



HALÁSZ GÁBOR

Professor Emeritus

BME Hidrodinamikai Rendszerek tanszék

ghalasz@hds.bme.hu

KIVONAT Ez az áttekintés megmutatja, hogy a vízhálózatokban és az emberi artériahálózatban kialakuló áramlás leírásához hasonló matematikai eszközöket használunk. A hálózat (a gráf) leírása azonos módszerekkel történik, és újabb egyenleteket igényel az élő érszakaszokat jellemző deformáció leírása.

KULCSSZAVAK Állandósult áramlás, tranziens áramlás, artériás véráramlás

BEVEZETÉS

Ez a tanulmány a Magyar Víziközmű Szövetség szakmai folyóiratában, a Vízmű Panorámában jelenik meg, és e folyóirat olvasói a hálózatokhoz természetesen a földre fektetett acélbeton stb. hálózatokat társítják, az áramláshoz az állandósult, „normál” üzemviteli áramlást, a folyadék pedig ivó- vagy szennyvíz lehet.

Az alábbi áttekintés azt mutatja be, hogy ez a cím ennél sokkal szélesebb területet fed le, és hogy ebből a bővebb témakörből a BME Hidrodinamikai Rendszerek (HDR) Tanszék munkatársai mely részterületekkel foglalkoznak kutatás és alkalmazás szintjén.

- „Alapesetnek” tekintjük, amikor környezeti hőmérsékletű víz áramlik a hálózatban, az áramlás állandósult, a csőhálózat pedig földre fektetett acél-, öntöttvas, KPE stb. csövekből épül fel. Ha az áramló víz kitölti a rendelkezésére álló csőkeresztmetszetet, akkor a vízhálózatok állandósult üzemről beszélünk, ha a szelvény részben kitöltött és gravitáció ha-

VÍZ ÉS TUDOMÁNY

Áramlás hálózatokban

tására áramlik a közeg, akkor nyílt felszínű vagy csatorna-áramlást vizsgálunk.

- Ha a vezetékben meleg vizet keringtetünk, a keringtetés célja fűtés és a hálózati meleg víz biztosítása, akkor távfűtőhálózat a vizsgálatunk tárgya.
- Ha az áramlási állapot nem állandósult, hanem időben változó (pl. csőtörés, szivattyúkiesés vagy frekvenciaváltós szabályozás működése stb.), akkor a vízhálózat tranziens folyamatait kívánjuk nyomon követni.
- Végül ha a „csőhálózat” nem acélbeton csövekből épül fel, hanem könnyen deformálódó vezetékekből, mint például az emberi érhálózat, akkor a nagyvérkör artériás hálózatában kialakuló véráram és vérnyomás viszonyok számítása a cél.

Nézzük meg kissé részletesebben a fenti eseteket.

1) ÁLLANDÓSULT ÁRAMLÁS VÍZHÁLÓZATOKBAN

A vízhálózat ágakból és csatlakozásokból épül fel, matematikai szempontból az ilyen struktúra neve gráf. A csövek (ágak, élek) és csatlakozások (csomópontok, csúcok) a gráf elemei. Ismeretek azok a gráfelméleti módszerek, amelyek használatával egy adott hálózat „leképezhető” a számítógép memóriájába [Almássy és társai]. A gráfelmélet napjainkban elért eredményei a vízhálózatokra is érvényesek [Wéber és társai].

A hálózatban kialakuló áramlást leíró matematikai módszerek fejlesztése már 1936-ban megindult [Cross], napjainkban az interneten is hozzáférhető ingyen letölthető programcsomag áll rendelkezésre (EPANET, [Rossman]). A HDR Tanszékén 1950 óta folynak ilyen irányú munkák [Fűzy, Halász és társai], és a tanszék ipari feladatok és hallgatói munkák végzésére egyaránt alkalmas saját fejlesztésű programcsomaggal rendelkezik.

Eben az áttekintésben nem térünk ki sem az áramlást leíró egyenletek ismereteseire, sem a megoldás matematikai módszereire, az érdeklődők ezt megtalálják pl. az [Almássy és társai] cikkben. A későbbi összehasonlítás céljából csak annyit jegyzünk meg, hogy az állandósult áramlás algebrai egyenletekkel írható le, az egyenletrendszer iteratív megoldásaként kapjuk meg az áramlás főbb jellemzőit, a csomóponti nyomások és az ágáramok értékét.

