

# Mi a joint inverzió?

GYULAI Á., BARACZA M. K.

Miskolci Egyetem, Geofizikai Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros  
E-mail: gfyulai@uni-miskolc.hu, baracza@uni-miskolc.hu

A publikáció rövid áttekintést ad a joint inverzió alkalmazásáról a geofizikában. A joint inverzió a komplex interpretáció továbbfejlesztéséből ered. Az inverziós módszerek fejlődésével a kutatók olyan algoritmusokat és számítógépi megoldásokat fejlesztettek ki, amelyekkel a különböző adatrendszerek szimultán inverzióját valósítják meg. A publikáció bemutatja, hogy többféle értelmezése lehet annak, hogy mit tekinthetünk különböző adatrendszernek, és ebből eredően mit tekinthetünk joint inverzióknak. Az elnevezés használatáról a mai napig sem alakult ki egységes állásfoglalás. Az információs mátrixra alapozva választ adunk arra, hogy mit érthetünk a „various types of datasets are inverted simultaneously” megfogalmazás alatt. Ezáltal tágitjuk a nem kevés kutató által vallott értelmezést, mely szerint csak az eltérő fizikai paramétereken alapuló adatrendszerek szimultán inverzióját tekinthetjük joint inverzióknak.

## Gyulai, Á., Baracza, M. K.: What is joint inversion?

The paper presents a short overview about the application of joint inversion in geophysics and introduces that there are various explanations for the term ‘different data system’ and what could be regarded as different data systems, hence what can be considered as ‘joint inversion’. Nowadays there are no standard standpoints using the appellation joint inversion. What is joint inversion? The joint inversion method originates from the further development of complex interpretation. Based on the information matrix, an answer could be given for this question what could be regarded as various types of data sets that are inverted simultaneously. We would like to expand the explanation – that is professed by many researchers – of the method that regards only the simultaneous inversion of data systems based on different physical parameters as a joint inversion.

*Beérkezett:* 2012. október 15.; *elfogadva:* 2013. február 27.

## Bevezetés

A geofizikában alkalmazott komplex interpretációnak egyenes következménye volt az inverziós módszerek fejlődésével és bevezetésével a joint inverzió. A joint inverzió első alkalmazása és megfogalmazása Vozoff és Jupp (1975) cikkében szerepel: „inverting several different kind of geophysical measurements”. A közleményben egyenáramú fajlagosellenállás- és magnetotellurikus mérésekben kapott adatok együttes inverzióját valósították meg a szerzők. Az általuk kidolgozott módszert tekinthetjük a joint inverziós módszerek alapjának. Mint első kutatói és publikálói a joint inverzióknak, az elektromos vezetőképességen alapuló különböző mérési adatok joint inverzióját valósították meg.

Feltehetjük a kérdést, hogy azért tekintjük-e a két adatrendszert különbözőnek, mert az egyiket egyenáramú, a másikat pedig elektromágneses módszerrel nyertük, vagy azért, mert ennek mélyebb fizikai tartalma az adatok által a szerkezetéről hordozott információ különbségében van? Talán nem is olyan nehéz ezt a kérdést megválaszolni.

A szakirodalomban a szerzők a *joint inverzió* kifejezést leggyakrabban a különböző fizikai alapelveken nyugvó mérési adatok inverziójára alkalmazzák, amely a legtöbb esetben a szeizmikus és geoelektromos adatok joint inverzióját jelenti a felszínközeli kutatásoknál. Azért, hogy megkülönböztessék az egyes adatkombinációkra alapozott inverziókat, kísérleteztek kooperatív inverzió, szimultán inverzió, kombinált inverzió és további inverziós elnevezések beve-

zetésével. Azonban általános elnevezésként a legtöbb kutató megmaradt a joint inverzió kifejezés mellett a „various types of datasets are inverted simultaneously” értelemezésben. A komplex geofizikai kutatások a legtöbb esetben fizikailag különböző módszerek alkalmazását is jelentik, ezért leggyakrabban ezek az inverziós módszerek szerepelnek joint inverzióként.

