéke kohászati üzemeink többségében. A felhajtóerő felfelé nyújtja a buborék felszínét, aminek hatására a felszín mentén fellép a határfelületi összetartó erő, aminek képlete a (4) egyenletből:

$$F_{fg}^{össz} = -2 \cdot R_{fúv} \cdot \pi \cdot \sigma_{fg} \quad (13)$$

ahol $R_{fúv}$ a buborék vízszintes síkon mért sugara (később látni fogjuk, hogy ez egyenlő a fúvóka sugarával). A sugarat (kerületet) azért a vízszintes síkon mérjük, mert a határfelületi erő vektora függőleges irányú, és fent láttuk, hogy e két mennyiséget egymásra merőlegesen kell mérni. A (12-13) egyenletekkel számolt erők ellenkező előjelűek, ami azt jelenti, hogy a határfelületi összetartó erő próbálja megakadályozni azt, hogy a buborékot a felhajtóerő leszakítsa a fúvókáról.

Azt, hogy az adott méretű buborék stabil-e a fúvóka végén vagy onnan leszakad, a rá ható két erő összege határozza meg:



■ 5. ábra. Fúvókából nedvesítő (5.a) és nem nedvesítő (5.b) folyadékba fújót buborék

$F_{\Sigma} = F_g + F_{fg}^{össz}$. Ha $F_{\Sigma} < 0$, akkor a határfelületi összehúzó erő egyben tartja a buborékot és az a fúvókához tapad, míg ellenkező esetben a buborék a fúvókáról leszakad, és a folyadékban emelkedni kezd. Határozzuk meg a buborék-leszakadáshoz szükséges kritikus méretet. Ehhez először meg kell határoznunk a buborék-leszakadás kritikus síkját. Ez a kritikus vízszintes sík az lesz, ami felett maximális értékű a buboréktérfogat és a síkban érvényes sugár hányadosa. Ugyanis ekkor lesz a legnagyobb a felhajtóerő és a határfelületi összetartó erő (abszolút értékének) hányadosa. Ha az 5. ábrán bemutatott buborékalakok megfelelnek a valóságnak, akkor a kritikus leszakadási sík a fúvóka tetejéhez közeli sík lesz, ahol a buborék sugara megegyezik a fúvóka belső ($R_{fúv} = R_b$, 5.a ábra) vagy külső ($R_{fúv} = R_k$, 5.b ábra) sugarával. Ekkor a buborékleszakadás feltétele: $F_{\Sigma} = F_g + F_{fg}^{össz} \geq 0$. Behelyettesítve ebbe a feltételbe a (12-13) egyenleteket, a kritikus buboréktérfogat ($V_{bub,kr}^0$) kifejezhető [13, 31]:

$$V_{bub,kr}^0 = \frac{2 \cdot R_{fúv} \cdot \pi \cdot \sigma_{fg}}{\Delta\rho \cdot g} \quad (14)$$

Az egyszerűség kedvéért tekintsük a leszakadt buborékot gömbnek. Ekkor térfogata leírható a sugarával: $V_{bub,kr}^0 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R_{bub,kr}^0)^3$. Behelyettesítve ezt a képletet a (14) egyenletbe, a leszakadó buborék sugarának képlete:

$$R_{bub,kr}^0 = \left(\frac{3 \cdot R_{fúv} \cdot \sigma_{fg}}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g} \right)^{1/3} \quad (15)$$

ahol $R_{fúv} = R_b$ (5.a ábra), vagy $R_{fúv} = R_k$ (5.b ábra).

A (14-15) egyenletek elvileg használhatóak a folyadékok felületi feszültségének meghatározására. Ha ugyanis mért (kellően alacsony) gáztérfogatáram mellett mérhető (megszámolható) az egyedi buborékok keletkezésének gyakorisága (pl. akusztikus méréssel [31]), akkor innen az egyedi leszakadó buborékok térfogata kiszámítható. Ha ismerjük emellett a kapilláris sugarát, a folyadék sűrűségét, és tudjuk, hogy a folyadék nedvesíti-e a kapilláris falát, a felületi feszültség a (14) egyenletből meghatározható. Szerzőnek nincs tudomása arról, hogy ezt az elvi lehetőséget bárki folyadékok felületi feszültségének mérésére használta volna.

Vízre és két, a kohászatban gyakran használt fémolvadékra az 1. táblázatban

1. táblázat. Néhány folyadék fizikai tulajdonságai [5, 37]

Folyadék	σ_{fg} , J/m ²	ρ_f , kg/m ³	η , mPas	$\left(\frac{3 \cdot \sigma_{fg}}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g} \right)^{1/3}$, m ^{2/3}
Víz	0,072	1000	1	0,022*
Al-olvadék	0,95	2300	3	0,040*
Fe-olvadék	1,95	7000	5	0,035*

* a számításnál a gáz sűrűségét elhanyagoltuk ($\Delta\rho \approx \rho_f$)

2. táblázat. A különböző folyadékokban leszakadó egyensúlyi buboréksugár ($R_{bub,kr}^0$) a fúvóka effektív ($R_{fúv}$) sugarának függvényében (a zárójeles értékek nem valóságosak)

