(*iii*) A 80 °C-os és a 30 °C-os víz elkeveredése után a hőmérséklet 55 °C lesz, tehát a hűlés ideje most

$$t_2 = \frac{\ln\left(\frac{55-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln(2{,}5)}{k}.$$

(*iv*) Az első lehűlési szakasz végén a hőmérséklet 60 °C, ez a szakasz tehát

$$t_{3a} = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{60-30}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k}$$

ideig tart. A második lehűlés elején a keverék 45 °C hőmérsékletű, a hűlés ideje

$$t_{3b} = \frac{\ln\left(\frac{45-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k}.$$

A teljes hűlési folyamat ideje most

$$t_3 = t_{3a} + t_{3b} = \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k} + \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{k}.$$

Látható, hogy az első hűtési módszer a leglassabb, a másik három viszont ugyanolyan gyors. Az előzőek alapján

$$t_3 = t_2 = t_1 = \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{\ln(5)} t_0 = 0{,}57\, t_0.$$

Tiefenbeck Flórián (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

23 dolgozat érkezett. Helyes 20 megoldás. Kicsit hiányos (3-4 pont) 3 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 390. Vízből készített prizmával, minél egyszerűbb módon bontsuk fel egy LED lámpa fehér fényét színeire! Írjuk le a módszert és az észlelés eredményét!

(*6 pont*) Közli: *Tichy Géza,* Budapest

G. 685. Egy amerikai autó tankjába 15 gallon benzin fér. Hány mérföld utat tud megtenni a tulajdonos a teletankolt autóval, ha az autó európai katalógusa szerint a fogyasztása 6,5 liter/100 km?

(*3 pont*)

G. 686. Egy 1,5 tonna tömegű személyautó vízszintes úton áll. Mekkora felületen fekszik fel az autó az útra, ha a benzinkútnál beállított keréknyomás (túlnyomás) minden gumiabroncsban 2,5 bar?

(*3 pont*)

G. 687. Időjárásjelentésekben a hőmérséklet mellett a hőérzetet is fel szokták tüntetni, ami lehet alacsonyabb is, magasabb is, mint a hőmérővel mérhető adat. Ha a zuhanykabinban éppen befejezzük a zuhanyozást, akkor a fürdőszobában mérhetőnél magasabbnak érezzük a hőmérsékletet, ha viszont kinyitjuk a kabin ajtaját, mert kint hagytuk a törülközőnket, akkor a hőérzetünk azonnal sokkal alacsonyabb a fürdőszoba hőmérsékleténél. Magyarázzuk meg, mi az oka, hogy a hőérzetünk pillanatok alatt nagyot változik annak ellenére, hogy a fürdőszoba hőmérséklete közel állandó!

(*3 pont*)

G. 688. Régen a moziban a diavetítős mesefilmekhez hasonló filmszalagot használtak, csak az otthon vetítetteknél sokkal hosszabbakat. Egy percnyi film 27 méter hosszú szalagra fért rá. A filmszalagot tekercsekben tárolták, a tárolóorsó sugara 5,5 cm, erre 12,5 cm vastagon lehetett a filmet feltekercselni. Vetítés közben a film elhaladt a vetítőlencse előtt, majd egy másik, hasonló segédorsóra tekeredett fel.

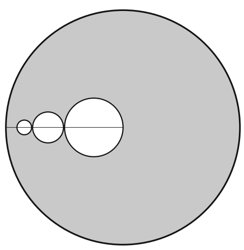
a) Mekkora fordulatszámmal forgott a tekercs a film lejátszásakor a vetítés elején és a végén?

b) A vetítés után a segédorsóról visszatekercselték a filmet az eredeti orsóra. Mekkora fordulatszámmal forgott a segédorsó a tekercselés elején és a végén, ha az eredeti orsót végig 3 fordulat/másodperc fordulatszámmal forgatták?

(*4 pont*)

P. 5164. Ugyanannyi idő alatt egy fonálinga 5, egy másik 10 kis amplitúdójú lengést végez. Milyen hosszúak az ingák, ha az egyik inga 120 cm-rel hosszabb a másiknál?

(*3 pont*) *Példatári feladat nyomán*



P. 5165. Egységsugarú, homogén, kör alakú lemezből az *ábrán* látható módon kivágunk egymást kívülről érintő, rendre $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$ sugarú, középpontjukkal az egyik sugárra illeszkedő köröket. Hol lesz a maradék idom tömegközéppontja, ha

a) csak a legnagyobb kört vágjuk ki;

b) a két legnagyobb kört vágjuk ki;

c) nagyon sok kört vágunk ki?

