c) Az AB szakasz mely D pontján kössön ki a hajó, hogy a szállítmány a lehető leghamarabb eljusson C-be? Mennyi ekkor a szállítási idő? (*8 pont*)

Koncz Levente
Budapest

Megoldásvázlatok a 2023/2. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *a*) *Ábrázoljuk derékszögű koordináta-rendszerben az*

$$f : [0;5] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

függvényt. (*4 pont*)

b) *A p valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az*

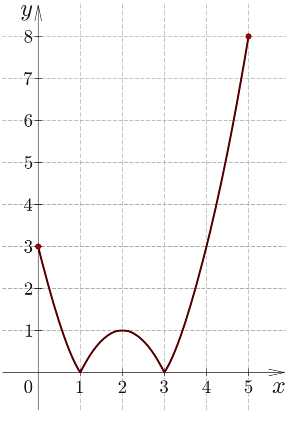
$$|x^2 - 4x + 3| = p$$

egyenletnek a $[0;5]$ *intervallumon?* (*6 pont*)

Megoldás. *a*) Először azonos átalakítást végzünk:

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3| = |(x-2)^2 - 1|,$$

majd ábrázoljuk a függvényt.



b) Az $|x^2 - 4x + 3| = p$ egyenlet megoldásainak száma leolvasható a grafikonról.

– Ha $p < 0$, akkor nincs megoldás.

– Ha $p = 0$, akkor 2 megoldás van.

– Ha $0 < p < 1$, akkor 4 megoldás van.

– Ha $p = 1$, akkor 3 megoldás van.

– Ha $1 < p \leqslant 3$, akkor 2 megoldás van.

– Ha $3 < p \leqslant 8$, akkor 1 megoldás van.

– Ha $p > 8$, akkor nincs megoldás.

2. *a*) *Az* $\overline{abc}$ *háromjegyű szám kilencszerese az* $\overline{xabc}$ *alakú négyjegyű szám. Bizonyítsuk be, hogy az* $\overline{abc}$ *szám osztható* 125*-tel.* (*6 pont*)

b) *Igazoljuk, hogy* $x \in \mathbb{R}$ *esetén*

$$\frac{\lg(7^x) + \lg(7^{-x})}{2} \leqslant \lg\left(\frac{7^x + 7^{-x}}{2}\right). \qquad (8\ pont)$$

Megoldás. *a*)

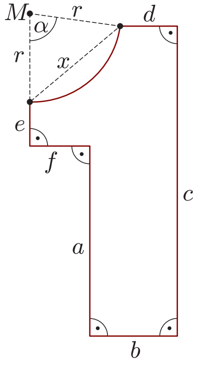
$$
\begin{aligned}
9\overline{abc} &= \overline{xabc},\\
9\overline{abc} &= 1000x + \overline{abc},\\
8\overline{abc} &= 1000x,\\
\overline{abc} &= 125x.
\end{aligned}
$$

Mivel eredményünk jobb oldala a 125-nek többszöröse, ezért a bal oldalnak is oszthatónak kell lennie 125-tel és éppen ezt akartuk megmutatni.

b) Tudjuk, hogy $7^x > 0$ és $7^{-x} > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$-re. Ekkor

$$
\begin{aligned}
\frac{\lg(7^x) + \lg(7^{-x})}{2} &\leqslant \lg\left(\frac{7^x + 7^{-x}}{2}\right),\\
\frac{x\lg(7) - x\lg(7)}{2} &\leqslant \lg(7^x + 7^{-x}) - \lg(2),\\
0 &\leqslant \lg(7^x + 7^{-x}) - \lg(2),\\
\lg(2) &\leqslant \lg(7^x + 7^{-x}).
\end{aligned}
$$

A 10-es alapú logaritmus függvény szigorúan monoton nő, valamint a 7^x-nek a 7^{-x} pontosan a reciproka, és tudjuk, hogy egy pozitív számnak és reciprokának összege mindig nagyobb vagy egyenlő, mint 2. Mivel az átalakítások ekvivalensek voltak, ezzel beláttuk, hogy az eredeti egyenlőtlenség helyes.



