

A tanulókhöz adaptált szakoktatás ismeretelméleti alapjai

Dr. Tóth Péter okleveles gépészmérnök - műszaki tanár
Óbudai Egyetem, Trefort Ágoston Mérnökpedagógiai Központ, Budapest,
toth.peter@tmpk.uni-obuda.hu

Kulcsszavak: szakképzés, szakoktatás, adaptív, induktív, deduktív

Bevezetés

Minden elméleti és empirikus pedagógiai, így a szakképzés-pedagógiai kutatásnak is végső soron az a célja, hogy a lehető legjobb eredményt érje el a tanuló. Ehhez nyilván szem előtt kell tartani az ismeretszerzés útjait és módjait, a tanulás ismeretelméleti alapjait avégett, hogy kialakíthassuk, és fejleszthessük a tanulóhoz adaptált, leghatékonyabb oktatási és tanulási gyakorlatot a képzési cél szem előtt tartásával. Így kézenfekvő, hogy az ismeretelmélet oldaláról, az ismeretszerzés vizsgálatával is szükséges erősíteni empirikus kutatásainkat, mégpedig konkrét szakoktatási példákon is.

Mindez rávilágít arra, hogy a tantárgyi módszertanok (szakmódszertanok) keretében hangsúlyosan foglalkozni kell ismeretelméleti kérdésekkel is a konkrét tananyag kontextusában, mert a tanár, az oktató csak e tudás birtokában lesz képes „kalauzolni” a tanulót a megismerés útjain, figyelembe véve egyéni sajátosságait, megvalósítva ez által a tananyag-feldolgozásnak a tanulókhöz adaptált folyamatát.

Az adaptív szakképzés modelljeivel *Benedek András* foglalkozott először behatóbban az 1990-es évek elején (*Benedek, 1992*).

A szakoktatás nézőpontjából elkülöníthetjük az ismeretszerzés (1) asszociáción, (2) következtetés-logikán, (3) problémamegoldáson alapuló útjait (*Tóth P., 2013*).

Jelen tanulmányban konkrét példákkal illusztrálva az ismeretszerzésnek a következtetés-logikán alapuló útjait tekintjük át, bemutatva többek között annak induktív-empirikus és deduktív-konstruktivistá felfogását. Nem vállalkozunk ezen elméletek ütköztetésére, többek között azért sem, mert mindkettő jelen van, átszővi a gyakorlati pedagógiát.

1. Modellalkotás és folyamatelemzés a szakoktatásban

Korábbi munkákban (*Tóth P., 2014*) a modellalkotás jelentőségét abban láttuk, hogy segít számba venni az oktatás főbb komponenseit és a közöttük lévő kapcsolatrendszerét. A folyamat alapú szemléletmód pedig hozzájárul azon változók feltárásához, amelyek befolyással bírnak a rendszer működésére és a tanulás eredményére. E változók ismeretében a szabályozás révén optimálisabbá, adaptívvá tehető a folyamat. A *Carroll* mesterfokú tanulási modelljéből jelen témánk szempontjából kiemelhetők tanulói oldalról az előzetes tudás, az általános tanulási képességek és a megértés foka (általános intelligencia, verbális készségek), míg tanári oldalról a tanítás minősége (tanulási célok és követelmények meghatározása, alkalmas oktatási módszerek megválasztása, életkori sajátosságok figyelembevétele, a tananyag szervezetheze, a taneszközök minősége) és a tanítási alkalom (a tanulásra tervezett idő és az egyéni különbségek figyelembevétele) indikátorok (*Carroll, 1989*).

