

## Stratégiák elemzése játékelméleti módszerekkel

Dr. Kata János László mestertanár  
Budapesti Műszaki Egyetem, Műszaki Pedagógia Tanszék  
1117 Budapest, Magyar Tudósok körútja 2.

### Összefoglaló

Az operációkutatás egyik szokásos módszerét alkotják a játékelméleti eljárások. Ezek a szimuláció olyan speciális fajtái, melyekben a főbb döntési pontok emberi beavatkozást igényelnek. A cikk egy olyan vizsgálatot mutat be, melybe a közismert internetes játékot, a Honfoglalót és annak ismeretlen játékosait vonta be. Az eredményekből következtetéseket vonhatunk le nemcsak a játékosok különböző stratégiáiról és taktikáiról, hanem a csoportban végzett tanulói és alkotómunka hatékonyságáról is.

**Kulcsszavak:** játékelmélet, szimuláció, magatartási stratégia, csoportmunka hatékonysága

### Analysis of behavioral strategies by methods of game theory

#### Abstract

Procedures of game theory compose a conventional method of operation research. These are special forms of simulation, for which main decision points require human intervention. The article demonstrates a study involving a well-known online game the “Conquistador” and its anonymous players. Through the results, not only can we draw interference about different types of strategies and tactics, but also about the efficiency of learning and creative work in teams.

**Keywords:** game theory, simulation, behavioral strategies and tactics, efficiency of the work in teams

### Bevezetés

Az operációkutatás játékelméleten kissé mást ért, mint a köztudatban is elterjedt matematikai értelmezés (Felföldi, 1983).

A döntéseket megalapozó modellek elemzése ugyanis három, egymáshoz nagyon hasonló módszerrel történhet (Turányi, 1982). A legkézenfekvőbb az, ha a szóban forgó modellek könnyen kezelhető függvényekből, egyenletekből és más matematikai objektumokból állnak. Ilyenkor az ezek által meghatározott feladatok megoldása segíti az adott döntéseméleti kérdés megválaszolását. Sok esetben azonban az ilyen *analitikus* eljárások nem alkalmazhatóak a probléma összetettsége, számításigényessége miatt. Ilyenkor fordulnak az operációkutatást alkalmazó szakemberek a *szimuláció* módszeréhez, melynek során az egzakt leképezések és megoldások helyett megelégszenek a tényleges probléma utánzásával. Ennek során a felhasznált matematikai eszköztárnak nincs, vagy csak nagyon áttételes kapcsolata van a valósággal, ám az általában sok számítással kapott eredmények

mégis alkalmasak legalább a konkrét probléma kezelésére. A rendszerek irányítása során azonban sok esetben ez sem elég: valahogyan le kell képezni a folyamatban résztvevő személyek döntési mechanizmusait, stratégiáit. Ennek egzakt eszközökkel történő megvalósítása a gyakorlatban úgy a legegyszerűbb, ha a számítás egyes döntési pontjain tényleges személyek tényleges döntéseit visszük bele a modellbe. Az operációkutatás tehát *játékelméleti módszereken* azokat az eljárásokat érti, amelyekben a matematikai eszközök kiegészülnek a valóságban alkalmazott személyes döntési stratégiák, viselkedési formák „élő” felhasználásával. A két eltérő szemléletmód közös elnevezése persze azért nem véletlen: számos átfedés fedezhető fel közöttük mind a problémák megközelítésében és kezelésében, mind a felhasznált matematikai modellekben és más eszközökben is (Hirkó, 1988).

A következőkben egy ilyen elemzés összesítését ismertetjük. Feladatunkat egy témájában is „játékelméleti” problémával modelleztük, és egy, a közelmúltban viszonylag nagy népszerűsége szert tett internetes játékot, a „Honfoglalót” használtuk fel benne. Ez a játék kiváló lehetőséget biztosít különböző játékstratégiák elemzésére, és emellett mind a kísérletet végző, mind a benne akaraton kívül résztvevő játékosok számára anonimitást biztosított (Honfoglaló – játékszabályok, 2017).