3. *Az ábrán egy gyerekek számára készült játékszőnyeg egyik – 1-es formájú – darabkája látható. Megállapítottuk, hogy centiméterben mérve* $a = 13$, $b = 6$, $c = 21$, $d = 5$, $e = 3$, $f = 4$ *és* $r = 5{,}5$.

a) *Határozzuk meg az* α *szög nagyságát.* (*6 pont*)

b) *Számítsuk ki az 1-es formájú darabka területét.* (*7 pont*)

Megoldás. *a*) Első lépésben meghatározzuk az x-szel jelölt szakasz hosszát:

$$x = \sqrt{(c-a-e)^2 + (b+f-d)^2} = \sqrt{(21-13-3)^2 + (6+4-5)^2} = \sqrt{50}.$$

Most már ki tudjuk számítani a szög nagyságát:

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{2r}, \quad \alpha = 2\cdot\arcsin\left(\frac{x}{2r}\right), \quad \alpha = 2\cdot\arcsin\left(\frac{\sqrt{50}}{11}\right) \approx 80^\circ.$$

b) A síkidom területe:

$$
\begin{aligned}
T &= a\cdot b + e\cdot(b+f) + d\cdot(c-a-e) +\\
&\quad + \frac{(c-a-e)\cdot(b+f-d)}{2} + \frac{r^2\cdot\sin\alpha}{2} - \frac{r^2\cdot\pi\cdot\alpha}{360} \approx 139{,}3\ \text{cm}^2.
\end{aligned}
$$

4. *Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:*

$$9^{\mathrm{tg}^2(x)} + 3^{\frac{1}{\cos^2(x)}} - 4 = 0. \qquad (14\ pont)$$

Megoldás. A feladat megoldásánál segítségül kell hívnunk a trigonometrikus összefüggéseket és kikötést is kell tennünk, hiszen $\cos^2 x = 0$ nem megengedett, ezért $x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$, ahol $k \in \mathbb{Z}$.

El kell végeznünk a következő átalakítást is:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \mathrm{tg}^2 x + 1.$$

Most megoldjuk az egyenletet:

$$9^{\mathrm{tg}^2(x)} + 3^{\frac{1}{\cos^2(x)}} - 4 = 0,$$

$$9^{\mathrm{tg}^2(x)} + 3^{\mathrm{tg}^2 x + 1} - 4 = 0,$$

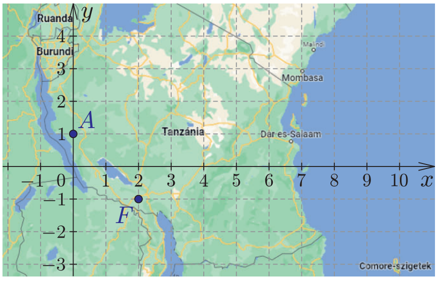
$$\left(3^{\mathrm{tg}^2(x)}\right)^2 + 3 \cdot 3^{\mathrm{tg}^2 x} - 4 = 0.$$

Legyen $3^{\mathrm{tg}^2 x} = u$, ekkor $u^2 + 3u - 4 = 0$, $u_1 = -4$, $u_2 = 1$.

A két megoldás közül csak az $u_2 = 1$ jöhet szóba. Ezt visszahelyettesítve a következőt kapjuk: $3^{\mathrm{tg}^2 x} = 1$, vagyis $3^{\mathrm{tg}^2 x} = 3^0$. A 3-as alapú exponenciális függvény kölcsönösen egyértelmű tulajdonsága miatt $\mathrm{tg}^2 x = 0$, $\mathrm{tg}\, x = 0$, amelynek megoldása $x = n \cdot \pi$, ahol $n \in \mathbb{Z}$.