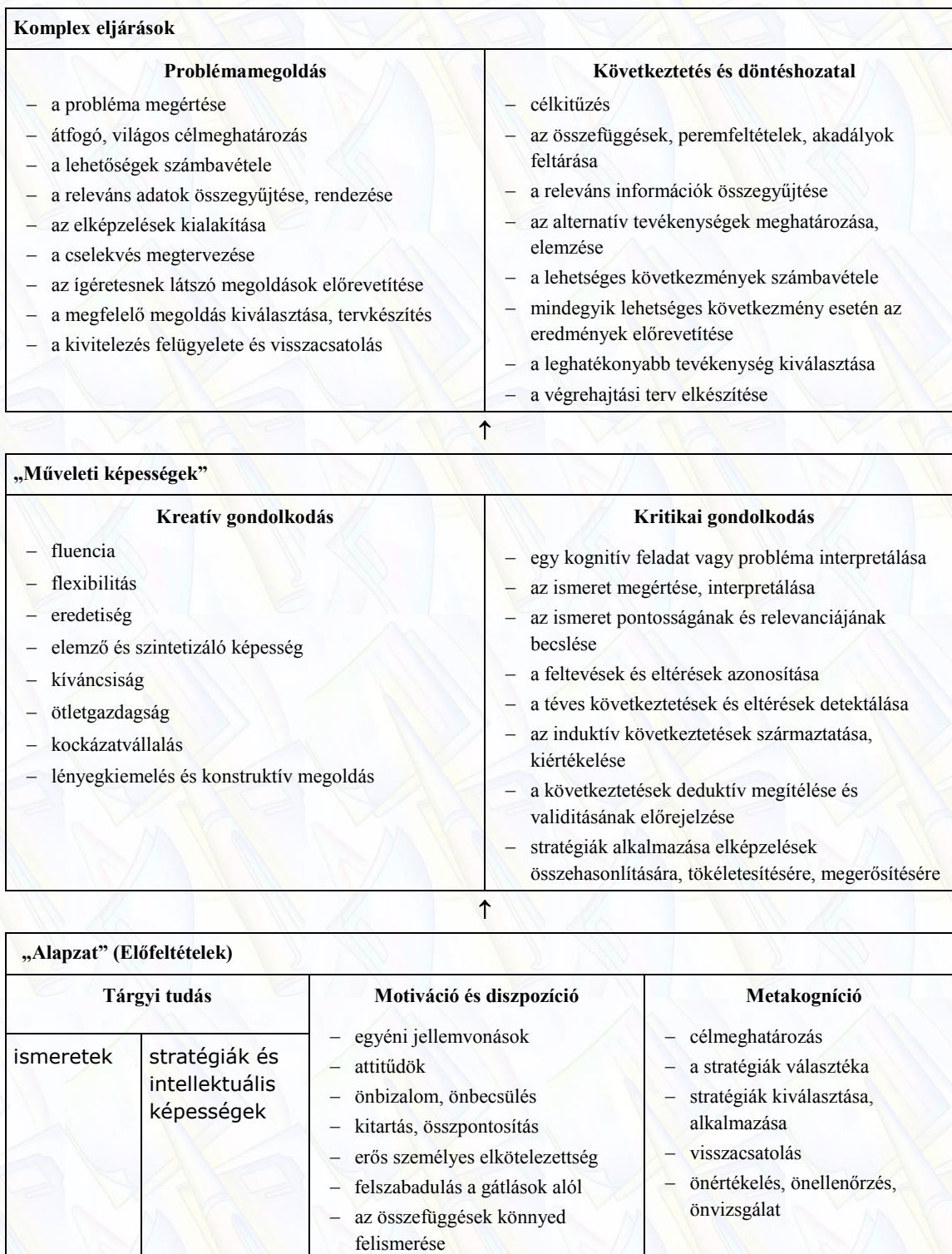
A *Carroll* modelljében szereplő megértés értelmezésekor elfogadjuk azt a kognitív megközelítést, miszerint az a tudás belső szerveződése, jelentésalapú, szemantikus reprezentációja alapján értelmezhető.

E belső kapcsolatrendszerre csupán következtetni tudunk, modelleket alkothatunk róluk (pl. halmaz- és gráfelméleti modellek), továbbá feltételezhetjük, hogy külső aktivitással befolyásolhatók, továbbá azt is, hogy a megfelelő külső reprezentációk közötti kapcsolódások kiépítésén keresztül módosíthatók. Ez alapján egy tény, egy fogalmat vagy egy eljárást megértettnek tekinthetünk, ha az részévé válik a tudást reprezentáló relációs rendszernek, vagyis ha beépül a reprezentációs hálózatba. A megértés mértéke vagy foka a kapcsolatok számával és erősségével határozható meg (*Csapó, 1992*).