Korábbi elemzéseink során megfogalmazódott bennünk az, hogy az eredmények nemcsak közvetlenül a Honfoglalóban és szinte az összes hasonló játékban hasznosíthatóak, hanem útmutatást adhatnak bármilyen, csoportban végzett tevékenység során érvényesíthető magatartásokhoz is. Cikkünkben erre is ki fogunk térni.

## **1. Az elemzés általános jellemzői**

A vizsgálat során a Honfoglaló adottságaihoz igazodva a játékosok tulajdonságait két dimenzió szerint csoportosítottuk (Tóth I, 2010). Mindkettő paraméter két értéket vehet fel, így összesen négyféle játékos eredményességét lehetett modellezni (mindezt persze egy kissé bonyolította, hogy a játékban egyszerre három játékos vesz részt).

Az egyik dimenziót a játékos stratégiája alkotta. Eszerint léteznek általunk „defenzívnek” és „agresszívnek” nevezett játékosok. Az első csoportba azok tartoznak, akik lényegében „csak” a játék kedvéért játszanak, „várázásokkal” (vagyis az ellenfél teljes megsemmisítésével) még akkor sem stresszelik ellenfelüket, ha erre módjuk lenne. Ezzel szemben az agresszív játékos a játék összes fázisában ilyesmire törekszik. Bár a játéktípus megítélésének számos szubjektív eleme van, a kérdést megpróbáltuk objektív módon

megközelíteni: egyértelműen agresszív volt az a játékos, aki a játék bármely részében megtámadta ellenfele várát. Aki pedig nem tette ezt, azt defenzívnek minősítettük. Saját stratégiánkat is a fenti jegyek jellemezték.

A másik dimenzió egy (legalábbis mérésünkben) sokkal szubjektívebb szempontot, a játékos „okosságát” (felkészültségét, intelligenciáját, műveltségét, játékrutinját stb.) méri. Itt azt az objektívnek látszó elvet követtük, hogy amennyiben a játék során kétszer is követett el valaki durva hibát (tehát ha például egy ismert történelmi személyt többszáz éves eltéréssel helyezett el az időben, vagy fogalma sem volt, hogy mennyi lehet 400 négyzetgyöke), akkor „butának” minősült, egyébként pedig az „okos” jelzöt kapta. Saját stratégiánkat pedig az a könnyen megvalósítható módszer jellemezte, hogy kellő szerénység mellett a saját tudással való játékot „okosnak”, míg azt, melyben minden második kérdésre véletlenszerű választ adtunk, „butának” minősítettük. Mindezt a későbbiekben empirikus megfontolásokkal úgy finomítottuk, hogy az „okos”-hoz 110-es, a „butához” 90-es „intelligenciahányadost” rendeltünk (ami persze nem azonos a tényleges IQ-val, bár reményeink szerint jól közelíti azt). Ez a későbbiekben rendkívüli módon elősegítette a játékos felkészültségét leíró értelmezési tartomány további kvantifikálását.

A saját stratégiánkat tehát ennek megfelelően egy 2\*2-es mátrix négy eleme (okos-defenzív, okos-agresszív, buta-defenzív, buta-agresszív) írta le, míg a két ellenfelét egy 3\*3-as táblázatban foglaltuk össze (a fentiekén túl volt egy „vegyes” oszlop és sor is akkor, ha a két ellenfél ellentétes jellegű volt az adott szempontból). A vizsgálatok számát nem rögzítettük előre, mivel az ellenfelek által képviselt stratégiai elemek véletlenszerűen (és ezért számunkra váratlanul) jelentek meg. Mivel a játékok nagy időigényűek voltak (a „hosszú hadjárat” nevű változatot használtuk fel a kísérletre), számukat maximalizálnunk kellett. Így végezetül 60 játszmát („hadjáratot”) folytattunk le (tehát 4 saját stratégiai lehetőségünket 15-15 játékkal elemezhetjük).