### A joint inverzió módszere

A (Dobróka et al. 1991) alapján tekintsük át a joint inverzió sémáját! Ebben a példában többféle föld alatti elektromos szondázás és föld alatti VSP (*Vertical Seismic Profiling*) mérés joint inverzióját láthatjuk.

A szeizmikus rétegparaméter-vektor

$$\mathbf{X}_S = \{H_2, H_3, H_4, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}^T, \quad (1)$$

$$Y(\mathbf{X}, S_i)^{\text{calc}}, Y^{\text{obs}} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta t(X_S, z_i), \Delta t_i & i = 1, \dots, N_1 \\ \rho_a^{(\text{roof})}(X_e, r_i), \rho_{ai}^{(\text{roof})} & i = N_1 + 1, \dots, n_2 \\ \rho_a^{(\text{floor})}(X_e, r_i), \rho_{ai}^{(\text{floor})} & i = n_2 + 1, \dots, n_3 \\ R_a^{(\text{seam})}(X_e, r_i), R_{ai}^{(\text{seam})} & i = n_3 + 1, \dots, N \end{cases}, \quad (5)$$

ahol  $n_2 = N_1 + N_2$ ,  $n_3 = n_2 + N_3$ ,  $N = n_3 + N_4$  és  $N_1, N_2, N_3, N_4$  az összes száma a szeizmikus, a fedő-, fekü- és telepszondázási adatoknak. A fedő- és feküszondázás más-más réteghatáron mért szondázásokat jelentenek a felszíni mérésekhez hasonló elrendezéssel. A telepszondázás bányavágatokban mért vertikális dipól elrendezéssel mért szondázást jelent.

A legkisebb négyzetek módszerén alapuló linearizált inverzió alapegyenlete:

$$G^T \mathbf{G} \mathbf{p} = G^T \mathbf{y}, \quad (6)$$

ahol  $\mathbf{p}$  a normált paramétervektor ( $p_j = \delta X_j / X_j$ ),  $\mathbf{y}$  pedig a normált adatvektor ( $y_i = (Y_i^{\text{obs}} - Y_i^{\text{calc}}) / Y_i^{\text{calc}}$ ).

$$G_{kj} = \frac{P_j^{(0)}}{Y_k^{\text{calc}}} \left( \frac{\partial Y_k^{\text{calc}}}{\partial P_j} \right)_{P=P^{(0)}}, \quad (7)$$

ahol  $G_{kj}$  a paraméterérzékenységeket jelentik (Gyulai, Ormos 1999).

A (6)–(7) egyenletek jelöléseit alkalmazva a Fisher-féle információs mátrix (Salát et al. 1982):

$$\mathbf{I} = (1/\sigma^2) G^T G, \quad (8)$$

ahol  $\sigma^2$  a geofizikai adatok hibája (szórása). Az információs mátrix annak a lehetőségét kínálja, hogy mint a szerkezet paramétereire vonatkozó információ – amely információt a különböző geofizikai adatok tartalmazzák – alapja legyen a „various types of datasets” megállapításának. Ezzel az adatrendszerek különbözőségét olyan fizikai tartalomhoz kapcsoljuk, amely lényegesen befolyásolja az inverzió eredményét, és megmagyarázza a joint inverzió értelmét is.

ahol  $H$  a rétegvastagságokat,  $V$  pedig a szeizmikus terjedési sebességeket jelenti.

Az elektromos rétegparaméter-vektor

$$\mathbf{X}_e = \{H_2, H_3, H_4, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5\}^T, \quad (2)$$

ahol  $H$  a rétegvastagságokat,  $\rho$  pedig a fajlagos ellenállásokat jelenti. Az együttes paramétervektor pedig az  $\mathbf{X}_S$  és  $\mathbf{X}_e$  vektor kombinációja:

$$\mathbf{X} = \{H_2, H_3, H_4, V_1, \dots, V_5, \rho_1, \dots, \rho_5\}^T. \quad (3)$$