A reprezentáció olyan jel vagy szimbólumrendszer, ami valamely dolgot helyettesít, „képvisel”, ami jelenleg nem érzékelhető számunkra. Ez a dolog többnyire a külső világ vagy a belső világunk (képzeletünk) egy bizonyos aspektusa. A külső reprezentáció két alapvető formája, amelyekkel a körülöttünk lévő világot leírhatják, a nyelvi (pl. szavak, jelölések) és a képi (pl. ábrák, képek). E két forma az oktatás során sokrétű kapcsolatrendszerben jelenhet meg. A belső reprezentációk lehetnek analógok (pl. képek, mentális modellek) és propozicionálisak (mentális nyelven megfogalmazott kijelentések, melyek az elme fogalmi tartalmát jelenítik meg). Amíg a propozicionális reprezentációk diszkrét, szigorú szabályok szerint szerveződnek (grammatika), absztraktak és egyedi módon utalnak a dolgokra, addig az analógok nem diszkrét, laza szabályok szerint szerveződnek, konkrétak és modalitásfüggőek. A mentális reprezentációk jellemzése során a kutatók két nagy csoportra oszthatók, egyrészt, akik az egyes fogalmak szerkezetét vizsgálják, másrészt azokra, akik a fogalmak konkrét szerveződésével foglalkoznak (*Eysenck – Keane, 2003*).

A tudás lehet egyrészt „nyersanyaga”, másrészt pedig „terméke” annak a mentális tevékenységnek, amit gondolkodásnak nevezünk. A gondolkodás típusai közül kiemelhető a problémamegoldás, a következtetés és a döntéshozatal. E három aspektus többnyire egymástól elválaszthatatlan, egymást áthatja a különböző kognitív tevékenységek során.

Treffinger modellje szerint a produktív gondolkodás három alapvető feltétele a meglévő tárgyi tudás (ismeretek, készségek), a motiváció és a diszpozíció valamint a metakogníció. Ezen az alapon nyugszanak a gondolkodás irányultságát jelző úgynevezett műveleti képességek, a kreatív (divergens gondolkodás) és a kritikai gondolkodás (konvergens gondolkodás). Végezetül a legfelső szinten helyezkednek el a komplex eljárások, a problémamegoldás és a következtetés – döntéshozatal (1. ábra). (*Treffinger et al., 1990*)



1. ábra: A produktív gondolkodás komplex modellje

Forrás: *Treffinger et al.* (1990) nyomán saját ábra

Egy másik megközelítés szerint a gondolkodás lehet asszociatív, megértő és problémamegoldó. Az asszociatív gondolkodás során gondolatok, képzetek, élmények különösebb irányítottság, rendezettség nélkül intuitív módon kapcsolódnak össze (képzettársítás). Eredménye valamilyen következtetés, magyarázat. Sokan nem is tartják

valódi gondolkodásnak. A megértő gondolkodás a dolgok lényegének, összefüggéseinek feltárására, vagyis megértésére irányul. E gondolkodás eredménye a fogalom, melyhez általánosítás eredményeként jutunk el.

Fontos szerepet játszik benne a lényegkiemelés, az összefüggések felismerése és a rendszerbe sorolás. (Kelemen, 1973) Amíg a megértő gondolkodás magyarázó, értelmező jellegű és az ismeretszerzésre irányul, addig a problémamegoldó gondolkodás inkább kutató jellegű, gyakorlati alkalmazás. A problémamegoldás formái közül kiemelhető a diszkurzív (következtető), az intuitív (ötletszerű ráeszmélés), valamint a próba-szerencse típus.

A megértésben tehát fontos szerepet játszik a külső reprezentáció, vagyis az a mód, amiként a tanulnivalót a tanulók „elé tárjuk”, vagyis a tananyagot feldolgozzuk. A tananyag feldolgozásának tervezése a tanulnivaló logikai formák szerinti elemzésével indul, majd a tudáselemek feltárását az ismeretszerzés leginkább alkalmas stratégiáinak megválasztása követi. A tanulás e tudatos folyamatában meghatározók a racionális gondolkodás alapvető műveletei, ezért azok megismerésüket, alkalmazásuk módszereit és ezek révén a gondolkodás fejlesztésének stratégiáját a szaktárgyi módszertanok középponti témájává kell tenni.