Az eredményeket olyan mátrixokban tároltuk, melyek az összes játékos-párosítást tartalmazták (lásd a későbbiek során). Minden lépés után meghatároztuk az e mátrixok különböző celláiba kerülő (és a már ott levő) értékek átlagát és szórását, valamint ezek alapján a 95%-os konfidencia-intervallumaikat (Kerégyártóné, Mundruczó, Sugár (2001)).

## **2. Az elemzés eredményeinek összefoglalása**

A részletesebb elemzéseket megelőzően két olyan kérdésre kerestük a választ, amelyek lényegében függetlenek a vizsgálat céljától, ám nem látszanak érdektelennek.

## 2.1 Az ellenfelek tulajdonságainak felmérése

Az első keresett információnk azt firtatta, hogy egyáltalán a Honfoglalóban milyen a defenzív és az agresszív játékosok aránya. Ennek tényleges értékét az eredményekből nem lehetett közvetlenül kimutatni, hiszen az ellenfelek lehetséges stratégiái egy 2\*2-es mátrixban foglalhatóak össze:

		2. játékos	
		defenzív	agresszív
1. játékos	defenzív		
	agresszív		

Eredményünkben tehát a „defenzív” kifejezés alá az összes játékos  $p \cdot p$ , a „vegyes” kifejezések alá  $p \cdot (1-p) + (1-p) \cdot p$ , az „agresszív” kifejezés alá pedig az  $(1-p) \cdot (1-p)$  hányada került, ahol  $p$  jelzi a defenzív játékosok arányát a teljes populációban.

A fentieket figyelembe véve az excel Solver programjával (Excel Solver Help, 2017) kerestük az empirikus adatokhoz leginkább illeszkedő  $p$  értékét, melyre 0,7769-et kaptunk.

**A Honfoglalóban résztvevő 5 játékos közül 4 defenzíven, 1 pedig agresszív stratégiával játszik, amiből az is következik, hogy 10 játékból átlagosan 4-ben találkozunk (legalább egy) ilyen, számunkra várhatóan veszélyesebb ellenféllel.**

A mérések kis száma és az eredmények véletlenszerűsége miatt persze a fenti értékben nem lehetünk teljesen biztosak. A defenzív játékosok arányának 95 %-os konfidencia-intervalluma 0,6788-0,8946, és emiatt az agresszívéké 0,1054-0,3212. A defenzívek aránya tehát legalább  $2/3$  és legfeljebb  $9/10$ , és így 10 játékból legalább 2-szer és legfeljebb 5-ször találkozunk agresszív ellenféllel.

A második keresési szempontunk a játékosok felkészültségére vonatkozott. A fentiekhez hasonló gondolatmenettel az „okos” játékosok arányára 0,5590 (0,4334-0,6846), a „butákéra” 0,4410 (0,3154-0,5666) adódott. A számunkra veszélyesebb (legalább egy) „okos” játékosal való találkozás valószínűsége így játékonként 0,7964 (0,6875-0,9007).

## 2.2 Az ellenfelek egymásra hatásának vizsgálata

A játékot megelőzően felmerült az a kérdés, hogy az egyes stratégiák kiváltnak-e az ellenfelekből meghatározott válasz-stratégiákat (így például egy nyilvánvalóan buta játékos kiválthat-e agressziót az ellenfeléből). Ennek elemzésére összegyűjtöttük, hogy a vizsgálatot végző játékos különböző paramétereikhez a lehetséges ellenfél-stratégiák milyen számban tartoztak.