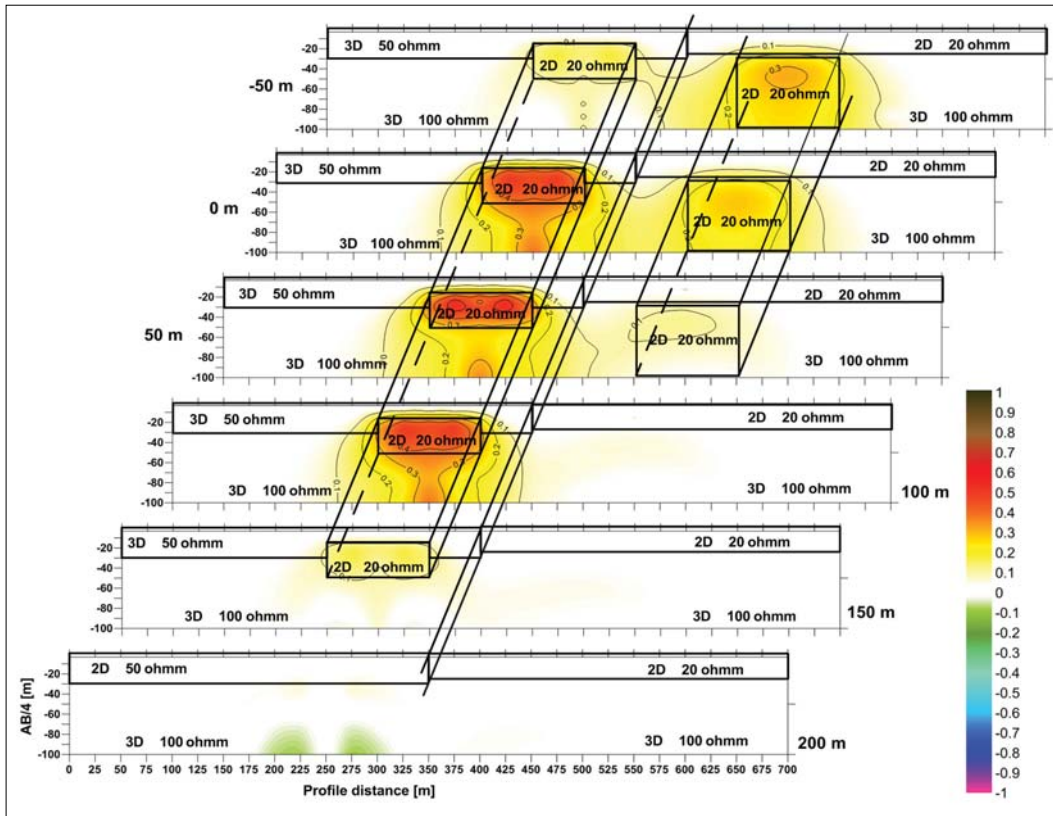
A direkt feladat

$$Y_i^{\text{calc}} = Y(\mathbf{X}, S_i), \quad (4)$$

ahol  $S = z$  a szeizmikus esetben, és  $S = r$  az elektromos esetben. A nemlineáris függvények együttesének megoldásával adódik a joint inverzió:

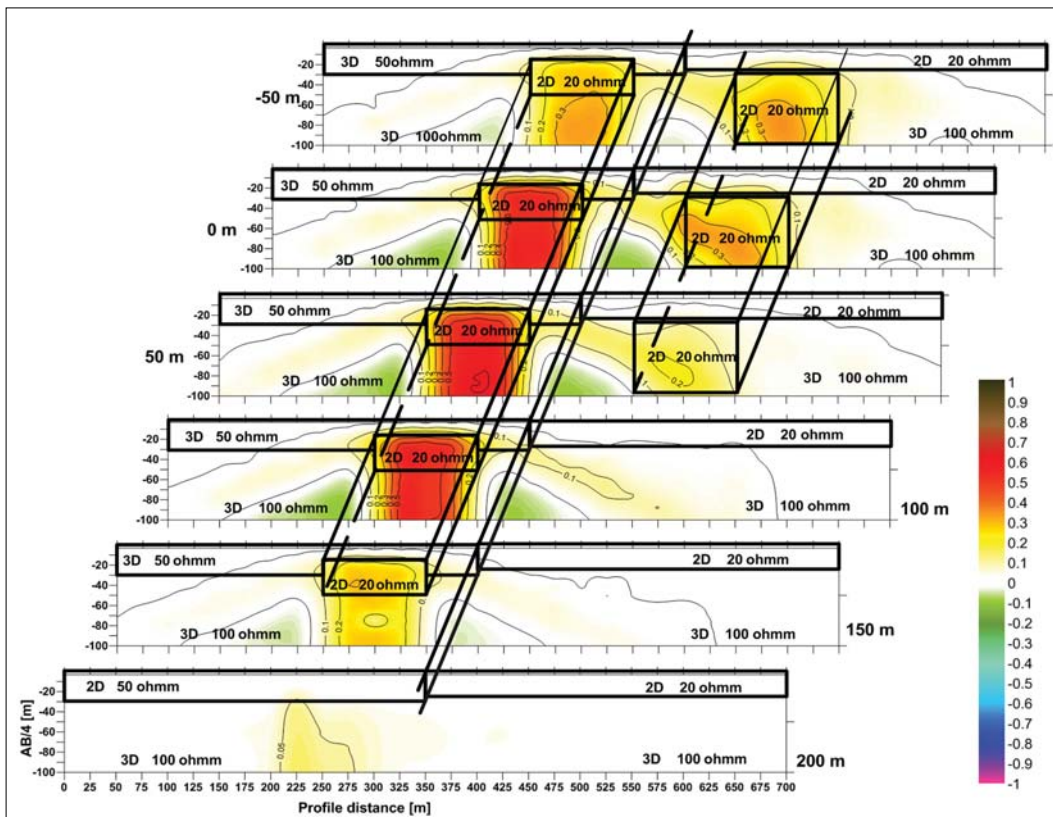
A (3) egyenletben látható, hogy a joint inverzió paramétervektorában a közös elemeket a rétegvastagságok jelentik. Az (5) egyenlet szerint egy szeizmikus adatrendszer és háromféle elektromos adatrendszer joint inverzióját valósítjuk meg. A joint inverzióban a fedő- és a feküszondázás azonos mérési elrendezéssel, de különböző réteghatárokon mért szondázásokat jelent. A paraméterérzékenységek különbözősége miatt a két szondázás különböző mérési adatrendszereket szolgáltat. Szimultán inverziójuk önmagában is joint inverzió lenne. A joint inverzióban még további elektromos adatrendszer is részt vesz, amelyet más mérési elrendezésben mértünk. A teljes joint inverzióban még egy szeizmikus adatrendszer is kapcsolódik az előbbi adatokhoz. A joint inverzióban tehát háromféle módon is különbözik az adatrendszer. Mérési elrendezésben, mérési szintben és fizikailag más adatrendszerek szimultán szerepelnek az inverzióban, tehát többszörös joint inverziót valósítunk meg. Tethetnénk kísérletet a két szintben mért elektromos adatrendszer, a vertikális dipól mérési elrendezéssel mért elektromos adatrendszer és a más fizikai alapelven működő szeizmikus adatrendszer joint inverziójának speciális elnevezésére, ami elég nehézkes lenne.

A geofizikai kutatásoknál gyakori, hogy egyetlen állomáshoz több mérési adat kapcsolódik. Ilyenek például a VESZ adatok és magnetotellurikus szondázások. Azonos állomáson a kétféle szondázás adatainak szimultán inverziója a különböző paraméterérzékenységek (mérési adatok) miatt joint inverziót jelent. Nem jelent viszont joint inverziót, ha az adatokat a szokásos mintavételezéshez képest besűrítve meg többszörözzük. Egyedi inverzióknak számít a



1. ábra | 3D modell paraméterérzékenysége Schlumberger-VESZ csapásirányban

Figure 1 | 3D parameter sensitivities of VES data measured in Schlumberger array in dip direction



2. ábra | 3D modell paraméterérzékenysége Schlumberger-VESZ dőlésirányban

Figure 2 | 3D parameter sensitivities of VES data measured in Schlumberger array in strike direction

dőlés- és csapásirányú VESZ mérések átlagának inverziója. Érdemes megjegyezni, hogy bonyolult szerkezetek (2D és 3D) esetén a mérési elrendezés szimmetrizálása információ veszteséget jelenthet attól függően, hogy az inverzióban alkalmazunk-e közelítést a modell dimenziójában, vagy sem.