A kognitív oktatási stratégiákat a tanítás-tanulási folyamat egyes fázisaihoz, a megoldandó didaktikai feladatokhoz igazítva adtuk meg (Tóth P., 2012). Így a szakképzés nézőpontjából beszélhetünk az oktatási célok megfogalmazását és a meglévő tudás felidézését elősegítő, a tanulnivaló elsajátításához szükséges új ismereteket biztosító, az ismeretszerzés, az ismeretek alkalmazásának, a rendszerezés és rögzítés, valamint az ellenőrzés és értékelés stratégiáiról. Ezek mellett külön is megemlítendő a gondolkodási műveletek, amelyek valamennyi oktatási stratégia alkalmazásánál meghatározó jelentőségűek.

A tanulnivaló elsajátításához szükséges új ismereteket biztosító tananyag-feldolgozási eljárások közül kiemeltük a technikai, a technológiai és a műveleti elvűt. Az ismeretszerzési stratégiák között megemlítettük a deduktív, az induktív, a komplex, a problémamegoldó és az asszociatív stratégiát. Az ismeretek alkalmazásának stratégiái a következők: az ismeretek operatív alkalmazása, a megismerő alkalmazások, a feladatmegoldó- és a munkaalkalmazások. A rendszerezés stratégiái között megemlítendő a komplex, szintetizáló, az átfogó, a parciális és az elsődleges rendszerezés, míg az ismétlés stratégiái között a tanév eleji, az általánosító, a folyamatos és a befejező rögzítés. Az ellenőrzés stratégiája irányulhat helyzetfeltárásra, fejlesztésre és minősítésre, míg az értékelés módja lehet szóbeli felelet, teljesítményteszt, feladatmegoldó alkalmazás, munkaalkalmazás (Tóth P., 2012).

Jelen tanulmányunk az ismeretszerzés stratégiájára, és azon belül is annak logikai módjaira fókuszál.

Ismeretszerzési stratégia alatt értjük az ismeretek feldolgozására, illetve általánosítására, vagyis a fogalomalkotásra irányuló komplex tevékenységet.

Az egyén ismeretszerzését is bizonyos preferenciák jellemzik. Tóth László szerint a kognitív stílus fejezi ki legpontosabban az egyéni különbségeket a figyelem, az emlékezés, az észlelés és a gondolkodás vonatkozásában. Ellentétben a képességekkel a kognitív stílus két- vagy többpólusú, mindegyik pólusban az ismeretszerzés és -feldolgozás egy bizonyos mintázata jellemző. A kognitív stílus a képesség, a személyiség és az interperszonális működés sajátos ötvözetének tekinthető (Tóth L., 2005). A kognitív stílus kutatások legtöbbször a tanulási stílus vizsgálatára irányul és próbálja meg feltárni, illetve leírni, tipizálni az egyéni tanulási

preferenciákat, melyekben meghatározó szerepet játszanak az ismeretszerzés és -feldolgozás különbözőségei.

Például *Myers-Briggs* rendszerében az információ szelektálása vonatkozásában megjelenő preferencia-dichotómiák a gondolkodás és az érzés. A gondolkodó egyén döntéshozatala logikán alapul, amihez jó elemzőképesség, kritikusság, pártatlanság és tárgyyszerűség társul. Az érző egyén döntését a másokra gyakorolt hatás és személyes értékei befolyásolják. Fontosabb számára az ember, mint a megoldandó feladat (*Myers-Briggs*, 1995).

Gordon Pask értő és műveleti tanulási stílust különített el. Az első esetben a tanulók holisztikusan közelítenek a tanulnivalóhoz, analógiákra és illusztrációkra támaszkodnak, előbb egy átfogó képet alakítanak ki, mielőtt elmélyednének a részletekben. A „szériális” tanuló lineárisan közelít a tanulnivalóhoz, lépésről-lépésre, a sorrendiséget betartva oldja meg a feladatokat (*Pask*, 1976).

Végezetül megemlíthető még *Marton* és *Säljö* tanulási orientációi: mélyreható, felszíni. A mélyreható tanuló célja a tananyag minél alaposabb, minél mélyebb megértése, aminek érdekében igyekszik az állításokat alátámasztani, személyes tapasztalataival összekapcsolni. A felszíni orientációval rendelkező tanuló a tananyag memorizálására törekszik, az egyes tények és fogalmak közötti összefüggéseket nem keresi (*Marton – Säljö*, 1976).

