K. 765. Az ABC háromszög AB oldalának felezőpontja D, a CD szakasz felezőpontja E. Hol kell felvenni a CD szakaszon az F pontot, hogy az AEC és BFC háromszögek területének összege az ABC háromszög területének pontosan 40%-a legyen?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

K. 766. Anna, Lili és Zéta bankszámláján egyaránt 1000 forintnál nagyobb összeg van. Lili pénze egyenlő Anna pénzének 35 százalékával. Zéta pénze ugyanannyi, mint Lili pénzének $\frac{12}{7}$ része. Mennyi Anna, Lili és Zéta összes pénze, ha Zétának 10 110 forinttal több pénze van, mint Lilinek?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

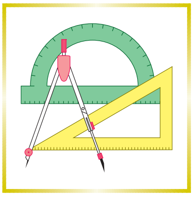
K/C. 767. Adott a síkban az $ABCD$ négyzet. A k körvonal áthalad az A, B pontokon és érinti a CD oldalt. Legyen M a k körvonal és a BC oldal B-vel nem azonos metszéspontja. Határozzuk meg a $\frac{CM}{BM}$ arány pontos értékét.

Javasolta: *Keszegh István* (1950–2019)

K/C. 768. A 2023 számjegyei között pontosan egyszer szerepel a 0. Hány olyan négyjegyű, pozitív, páratlan szám van, amelyre ez a tulajdonság nem teljesül?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

Beküldési határidő: 2023. május 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (767–768., 1763–1767.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 767. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 768. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1763. Igazoljuk, hogy a $4^{52} + 52^{2023} + 2023^{52}$ szám osztható 15-tel.

C. 1764. Oldjuk meg az

$$x(2x+6)(3x+5y) = 64;$$

$$2x^2 + 9x + 5y = 16$$

egyenletrendszert, ha x, y pozitív valós számok.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1765. A szabályos négyoldalú $ABCDE$ gúla alaplapja az $ABCD$ négyzet, a gúla minden éle 32 egység hosszúságú. Egy csiga az E csúcsból az A pontba igyekszik a következő módon: először az EA élen abba a P pontba jut el, amelyre $EP=2$. Innen az ABE lap felületén haladva az EB él Q pontjába érkezik, ahol $EQ=4$. Ezután a BCE lap felületén az EC él azon R pontjába mászik, amelyre $ER=8$, innen pedig a CDE lapon az ED élen levő S pontba, ahol $ES=16$. Végül az S-ből az A pontba mászik a DAE lap felületén. Legalább mekkora távolságot tesz meg összesen a csiga?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1766. Mutassuk meg, hogy minden háromszögben (a szokásos jelöléseket használva) teljesül, hogy

$$\sqrt{a\sin\alpha}+\sqrt{b\sin\beta}+\sqrt{c\sin\gamma}=\sqrt{(a+b+c)(\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma)}.$$

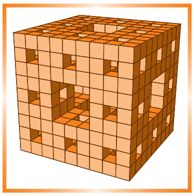
Javasolta: *Holló Gábor* (Budapest)

C. 1767. Adott 2 darab 7-es, 3 darab 17-es, 5 darab 119-es, 7 darab 289-es, 11 darab 2023-as és n darab 1-es érme. Az érmék közül véletlenszerűen kiválasztunk egyszerre kettőt, amelyeknek az értékét összeszorozzuk és így éppen 2023-at kapunk. Határozzuk meg n értékét, ha tudjuk, hogy a megfelelő kiválasztás valószínűsége $\frac{12}{55}$.

Javasolta: *Teleki Olivér* (Tököl)

Beküldési határidő: 2023. május 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5310–5317.)

B. 5310. Egy stratégiai játékot négy csapat játszik egy $n\times n$-es négyzetrácsra rajzolt térképen ($n\geqslant 3$). Minden négyzet alakú mező *víz* vagy *szárazföld.* A négy csapat bázisa a térkép négy sarkában, szárazföldön van. Tudjuk, hogy a térképen egyetlen nagy, összefüggő vízfelület van, és hogy semelyik két bázis között nem vezet út végig szárazföldön haladva. Legalább hány mezőt foglal el víz? (Egy út során akkor léphetünk egyik mezőről a másikra, ha közös élen találkoznak. A vízfelület olyan értelemben összefüggő, hogy bármely mezőjéről bármelyikre vezet ilyen út csak vizes mezőkön keresztül.)

(*4 pont*) Javasolta: *Williams Kada* (Cambridge)