A dőlés- és csapásirányú mérések joint inverziójának előnye 2D vagy 3D szerkezetek esetén van. Ilyen szerkezeteknél jelentősen eltér a dőlés- és csapásirányú mérések információ tartalma, amint azt az 1. és 2. ábra mutatja. Az ábrákon 2D és 3D elemekből felépített bonyolult modell RO3 fajlagos ellenállás paraméterérzékenység-eloszlása látható gradiens (Schlumberger-) VESZ mérésekre számítva. A szintetikus adatokat (Spitzer 1995) programjával számítottuk. A paraméterérzékenységek szelvény menti és térbeli eltérése utal arra az előnyre, amelyet az összes adat szimultán interpretációja, a joint inverzió jelenthet. Érdemes tehát alkalmazni a szelvény menti és/vagy az egész terület mérési adatainak olyan joint inverziójára, amelyet sorfejtéses inverzióval javaslunk megvalósítani.

Anizotróp struktúráknál is eltérő adatokat eredményeznek a különböző irányú mérések. A mérési irány különbözőségéből származó adatok szimultán inverzióra adnak lehetőséget. Nevezük az előbbi különbözőségekből adódó adatok szimultán inverzióját is joint inverzióknak!

Egy másik eset az egyenáramú gyakorlatban a különböző mérési elrendezésekkel – potenciál-, pól–pól, gradiens (Schlumberger-), dipól–dipól elrendezésekkel – mért adatok szimultán inverziója. Ez különösen eredményes lehet a különböző paraméter érzékenységek miatt a 2D és 3D struktúrák esetében. Nevezük ezt is joint inverzióknak!

A föld alatti mérések estén, amelyeknél „ $x$  és  $y$  szerinti deriváltak” vagy potenciálok mellett lehetőség van  $z$  szerinti deriváltak mérésére, akár különböző mélységszintekben (a korábbi bányabeli méréseinket több szintben mért és több mérési elrendezésben mért adatokra alapozzuk). Ez egy újabb „various types of datasets” eset, tehát a szimultán kiértékelés ebben az esetben is joint inverzió.

Két-három évtizede a geoelektromos kutatásoknál gyakran alkalmazták, hogy valamely mérési elrendezés adatait transzformálták egy másik mérési elrendezés adataivá (Dasgupta 1984, Kumar, Das 1978), amelyeknek nagyobb volt a paraméterérzékenysége. Az ilyen transzformált adatrendszerek inverziója azonban azt mutatja, hogy azok nem különböznek az eredeti adatrendszer inverziójától. Ennek az az oka, hogy a transzformáció a zajokra is érvényes (magnóveli azokat), azaz a transzformáció nem növeli meg a mérési adatok információtartalmát. Ezért az eredeti és a transzformált adatok szimultán inverziója nem joint inverzió.

Viszont joint inverzió a több szintben mért, vagy gravitációs, vagy csak mágneses mérési adatok inverziója (Li, Oldenburg 2000). A más mérési szintekre transzformált adatrendszer és az eredeti adatrendszer szimultán inverziója ebben az esetben sem tekinthető joint inverzióknak, csak ha valóban más szintekben történtek a mérések.

Kérdéses azonban, hogy az egymáshoz nagyon hasonló méréstípusok adatainak joint inverziója milyen javulást

eredményez a paraméterbecslésben, ill. a kovarianciamátrixban. Ezt a zajok mellett a paraméterérzékenységek erősen befolyásolják, beleértve ebbe a paraméterérzékenységek közötti korrelációt, amelyből következik az inverzió egyik nagy problémája, a paraméterek közötti korreláció. Általánosan azt mondhatjuk, hogy minél bonyolultabb a modell, annál inkább szükség van joint inverzió alkalmazására. A kísérleteink szerint 1D modelleknél is jelentős javulást ad a jól megválasztott joint inverzió. A mérési módszerek jó megválasztásának alapját a paraméterérzékenységi és zajvizsgálatok jelentik.