A tanulási stílus kutatások során egyre inkább előtérbe került az a felfogás, hogy a tanulói sajátosságokat célszerű tanítási kontextusba helyezni, így több kutató kapcsolatot keresett a tanulási és a tanítási stratégiák és stílusok között.

Felder a tanulók által preferált tanulási stílushoz alkalmas tanítási stílust rendelt, ezáltal is elősegítendő a hatékony tanítást, illetve tanulást. Ezeket a megfeleltetéseket mutatja az 1. táblázat, elmélete bizonyos szempontból integrál számos korábban már ismertetett dichotóm és politóm megközelítést (*Felder – Silverman*, 1988).

Preferált tanulási stílus		Alkalmas tanítási stílus	
észlelési mód	érezékelés – intuíció	konkrét – absztrakt	tananyagtartalom
bemeneti modalitás	vizuális – auditív	vizuális – verbális	előadásmód
gondolkodási mód	induktív – deduktív	induktív – deduktív	gondolatmenet
ismeretszerzési mód	cselekvő – gondolkodó	aktív – passzív	tanulói részvétel
felfogási mód	szekvenciális – globális	szekvenciális – globális	tananyag-feldolgozás

2. táblázat: **Tanulási és tanítási stílusok megfeleltetése**

Forrás: *Felder – Silverman*. (1998) alapján saját táblázat

Felder a modellhez kapcsolódóan részletesebb módszertani javaslatokat is megfogalmazott (*Felder*, 1996).

- A túlzottan absztrakt tananyag oktatásakor elsőként olyan jelenségeket, problémákat célszerű bemutatni, amelyek kapcsolódnak az adott elmülethez. Főként azoknál a tanulóknál alkalmas módszer ez, akik észlelési módjukat tekintve az érezékelést és az induktív gondolkodási módot részesítik előnyben, továbbá globális felfogásmóddal rendelkeznek.

- Az oktatás során célszerű egyensúlyban tartani az elméleti, elvont, absztrakt (intuitív tanuló) és a gyakorlatias, konkrét (érzékelést preferáló tanuló) tananyag arányát. Amíg az intuitív tanuló a fogalom-gazdag (pl. elméletek, matematikai modellek), addig az „érzékelő” társaik olyan konkrét ismereteket preferálnak, mint például a demonstrációk, konkrét problémamegoldási algoritmusok, valós és szimulált kísérletek.
- A szemléltetés során a széles körben alkalmazott elvi ábrák, vázlatrajzok, diagramok, demonstrációk (vizuális modalitást preferáló tanulók) mellett hangsúlyosan jelenik meg a szóbeli és az írásbeli magyarázat, illetve a levezetés (auditív tanulók).
- Az absztrakt fogalmak vagy problémamegoldási algoritmusok illusztrálására célszerű numerikus példákkal (érzékelést preferáló tanulók) kiegészíteni a szokványos algebrai struktúrákat (intuitív tanulók).
- A számítással meghatározott mennyiségek nagyságának illusztrálására célszerű kézzelfogható és a tanulók által ismert analógiákat használni („érzékelő” és globális tanulók). Ha például a kapott eredmény 100 μm , akkor mondható, hogy az kb. egy papírlap vastagságának megfelelő méret.
- Az általános alapelvek és törvények közlése előtt célszerű tanári kísérleteket bemutatni, illetve tanulói kísérleteket elvégeztetni (pl. csoportmunkában). A tapasztalatok és a kísérletek során kapott eredmények alapján a törvények már felismerhetők és megfogalmazhatók (induktív tanulók) lesznek.
- A tanóra során célszerű kellő mennyiségű időt hagyni a tanulóknak, hogy elgondolkodhassanak a tananyagon és kérdéseket fogalmazhassanak meg azzal kapcsolatban (reflektív tanulók). A preferált cselekvő ismeretszerzési módú tanulóknak pedig aktív tanulási szituációkat kell teremteni, például 3-4 fős csoportokban végrehajtott problémamegoldó gyakorlatok által.
- Mindegyik tanulási stílus esetén hasznosak a tanulók együttműködését igénylő házi feladatok, mert javul a tanulmányi eredményük, elkötelezettebbek lesznek a tanulmányaik iránt és kialakulhat egy egészséges versenyszellem a csoportban.
- A tananyag-feldolgozás során egyenlő arányban kell bemutatni az adott tantárgyi témakör logikai „vonalvezetését” (szekvenciális felfogási módú tanuló), illetve a tananyag külső és belső kapcsolatrendszerét (globális tanuló).