II. rész

5. *Egy katonai békefenntartó szervezet két egysége állomásozik Tanzániában. Az ország koordináta-rendszerben elhelyezett térképén az egységek bázisainak koordinátái: $A(0;1)$ és $F(2;-1)$. Egy közös hadgyakorlat tervezésénél az egységek parancsnokai egy olyan találkozási (P) pontot jelölnek ki, mely mindkét bázistól egyenlő távolságra van és egy stratégiai fontosságú autóút mentén fekszik, melynek nyomvonala leírható az $x + y = 4$ egyenletű egyenessel.*



a) Hol találkoznak és milyen távol van ez a pont az egységek bázisaitól? (Egy egység a koordinátasíkon 150 kilométernek felel meg a valóságban.) (*8 pont*)

A hadgyakorlat biztosítása érdekében a parancsnokok el szeretnének helyezni egy radart az érintett területen, mely körkörös mozgással képes „letapogatni” az egész területet, így minden ellenséges mozgás előre láthatóvá válik. A parancsnokok azt a pontot jelölték ki, amely az A; F és P pontok mindegyikétől egyenlő távolságra van.

b) Határozzuk meg a radar által letapogatott kör területét. E kör területe hány százalékkal nagyobb a hadgyakorlat és a két bázis által meghatározott háromszög területénél? *(8 pont)*

Megoldás. *a*) Az, hogy a P pont az A és F pontoktól egyenlő távolságra van, azt jelenti, hogy az AF szakasz szakaszfelező merőlegesén fekszik. Ennek egyenletét úgy kaphatjuk meg, hogy először meghatározzuk a szakasz (K) felezőpontját, majd normálvektorát és ezekkel felírjuk az egyenes egyenletét.

$$\vec{n} = \overrightarrow{AF} = (2; -2), \quad K_p = \frac{A+F}{2} = (1; 0),$$

ezekből a szakaszfelező merőleges egyenlete: $x - y = 1$.

A P pont meghatározásához a szakaszfelező merőlegest metszenünk kell a feladatban megadott egyenessel:

$$x + y = 4,$$
$$x - y = 1.$$

A fenti egyenletrendszer megoldása $x = 2{,}5$ és $y = 1{,}5$. A keresett P találkozási pont koordinátái: $P(2{,}5; 1{,}5)$. Ez a pont mindkét egységtől

$$|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{2,5^2 + 0{,}5^2} = 2{,}549\,51$$

egység távolságra van, amely $2{,}54951 \cdot 150 = 382{,}426$ km távolságnak felel meg.

b) Itt először a háromszög köré írt kör egyenletét keressük, melyhez szükségünk van az oldalfelező merőlegesek metszéspontjára. Mivel egyet már ismerünk, a hiányzót meghatározzuk az *a*) részhez hasonlóan:

$$\vec{n} = \overrightarrow{AP} = (2{,}5; 0{,}5), \qquad K_f = \frac{A+P}{2} = (1{,}25; 1{,}25).$$

Az egyenes egyenlete: $5x + y = 7{,}5$.

A kör középpontja (M) a következő egyenletrendszer megoldása:

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 1 \\ 5x + y &= 7{,}5 \end{aligned}\right\} \;\Rightarrow\; x = \frac{17}{12},\ y = \frac{5}{12} \;\Rightarrow\; M\left(\frac{17}{12}; \frac{5}{12}\right).$$

A kör sugara:

$$r = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{\left(\frac{17}{12}\right)^2 + \left(-\frac{7}{12}\right)^2} = 1{,}532\,06 = 1{,}532\,06 \cdot 150 \text{ km} = 229{,}81 \text{ km}.$$

Ebből kiszámolhatjuk, hogy a radar által a valóságban lefedett kör területe:

$$T_{\text{kör}} = 229{,}81^2 \cdot \pi = 165\,916 \text{ km}^2.$$

A háromszög oldalai a valóságban:

$$|\overrightarrow{AF}| = 424{,}264 \text{ km}, \quad |\overrightarrow{FP}| = 382{,}426 \text{ km}, \quad |\overrightarrow{PA}| = 382{,}426 \text{ km}.$$