Az állomásonkénti inverzióknál bonyolultabb az egyes szelvények (Gyulai, Ormos 1999, Gyulai et al. 2010) vagy az egész területre kiterjesztve több szelvény (Dobróka, Völgyesi 2008) szimultán inverziója sorfejtéses inverziós módszerrel. Az inverzióban minden egyes VESZ állomás minden egyes adata részt vesz (szimultán) minden egyes együttható meghatározásában, ezáltal a paraméterek becslésében, mivel az együtthatók alapján számítjuk a szerkezet paramétereit. A sorfejtéses inverzió a struktúra meghatározására olyan térbeli adatok szimultán inverzióját jelentik, ahol az állomásokhoz tartozó adatokra nézve eltérőek a paraméterérzékenységek. Ez az általunk javasolt értelmezés szerint joint inverziót jelent. A szelvények mentén különféle fizikai módszerek szimultán inverziója további joint inverziót jelent (Kis 1998, Kis 2002), amelybe beleértjük a különböző irányokban (Ormos et al. 2008), különböző mérési elrendezésekben, különböző mérési szintekben, különböző geofizikai paraméterekre alapozva (Gyulai et al. 2000) mért adatok szimultán inverzióját.

A sorfejtéses inverzióknak még egy további előnye, hogy lehetőséget ad a joint inverzióra nem releváns határfelületek esetén is. A joint inverzió feltétele, hogy a modellek valamely paraméterükben (általában a rétegvastagságok) megegyezzenek. Ha nincs közös modellparaméter, nem lehetséges a joint inverzió. A nem releváns határfelületek korlátozzák a joint inverzió alkalmazásának lehetőségét.

A sorfejtéses módszernél az inverzió ismeretlenjei az együtthatók. Tehát a joint inverzióhoz a megegyezésnek az együtthatókra vonatkozóan kell teljesülnie. Azonban a joint inverzió többréteges modelleknél akkor is megvalósítható, ha nem minden rétegvastagság felel meg kölcsönösen egymásnak. Ugyanúgy teljesül a joint inverzió feltétele néhány közös együttható megegyezése esetén is. Ilyen lehet például határfelületek párhuzamos eltolódása, amely a konstans együttható eltéréssel leírható, miközben az összes többi együttható kölcsönösen megfelel egymásnak. Ez ebben az esetben is „erős joint inverzió”-ra adódik lehetőség. Néhány közös együttható gyakran az eltérő fizikai paraméterekre is felírható, ami az inverzió eredményét tovább erősítheti, azaz javíthatja. A sorfejtéses inverzióban rejlő ilyen lehetőségét a bochumi *Near Surface* konferencián mutatták be Gyulai és munkatársai (2000), majd publikálták az eredményeket (Gyulai, Ormos 2004).

Érdemes még megemlíteni a környezetgeofizikában gyakori monitoringvizsgálatokat, amelyeknél a szerkezet egyes paramétereinek időtől való függését vizsgálják. Az időben

változó mérési adatok ugyancsak alapjai lehetnek egy új típusú joint inverzióknak.

Térjünk vissza arra a problémára, hogy mit érthetünk a „various types of datasets are inverted simultaneously” megfogalmazás alatt. Erre egy – a korábbiaknál általánosabb – választ az információs mátrix alapján adhatunk, mely szerint azokat a méréseket nevezhetjük eltérőnek, amelyek adataira eltérő a Fisher-féle információs mátrix. A joint inverzióra kidolgozott új automatikus súlyozási módszerrel (Drahos 2008) egyesíthetők olyan adatrendszerek, amelyek hibái (zaj) nagymértékben eltérnek egymástól. Ezzel a módszerrel erősen zajos adatrendszer hozzáadása nem ronthatja az inverzió eredményét, legfeljebb nem vagy csak kis mértékben javítja azt. A joint inverziót ezen az alapon minden eddiginél szélesebben értelmezhetjük. Az adatok egyesítésének akkor van igazi értelme joint inverzióban, ha növekszik a szerkezetre vonatkozó információ és ezáltal javul a paraméterbecslés pontossága.