$R_{fúv}$	Vízben	Al-olvadékban	Acéolvadékban
(1 m)	(22 mm)	(40 mm)	(35 mm)
1 mm	2,2 mm	4,0 mm	3,5 mm
1 μ m	0,22 mm	0,40 mm	0,35 mm
1 nm	22 μ m	40 μ m	35 μ m
(1 pm)	(2,2 μ m)	(4,0 μ m)	(3,5 μ m)

mutatjuk be a (15) egyenletben szereplő fizikai paraméterek értékeit. Mint az 1. táblázat utolsó oszlopából látjuk, a leszakadó buborék méretét meghatározó fizikai mennyiség alig kevesebb, mint 2-es szorzóval különbözik a víz és az alumíniumolvadék között, míg az acéolvadékot jellemző érték e kettő között található. Tehát a felületi feszültségekben látható nagyságrendnyi különbséget részben a sűrűségekben meglévő különbség kompenzálja, de főként a köbgyök erősen kisímitja. A 2. táblázatban különböző effektív sugarú fúvókákról ($R_{fúv}$) leszakadó buboréksugarakat mutatunk be. A 2. táblázat második sorában ($R_{fúv} = 1$ m) nem valós eredményeket találunk, hiszen a modell ($R_{fúv} \leq R_{bub,kr}^0$ esetén helytálló. A 2. táblázat harmadik, negyedik és ötödik sorából látjuk, hogy miközben a fúvókasugár 1 mm-ről 1 nm-re (6 nagyságrendet) csökken, a leszakadó buborék átlagos sugara 3 mm-ről 30 μ m-re (mindössze két nagyságrendet) csökken, ami a (15) egyenletben szereplő köbgyök miatt van. Következésképpen nanoméretű buborékot még nanoméretű fúvókából sem lehet fújni, ami erősen megnehezíti a nanobuborékok előállítását. A 2. táblázat utolsó sorában bemutatott 1 pm sugarú fúvókán ugyanis nem lehet 100 – 300 pm átmérőjű atomokat/molekulákat keresztülnyomni, de ha lehetne, akkor sem lehetne a keletkező buborékok sugarát 1 μ m alá csökkenteni. Ráadásul 1 pm sugarú fúvókát létrehozni sem lehet.

A fenti, reménytelennek tűnő nanobuborék gyártási gondolkísérlet csak azt mutatja, hogy milyen gyenge gravitációs

erőtér jutott otthonunkul a határfelületi erőkhöz képest (legalábbis a mikro- és nanovilágban). A másik oldalról persze ennek köszönhetjük azt, hogy a jelenlegi formában életben tudunk maradni, hiszen egy ezerszeres gravitációs erőterben ugyan lehetne tizedakkora buborékokat létrehozni a 2. táblázatban közölt méretekhez képest, de mi nem élnénk túl ezt az állapotot. Ezért ha a földi életre berendezkedett kohómérnök a 2. táblázatban jelöltekénél kisebb buborékokat akar létrehozni, egyéb erővel, például egy rotor forgatásából [32-33], vagy folyadék áramoltatásából származó sűrűlási erő segítségével [38], illetve elektromágneses erőter alkalmazásával [39] kell hogy leszakítsa a buborékokat.

Még egy gondolat a túlzottan kis sugarú fúvókákhoz. Azon túl, hogy ezek lényegesen többre kerülnének mostani társaiknál, erősen lecsökkenne a rajtuk keresztül vihető gáz mennyisége. A *Hagen-Poiseuille* törvény szerint [40] ugyanis a gáz térfogatárama (m^3/s) a fúvóka belső sugarának (R_{fuv}) negyedik hatványával arányos. Tehát ha egységnyi felületen azonos felületkitöltéssel azonos belső méretű fúvókákat helyezünk el, akkor R_{fuv} csökkentésével az egységnyi felületen elhelyezkedő fúvókák száma ugyan R_{fuv}^2 -tel arányosan nő, de az egyedi fúvókákon keresztül vitt gáz térfogatárama R_{fuv}^4 -nel arányosan csökken, és így az egységnyi berendezéssel átírt teljes gáz térfogatáram R_{fuv}^2 -tel arányosan csökkenni fog. Tehát ha a fúvóka belső sugarát 1 mm-ről 1 μ m-re csökkentjük, ezzel ugyan elvileg 3 mm-ről 0,3 mm-re csökken az egyedi buborékok sugara, de a berendezés egységnyi felületén hat (!) nagyságrenddel lecsökken a gáz térfogatárama. És akkor még nem szóltunk arról, hogy ha fémolvadékba buborékoltatunk, akkor valószínűleg az 5.b ábra lesz érvényes, és a buborék sugarát nem az egyedi fúvókák belső sugara, hanem a buborékolató rendszer külső sugara fogja meghatározni, és emiatt az egyedi fúvókaméret-csökkentéssel valószínűleg egyáltalán nem fog lecsökkenni a buborékok mérete (a gáz térfogatárama viszont biztosan le fog csökkenni).

Meg kell jegyeznünk, hogy a (14-15) egyenletek egyensúlyi esetre érvényesek, azaz viszonylag kis gázáramlási sebesség esetén. Kísérletileg kimutatták, hogy a gáz térfogatáramának növelésével valamelyest nő a keletkező buborékok mérete

[31]. Nézzünk erre egy egyszerű modellt.

4.2. Egymást követő buborékok nem egyensúlyi leválása fúvókákról

A bányászati és kohászati gyakorlatban a fúvókán keresztül folyamatos a gázáram, tehát a buborékok folyamatosan növekednek és válnak le egymás után a fúvókáról. A mérnöki kontrollált paraméter a gáz térfogatárama, Q_g , melynek mértékegysége m^3/s , ami a másodpercenként a folyadékba kerülő gáz térfogatát jelenti. Amit azonban kívülről nehezen lehet befolyásolni, az a fúvókáról leszakadó egyedi buborékok mérete és fajlagos felülete. Most vezessük le egy különálló fúvókáról leszakadó buborék méretét a fúvókán keresztül megvalósuló Q_g térfogatáram függvényében.

Ebben az esetben a buborékra a (12-13) egyenleteken kívül hat a sűrűlási erő is, hiszen a buborék növekedése nem egyensúlyi módon, azaz nem végtelen kis sebességgel megy végbe. Először határozzuk meg a növekvő buborék növekedéséből származó sebességet (amivel a buborék teteje a folyadékba hatol). Ehhez emlékezzünk arra, hogy definíció szerint $Q_g \equiv dV_{bub}/dt$ (ahol t az idő, s).