Ezen adatok segítségével és a Héron-képlettel meghatározhatjuk a háromszög valós területét:

$$T_{\triangle} = \sqrt{594{,}558 \cdot (594{,}558 - 424{,}264) \cdot (594{,}558 - 382{,}426) \cdot (594{,}558 - 382{,}426)} =$$
$$= 67\,499{,}875\,8\ \text{km}^2.$$

Ebből már ki tudjuk számítani, hány százalékkal nagyobb a kör területe:

$$\frac{T_{\text{kör}}}{T_{\triangle}} = \frac{165\,916}{67\,499{,}875\,8} \approx 2{,}458.$$

A radar által ellenőrzött terület 145,8%-kal nagyobb a hadgyakorlat tényleges területénél.

6. *Kati és Attila szabályos érmékkel játszik, ami azt jelenti, hogy a feldobásnál a fej és az írás valószínűsége egyenlő. Kati zsebében három darab* 100 *és öt darab* 200 *forintos, míg Attila zsebében két darab* 100 *és három darab* 200 *forintos érme van. Mindketten kivesznek találomra egy-egy érmét a zsebükből.*

a) Mekkora a valószínűsége, hogy a kettőjük által kihúzott érmék összege pontosan 300 *forint?* *(4 pont)*

Ezután Attila 10*-szer feldob egy* 200 *forintos érmét.*

b) Számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy Attila legalább két alkalommal fejet dob. *(5 pont)*

c) Hányszor kell dobnia Katinak egy érmével, hogy 90%*-os valószínűséggel kijelenthesse, hogy a dobások között volt legalább egy fej?* *(7 pont)*

Megoldás. *a*) A húzott érmék összege pontosan akkor lesz 300 forint, ha Kati egy 100-ast húz és Attila egy 200-ast, vagy fordítva, ezek alapján a keresett valószínűség:

$$P = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{19}{40}.$$

b) Ebben a feladatrészben binomiális eloszlással kell számolnunk, melynél $n = 10$ és $p = 0{,}5$.

$$P(X \geqslant 2) = 1 - P(X = 1) - P(X = 0) =$$
$$= 1 - \binom{10}{1} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^9 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^{10}.$$

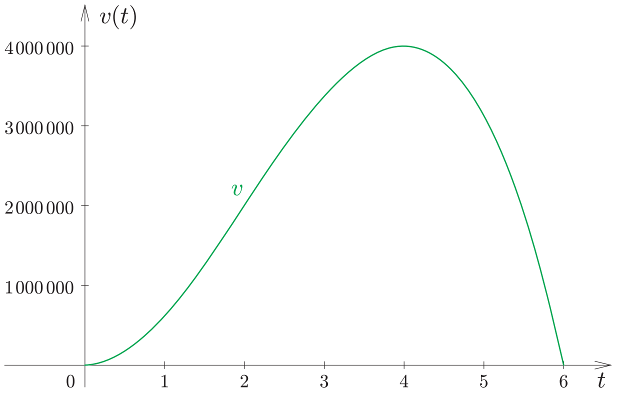
A keresett valószínűség: $P(X \geqslant 2) = 0{,}989\,3$.

c) Az előző részfeladathoz hasonlóan itt is binomiális eloszlást kell használnunk, de nem ismerjük az n paraméter értékét.

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0), \quad 0{,}9 \leqslant 1 - \binom{n}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^n,$$

$$0{,}9 \leqslant 1 - 0{,}5^n, \quad -0{,}1 \leqslant -0{,}5^n, \quad 0{,}1 \geqslant 0{,}5^n, \quad n \geqslant \frac{\lg(0{,}1)}{\lg(0{,}5)} = 3{,}32, \quad n \geqslant 4.$$

Katinak legalább négyszer kell dobnia, hogy 90%-os valószínűséggel kijelenthesse, legalább egyszer dobott fejet.