E matematikai módszer kipróbált, ellenőrzött, az eredményeket számos esetben mérésekkel összehasonlították [Halász és társai]. Ezért gondos adatelőkészítés és kellő hidraulikai ismeretek birtokában lévő felhasználó esetén a numerikus szimulációval nyert eredmények megbízhatóak.

2) ÁLLANDÓSULT ÁRAMLÁS TÁVFÜTŐHÁLÓZATOKBAN

A távfűtőhálózatok numerikus szimulációja nemcsak az ágáramok és a csomóponti nyomások meghatározását igényli, ha-

nem az ágak elején és végén lévő hőmérséklet is a meghatározandó ismeretlenek között szerepelnek. Az új ismeretlenek meghatározásához a kazánok (hőcserélők) energiaegyensúlyát és a csomópontokban a keveredést leíró egyenleteket is fel kell írunk.

Bár az ivóvízhálózatok modellezéséhez képest az ismeretlenek száma jelentősen nő, a megoldó program struktúrája és a felhasznált matematikai módszerek nem különböznek minőségileg az ivóvízhálózatoknál használt módszerektől.

A HDR Tanszéken saját fejlesztésű program használatával számos hazai nagyváros távfűtőhálózatának ellenőrzése, új hőközpontok telepítésének elemzése, általában hálózatfejlesztés volt lehetséges, a részletekről lásd [Tompa F. és társai] tanulmányát.

3) TRANZIENS FOLYAMATOK SZIMULÁCIÓJA VÍZHÁLÓZATOKBAN

Víz- és csatornaműveknél, távfűtőműveknél az állandósult üzemiállapot számítása és az ezzel kapcsolatos üzemviteli feladatok megoldása napi feladat lehet. Egy esetleges üzemzavar vagy tervezett beavatkozás hatására kialakuló transziens áramlási folyamatok szimulációjának igénye ritkábban jelentkezik. Tipikusan ilyen esemény az áramkimaradás miatti szivattyú kiesés, vagy frekvenciaváltóval történő szivattyúindítás menetrendjének szimulációja.

A transziens áramlás leírására parciális és közösleges differenciálegyenletek és algebrai egyenletek alkalmasak. Ilyen folyamatok numerikus szimulációjához szabadon letölthető programcsomagot nem reklámozunk az interneten, és az esetleg rendelkezésre álló programcsomag használata magasabb szintű matematikai és áramlástan felkészültséget kíván, mint az állandósult állapot szimulációja.

A HDR Tanszékén kifejlesztettünk egy e feladatok megoldására alkalmas programcsomagot. Az üzemvitel során felmerülő problémákra gyakran a rendszert üzemeltető cég munkatársainak és a HDR Tanszék munkatársainak együttműködése eredményezi a megnyugtató megoldást. A cég műszaki-gazdasági érdekeit szem előtt tartva az eredményeket általában nem publikálják.