Első közelítésben tekintsük gömb alakúnak az éppen leszakadó félben lévő buborékokot: $V_{bub} = 4/3 \cdot \pi \cdot R_{bub}^3$. Helyettesítsük ezt be az előző egyenletbe: $Q_g = 4 \cdot \pi \cdot R_{bub}^2 \cdot dR/dt$. A buborék növekedési sebessége definíció szerint: $v_{bub} \equiv dR/dt$ (mértékegysége: m/s). Fentiekből tehát a buborék növekedési sebességének képlete:

$$v_{bub} = \frac{Q_g}{4 \cdot \pi \cdot R_{bub}^2} \quad (16)$$

A folyadékban véges sebességgel növekvő buborék folyadékáramlást, és ezért sűrűlási erőter gerjeszt. Tételezzük fel, hogy a nagy (mm-es) buborékméret miatt a buborék körül nem lamináris, hanem turbulens a folyadékáramlás, és emiatt a sűrűlási erő a Newton egyenlettel írható le [40]:

$$F_s = -f \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \rho_f \cdot R_{bub}^2 \cdot v_{bub}^2,$$

ahol a sűrűlási tényező, értéke $f \approx 0,4$ körüli, ha a *Reynolds-szám* az $Re = 10^3 \dots 2 \cdot 10^5$ intervallumban van. Behelyettesítve ebbe az egyenletbe a (16) egyenletet, a sűrűlási erő képlete:

$$F_s = -4,0 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_f \cdot \left(\frac{Q_g}{R_{bub}} \right)^2 \quad (17)$$

Mint látjuk, a sűrűlási erő a határfelületi összehúzó erővel azonos előjelű (irányú), azaz stabilizálni fogja a buborékokat. Ennek következtében a gáz térfogatáramának növelésével nő a leszakadó buborékok térfogata. A buborék leszakadásának feltétele: $F_\Sigma = F_g + F_{fg}^{össz} + F_s \geq 0$.

Behelyettesítve ebbe a képletbe a (12-13, 17) egyenleteket és a $V_{bub} = 4/3 \cdot \pi \cdot R_{bub}^3$ egyenletet, a következő egyenlőtlenséghez jutunk:

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_{bub}^3 \cdot \Delta \rho \cdot g \geq 2 \cdot R_{fuv} \cdot \pi \cdot \sigma_{fg} + 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_f \cdot \left(\frac{Q_g}{R_{bub}} \right)^2 \quad (18)$$

Sajnos a (18) egyenletnek nincs R_{bub} -ra analitikai megoldása. A (18) egyenlet jobb oldalán lévő két tag összehasonlításából azonban meg tudjuk határozni azt a kritikus gáz térfogatáramot ($Q_{g,kr}$), ami éppen 10%-kal növeli meg a (15) egyenlettel leírt leszakadó „standard” buboréksugarat:

$$Q_{g,kr} = 23 \cdot R_{bub,kr}^0 \cdot \left(R_{fuv} \cdot \frac{\sigma_{fg}}{\rho_f} \right)^{1/2} \quad (19)$$

Mint a (2) táblázatból látjuk, $R_{fuv} = 1$ mm értékhez alumíniumolvadékra $R_{bub,kr}^0 = 4$ mm tartozik. Akkor erre az esetre a (19) egyenletből: $Q_{g,kr} = 5,9 \cdot 10^{-5} m^3/s = 59 cm^3/s$. A (16) egyenletből: $v_{bub} = 0,29$ m/s. Innen a fúvókából kilépő, kritikus méretű buborékra vonatkozó Reynolds-szám: $Re = 2,2 \cdot R_{bub,kr}^0 \cdot v_{bub} \cdot \rho_f / \eta = 2,0 \cdot 10^3$. Lévén, hogy ez a Reynolds-szám azon $Re = 10^3 \dots 2 \cdot 10^5$ intervallumban van, amire érvényes a fent választott $f \approx 0,4$ feltétel, a (17-19) egyenletek valóságközeliek. Ez azt jelenti, hogy ha 1 mm sugarú fúvókából kevesebb mint $59 cm^3/s$ térfogatárammal fújunk gázt alumíniumolvadékba, akkor a leszakadó buborék sugara kevesebb mint 10%-kal lesz nagyobb, mint a (15) képlettel számolt egyensúlyi érték (4 mm – lásd 2. táblázat). Ha ennél is nagyobb a térfogatáram, akkor a (18) egyenlet numerikus megoldásával számíthatjuk ki a leszakadó buborék méretét.

Ha a Q_g értéke túl nagyra nő (legalább $10 \cdot Q_{g,kr}$ -ra), akkor a (18) egyenletben a határfelületi összehúzó erő elhanyagolhatóvá válik (10%-nál kevesebb szerephez jut) a sűrűlási erőkhöz képest, így elegendő az utóbbi tag figyelembevétel. Ebből a redukált (18) egyenletből $R_{bub,kr}$

már analitikailag is kifejezhető:

$$R_{bub,kr} = 0,25 \cdot \frac{Q_g^{0,4}}{g^{0,2}} \quad (20)$$

A (18) egyenletről a (20) egyenletre való átmenetnél elhanyagoltuk a gáz sűrűségét a folyadékéhoz képest ($\Delta\rho \cong \rho_f$). Behelyettesítve a Reynolds-szám definíciójába ($Re = 2 \cdot R_{bub,kr} \cdot v_{bub} \cdot \rho_f / \eta$) a (16, 20) egyenleteket, és figyelembe véve, hogy a (17-20) egyenletek csak $Re \leq 2 \cdot 10^5$ intervallumban érvényesek, a (20) egyenlet érvényességi tartománya a