Így a következő eredményeket kaptuk:

	okos	buta
defenzív	18	18
vegyes	8	9
agresszív	4	3

	defenzív	agresszív
defenzív	20	16
vegyes	8	9
agresszív	3	4

	okos	buta
okos	9	8
vegyes	17	18
buta	3	5

	defenzív	agresszív
okos	11	6
vegyes	18	17
buta	3	5

Keresztábra-elemzéssel vizsgáltuk meg a négy mátrix adatait. Erre módunk volt, mert a 3. és a 4. táblázatnál csak 1 cellába került 5-nél kisebb elemszám, és bár az 1. és a 2. táblázat esetén két-két ilyen is adódott, az eredmény minden kétséget kizárt. A számítások szignifikancia-szintjei sorrendben 0,9041; 0,7482; 0,7705 és 0,4189 voltak, így mind a négy esetben nagyon távol vagyunk attól a 0,05-ös szinttől, amely arra utalna, hogy az egyes cellákba eső értékek eltérései nem a véletlen hatására jelennek meg.

**Kijelenthetjük tehát, hogy egy játékos „butasága” nem vált ki agressziót az ellenfelekből (1. táblázat). Az agresszió (vagy a defenzivitás) nem vált ki az ellenfeléből**

agresszivitást (2. táblázat). A játékosok sorsolása során nincs egyes játékosokat sújtó vagy segítő „kivételezés” (azt tapasztaltuk, hogy egy-egy játék során törekednek arra, hogy egymáshoz közeli tudásszintű játékosokat sorsoljanak össze) (3. táblázat). És az előzőből következik az is, hogy saját agresszív vagy defenzív stratégiánktól függetlenül sorsolnak hozzánk különböző tudású ellenfeleket (4. táblázat).

### 2.3 A különböző játékos-stratégiák eredményességének vizsgálata

A vizsgálat közben általunk szabadon változtatott két bemenő jellemzőhöz (dimenzióhoz) tartozó pontszámok átlagai a következőképpen alakultak:

	okos	buta
defenzív	3106	1872
agresszív	3426	1987

Ezek azt sugallják, hogy az okos játékos magasabb pontszámot ér el, mint a buta; az agresszivitás pedig több eredményt hoz, mint a defenzivitás. Az eltérések kis mértéke azonban (főleg ez utóbbi esetben) felveti azt a gondolatot, hogy esetleg csak a véletlen okozza ezt a hatást ebben a viszonylag kis elemszámú vizsgálatban.

A hagyományos konfidencia-vizsgálat ebben az esetben nem ad számunkra jól értelmezhető eredményt, mert az egyes cellákba eső adatok száma kicsi, és így túl széles intervallumok adódnak. Ha azonban lineáris regressziószámítással kihasználjuk az egyes cellák közötti összefüggéseket, akkor „pontosabb” eredményhez juthatunk és emellett további, „pontosabb” számítási eszközhöz jutunk.

A regressziós egyenlet a következő alakú:

$$\text{PONTSZÁM} = 4278,333 - 1336,667x_1 + 216,667x_2$$

$$\text{ahol } x_1=1 \text{ (okos) } x_1=2 \text{ (buta)}$$

$$x_2=1 \text{ (defenzív) } x_2=2 \text{ (agresszív)}$$

A számítás eredményeként az egyes stratégiák eredményessége a következő:

	okos	buta
defenzív	3158	1822
agresszív	3375	2038

A kapott értékek nem különböznek számottevően az empirikus adatoktól, ám azokat a mért értékek „általánosításának” tekinthetjük.