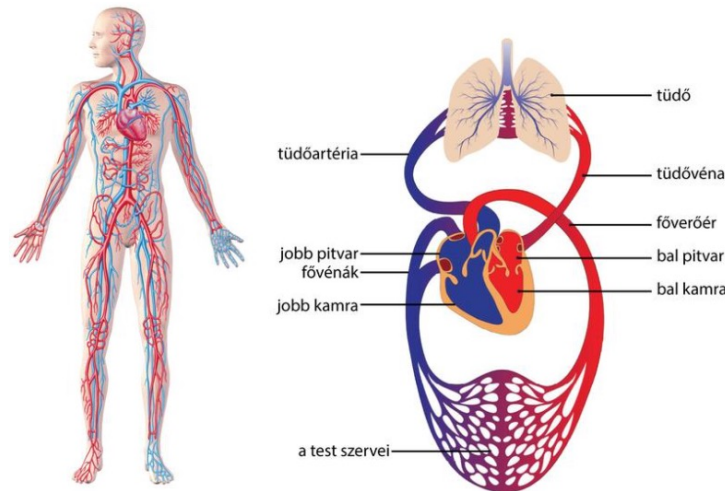
4) VÉR ÁRAMLÁSA AZ ARTÉRIAHÁLÓZATBAN

Talán a víz- és a távfűtőhálózatok üzemeltetésével foglalkozó mérnökök számára nem nyilvánvaló a kapcsolat a vízhálózatban lezajló transziens áramlás és az artériahálózatban kialakuló véráramlás között. Látni fogjuk azonban, hogy a hálózati struktúrában nagyon sok a hasonlóság, a vér nyomása és a sebessége közötti kapcsolat megfogalmazására is részben ugyanazokat az egyenleteket használjuk. Természetesen ezek az egyenletek kiegészülnek az élettani-anatómiai törvényszerűségek matematikai megfogalmazásával.

Az artériás véráramlás numerikus szimulációjával azért érdemes foglalkoznunk, mert tudjuk, hogy Magyarországon a halálesetek 54%-át kardiovaszkuláris (szív- és érrendszeri) betegségek okozzák. Az artériahálózatban kialakuló vérnyomás- és vérsébségtértekek (hemodinamikai paraméterek) numerikus szimulációja azt eredményezi, hogy mérnöki módszerekkel segítjük a kardiovaszkuláris betegségek diagnosztizálását és terápia javítását, röviden a kardiológus és az érsebész munkáját.

4.1. AZ ARTÉRIAHÁLÓZAT

Az 1. ábra kapcsán elevenítsük fel élettani-biológia ismereteinket! Az élő emberi szövetek friss vérrel való ellátását a nagyvér-



1. ábra: Az emberi kis- és nagyvérkör vázlatja, https://www.nkp.hu/tankonyv/biologia_8/lecke_03_017

kör artériahálózata biztosítja. A nagyvérköri vénás hálózat gyűjti össze a szén-dioxidban gazdag vért, amelyet a szív a kisvérkörbe pumpál (tüdőartéria). A tüdőben a vér oxigénben dúsul, és a tüdővénán keresztül kerül a friss vér ismét a nagyvérkör artériahálózatába. Az artériás és vénás hálózatrészek között a mikrocirkuláció teremt kapcsolatot.

A nagyvérkör „nagynyomású” része az artériás rész, az 1. ábra vázlatán a jobboldali alsó piros ív. A kardiovaszkuláris megbetegedések (pl. magas vérnyomás, érszűkület, érelmeszesedés stb.) a nagyvérkör artériás részének betegségei, ezért ezzel a részhálózattal foglalkozunk a továbbiakban.

Az 1. ábra bal oldali képe alapján egyszerű vázlatot készíthetünk a nagyvérkör artériahálózatáról (lásd: 2. ábra). Az artériahálózat felépítését tekintve „hasonló” a vízhálózathoz: érszakaszok (ágak) érelágazásokban (csomópontokban) kapcsolódnak egymáshoz.