7. *Egy vírusfertőzés alatt az 1 milliliter vérben található vírusok száma jól közelíthető az ábrán látható v függvénnyel. A v függvény megadható a*

$$v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2$$

($a \in \mathbb{R}$) alakban, ahol t a megfertőződéstől eltelt napok számát, $v(t)$ pedig t nap elteltével az 1 milliliter vérben található vírusok számát jelenti.

Tudjuk, hogy a megfertőződés után 4 nappal 4 millió vírus található 1 milliliter vérben.

a) Határozzuk meg az a paraméter értékét. *(2 pont)*

b) Adjuk meg az 1 milliliter vérben lévő vírusok maximális számát. *(8 pont)*

c) Hány nap után nőtt a vírusok száma a leggyorsabban? *(3 pont)*

d) Határozzuk meg a grafikon segítségével, hogy megközelítőleg hány napon keresztül van 3 milliónál több vírus 1 ml vérben. *(3 pont)*

Megoldás.

a)
$$v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2, \quad 4 \cdot 10^6 = a \cdot (6 - 4) \cdot 4^2,$$
$$4 \cdot 10^6 = a \cdot 2 \cdot 16, \quad a = 125\,000.$$

b)
$$v(t) = 125\,000 \cdot (6 - t) \cdot t^2, \quad v(t) = (750\,000 - 125\,000\,t) \cdot t^2,$$
$$v(t) = 750\,000 \cdot t^2 - 125\,000\,t^3.$$

Az első derivált:
$$v'(t) = 1\,500\,000t - 375\,000\,t^2,$$
a második derivált:
$$v''(t) = 1\,500\,000 - 750\,000\,t.$$
A szélsőértéket a $v'(t) = 0$ egyenlet megoldásával határozzuk meg:
$$1\,500\,000\,t - 375\,000\,t^2 = 0, \quad 375\,000\,t(4 - 1 \cdot t) = 0, \quad t_1 = 0, \; t_2 = 4.$$

Ezután megvizsgáljuk, hogy a kapott értékek közül melyik a maximum:

$$v''(0) = 1\,500\,000 - 750\,000 \cdot 0 = 1\,500\,000 > 0 \quad \to \quad \text{lokális minimum,}$$
$$v''(4) = 1\,500\,000 - 750\,000 \cdot 4 = -1\,500\,000 < 0 \quad \to \quad \text{lokális maximum,}$$
$$v(4) = 125\,000 \cdot (6 - 4) \cdot 4^2 = 4\,000\,000.$$

A vérben található vírusok maximális száma 4 000 000.

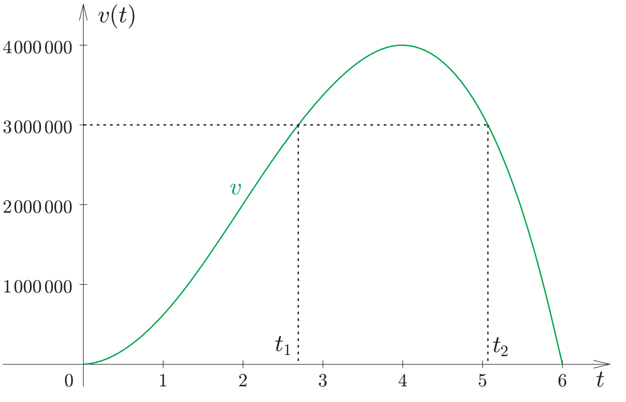
c) Azt, hogy hány nap után nőtt a vírusok száma a leggyorsabban, a $v''(t)=0$ egyenlet megoldásával határozhatjuk meg: $0 = 1\,500\,000 - 750\,000\,t$, $t=2$.

Már csak ellenőrizni kell, hogy az így megkapott érték valóban az inflexiós hely-e:

$$v'''(t) = -750\,000, \quad v'''(2) = -750\,000 \neq 0.$$

Beláttuk tehát, hogy 2 nap után nőtt leggyorsabban a vírusok száma.

d) A grafikon alapján $t_1 \approx 2{,}7$ és $t_2 \approx 5$ azok a helyek, melyeknél a vírusok száma pontosan 3 millió, így ezen két érték között, azaz megközelítőleg 2,3 napon keresztül haladta meg a vírusok száma a 3 milliót.