Az SPSS-programmal való számítások azt is lehetővé tették, hogy a regressziós együtthatók konfidencia-intervallumai alapján meghatározzuk az egyes stratégiák által elérhető pontszám-átlagok 95 %-os konfidencia-intervallumát:

	okos	buta
defenzív	2534-3782	1198-2446
agresszív	2751-3998	1414-2622

**Ezek összevetése alapján kijelenthető, hogy az okos és a buta játékosok által elérhető eredmény szignifikánsan eltér egymástól (természetesen az előbbieik javára). A defenzív és az agresszív játéktípus viszont egyenértékű abból a szempontból, hogy egyik sem biztosít a másiktól eltérő eredményt (bár az átlagok és az empirikus eredmény is azt sugallják, hogy egy „hajszállal” eredményesebb az agresszív stílus alkalmazása).**

#### 2.4 Stratégiák hatékonysága különböző ellenfelek esetén

Az eddigiekhez hasonló módszerek segítségével elemezhetőek különböző játékstratégiákhoz tartozó hatékonyságok. Elsőként foglaljuk össze a játékos felkészültsége és az ellenfelek agresszivitása közötti összefüggést.

Az empirikus adatok regressziós egyenlete a következő alakú:

$$\text{PONTSZÁM} = 5172,129 - 363,061x_1 - 1348,769x_2$$

ahol  $x_1=1$  (defenzív)  $x_1=2$  (vegyes)  $x_1=3$  (agresszív)

$x_2=1$  (okos)  $x_2=2$  (buta)

A számítás eredményeként az egyes stratégiák általánosított eredményessége a következő:

	okos	buta
defenzív	3460	2112
vegyes	3097	1748
agresszív	2734	1385

Eredményünk alapján megfogalmazhatjuk azt a nem túl meglepő megérzést, mely szerint az okos játékos minden ellenféllel szemben hatékonyabb a buta játékosnál. Minél agresszívabb ellenfelekkel kerül szembe, hatékonysága annál feltűnőbb, hiszen defenzív ellenfelekkel szemben 1,64-szeres átlagot, agresszívokkal szemben már 1,97-szeres értéket ér el a buta játékoshoz viszonyítva. A másik dimenziót vizsgálva ugyanakkor kijelenthető az is, hogy minél agresszívebb az ellenfél, annál kevesebb lesz az elért pontszám várható értéke. A buta játékos kiszolgáltatottabb az agresszív ellenfeleknek, mint az okos (az előbbi a defenzív ellenfelekhez viszonyítva 0,66-szoros, az utóbbi 0,79-szeres értéket ér el agresszív ellenfelek esetén).

Ezt a primer értékelést csak részben támasztják alá a 95 %-os konfidencia-intervallumok. Ezek szerint az okos és a buta játékosok között csak defenzív és vegyes ellenfelek esetén mutatható ki szignifikáns különbség. Agresszív játékosokkal szemben az okos és a buta játékos egyaránt kiszolgáltatott. Az ellenfelek agresszivitásának mértéke viszont egyáltalán nincs összefüggésben a játékos által elért eredménnyel.

	okos	buta
defenzív	2889-4031	1548-2675
vegyes	2541-3653	1185-2313
agresszív	1832-3636	469-2302

**Az okos és a buta játékos között csak defenzív és vegyes ellenfelek esetén van különbség, az agresszív ellenfelek mindkét játékosot hasonló kihívások elé állítják. Az ellenfelek agresszivitásának foka nincs befolyással az elérhető eredményre.**

A játékos és ellenfeleinek felkészültsége függvényében a következő regressziós függvény adódik:

$$\text{PONTSZÁM} = 2483,387 + 1204,65x_1 - 1384,828x_2$$

$$\text{ahol } x_1=1 \text{ (okos) } x_1=2 \text{ (vegyes) } x_1=3 \text{ (buta)}$$

$$x_2=1 \text{ (okos) } x_2=2 \text{ (buta)}$$

A számítás eredményeként az egyes stratégiák általánosított eredményessége a következő:

	okos	buta
okos	2303	918
vegyes	3508	2123
buta	4712	3328

Eredményünk alapján az az érzésünk támad, hogy az okos játékos minden ellenféllel szemben hatékonyabb a buta játékosnál. Minél okosabb ellenfelekkel kerül szembe, hatékonysága annál feltűnőbb, hiszen okos ellenfelekkel szemben 2,51-szeres átlagot, butákkal szemben pedig csak 1,42-szeres értéket ér el a buta játékoshoz viszonyítva. A másik dimenziót vizsgálva ugyanakkor kijelenthető az is, hogy minél butábbak az ellenfelek, annál több lesz az elért pontszám várható értéke. A buta játékos kiszolgáltatottabb az okos ellenfeleknek, mint az okos (az előbbi a buta ellenfelekhez viszonyítva 0,28-szoros, az utóbbi 0,49-szeres értéket ér el okos ellenfelek esetén).