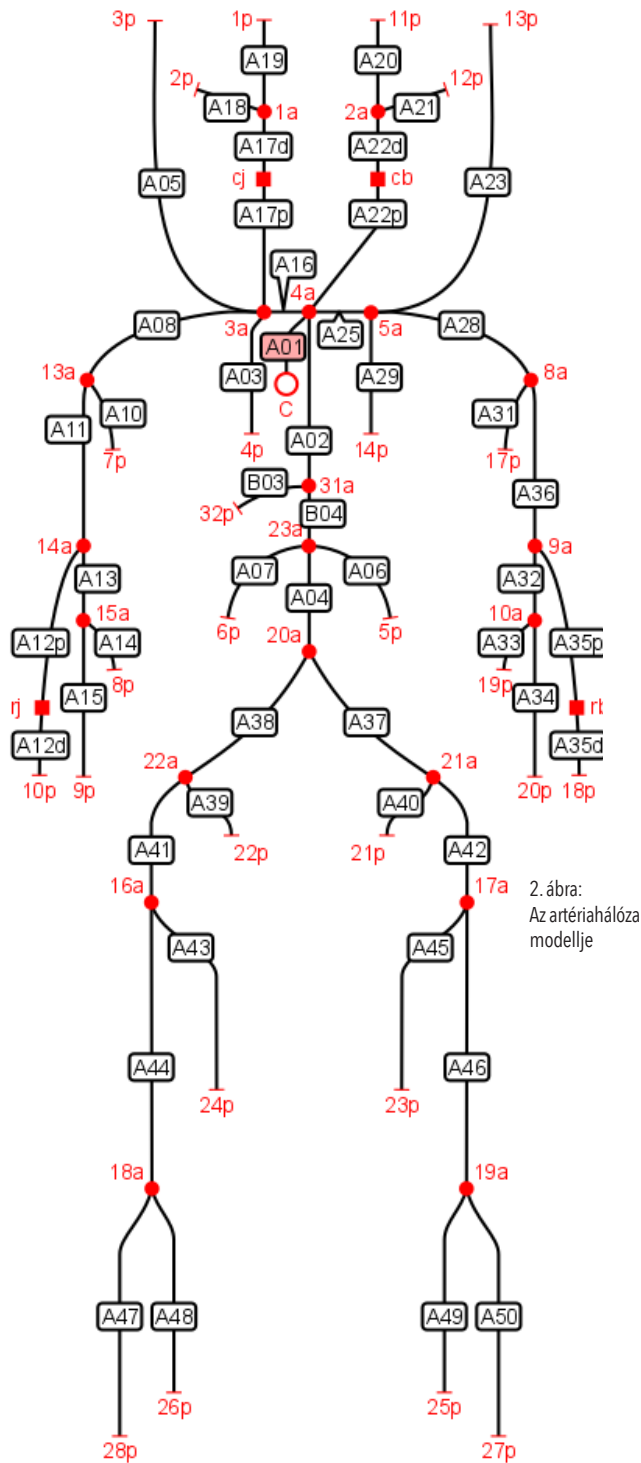
Az artériás hálózat strukturális szempontból szinte teljesen fastruktúra, ez azt jelenti, hogy végtagjainkhoz, belső szerveinkhez csak egy úton jut el a friss vér, az artériás hálózatban nincs (illetve alig van) hurok. A hálózat „kezdőpontja” a szív, a végpontok a „perifériák”, itt az artériahálózat mikrocirkulációban folytatódik és kapcsolódik a vénás rendszerhez.

4.2. AZ ARTÉRIÁS VÉRÁRAMLÁS

Az artériás hálózatrészekben a szív pumpafunkciója tart fen (kvázi) periodikus áramlást. A véráramlás kialakulásában nagy szerepe van a könnyen deformálódó érfalaknak, ezért az áramlást leíró egyenletekkel együtt az érfal deformációját leíró egyenleteket is számításba kell vennünk.

A „klasszikus” vezetékanyagokra (fém-, beton-, KPE stb.) jellemző, hogy a hálózati nyomásváltozás hatására a Hooke-törvény szerint deformálódnak: a rugalmassági határon belül a deformáció arányos csőfalban ébredő feszültséggel, ez a deformáció a csőfal rugalmassági modulusával jellemezhető.

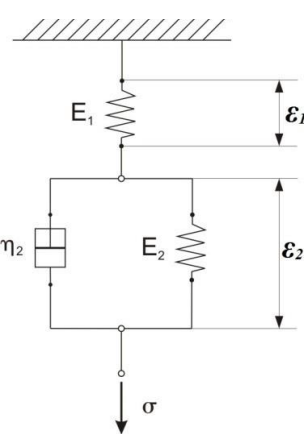
Ezzel szemben az élő érfal deformációja viszkoelasztikus, azaz a deformáció nemcsak a belső nyomástól, hanem az időtől is függ (a nyomásdeformáció grafikon „hiszteré-



2. ábra: Az artériahálóza modellje

zist” mutat, lásd [Kullmann és társai]. Az ilyen típusú anyagok feszültségdeformáció kapcsolatát az ún. Stuart-moddal tudjuk közelíteni, a modell kapcsolási vázlatát mutatjuk a 3. ábrán. Tovább nehezíti a helyzetet, hogy az E_1 és E_2 rugalmassági modulusok sem állandók, hanem a deformáció értékétől is függenek.