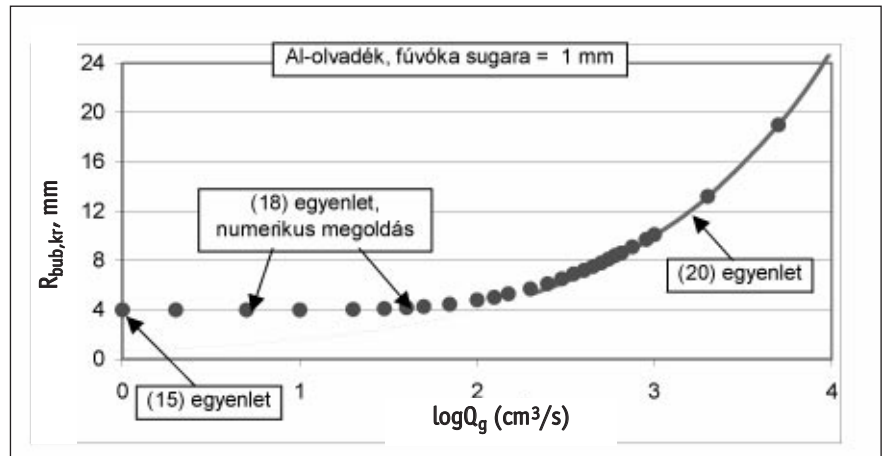
$$Q_g \leq 6,8 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{\eta}{\rho_f} \right)^{5/3}$$

képlettel számítható. Ez alumíniumolvadékra (lásd 1. táblázat): $Q_g \leq 0,11 \text{ m}^3/\text{s} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^3/\text{s}$ maximális gáz térfogatáramot jelent.

A 6. ábrán egy konkrét esetre (alumíniumolvadékba fújt gáz 1 mm sugarú fúvókán keresztül) mutatjuk be a leszakadó buborék sugarának függését a gáz térfogatáramától, féllogaritmikus koordináta rendszerben. Láthatjuk, hogy $Q_g > 10 \cdot Q_{g,kr}$ (= $590 \text{ cm}^3/\text{s}$) érték mellett a (20) egyenlet valóban jól közelíti a (18) egyenlet numerikus megoldásait. A (20) egyenletben megengedett maximális $Q_g = 1,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^3/\text{s}$ gáztérfogatáramhoz tartozó érték: $R_{bub,kr} = 65 \text{ mm}$. Ez a leszakadó buborék sugara. Azonban e cikk végén bemutatjuk, hogy a folyadékokban emelkedő hasonló méretű buborékok fokozatosan szétesnek több kisebb buborékká, mivel a túlságosan nagy buborékok emelkedésük során instabillá válnak.

Az acél üstmetallurgiában használt porózus téglák (melyeken keresztül argon gázt fúvatnak az üst aljába) első közelítésben több ezernyi kisméretű fúvókaként foghatók fel. Ebben az esetben azonban az elvileg különálló ezernyi buborék közvetlenül a porózus tégl felületén egy hatalmas buborékká egyesül a következő okokból:

1. az acélolvadék nem nedvesíti a porózus tégl felületét, ami azt jelenti, hogy a gáz „nedvesíti” azt, tehát a tégl/acél határfelületen összepukkadnak a szomszédos kapillárisokból növekvő buborékok;
2. a kapillárisok saját átmérőjének és egymástól való távolságának összege sokkal kisebb mint az egyedi buborékok mérete, ezért a buborékok közvetlenül a tégl felett akkor is összepukkadná-



■ 6. ábra. Fúvókáról leváló buborék kritikus sugara a gáz térfogatáramának függvényében (pontok: a (18) egyenlet numerikus megoldása, vonal: a (20) egyenlettel számolva) ($R_{fuv} = 1 \text{ mm}$, alumíniumolvadékba való buborékoltatás)

nak, ha nem tennék már meg ezt a tégl/acél határfelületen;

3. az acél üstmetallurgiai kezelése során a gáz térfogatárama nagyságrendekkel nagyobb, mint a (19) egyenlettel számolható kritikus érték.

Végeredményben az acél üstmetallurgiai kezelése során a (20) egyenlettel számítható a porózus téglából kilépő gázbuborék sugara. Mint a (20) egyenletből látjuk, a leszakadó buborékok mérete független az acélolvadék fizikai tulajdonságaitól, a fúvóka vagy a porózus tégl geometriájától, illetve pórusainak méretétől vagy alakjától. Ez azért tanulságos, mert így a porózus tégl tervezésénél mindössze azt a szempontot kell figyelembe venni, hogy rajta megfelelő sebességgel lehesse keresztülfújni az argongázt, illetve hogy a pórusaiba ne penetráljon az acélolvadék.

4.3. Forgó rotorról leváló buborékok mérete

Fent azt láttuk, hogy már az egyensúlyi leszakadó buborékok is túlságosan nagyok, nem beszélve arról, ha a gáz térfogatárama az iparban igényelt értékű (lásd 6. ábra). Ennek ellenére arra kell törekedni, hogy a gázbuborékok méretét csökkentsük, növelve ezzel fajlagos felületüket. Erre az egyik lehetőség, ha a buborékokat forgó rotor segítségével fújjuk a folyadékba.

A rotor geometriája természetesen be-

folyásolja az áramlástanai viszonyokat. Itt most egy egyszerű modellt mutatunk be. Tételezzük fel, hogy egy R_{rot} külső sugarú, függőleges, üreges henger (rotor) felületén kialakított R_{fuv} sugarú fúvókákon Q_g térfogatárammal gáz áramlik egy folyadékba, miközben a henger n (1/min) fordulatszámmal függőleges tengelye körül forog. Számoljuk ki a forgó henger felülete és a folyadék sebességkülönbségét. Ehhez tudjuk, hogy a rotor 60 s alatt n fordulatot tesz, és minden fordulat során egy kerületnyi utat tesz meg. Akkor a felületi sebesség (m/s):

$$v = \frac{\pi}{30} \cdot n \cdot R_{rot} \quad (21)$$

A rotor forgása a folyadékban turbulens áramlást kelt, amit csak tovább fokoz az, hogy a rotorból buborékok is kerülnek a folyadékba. Ezért a rotor felületén kialakított nyílásokból a folyadékba átlépő buborékokra nyíróerő hat, ami a Newton egyenlettel leírt súrlódási erővel ekvivalens [40]: $F_{ny} = -F_s = f \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \rho_f \cdot R_{bub}^2 \cdot v^2$ (lásd fent). Behelyettesítve ide a (21) egyenletet, a következő egyenletet kapjuk:

$$F_{ny} = 6,9 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_f \cdot (R_{bub} \cdot R_{rot} \cdot n)^2 \quad (22)$$