(*5 pont*) Közli: *Tupi Zoltán,* Budapest

P. 5166. Egy Eötvös-inga $2r = 40$ cm-es rúdjának végeire egy-egy $m = 30$ g tömegű, kicsiny testet erősítünk. A rendkívül könnyű rúd egy hajszálvékony fémszálon függ, vízszintes helyzetben. Közepétől mérve $R = 3$ m távolságban, vele azonos magasságban egy $m^* = 100$ kg tömegű ólomgolyót helyeztek el.

a) Mekkora forgatónyomatékot gyakorol az ólomgolyó az ingára, amikor a golyót és az ingarúd közepét összekötő egyenes φ szöget zár be a rúd irányával?

b) Ábrázoljuk a forgatónyomatékot φ függvényében! Mekkora szögnél lesz maximális a forgatónyomaték?

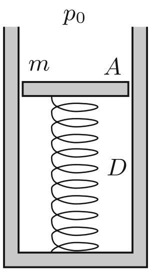
(*5 pont*) Közli: *Cserti József,* Budapest

P. 5167. Egy mosogató csapját enyhén megnyitva beállíthatjuk, hogy a víz függőleges, folyamatos sugárban folyjék ki, és így érje el a mosogató vízszintes alját. Egyik alkalommal a vízsugár átmérője becsapódáskor háromnegyed akkora volt, mint 20 cm-rel magasabban.

a) Mekkora volt ekkor a vízsugár becsapódási sebessége?

b) Mekkora nyomást fejt ki a vízsugár a mosogató aljára?

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest



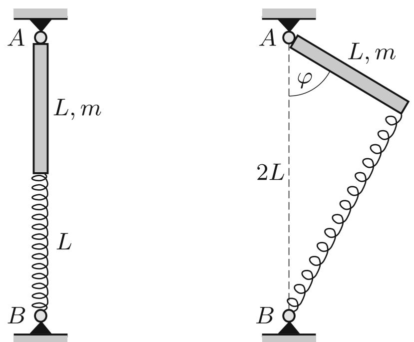
P. 5168. Egy A alapterületű, m tömegű dugattyúval elzárt hengerben V_0 térfogatú héliumgáz van. A dugattyút és a henger alját egy függőleges helyzetű, $D = 400$ N/m rugóállandójú, kezdetben nyújtatlan rugó köti össze.

Mennyi hőt kell közölnünk a gázzal ahhoz, hogy a dugattyú h magassággal megemelkedjen, ha a rendszer hőszigetelt?

Adatok: $A = 7$ dm^2, $m = 5$ kg, $V_0 = 4$ dm^3, $D = 400$ N/m, $h = 5$ cm és a külső légnyomás $p_0 = 100$ kPa.

(*4 pont*) Közli: *Kiss Tamás,* Heves

P. 5169. Az $L = 20$ cm hosszúságú, homogén tömegeloszlású, $m = 0{,}4$ kg tömegű rudat az egyik végénél a *bal oldali ábra* szerint az A pontnál lévő csuklóhoz erősítjük, amely körül minden irányban foroghat. A rúd másik végét egy $D = 25$ N/m direkciós erejű, függőleges helyzetű, erőmentes állapotban szintén L hosszúságú rugóhoz rögzítjük. Kezdetben a rugó és a rúd egy egyenesbe esik. Ezt követően a rudat (a *jobb oldali ábrán* látható módon) $\varphi = 60°$-kal kitérítjük, majd elengedjük.



a) Mekkora sebességgel lendül át a rúd vége a függőleges helyzeten?

b) A rudat az egyensúlyi helyzetéből kis szöggel kitérítjük, majd elengedjük. Mennyi idő alatt jut a rúd függőleges helyzetbe?

c) Mekkora szögsebességgel kell a rugó-rúd rendszert a függőleges AB tengely körül forgatni, hogy a rúdnak a függőlegessel bezárt szöge folyamatosan 60° legyen?

(A súrlódás mindenhol elhanyagolható.)

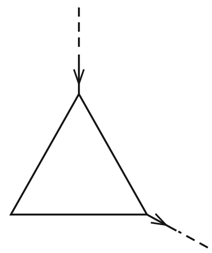
(*5 pont*) Közli: *Zsigri Ferenc,* Budapest

P. 5170. Dörzsöléssel feltöltött, egyforma szívószálak vízszintes síkban, egymással párhuzamosan úgy helyezkednek el, hogy a végeiket összekötő egyenesek merőlegesek a szívószálakra. Feltételezhetjük, hogy a töltések eloszlása a szálakon egyenletes, és mindegyik szívószálnak ugyanakkora a töltése. A két szélső szál rögzített, egymástól való távolságuk jóval kisebb, mint egy szívószál hossza. Közöttük még néhány olyan szívószál helyezkedik el, amelyek szabadon elmozdulhatnak. Hogyan helyezkednek el ezek a szabadon mozgó szálak, ha számuk

a) kettő;

b) három?