A véráramlás leírására az 1D Euler-egyenletet használjuk [Gruber], amelyet az anyagmegmaradás (kontinuitás) egyenlettel és az érfal deformációját leíró egyenletekkel együtt kell megoldanunk. Ez az egyenletrendszer tartalmaz parciális és közönséges differenciálegyenletet és algebrai egyenletet is.

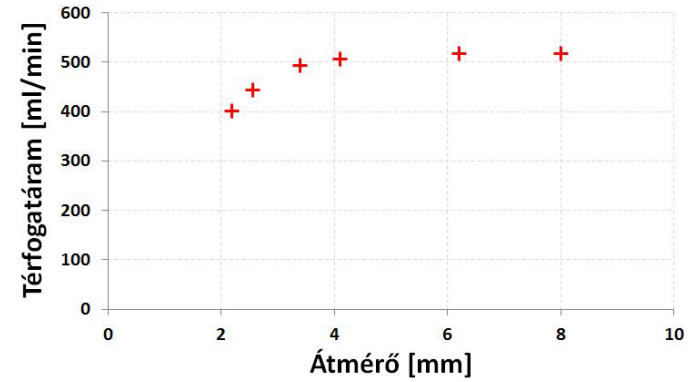


3. ábra: Viszkoelasztikus érfal Stuart-modellje (Jelölések: E_1, E_2 rugalmassági modulus; ϵ_1, ϵ_2 fajlagos deformáció; η_2 kinematikai viszkozitási tényező, σ feszültség)

4.3 ÉRSZŰKÜLET HATÁSA AZ ARTÉRIÁS VÉRÁRAMLÁSRA

Az artériás véráramlás numerikus megoldása alkalmas arra, hogy segítségével különböző kardiovaszkuláris megbetegedéseket, például érszűkületet (stenosis) modellezzünk. Vizsgáljuk meg a 2. ábrán az A38 jelű ág (arteria iliaca externa dextra) beszűkülését. Az egészséges (8 mm) érátmérből kiindulva fokozatosan csökkentjük a szűkület átmérőjét 2,2 mm-ig. Néhány számítást végrehajtva megfigyelhetjük, hogy egy ér fokozatos elzáródása milyen hatással van a jobb láb vérellátására.

A 4. ábrán mutatjuk be a számítások végeredményét: a szűkület csökkenő átmérőjének függvényében ábrázoltuk a jobb lábba jutó véráram mennyiségét. Azt látjuk, hogy kb. 4 mm átmérőig nem tapasztalható érdemi változás a véráramban. Csak ha az eredeti átmérő felénél kisebbre csökken a szűkület átmérője, akkor tapasztalható a véráram csökkenése. Ez az eredmény összhangban van az orvosi tapasztalatokkal.



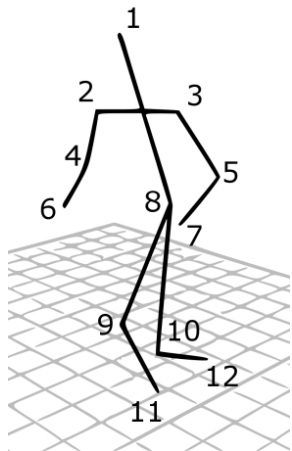
4. ábra: Az A38-as ágon áthaladó térfogatáram a szűkület átmérőjének függvényében

4.4. A TESTMOZGÁS HATÁSA AZ ARTÉRIÁS VÉRÁRAMLÁSRA

Tudjuk, tapasztaljuk, hogy a testmozgás hatást gyakorol az artériás véráramlásra. Egyrészt a testmozgás közben megnövekszik a pulzusszám (a szívperiodusok percenkénti száma), másrészt az egyes testrészek (karok, lábak stb.) periodikus lengőmozgása intenzívebb véráramlást idézhet elő a végtagokban. A véráramlás numerikus szimulációja lehetővé teszi, hogy az eredményben megmutassuk a pulzusszám és a mechanikai mozgás hatását. A részletes eredmények megtalálhatók [Szabó V.] tanulmányában.