A (22) egyenlettel leírt nyíróerő vektora a gravitációs vektorra merőleges síkban hat, ezért a két erőt vektorialisan össze kell adni a (12) egyenlettel leírt felhajtóerővel:

$$F_{nyíró} = \sqrt{F_{ny}^2 + F_g^2} = \rho_f \cdot \sqrt{18 \cdot R_{bub}^6 \cdot g^2 + 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot (R_{bub} \cdot R_{rot} \cdot n)^4} \quad (23)$$

A (23) egyenletben elhanyagoltuk a gáz sűrűségét a folyadékéhoz képest ($\Delta\rho \approx \rho_f$). A (23) egyenlettel leírt nyíróerőt részben a határfelületi összehúzó erő, részben pedig a gáz térfogatáramával kapcsolatos súrlódási erő kompenzálja, azaz a (18) egyenlet jobb oldala. A buborék leszakadásának feltétele tehát az, hogy a (23) egyenlettel számolt értékek kell nagyobbak/egyenlőnek lennie a (18) egyenlet jobb oldalával:

$$\sqrt{18 \cdot R_{bub}^6 \cdot g^2 + 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot (R_{bub} \cdot R_{rot} \cdot n)^4} \geq 6,3 \cdot R_{fuv} \cdot \frac{\sigma_{fg}}{\rho_f} + 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{Q_g}{R_{bub}}\right)^2 \quad (24)$$

A (24) egyenletnek nincs analitikai megoldása. Analitikai megoldás csak akkor van, ha mind a rotor forgási sebessége, mind a gáz térfogatárama olyan nagy, hogy mind a felhajtóerő, mind a határfelületi összetartó erő elhanyagolhatóvá válik, és ekkor a (24) egyenletből a buborék kritikus sugara kifejezhető:

$$R_{bub,kr} = 0,87 \cdot \sqrt{\frac{Q_g}{n \cdot R_{rot}}} \quad (25)$$

A 7. ábrán a (24) egyenlet analitikai megoldása eredményeként mutatjuk be egy példán a kritikus leszakadó buborék-sugár értékeit a rotor fordulatszámának és a gáz térfogatáramának függvényében. A 7. ábráról a következő megállapításokat tehetjük:

- ha $n \leq 30$ 1/min és $Q_g \leq 10$ cm³/s, akkor $R_{bub,kr} \rightarrow R_{bub,kr}^0$ (lásd (15) egyenlet);
- ha $n \geq 30$ 1/min és $Q_g \leq 10$ cm³/s, akkor a buborék sugara a kiindulási $R_{bub,kr}^0$ értékről n növelésével fokozatosan csökken, így szubmilliméteres buborékokat kaphatunk;
- fenti megállapítás minden Q_g mellett igaz, de Q_g növelésével $R_{bub,kr}$ növekszik (lásd 6. ábra).

4.4. Az elméleti buborékméreték összehasonlítása mért értékekkel

Jónás tanár úr ipari kísérleti mérések alapján összeállított, alumíniumolvadékba fújt buborékokra vonatkozó adatait [21] az itt elméletileg számolt értékekkel a következőképpen hasonlíthatjuk össze:

1. Fúvókából származó buborék jellemző átmérője: 4 ± 1 mm [21]. A (15) egyenlet és 1-2. táblázatok szerint ilyen méretű buborék kis térfogatáram esetén akkor keletkezik alumínium-

olvadékban, ha a fúvóka sugara 0,1 mm körüli. Ez reálisnak tűnik.

2. Porózus dugóból származó buborék jellemző átmérője: 8 ± 2 mm [21]. Mint fent láttuk, a porózus téglán/dugón keresztül áramló gázból keletkező buborék méretét főleg a dugó mérete határozza meg a (15) egyenlet alapján (feltételezve, hogy az alumíniumolvadék a dugó anyagát nem nedvesíti). A dugó sugara nyilván lényegesen nagyobb a

fúvóka sugaránál, ez okozza a buborék méretnövekedését.

3. A buborékok átmérője rotoros ill. forgótárcsás gázbevitel esetén 3 mm alá csökkenthető [21]. Ezt a 7. ábra magyarázza.

4. Lándzsa használata esetén a buborékok átmérője 12 mm feletti [21]. Ez azért van, mert egyrészt a lándzsa sugara lényegesen nagyobb a fúvóka sugaránál, másrészt a lándzsa használatakor a gáz térfogatárama is jelentős (lásd 6. ábra). Fentiek alapján állíthatjuk, hogy az ebben a fejezetben bemutatott elméleti eredmények összhangban vannak az ipari megfigyelésekkel.

5. Fémhuzalról lecseppelő fémolvadék-csepp tömege

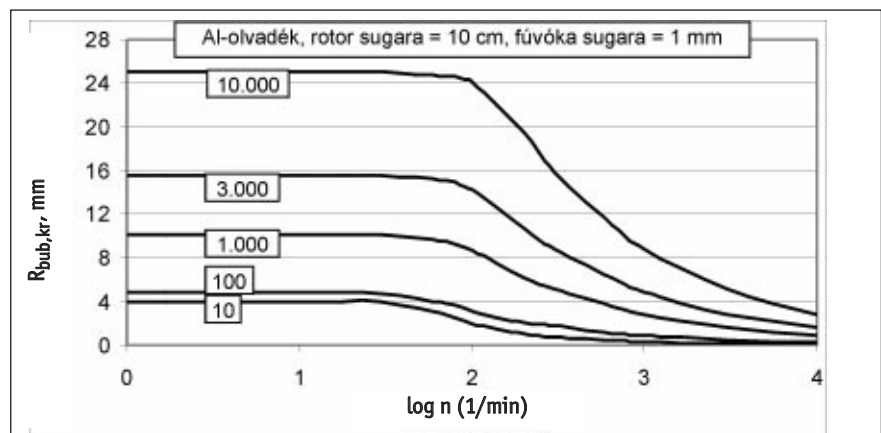
A 8. ábrán egy hengeres, függőlegesen elhelyezett fémhuzalt mutatunk be, amit alulról melegítünk, és ezért annak alján egy fémolvadék csepp jelenik meg. A kérdés, hogy mekkora lesz a leszakadó csepp