Ezt a primer értékelést csak részben támasztják alá a 95 %-os konfidencia-intervallumok. Ezek szerint az okos és a buta játékosok között csak okos és vegyes ellenfelek esetén mutatható ki szignifikáns különbség. Buta ellenfelekkel szemben az okos és a buta játékos eredménye között nincs különbség. Az ellenfelek felkészültségének mértéke viszont tökéletesen összefügg a játékos által elért eredménnyel (természetesen az okos ellenfelekkel szemben érhető el kevesebb pont, a gyengékekkel szemben pedig több).

	okos	buta
okos	1715-2891	304-1533
vegyes	3055-3961	1694-2552
buta	3975-5450	2641-4014

**Az okos és a buta játékos között csak okos és vegyes ellenfelek esetén van különbség, a buta ellenfelek ellen mindkét játékos egyformán eredményes (lehet). Az ellenfelek felkészültségének foka arányos az elérhető eredménnyel (minél gyengébbek, annál több pontot szerezhethünk velük szemben).**

A játékos és ellenfeleinek agresszivitási szintje függvényében a következő regressziós függvény adódik:

$$\text{PONTSZÁM} = 2233,535 - 298,098x_1 + 502,414x_2$$

ahol  $x_1=1$  (defenzív)  $x_1=2$  (vegyes)  $x_1=3$  (agresszív)

$x_2=1$  (defenzív)  $x_2=2$  (agresszív)

A számítás eredményeként az egyes stratégiák általánosított eredményessége a következő:

	defenzív	agresszív
defenzív	2438	2940
vegyes	2140	2642
agresszív	1842	2344

Eredményünk alapján azt fogalmazhatjuk meg, hogy az agresszív játékos minden ellenféllel szemben hatékonyabb a defenzívénél. Ez lényegében nem függ az ellenfelek agresszivitásától, hiszen agresszivitással mindenfajta ellenféllel szemben 1,21-1,27-szeres pontszám érhető el így a defenzivitáshoz képest. A másik dimenziót vizsgálva ugyanakkor kijelenthető az is, hogy minél agresszívebbek az ellenfelek, annál kevesebb lesz az elért pontszám várható értéke. Ez nem függ a saját agresszivitásunk mértékétől, mert defenzív és agresszív stílus esetén egyaránt 1,25-1,32-szoros eredményt érünk el defenzív ellenfelekkel szemben, mint amikor azok agresszívek.

A primer értékelést nem támasztják alá a 95 %-os konfidencia-intervallumok. Ezek szerint a defenzív és az agresszív játékosok között nincs szignifikáns különbség. Az ellenfelek agresszivitásának mértéke szerint sincs különbség a velük szemben elérhető pontszámok várható értékében.

	defenzív	agresszív
defenzív	1836-3040	2286-3595
vegyes	1512-2767	2032-3253
agresszív	809-2874	1365-3323

**Az agresszív és a defenzív játéktípus között nincs különbség. Minden típusú ellenféllel szemben mindkét stratégia hatékonysága egyforma.**