(*5 pont*) Közli: *Márki-Zay János,* Hódmezővásárhely

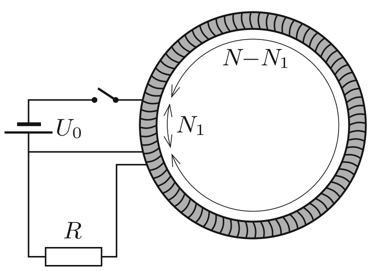


P. 5171. Huzalból egyenlő oldalú háromszöget készítettünk, és két csúcsát az *ábra* szerint áramforráshoz kapcsoltuk. A hozzá vezető vezetékben 10 A erősségű áram folyik. Mekkora a mágneses indukció a háromszög középpontjában? (Az áramkör távol zárul.)

(*4 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

P. 5172. Fényes evőkanalat tartunk 25 cm-re a szemünktől úgy, hogy a kanál szára függőleges. A kanál homorú felét nézve a fejünk fordított állású képét látjuk, míg a domború felét nézve a kép egyenes állású. Melyik képen látjuk a fejünk magasságát (függőleges méretét) nagyobbnak, és ez a kép hányszor nagyobb látószögben látszik a másiknál? A kanál függőleges metszetének görbületi sugara 5 cm.

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház



P. 5173. Egy $N = 2000$ menetes, $L = 5$ H induktivitású, elhanyagolható ohmos ellenállású körtekercs magja nagy mágneses permeabilitású gyűrű. A tekercs végeihez $R = 200$ Ω-os ellenállás csatlakozik. A tekercs egyik vége és ettől számított $N_1 = 300$-adik menete közé egy $U_0 = 1{,}5$ V feszültségű akkumulátor kapcsolható.

a) Mekkora áram folyik a tekercs két részén $t_0 = 0{,}1$ s-mal a kapcsoló zárása után?

b) Mekkora energiát ad le az áramforrás t_0 idő alatt, és mire fordítódik ez az energia?

(*6 pont*) *A Kvant nyomán*

P. 5174. Egy illegális laboratórium ólomkonténerében olyan sugárzó anyagot találtak, amelyből másodpercenként $2\cdot 10^{14}$ elektron lép ki. A rendőrségi jegyzőkönyvek szerint 53 évvel ezelőtt eltűnt 221 g cézium a közeli kutatóintézetből. Lehet-e a megtalált anyag az akkor eltűnt preparátum, ha azóta csak raktározták? (A cézium felezési ideje 26,6 év.)

(*4 pont*) *Tematikus feladatgyűjtemény,* Szeged

Beküldési határidő: 2019. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS
(Volume 69. No. 8. November 2019)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 482): **K. 634.** A sheet of graph paper has a grid of unit squares on it. A rectangle is drawn with sides lying along grid lines. Is it possible to draw a closed broken line in the rectangle along grid lines such that it should never leave the rectangle but it should pass through all the grid points in the interior and on the boundary of the rectangle, if the dimensions of the rectangle are *a*) 2019×2020 units; *b*) 2018×2020 units? If so, determine the length of the possible broken lines, too. **K. 635.** Consider a concave quadrilateral, and draw the diagonal that lies in its interior. The diagonal divides the quadrilateral into two triangles. Prove that the areas of the two triangles are equal if and only if the line of this diagonal bisects the other diagonal. **K. 636.** Find all possible values of the digits x and y for which every nonzero digit occurs the same number of times in the prime factorization of the eight-digit number $\overline{xyxyxyxy}$ in decimal notation. (In making the prime factorization, identical prime factors are not written as a power but written down as separate factors.) **K. 637.** Let us consider the integer 12345678901234567890. . . 1234567890 consisting of 2020 digits. First we remove the digits at every odd position. Then, from the remaining 1010 digits, we remove the digits at every even position. Then, repeating in the same way, from the remaining 505 digits, we remove the digits at every odd position. This alternating process is continued until a single digit remains. Determine this digit. **K. 638.** Fibonacci-type sequences are defined as sequences in which, from the third term onwards, each term is the sum of the preceding two terms. For example, the sequence $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ starting with 1, 1 (the Fibonacci sequence itself), and the sequence $1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, \dots$ starting with 1, 3 are both Fibonacci-type sequences. Find the Fibonacci-type sequence that contains only positive integers, contains 2010 as a term, and has the largest possible number of terms before 2010.

New exercises for practice – competition C (see page 483): **Exercises up to grade 10: C. 1567.** Find the real solutions of the equation $2x^2-4xy+4y^2-8x+16=0$. (Proposed by *M. Szalai,* Szeged) **C. 1568.** Let D be the midpoint of side AB of a triangle ABC, E the midpoint of side AC, and P, Q the centres of the circumscribed circles of triangles DEB and DEC, respectively (assume that $P\neq Q$). Prove that line PQ is perpendicular to line BC. (Proposed by *D. Hegedűs,* Gyöngyös) **Exercises for everyone: C. 1569.** In a class of 24, there are an odd number of students whose first name is Sophia. When the class is listed in alphabetical order (of family names) and students are numbered