térfogata, illetve tömege? Feltételezzük, hogy a rendszer mechanikai nyugalomban van. Ekkor kizárólag a gravitációs erő húzza lefelé a cseppet, és ezt kompenzáló, fellép a határfelületi összehúzó erő. Ez az eset analóg az előzővel azzal a különbséggel, hogy a kritikus leszakadó sugár most megegyezik a huzal sugarával, mivel a fémolvadékok mindig nedvesítik azt a kristályt, amiből keletkeznek. Ekkor a (12-15) egyenletekkel analóg egyenletek lesznek mérvadóak erre az esetre is azzal a különbséggel, hogy a „bub” = buborék index helyett „csepp” indexet kell érteni. A leszakadó csepp tömegét úgy kapjuk, hogy megszorozzuk a (14) egyenlet jobb oldalát a fémolvadék sűrűségével. Végeredményben:

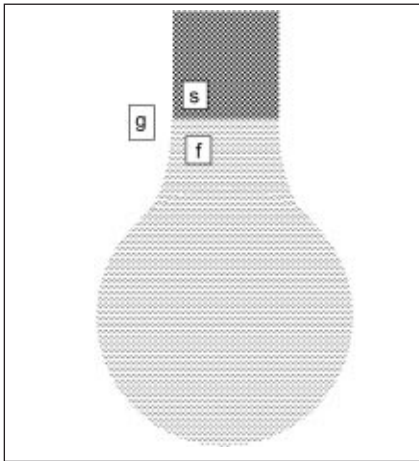
$$m_{csepp,kr} = \frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot \sigma_{fg}}{g} \quad (26)$$

ahol $m_{csepp,kr}$ a lecseppelő kritikus csepp tömege a 8. ábra szerinti elrendezésben. A (26) egyenlet legérdekesebb jellemzője az, hogy a csepp tömege független a fém sűrűségétől, és csak a huzal sugarától és a fémolvadék felületi feszültségétől függ. Ezért az 1 mm sugarú olvadó jégcsapról 0,046 g tömegű vízcsepp, míg az 1 mm sugarú acélhuzalról 1,2 g tömegű acélcsepp fog leesni (lásd 1. táblázat).

A (26) egyenlet használható a felületi feszültség mérésére is [5]. Előnye, hogy az így mért felületi feszültség számításához nincs szükség a fémolvadék sűrűségének ismeretére, ami különösen többkomponensű olvadékok esetében előnyös, melyekre a sűrűség értékek általában nem ismertek. A módszer hátránya,



7. ábra. Forgó rotorról leváló buborék kritikus sugara a rotor fordulatszámának és a gáz térfogatáramának függvényében (utóbbi értékei alulról felfelé haladva a görbéken: 10, 100, 1 000, 3 000 és 10 000 cm³/s). A (24) egyenlet numerikus megoldásával számolva ($R_{fuv} = 1$ mm, $R_{rot} = 10$ cm, alumíniumolvadékba való buborékkoltatás)



■ 8. ábra. Alulról melegített fémhuzal alján lévő fémolvadékcsapp a leszakadás előtt

hogy csak az olvadáspont közelében használható. A (26) egyenlet akkor is használható, ha egy kapillárisból kicseppenő folyadékcsapp tömegét mérjük sztalagmométeres módszerrel [41]. Ekkor tetőleges hőmérsékleten mérhetünk ugyan, de oda kell figyelni arra, hogy ha a folyadék nedvesíti a kapillárist, akkor annak külső, míg ellenkező esetben belső sugarát kell használni a (26) egyenletben.

6. A folyadékban emelkedő buborékok maximális mérete

Amikor a kohászati technológiákban fémolvadékokat gázzal öblítene, nagy gáztérfogatúak esetén nagy buborékok is kialakulhatnak (lásd 6. ábra). Felmerül a kérdés, vajon állandósult állapotban korlátozza-e valami a folyadékokban emelkedő buborékok (vagy a gázokban eső cseppek) maximális méretét?

A fémolvadékokban emelkedő buborékok emelkedési sebességét a felhajtó- és a sűrűdési erők egyensúlya határozza meg. Ha ismert a buborék térfogata, a felhajtóerő a (12) egyenlettel számítható. Ennél sokkal bonyolultabb a sűrűdési erő számítása. Mivel azonban állandósult állapotban a gravitációs és sűrűdési erők megegyeznek, utóbbi értékét szintén megbecsülhetjük a (12) egyenletből.

A sűrűdési erő a buborék felülete mentén hat oly módon, hogy a buborékok körül erős olvadékaramlás valósul meg. Ezért azon túl, hogy a sűrűdési erő lefékezi a buborékokat, „mellékjelenségként” destabilizálja is azokat, hiszen nyíróerőt hoz létre azok felületén. Fentiek szerint ez a nyíróerő a (12) egyenlettel közelíthető.

A jelen cikk tárgyát képező határfelületi összehúzó erő ennek az áramlási okokból fellépő szakítóerőnek próbál ellenállni. Az erő képlete a (13) egyenlettel írható le azzal a különbséggel, hogy most R helyett a buborék sugarát használjuk.