A játékos agresszivitása és ellenfeleinek felkészültsége függvényében a következő regressziós függvény adódik:

$$\text{PONTSZÁM} = 719,999 + 1094,304x_1 - 75,833x_2$$

$$\text{ahol } x_1=1 \text{ (defenzív)} \quad x_1=2 \text{ (vegyes)} \quad x_1=3 \text{ (agresszív)}$$

$$x_2=1 \text{ (defenzív)} \quad x_2=2 \text{ (agresszív)}$$

A számítás eredményeként az egyes stratégiák általánosított eredményessége a következő:

	defenzív	agresszív
okos	1738	1663
vegyes	2833	2757
buta	3927	3851

Eredményünk alapján megfogalmazható, hogy az agresszív és a defenzív játékos minden ellenféllel szemben egyenértékű egymással (a két játékos által elérhető arány minden ellenféllel szemben 1,02 és 1,05 közötti). A másik dimenziót vizsgálva ugyanakkor kijelenthető az is, hogy minél butábbak az ellenfelek, annál nagyobb lesz az elért pontszám várható értéke. Ez nem függ a saját agresszivitásunk mértékétől, mert defenzív és agresszív stílus esetén egyaránt 2,26-2,32-szoros eredményt érünk el buta ellenfelekkel szemben, mint amikor azok okosak.

A primer értékelést alátámasztják a 95 %-os konfidencia-intervallumok. Ezek szerint a defenzív és az agresszív játékosok között nincs szignifikáns különbség. Az ellenfelek felkészültségének mértéke az okos és a buta ellenfelek között kimutathatóan eltérő eredményt ad, a vegyes ellenfelek elleni játék mindkét mértékű eredményt nyújthat.

	defenzív	agresszív
okos	1099-2378	903-2423
vegyes	2318-3348	2233-3281
buta	3046-4808	3061-4641

**A defenzív és az agresszív játéktípus minden felkészültségű ellenféllel szemben egyformán eredményes. Az okos ellenfelekkel szemben szignifikánsan kevesebb pontot érhetünk el, mint buta ellenfelek ellen.**

### 3. Általánosítási lehetőségek

A vizsgálat eredményei kétféle módon is általánosíthatóak. Ennek egyik iránya matematikai: eddigi vizsgálataink megfelelő átskálázása bizonyos fenntartások mellett képes finomítani becsléseinket. A másik irány lehetővé teszi, hogy eredményeinket alkalmazhassuk a Honfoglalón kívüli területeken is.

### 3.1 A modell pontosságát

Bár a saját stratégia egyes elemei és az ellenfelek szinte teljes stratégiája meglehetősen szubjektív megítélés alapján kerültek nyilvántartásra, bizonyos feltételezésekkel további számszerűsítési lehetőségekkel élhetünk.

A legegyszerűbbnek az látszik, ha a játékosok tudását skálázzuk át. Ehhez azzal az empirikus feltételezéssel élhetünk, hogy a korábban „okos”, „vegyes”, illetve „buta” minősítésekhez 115-ös, 100-as, illetve 85-ös „intelligenciahányadost” rendelünk (tudva egyrészt azt, hogy ez a mutató korántsem lineáris jellegű, másrészt azt, hogy ebbe a fogalomba a hagyományos intelligencia mellett például a műveltség, az általános tájékozottság, a figyelem, a gondolkodás sebessége és más, a játékhoz szükséges képességek is beletartoz(hat)nak).

Hasonlóképpen (bár a gyakorlatban még nehezebben) értelmezhetünk az agresszivitási skálán az átlagostól egy-egy szórással eltérő eseteket is.

Ily módon mind a felkészültségi, mind az agresszivitási skálán értelmezhetőek a vizsgálatban nem szereplő esetek is. Ilyenkor például egy (becslésünk alapján) 130-as IQ-jú ( $x=0$ ) játékos átlagosan 85-ös IQ-jú ( $x=2$ ) ellenfelekkel játszva várhatóan 6097 pontot fog elérni átlagosan, két ugyancsak 130-as IQ-jú ellenféllel szemben viszont csak 2483-at, ahogyan most már a megfelelő független változókat behelyettesítjük a megfelelő egyenletbe.