Egy futópádon futó önkéntest felszereltünk biomarkerekkel, amelyek segítségével a test jelölt pontjainak (lásd: 5. ábra) időbeli helyzetét tudtuk mintavételezni. Ebből a pozícióból sebességet és gyorsulást tudtunk számolni, és a mozgó testrészekhez kötött mozgó koordinátarendszeren felírt mozgásegyenletben figyelembe tudtuk venni ezeket a térerőket. Futás előtt és közvetlenül a futás után pulzusszámot mértünk.

Egy részletet mutatunk az eredményekből: futás előtt (nyugalomban) a páciens vérnyomás 148/105 mmHg (szisztolé/diasztolé), a pulzusszám 82/min volt. A 12 km/h sebességű futás alatt a pulzusszám 150/min értékre emelkedett. Ha csak a pulzusszám növekedésének hatását vizsgáljuk (a karok és lábak mozgását nem), akkor a 6. ábra pontozott grafikóját kapjuk (a testrészek állnak), 255/225 mmHg értékre növekedett a vérnyomás. Ha figyelembe vesszük a karok és lábak mozgását is, akkor a 6. ábra folytonos vonala az eredmény, 275/225 mm szisztolé/diasztolé értékekkel.

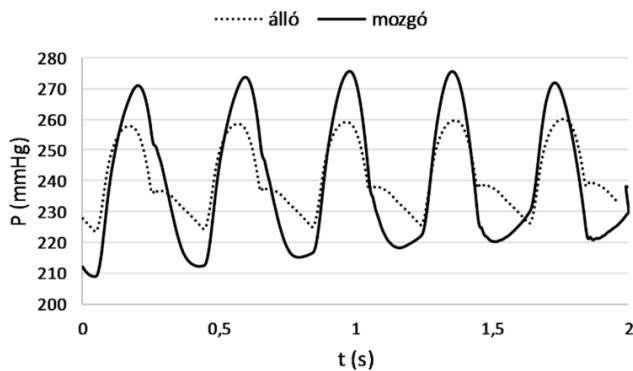


5. ábra: Biomarkerek elhelyezése futó embereken

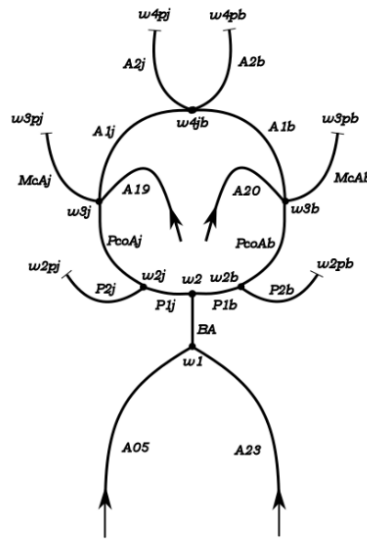
4.5 AZ AGY VÉRELLÁTÁSA

A 2. ábrán mutatott artériagráfot kiegészíthetjük az agy vérellátását biztosító érszakaszokkal. A 7. ábrán mutatott hurok, az ún. Willis-kör az A19 és A20 jelű ágakon (arteria carotis) és az A05 és A23 jelű ágakon (arteria vertebralis) keresztül kapcsolódik a 2. ábra hálózatához. A Willis-körből kiágazó artériaszakaszokon keresztül kapnak vért az agy különböző területei.

Gyakran előfordul, hogy az A19 vagy az A20 jelű ágakon az évek során szűkület alakul ki, és a beszűkült érkeresztmetszeten



6. ábra: 12 km/h sebességű futás alatt kialakuló vérnyomás-lefutás



7. ábra: Willis körmodellje

mogassuk az érsebész döntését arról, hogy a műtét milyen formában végezhető el.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az „Áramlás hálózatokban” címszó mögött általában víz- és csatornahálózatok vagy távfűtőművek állandósult üzemeről szoktunk beszélni. Ritkábban kerül szóba e hálózatokban kialakuló transziens folyamatok kezelése.