A buborék addig lesz stabil, amíg a felülete mentén ható erők összege negatív lesz: $F_{\Sigma} = F_s + F_{fg}^{össz} = F_g + F_{fg}^{össz} < 0$ (ahol F_s a sűrűdési erő). Ellenkező esetben a buborék destabilizálódik és két kisebbre esik szét. Ha nagy buborékból indulunk, ez a folyamat egészen addig tart, míg mindegyik kisebb buborékra nem lesz érvényes a fenti feltétel. Innen a kritikus állapot az $F_{\Sigma} = F_s + F_{fg}^{össz} \cong F_g + F_{fg}^{össz} = 0$ feltétellel írható le. Behelyettesítve ide a (12-13) egyenleteket és a $V_{bub} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$ egyenletet (ahol R_{bub} a buborék effektív sugara), a maximális stabil buborékméretre a következő egyenletet kapjuk:

$$R_{bub,max} = \sqrt{\frac{3 \cdot \sigma_{fg}}{2 \cdot \Delta \rho \cdot g}} \quad (27)$$

Behelyettesítve a (27) egyenletbe a megfelelő fizikai paramétereket (lásd 1. táblázat): $R_{bub,max} = 3,3$ mm (vízre), $R_{bub,max} = 7,9$ mm (alumíniumolvadéokra) és $R_{bub,max} = 6,5$ mm (acéolvadéokra). Összehasonlítva az alumíniumolvadéokra talált 7,9 mm maximális stabil buboréksugarat a 6-7. ábrákkal, láthatjuk, hogy nagy gáztérfogatúak használata esetén ugyan keletkezhetnek ennél jóval nagyobb buborékok is, de azok az olvadékban való felszállásuk során több kisebb buboréokra fognak szétesni.

7. Kitekintés

Végül érdekességként érdemes megemlíteni, hogy a (27) egyenlettel analóg egyenlet írja le a gázban eső maximális stabil cseppméretet is. Mint fent láttuk, ez vízre $R_{csepp,max} = 3,3$ mm. Az ennél nagyobb esőcseppeket a sűrűdési erő szét szakítja, avagy a határfelületi összehúzó erő nem tudja egyben tartani. Jégeső esetén tapasztalunk dió méretű (kb. 10 mm sugarú) jégdarabokat is. Felmerül a kérdés, hogy miért nem tapasztalunk soha $R = 10$ mm-es esőcseppeket, ha egyszer vannak ekkora jégeső darabok? Fentiek szerint azért nem, mert az ilyen nagy esőcseppeket a sűrűdési erő destabilizálja. A jégdarabokat ugyanez az erő azért nem tudja destabilizálni, mert a jég szilárd halmazállapotú, szemben az esőcseppekkel. Ezt tekinthetjük

metallurgus szerzőnk első meteorológiai hipotézisének...

8. Összefoglalás

A cikkben levezettük a határfelületi összehúzó erő általános képletét. Ezen általános képlet segítségével a kohászati gyakorlatban is hasznos egyenleteket vezetünk le a folyadékcsapp alakjára, a leszakadó buborékok és cseppek méretére, illetve a hidrodinamikai okokból destabilizálódó buborékok és cseppek maximális méretére.

9. Köszönetnyilvánítás

A kutatást a CK 80255 számú célzott alapkutatási projekt támogatta (OTKA-NKTH közös finanszírozás). Szerző köszönetét fejezi ki a BKL Kohászat szerkesztőségének, hogy lehetővé tették e cikksorozat publikálását. Külön köszönet illeti *Hutkainé Göndör Zsuzsát*, a Miskolci Egyetem kohómérnök mérnök tanárát, akinek köszönhetően a cikk szakmailag és nyelvtanilag közérthetőbbé vált. Ezt a cikksorozatot Édesapám, *id. Kaptay György* kohómérnök (1933-2008) emlékének ajánlom.

Irodalom

- [1] *Kaptay Gy.*: Határfelületi jelenségek a fémcsapadékgyártásban. 1. rész. A határfelületi erők osztályozása. BKL Kohászat. 2009. 142. évf. 3. sz. 39-46.
- [2] *Young, T.*: An Essay on the Cohesion of Fluids. Phil. Trans. (1805) 65-87.
- [3] *Newton, I.*: Philosophiae naturalis principia mathematica. 1687. (translated from Latin to English by *Andrew Motte* as "Mathematical Principles of Natural Philosophy" in 1729. New York, Daniel Adee. 581.)
- [4] *Gibbs, J. W.*: On the Equilibrium of Heterogenous Substances. Trans. Conn. Acad. Arts Sci. 3 (1875-1878) 108-248., 343-524.
- [5] *Adamson, A. W.*: Physical Chemistry of Surfaces. 5th ed. John Wiley and Sons Inc. New York, USA. 1990.
- [6] *Kaptay, G.*: Classification and general derivation of interfacial forces, acting on phases, situated in the bulk, or at the interface of other phases. J. Mater. Sci. 40 (2005) 2125-2131.
- [7] *Kaptay, G.-Vermes, G.*: Interfacial forces: classification. Encyclopedia