## Összegzés

A kutatások széles köre azt mutatja (Breitzke et al. 1987, Dobróka et al. 1991, Dobróka et al. 2009, Dell’Aversana et al. 2000, Doetsch et al. 2010, Gallardo et al. 2003, Gallardo, Meju 2004, Haber, Oldenburg 1997, Hering et al. 1995, Jegen et al. 2009, Li, Oldenburg 2000, Linde et al. 2008, Margrave et al. 2001, Misiek et al. 1997, Sharma, Verma 2011, Szabó 2004, Vozoff, Jupp 1975), hogy a joint inverzió alkalmazására a geofizika számos területén van törekvés. Ezzel a módszerrel ugyanis jelentősen lehet növelni a geofizikai kiértékelések pontosságát.

Nem tarjuk fontos elvi kérdésnek, hogy a joint inverzió belül a különböző adatok szimultán inverziójára vonatkozó módszerek „various types of datasets are inverted simultaneously” alapon kapnak-e külön-külön elnevezéseket. Úgy véljük az a helyes, ha ennek kialakulását a gyakorlatra bizzuk. Az eddigiek azonban azt mutatják, hogy egységes nevezérendszer nehezen alakul ki, és jelentős különbségek vannak az elnevezések használatában. Gyakori, hogy még a joint inverzió fogalmát is leszűkítik csak a különböző fizikai elven alapuló szimultán inverziójára. Mindezeknél fontosabbnak tartjuk a joint inverzió szélesebb körű alkalmazását, lehetőleg fizikai alapokon nyugvó számszerűsített, a becslés pontosságára vonatkozó minősítéssel együtt. Különösen is fontosnak tekintjük ezt a környezetgeofizikában. Ebben látjuk a geofizikai kutatások egyre szélesebb alkalmazásának lehetőségét.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatómunka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 eredményeire alapozva a TÁMOP-4.2.2.A-11/1/KONV-2012-0049 jelű projekt részeként, az Új Széchenyi Terv keretében az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

## A tanulmány szerzői

Gyulai Ákos, Baracza Mátyás Krisztián

## Hivatkozások

- Breitzke M., Dresen L., Csókás J., Gyulai Á., Ormos, T., 1987: Parameter estimation and fault detection by three-component seismic and geoelectrical surveys in a coal mine. *Geophysical Prospecting* 35, 832–863
- Dasgupta S. P., 1984: A note on the conversion of dc-dipole sounding curves to Schlumberger curves. *Geoexploration* 22, 43–45
- Dell’Aversana P., 2007: Joint inversion of Seismic, Gravity and Magnetotelluric Data Combined with Depth Seismic Imaging. EGM 2007 International Workshop, Capri, Italy, 15–18 April, 2007
- Dobróka M., Szabó N. P., Cardarelli E., Vas P., 2009: 2D inversion of borehole logging data for simultaneous determination of rock interfaces and petrophysical parameters. *Acta Geodetica et Geophysica Hungarica* 44, 459–482
- Dobróka M., Gyulai Á., Ormos T., Csókás J., Dresen L., 1991: Joint inversion of seismic and geoelectric data recorded in an underground coal mine. *Geophysical Prospecting* 39, 643–655
- Dobróka M., Völgyesi L., 2008: Inversion reconstruction of gravity potential based on gravity gradients. *Mathematical Geosciences* 40/3, 299–311
- Doetsch J., Linde N., Goscia I., Greenhalgh S. A., Green A. G., 2010: Zonation for 3D aquifer characterisation based on joint inversion of multimethod crosshole geophysical data. *Engineering and Environmental Geophysics* 75/6, G53–G64
- Drahos D., 2008: Determining the objective function for geophysical joint inversion. *Geophysical Transaction* 45, 105–121
- Gallardo L. A., Meju M. A., 2004: Joint two-dimensional DC resistivity and seismic traveltimes inversion with cross-gradients constraints. *J. Geophys. Res.* 109, B03311, DOI: 10.1029/2003JB002716
- Gallardo-Delgado L. A., Pérez-Flores M. A., Gómez-Trevino E., 2003: A versatile algorithm for joint 3-D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics* 68, 949–959
- Gyulai Á., Ormos T., Dresen L., 2000: A joint inversion method to solve problems of layer boundaries, differently defined by seismics and geoelectric. 6th Meeting of Environmental and Engineering Geophysical Society – European Section. 3–7. September 2000, Bochum, Germany (P-CH04)
- Gyulai Á., Ormos T., 2004: New geoelectric-seismic joint inversion method to determine 2-D structures for different layer thickness and boundaries. *Geophysical Transaction* 44/3–4, 273–300
- Gyulai Á., Ormos T., 1999: A new procedure for the interpretation of VES data: 1.5D simultaneous inversion method. *Journal of Applied Geophysics* 41, 1–17
- Gyulai Á., Ormos T., Dobróka M., 2010: A quick 2-D geoelectric inversion method using series expansion. *Journal of Applied Geophysics* 72, 232–241
- Haber E., Oldenburg D., 1997: Joint inversion: a structural approach. *Inverse Problems* 13, 63
- Hering A., Misiek R., Gyulai Á., Ormos T., Dobróka M., Dresen L., 1995: A joint inversion algorithm to process geoelectric and surface wave seismic data. Part I. Basic ideas. *Geophysical Prospecting* 43, 135–156
- Jegen D. M., Hobbs R. W., Tartis P., Chave A., 2009: Joint inversion of marine magnetotelluric and gravity data incorporating seismic constraints. Preliminary results of sub-basalt imaging off the Farve Shelf. *Earth and Planetary Science Letters* 282, 47–95