Kilépve a tradicionális mérnöki keretekből, megmutattuk, hogy az artériás véráramlás sok részlete ugyanazokkal a matematikai eszközökkel írható le, mint a vízhálózatok transziens jelenségei. Az artériás véráramlás szimulációjának eredményei akkor lesznek „életszerűek”, ha az anatómia és az élettan törvényszerűségeit is matematikai formába öntjük és beépítjük egyenleteink közé. A nyert eredményeket mindig összevetjük az orvos kollégák által mért eredményekkel. Nem feledhetjük, hogy az élő szervezet mindig egyedi, és eredményeink soha nem olyan determinisztikusak, mint amilyeneket az élettelen folyamatok leírásából kaphatunk. Mindezek ellenére mérnök-orvos együttműködése – például a véráramlás terén – hozzájárul az orvos munkájának sikeréhez, és az újszerű kérdésseltevések segítségével a mérnöki terület fejlődéséhez is.

keresztül nem jut elég vér az agyba. Ezt szűkületet operálni szokták, és a műtét alatt álló ágat ki kell zárni a cirkulációból. Így a műtét ideje alatt természetellenesen aszimmetrikussá válik a Willis-kör vérellátása.

A Willis-körrel kiegészített artériahálózat lehetőséget ad arra, hogy szimuláljuk az aszimmetrikus műtéti állapotot, felügyeljük az egyes agyi ágakban folyó véráramokat, és támogatjuk az érsebész döntését arról, hogy a műtét milyen formában végezhető el.

FELHASZNÁLT IRODALOM

Allievi L.: *Teoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione (colpo d'areite)*. (General theory of the variable motion of water in pressure conduits.), *Annali della Società degli Ingegneri Italiani*, 17 (5), pp. 285-325, Milan, Italy.

Almássy B.: *Csőhálózatok számítása elektronikus számítógépen*. Doktori disszertáció, BME, 1966

Almássy, B., Budavári, S., Vajna Z.: *Economically Computerized Calculations for Large-Size Looped Pipe-Networks*. *Acta Technica*, Budapest, pp. 153-168, 1981

Bárdossy G. and Halász G.: “Modeling blood flow in the arterial system,” 91. *Period. Polytech. Mech. Eng.*, vol. 55, no. 1, p. 49, May 2011

Bárdossy G. and Halász G.: “A ‘backward’ calculation method for the estimation of central aortic pressure wave in a 1D arterial model network,” *Comput. Fluids*, vol. 73, pp. 134-144, Mar. 2013

Boros Á., Bárdossy G., Halász G.: *Measuring the Deformation of a Viscoelastic Tube Using an Optical Method*. *Gépészet*, 2010: *Proceedings of the 7th Conference on Mechanical Engineering*. Budapest, Magyarország, 2010.05.25. – 2010.05.26., pp. 209-216, 2010

Cross H.: *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*. Bull. No. 286. Urbana Ill., 1936. *Univ. of Illinois Eng.*

Daugherty, Franzini, Finnemore: *Fluid Mechanics With Engineering Applications*. McGraw-Hill Book Co., 1989

Fűzy O.: *Áramlástechnikai gépek és rendszerek*. Tankönyvkiadó, 1991

Gruber J., Blahó M.: *Folyadékok mechanikája*. Tankönyvkiadó, 1971

Halász G. (szerk.): *Modellezés a biomechanikában*. Műegyetemi Kiadó, 2007

Halász G., Kristóf G., Kullmann L.: *Áramlás csőhálózatokban*. Egyetemi tankönyv, Műegyetemi Kiadó, 2002

https://www.nkp.hu/tankonyv/biologia_8/lecke_03_017

Kis és nagyvérkör

Kullmann L., Till S., Hegedűs F.: *Érfalmodellek összehasonlítása az artériás véráramlás szimulációjához*. *Budamed '05 Konferencia Orvosbiológiai és Klinikai Mérnököknek*. Budapest, 2005. okt. 13.

Rossmann L.: “EPANET 2: users manual,” *Cincinnati US Environmental Protection Agency National Risk Management Research Laboratory*, vol. 38, no. September, p. 200, 2000

Tompa F., Halász G., Hegedűs F., Bárdossy G., Pandula Z.: *Computation of a District-Heating Network*. *Proceedings of Sixth Conference on Mechanical Engineering*. Budapest, Magyarország, 2008.05.29. – 2008.05.30., pp. 769-773, Paper G-2008-E-09, 2008