- of Surface and Colloid Science. Taylor & Francis, 2009. 1-19. DOI: 10.1081/E-ESCS-120044936
- [8] *Israelachvili, J. N.*: Intermolecular and surface forces. Academic Press, London. 1992.
- [9] *Liu, Y. – German, R. M.*: Contact angle and solid-liquid-vapor equilibrium. *Acta Mater.* 1996. vol. 44. 1657-1663.
- [10] *Pászló, I. – László, K.*: Individual variables in capillarity. *Coll. Polym. Sci.* 2004. vol. 282. 243-249.
- [11] *Fukuda, A. – Yoshikawa, T. – Tanaka, T.*: A fundamental approach for the measurement of solid-liquid interfacial energies. *J. Pys. Conf-series.* 2009. vol. 165. paper 012079.
- [12] *Lakatos G.*: Ag-Si rendszer határfelületi jelenségeinek vizsgálata. TDK dolgozat. 2009. Miskolci Egyetem (konzulensek: *Baumli P., Kaptay Gy.*).
- [13] *Tarján, G.*: Mineral Processing. Vol. II. Akadémiai Kiadó, Budapest. 1986.
- [14] *Bokányi, L. – Csöke, B.*: Preparation of clean coal by flotation following ultra fine liberation. *Applied Energy.* 2003. Vol. 74. 349-358.
- [15] *Pásztor G. – Szepessy A. – Kékesi T.*: Színesfémek metallurgiája. Tankönyvkiadó, Budapest. 1990.
- [16] *Nagy, L. – Réger, T. – Lajos, T. – Szélig, Á.*: Improving steel quality with CFD. *Fluent News.* Summer 2006. 44-46.
- [17] *Károly Gy. – Tardy P. – Szélig Á. – Szabó A. – El-Ghazaly, Sz.*: Az argonos átöblítés hatékonyságának szerepe az acélok tisztaságának javításában. *BKL Kohászat.* 2007. 3. sz. 1-6.
- [18] *Szabó A.*: Szilícium-szegény, alumíniummal dezoxidált acél tisztaságának javítása argonos öblítés finomításával. PhD értekezés. Miskolci Egyetem, 2009. (konzulens: *Károly Gy.*)
- [19] *Pásztor G. – Szepessy A. – Siklósi P. – Osvald Z.*: Könnyűfémek metallurgiája. Tankönyvkiadó, Budapest. 1991.
- [20] *Kékesi T. – Mihálik Á.*: Alumíniumolvadékok tisztítása. *BKL Kohászat.* 1998. 131. évf. 29-40.
- [21] *Jónás P.*: Fémöntészet III. Oktatási segédlet. Miskolci Egyetem, 2003. 43.
- [22] *Dúl J. – Gyurán L. – Szombatfalvy A.*: Járműipari öntészeti alumíniumötvözetek tulajdonságainak optimalizálása. *BKL Kohászat.* 2007. 140. évf. 3. sz. 15-19.
- [23] *Kékesi T. – Horváth Cs. – Majtényi J.*: Az öblítőgázos alumíniumolvadékok tisztítás hatékonyságát befolyásoló tényezők kísérleti vizsgálata. *BKL Kohászat.* 2008. 141. évf. 25-33.
- [24] *Lévai G.*: Al-Si bázisú járműipari öntvénygyártás időszerű kérdései. Diplomamunka. Miskolci Egyetem, 2008. (konzulensek: *Jónás P., Török R., Szemán L.*)
- [25] *Tokár M.*: Olvadékezelés hatása vastagfalú alumínium nyomásos öntvény szövetszerkezetére. TDK dolgozat. Miskolci Egyetem, 2009. (konzulensek: *Mende T., Dúl J., Rick T.*)
- [26] *Poncsák S. – Kiss L. I. – Bui, R. T.*: Az anódgázbuborékok növekedésének matematikai modellezése az alumínium elektrolízise folyamán. I-II. rész. *BKL Kohászat.* 2000. 133. évf. 3-4. sz. 114-117. és 159-160.
- [27] *Kelemen K. K. – Kaptay Gy. – Borsik Á.*: Fémhabok – a géptervezés potenciális szerkezeti anyagai. *Gép.* 1999. 50. évf. 11. szám. 58-61.
- [28] *Babcsán N. – Bárczy P.*: Alumíniumhabok. *BKL Kohászat.* 2003. 136. évf. 2. sz. 97-101.
- [29] *Németh Á. – Orbulov I.*: Fémhabok, porózus szerkezeti anyagok előállítása és tulajdonságai. *Anyagvizsgálók Lapja.* 16 (2006:2) 58-66.
- [30] *Sano, M. – Fujita, Y. – Mori, K.*: Formation of bubbles at single nonwetted nozzle in mercury. *Metall. Trans.* 1976. Vol. 7B. 300-301.
- [31] *Irons, G. A. – Guthrie, R. I. L.*: Bubble formation at nozzles in pig iron. *Metall. Trans.* 1978. Vol. 9B. 101-110.
- [32] *Johansen, S. T. et al.*: The bubble size and mass transfer mechanism in rotor stirred reactors. *Light Metals.* 1997. Ed. by *Huglen, R.* TMS. 1997. 663-666.
- [33] *Hop, B. et al.*: The fluid mechanics in the HI10 Hycast reactor. *Light Metals.* 1997. Ed by *Huglen, R.* TMS. 1997. 837-841.
- [34] *Wang, Z. – Mukai, K. – Izu, D.*: Influence of wettability on the behavior of argon bubbles and fluid flow inside the nozzle and mold. *ISIJ Int.* 1999. Vol. 39. 154-163.
- [35] *Sonoyama, N. – Iguchi, M.*: Bubble formation and detachment on non-wetted surfaces. *Metall. Mater. Trans.* 2002. Vol. 33B. 155-162.
- [36] *Gnyloskurenko, S. V. – Byakova, A. – Nakamura, T. – Raychenko, O.*: Influence of wettability on bubble formation in liquid. *J. Mater. Sci.* 2005. Vol. 40. 2437-2441.
- [37] *Iida, T. – Guthrie, R. I. L.*: The Physical Properties of Liquid Metals. Oxford, Clarendon Press. 1993. 288.
- [38] *Al-Hayes, R. A. M. – Winterton, R. H. S.*: Bubble diameter on detachment in flowing liquids. *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1981. Vol. 24. 223-230.
- [39] *Eckert, S. – Gerbeth, G.*: Control of gas bubble injection into liquid metals by electromagnetic forces. In: "Cellular metals: Manufacture, Properties, Applications". Ed. by *Banhart, J.; Fleck, N.; Mortensen, A.* MIT Verlag, 2003. 83-88.
- [40] *Poirier, D. R. – Geiger, G. H.*: Transport Phenomena in Materials Processing. TMS. Warrendale. 1994. 658.
- [41] *Berecz E. (szerk.)*: Fizikai-kémiai laboratóriumi gyakorlatok. Budapest, Tankönyvkiadó. 1992.

Felhívás tagtársainkhoz

Ipari szakmúzeumaink 2010-ben is tisztelettel és szeretettel várják Önöket! Kérjük helyi szervezeteinket és minden, szakmai múltunk iránt elkötelezett tagtársunkat, minél nagyobb számban keressék fel ipari örökségünk helyszíneit, hívják fel az ott őrzött értékekre, relikviákra családtagjaik, barátaik, munkatársaik figyelmét, hogy a ma és a holnap nemzedékei is elismeréssel szólhassanak bányászati és kohászati múltunkról. A montanisztikai emlékhelyek éppen úgy a nemzet kulturális örökségének részei, mint akármelyik művészeti vagy történeti gyűjtemény. Látogatásuk hozzájárul szakmai múzeumaink elismertségéhez, fenntartásához.

Szerkesztőség