E tanítási módszerek egyenlő arányú, változatos és választékos alkalmazása valamennyi tanulási stílusú egyén igényét kielégíti.

A téma vonatkozásában számos hazai és nemzetközi kutatás jelent meg az elmúlt évtizedekben, elég legyen most kiemelni három szabadkai fiatal kutató munkáját, akik a *Kolb*-féle tanulási stílus, a tanulási sajátosságok és motívumok, illetve a logikus gondolkodás vizsgálatát állították vizsgálatuk középpontjába (*Pejić, 2014; Pásztor, 2014; Pesti, 2014*). Legfrissebb kutatási eredményeikről e tanulmánykötetben számolnak be.

2. Ismeretelméleti alapok

Az ismeretelmélet (episztemológia vagy gnoszológia) tárgya a tudás értelmezése és megszerzése feltételeinek, módszereinek kutatása. A tudás származhat tapasztalatból (a posteriori) vagy az elme működéséből (a priori). Attól függően, hogy az új ismeretek miként hatnak a meglévő tudásunkra beszélhetünk szintetikus (az új ismeret bővíti a meglévő

tudásunkat) és analitikus (az új ismeret magyarázza a meglévő tudásunkat) ismeretelméletről. Az analitikus ismeretelméletre mérsékelt empirizmus jellemző, ugyanis az ismeret legfőbb forrásának a tapasztalatot tekinti, ugyanakkor nem tagadja, hogy létezik nemcsak a tapasztalatból származó ismeret, azonban ezek köre nagyon szűk. A fogalomalkotást alkotó tevékenységnek tekinti, és fogalmaink nem vezethetők vissza érzéki benyomásokra.

Az empirizmus (az empíria szó jelentése tapasztalat) a XVII-XIX. század meghatározó ismeretelméleti felfogása szerint ismeretekre csak tapasztalataink (megfigyelés, kísérlet) segítségével tehetünk szert. Elveti a velünk született tudást, a megismerést az érzéki észlelésre korlátozza, amit szenzualizmusnak nevezünk. Az empiristák szerint az egyes jelenségeket minél többször meg kell figyelni, majd az eredmények alapján következtetni kell az általánosra (indukciós következtetés). Tudásra tehát megfigyelés révén teszünk szert, ez az igazság megismerésének egyetlen módja (*John Stuart Mill: A deduktív és induktív logika rendszere*). Legpontosabban *John Locke* mondása fejezi ki ezt a felfogást, miszerint „Semmi sincs az értelemben, ami előtte nem volt az érzékekben”. *Francis Bacon* szerint a természet megismerésének egyetlen módja a „valódi indukció”. (*Darai, 2002*)

A pozitivizmus a modern filozófia egyik irányzata, melynek elvei az empirizmusban gyökereznek, s melyre a későbbiekben más ismeretelméletek is épültek, mint például analitikus filozófia. Elsőként *James Mill* fogalmazta meg a pozitivizmus alapelveit, mely szerint az elme számára a megismerésben kizárólag az érzetek által közvetített tények adóttak, amiket azután az elme a megismerés folyamatában rendszerbe szervez, azonban ez a rendszerezés csak mintegy „járulékosan hozzáadódik a tényekhez”, melyek ismereteink egyedüli szilárd, állandó elemei (*Mill, 1869*).

John Stuart Mill (1882) induktív logikával kiegészített pozitivistá ismeretelméletet dolgozott ki. Bacon és Whewell elméleteire támaszkodva az oksági kapcsolatok feltárásának új módszertanát teremtette meg azzal, hogy összegezte a tudományokban használatos induktív eljárásokat. A nem teljes indukció négy alapelvét fogalmazta meg (*Tóth P., 2012*).

A pozitivizmus XX. századi megújítója *Ernst Mach*, aki az emberi érzetek tényeit tekintette rendszerbe szervezendő anyagnak, és a rendszerbe foglalást ismétlődő elemzések sorozatán keresztül vélte kivitelezhetőnek (gondolkodás-ökonómiai elmélet).