### 3.2 A „duális modell”

A játékelméletben szokásos módon megpróbálkozhatunk eredményeink más területekre való kiterjesztésével is. Kézenfekvőnek látszik, hogy tapasztalataink megfogalmazhatóak szinte minden játék körülményei között. Nagy valószínűséggel kijelenthetőek eredményeink így a sakk, az ulti, a labdarúgás vagy az ökölvívás szabályrendszerén belül is.

A szorosán értelmezett játékokon túlmenően azonban még tovább léphetünk. Fogalmazzuk meg tapasztalatainkat csoportban végzett tanulás, illetve így végrehajtott munka esetére is!

**1. Tanulótársaink, kollégáink között a tiszta együttműködési szándékkal rendelkezők aránya 0,7769 (0,6788-0,8946), míg az együttműködést karrierépítésre, mások ettől való elnyomására kihasználóké 0,2231 (0,1054-0,3212).**

2. A csoport tagjai között az aktívan, kreatívan együttműködők aránya 0,5590 (0,4334-0,6846), míg a többiek munkáját kihasználó, passzívan dolgozóké 0,4410 (0,3154-0,5666).

3. A csoport egyes tagjainak az átlagostól eltérő „butasága” vagy „okossága” nem vált ki a többiekből különleges együttműködési aktivitást, az együttműködők és a karrieristák aránya nem függ ettől. Nincs hatással az egyes tagok felkészültsége a többiek tudás-aktivizálására sem. Az egyes tagok karrierizmusa nem vált ki a többiekből a normálistól eltérő együttműködést vagy karrierizmust. A karrieristák aránya nem függ attól, hogy az egyén együttműködik-e vagy maga is karriert épít. Az egyéni karrierizmus nem hat a többiek munkateljesítményére.

4. A csoporton belüli sikeresség egyértelmű feltétele az aktív, kreatív részvétel. Sok karrierista esetén azonban a nagyobb tudás nem tud érvényesülni, nem eredményesebb a kisebb tudásnál. A nagyobb tudás akkor tud hatékonyabban működni, ha a csoport többi tagja együttműködő típusú. Az okos csoporttag általában eredményesebb a gyengébb felkészültségűnél, kivéve, ha a csoportban többségben vannak a gyenge tudásúak. Ilyenkor gyenge felkészültséggel is érhetünk el a csoporton belüli eredményt.

5. Az együttműködő és a karrierista egyforma eredményt képes elérni mind egy olyan csoportban, ahol sok a karrierista, mind ott, ahol az együttműködők vannak többségben. A közeg ilyen szempontú jellege nem befolyásolja az eredményességet. Hasonlóak mondhatók el a csoport átlagos felkészültségével kapcsolatban is, bár itt az is megfogalmazható, hogy minél gyengébb a többiek felkészültsége, annál könnyebb a közülük való kiemelkedés a karrierista és az együttműködő számára is.

#### **Irodalomjegyzék:**

Excel Solver (2017): Letöltve 2017. 03.13-án: <http://www.solver.com/excel-solver-help>

Felföldi László (1983): Anyagmozgatási folyamatok tervezése I. rész (pp. 90-94). Budapest: Tankönyvkiadó

Hirkó Bálint (1988): Alkalmazott operációkutatás (pp. 5-20; 169-175). Budapest: Tankönyvkiadó

Honfoglaló – játékszabályok (2017): Letöltve 2017. 03.13-án: <https://honfoglalo.hu/help.php?tl=2>

Kerékgyártó Györgyné, Mundruczó György, Sugár András (2001): Statisztikai módszerek és alkalmazásuk a gazdasági, üzleti elemzésekben (pp. 302-311). Budapest: Aula Kiadó

Tóth I. János (2010): Játékelméleti dilemmák társadalomfilozófiai alkalmazásokkal (p. 47). Szeged: JATEPress

Turányi István (1982): Közlekedési rendszertechnika (pp. 84-91). Budapest: Tankönyvkiadó