8. *A Minta család négy tagjának A betűvel kezdődik a keresztneve. Ebben a családban négyen úsznak és négyen fociznak rendszeresen. A családtagokról még azt is tudjuk, hogy*

1) *csak Andris és Attila jár úszni és focizni is;*

2) *egyedül Adrienn nem űzi egyik sportágat sem;*

3) *Norbi próbálja testvérét, Annát az úszóktól hozzájuk, a focistákhoz csábítani – sikertelenül.*

a) *A fent leírtak alapján legalább hány tagja van a Minta családnak?* (*5 pont*)

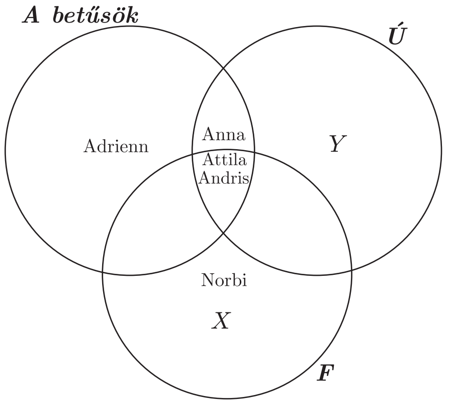
Egyik hétvégén esett az eső, ezért Anna, Adrienn, Andris és Attila barátaikkal otthon játszottak. A játék kezdetekor a társaság minden tagjának egy-egy olyan háromjegyű pozitív számra kellett gondolnia, amelynek minden számjegye 5-nél nagyobb és 8-nál kisebb. Amikor sorra megmondták a gondolt számot, kiderült, hogy nincs a mondott számok között azonos.

b) *Legfeljebb hány tagú lehetett a baráti társaság?* (*3 pont*)

Egy másik alkalommal Anna, Adrienn, Andris és Attila osztálytársaikkal (Marcival, Marcsival, Miskával és Magdával) színházba mentek. Mind a 8 jegy egy sorba, egymás mellé szólt.

c) *Hány különböző ülésrendben foglalhat helyet a 8 ember, ha az azonos betűvel kezdődő keresztnevűek nem kerülhetnek egymás mellé?* (*5 pont*)

d) *Mekkora a valószínűsége annak, hogy a fent leírt ülésrend alakul ki, ha minden ülésrendet egyenlően valószínűnek tekintünk?* (*3 pont*)



Megoldás. *a*) Készítsünk Venn-diagramot, legyen $Ú$ az úszók, F pedig a focisták halmaza.

A Minta család legalább 7 tagú.

b) A számjegyek kétféleképpen választhatóak meg, így összesen $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, a feltételnek megfelelő szám létezik. Ez azt is jelenti, hogy a társaság legfeljebb 8 tagú.

c) A feladat alapján az A betűvel kezdődő nevűek vagy az 1-es, 3-as, 5-ös és 7-es helyeken ülnek, vagy a 2-es, 4-es, 6-os és 8-as számú helyeken. Mindkét esetben az általuk üresen hagyott helyeket feltöltik az M betűvel kezdődő nevű barátok. Mindkét sorrendben Anna, Adrienn, Andris és Attila 4!-féleképpen foglalhat helyet. A társaság maradék 4 tagja szintén 4!-féleképpen ülhet le. Így összesen

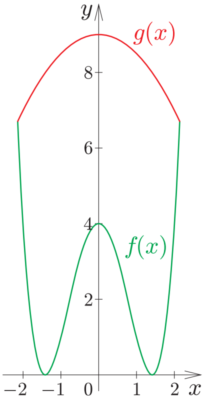
$$4! \cdot 4! + 4! \cdot 4! = 2 \cdot 4! \cdot 4! = 1152\text{-féle}$$

ülésrend alakulhat ki.

d) A keresett valószínűség:

$$p = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes eset száma}} = \frac{2 \cdot 4! \cdot 4!}{8!} = \frac{1152}{40\,320} = \frac{1}{35}.$$