Bertrand Russell *John Stuart Mill* és *Mach* pozitivistá felfogásait alapul véve kijelentette, hogy az ismeretelméletnek egyrészt tudományosnak kell lennie, másrészt pedig analitikusnak. Véleménye szerint az ismertből, ismerhetőből kell eljutni az ismeretlenhez, és egyedül a tapasztalati érzetadatok a „tudott létezők”. „Az érzékek számunkra közvetlenül nem az igazságot mondják el a tőlünk különálló tárgyról, hanem az igazságot bizonyos érzéki adatokról, ami, amennyire láthatjuk, a köztünk és a tárgy közti kapcsolattól függ.” Például egy adott tárgy az érzéki adatok osztályának vagy gyűjteményének tekinthető, amelyeket ezzel a tárggyal kapcsolunk össze (*Russell, 2010*).

David Hume ismereteink egyedüli forrásaként kizárólag a percepciót, az érzékelést fogadta el. Az észleleteket ideákra („halvány képmások”) és benyomásokra („erős képmások”) osztja, a benyomások elsőként az érzékekre hatnak, a szellem ezekből másolatokat képez, amik az ideák. Benyomásokra tehetünk szert érzékelés, illetve reflexió (emlékezet, képzelőerő útján nyert ideák) által. Az emlékezetben tárolt ideákat a képzelőerő képes átalakítani, illetve az ideák között hasonlóságokat és különbségeket felfedezni. Hume szerint az ideák közötti

kapcsolat, hasonlóság, érintkezés vagy pedig ok-okozati kapcsolat révén jönnek létre. Ezek teremtenek asszociációt az ideák között (*Huoranszki, 2001*).

Carnap és *Reichenbach* munkásságára a metafizika radikális tagadása jellemző, azt is kétségbe vonják, hogy a valóságról a priori kijelentéseket tehetnénk, vagyis lehetetlen a világról és a valóságról a tiszta gondolkodás által biztos ismereteket szerezni. Az irányzatot logikai empirizmusnak nevezik el, ugyanis a tapasztalatot a gondolkodás feltárt szabályaival próbálja meg összekapcsolni (*Darai, 2002*).

Az a posteriori, vagyis a tapasztalatokra épülő induktív-empirikus ismeretelmélet még az 1980-es években is meghatározó jelentőségű volt a pedagógiában, és még napjainkban is e látásmód uralja az ismeretszerzési koncepciókat az iskolában, az oktatási módszerek is e felfogáson alapulnak. Az empirikus eredményekből levont következtetések juttatják el a tanulókat a megtanítandó összefüggésekig, hasonlóan a tudósokhoz, akik a kísérleti eredményeik általánosítása alapján mondták ki a tudományos tételeket, összefüggéseket, törvényszerűségeket (*D. Tarai, 2008*). Eszerint a tudás alapja a tőlünk függetlenül létező objektív valóság, amely a megismerő rendszerrel kölcsönhatásba lép, és ennek következtében alakulnak ki elemi ismereteink (*Nahalka, 2002*).

Az empirizmus ismeretelméletén alapult már *Comenius* szenzualista pedagógiája is, melynek középpontjában a szemléltetés állt. Nála a szemléltetés már több volt módszer, a megismerés alapvető elvének volt tekinthető.

Az empirizmussal szemben álló másik filozófiai irányzat a racionalizmus, mely szerint az emberi megismerés forrása az ész, és fogalmaink a tapasztalat előtt, illetve attól függetlenül is léteznek. A racionalizmus olyan elmélet, amelyben az igazság ismérve nem érzéki, hanem intellektuális és deduktív következtetések révén jutunk el hozzá.

René Descartes szerint egyedül csak az örök igazságok – a matematika igazságai, továbbá a tudományok ismeretelméleti, illetve metafizikai alapjai – ismerhetők meg az értelem útján, a körülöttünk lévő világ viszont tudományos módszerek segítségével tapasztalati úton ismerhetők meg. A tudatos érzéki tapasztalatok – az álmokhoz hasonlóan – ugyancsak lehetnek illúziók eredményei, ezért semmit sem osztályozhatunk tudásként, amit az értelem segítségével nem ismerhetünk fel. A megismerésben elsődleges az emberi gondolkodás, a kiindulópont az emberi tudat: „cogito, ergo sum”, vagyis „gondolkodom, tehát vagyok”. Az elsődleges viszonyulási pont az egyén számára a saját gondolkodása (*Darai, 2002*).