- Kis M., 1998: Felszínközeli földtani szerkezetek vizsgálata szeizmikus és egyenáramú geoelektromos adatok együttes inverziójával. PhD-értekezés, Miskolci Egyetem, Miskolc
- Kis M., 2002: Generalised series expansion (GSE) used in DC geoelectric-seismic joint inversion. *Journal of Applied Geophysics* 50, 401–416
- Kumar R., Das U. C., 1978: Transformation of Schlumberger Apparent resistivity to dipole apparent resistivity over layered earth by the application of digital linear filters. *Geophysical Prospecting* 26, 352–358
- Margrave G. F., Steward R. R., Larsen J. A., 2001: Joint PP and PS seismic inversion. *The Leading Edge* 220/9, 1048–1052
- Misiek R., Liebig A., Gyulai Á., Ormos T., Dobróka M., Dresen L., 1997: A joint inversion algorithm to process geoelectric and surface wave seismic data. Part II. Application. *Geophysical Prospecting* 45, 65–85
- Li Y., Oldenburg D. W., 2000: Joint inversion of surface and three-component borehole magnetic data. *Geophysics* 65, 540–552
- Linde N., Tryggvason A., Peterson J. E., Hublard S. S., 2008: Joint inversion of crosshole radar and seismic traveltimes acquired at the South Oyster Bacterial Transport Site. *Engineering and Environmental Geophysics* 73/4, G29–G37
- Ormos T., Gyulai Á., Dobróka M., Drahos D., 2008: 2D series expansion based geoelectric inversion using optimized weights. 70th EAEG Conference and Exhibition, 9 June, 2008, Rome, Italy
- Salát P., Tarcsai Gy., Cserepes L., Vermes M., Drahos D., 1982: *Statistical Methods in the Geophysical Interpretation* (in Hungarian). Tankönyvkiadó, Budapest
- Sharma S. P., Verma S. K., 2011: Solutions of the inherent problem of the equivalence in direct current resistivity and electromagnetic methods through global optimisation and joint inversion by successive refinement of model space. *Geophysical Prospecting* 59/4, 760–776, DOI: 10.1111/j.1365-2478.2011.00952.X
- Spitzer K., 1995: A 3-D finite difference algorithm for DC resistivity modeling using conjugate gradient methods. *Geophysical Journal International* 123, 902–914
- Szabó N. P., 2004: Global inversion of well-logging data. *Geophysical Transactions* 44, 313–329
- Vozoff K., Jupp D. L. B., 1975: Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 42, 977–991