9. *Egy fogászati cég logójának alsó íve modellezhető az $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ polinomfüggvény segítségével. Az A, B és C pontok mindegyike a görbére illeszkedik: $A = (-2; 4)$, $B = (0; 4)$, $C = \left(\sqrt{2}; 0\right)$.*



a) Határozzuk meg a megadott pontok segítségével az f függvény együtthatóit. *(5 pont)*

A cég szeretné a fog alakú logót rézmetszet formájában elkészíttetni. Az alakzatot az f és g függvények grafikonjainak segítségével lehet modellezni:

$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 4;\ g(x) = -0{,}5x^2 + 9,$$

ahol x, $f(x)$, $g(x)$ centiméterben mért távolságok. A függvénygrafikonok az ábrán *láthatóak.*

b) Adjuk meg a következő állítások logikai értékét. *(2 pont)*

Állítás	**Igaz**	**Hamis**
A logó felső határoló íve illeszkedik a g-jelű függvény grafikonjára.		
Egy negyedfokú polinomfüggvény maximum 3 szélsőértékkel rendelkezik.		
Egy negyedfokú polinomfüggvény inflexiós pontjainak száma legalább kettő.		

c) Mekkora az elkészített logó térfogata, ha vastagsága 2 centiméter? (*9 pont*)

Megoldás. *a*) Állítsunk fel egy egyenletrendszert a fent megadott pontok és a hozzárendelési szabály segítségével:

$$\begin{aligned} a\cdot(-2)^4+b\cdot(-2)^2+c&=4,\\ a\cdot 0^4+b\cdot 0^2+c&=4,\\ a\cdot\left(\sqrt{2}\right)^4+b\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2+c&=0. \end{aligned} \quad\Rightarrow\quad \begin{aligned} 16a+4b+c&=4,\\ c&=4,\\ 4a+2b+c&=0. \end{aligned} \quad\Rightarrow\quad \begin{aligned} 16a+4b+4&=4,\\ \\ 4a+2b+4&=0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16a+4b&=0,\\ 4a+2b&=-4. \end{aligned} \quad\Rightarrow\quad \begin{aligned} 16a+4b&=0,\\ 8a+4b&=-8. \end{aligned} \quad\Rightarrow\quad 8a=8 \quad\Rightarrow\quad a=1.$$

Innen már egyszerűen kiszámítható, hogy $b=-4$.

b)

Állítás	**Igaz**	**Hamis**
A g jelű függvény a logó felső határoló íve	**X**	
Egy negyedfokú polinomfüggvény maximum 3 szélsőértékkel rendelkezik.	**X**	
A negyedfokú polinomfüggvény inflexiós pontjainak száma legalább kettő.		**X**

c) Mivel térfogat = alapterület · magasság, kiszámítjuk a logó területét. A terület ebben az esetben a két függvénygrafikon (f,g) által határolt terület. Ennek meghatározásához először meg kell határoznunk az integrációs határokat, amelyeket a következőképpen kaphatunk meg: $x^4-4x^2+4=-0{,}5x^2+9$, rendezve $x^4-3{,}5x^2-5=0$.

Legyen $z=x^2$, ekkor $z^2-3{,}5z-5=0$, amelyből $z_1=-1{,}09$ és $z_2=4{,}59$.

Egyértelműen látszik, hogy csak a z_2 megoldás jöhet szóba, ahonnan $x_1 = -2{,}14$ és $x_2=2{,}14$ adódik, ezek az integrációs határok.

$$V=\left[\int_{-2{,}14}^{2{,}14}\big(g(x)-f(x)\big)\,\mathrm{d}x\right]\cdot 2=\left[\int_{-2{,}14}^{2{,}14}\left(-x^4+3{,}5x^2+5\right)\mathrm{d}x\right]\cdot 2=26{,}3\cdot 2=52{,}6.$$

A logó térfogata 52,6 cm^3.

Keszeg Attila Tibor
Veszprém