Gottfried Leibniz meghaladta *Descartes* elméletét az egy anyagi világ létezéséről, szerinte végtelen sok egyszerű, oszthatatlan szubsztancia, úgynevezett monád létezik. A monádok a valóság alapvető egységei, mind élő, mind élettelen dolgokra vonatkoztathatók, és nem állnak az okság vagy a tér törvényeinek hatása alatt. Bevezette az előre elrendezett harmónia elvét, ami magyarázatot ad a világban tapasztalható oksági viszonyokra (*Leibniz, 1986*).

Immanuel Kant igyekszik hidat képezni az empirizmus és a racionalizmus között, „A tiszta ész kritikája” című munkájában kifejti, hogy az érzékek és az értelem függetlenek egymástól, mindegyik külön-külön játszik szerepet az ismeret alakításában, a kettő együtt alkot igazi tudást. Az értelem adja a tudás formáját, míg az érzékek a tudás anyagát, és ezek együttes jelenléte szükségeltetik az ismeret létrejöttéhez (*Kant, 2004*).

A kritikai realizmus egyik úttörő képviselője *Karl Popper*, aki alapvető művében, „A kutatás logikája”-ban azt feszegeti, hogy az általános természettörvények, éppen általános formájuk miatt, tapasztalatiilag nem igazolhatók. Amikor egy törvény azt állítja, hogy „minden A - B”,

akkor valami olyat állít, ami soha nem volt, és soha nem is lesz megfigyelhető, ugyanis ahhoz minden A-t meg kellene vizsgálni, és azokról azt tapasztalni, hogy azok B-vel azonosak. Enélkül nem juthatunk általános tételhez. Az általános tételt csak indukcióval tudjuk igazolni, amihez nagyon sok megfigyelés szükségeltetik. Ez azonban szigorú logikai értelemben nem megengedett, mert az indukció csak valószínűségi kijelentésekre vezethet, de nem általános kijelentésekre. Ezek miatt *Popper* elveti az indukciót mint a tudományos megismerés módszerét, és az empirikus elméletek deduktív igazolását javasolja. A tudományos tételek kialakulásában két fázist különböztet meg, a tételek létrejöttét (hipotézisállítás) és azok deduktív felülvizsgálatát (*Popper*, 1997).

Thomas Kuhn kritikai realista nézete szerint egy új elmélet, tétel elfogadása hosszú folyamat eredménye, melynek során a szakmai közösség dönt annak elfogadásáról, vagy pedig elvetéséről. A döntés a régi és új gondolkodásmód között egy szociális folyamat, tehát nem logikai típusú, ugyanis az adott tudományterület közössége fogadja vagy veti el azt.

Napjaink egyik uralkodó irányzata az analitikus ismeretelmélet, melynek meggyőződése, hogy a filozófiát tudományos módon kell művelni, melynek legalkalmasabb módjai a nyelv analízise és a racionalitás szabályainak kutatása. Legismertebb képviselője *Ludwig Wittgenstein* volt, aki szerint „a világ a tények összessége”, a világ tehát nem tárgyakból, élőlényekből áll, hanem összefüggésekből, tényekből és tényállásokból, konfigurációkból („Sachlagen”) (*Wittgenstein*, 2004).

Például az íróasztalom az irodámban áll, rajta a hallgatóim dolgozatai és a könyveim, előtte a székem, ami az ablaknál áll.

A tényállások a dolgok közti kapcsolatokat adják és a világ szubsztanciáját alkotják. A tényállások mondatok tárgyai, összetettebb tényállást összetettebb mondat fejez ki. A mondatok elemzésével a valóságot ragadhatjuk meg. A világgal való érintkezés az elemi mondatok és az egyszerű tényállások közt történik, és ez a valóságról való bizonyosságunk eredete. „A mondat a valóság képe.” Ahogy a képek megőriznek valami hasonlóságot abból, amit ábrázolnak, ugyanúgy a mondatok logikai szerkezete is őrzi a valóság hasonló szerkezetét („A mondat megmutatja a valóság logikai formáját”). A filozófia célja a gondolatok logikai szerkezetének tisztázása. Egyik fő művében a *Tractatus logico-philosophicus*-ban szereplő 7 tétele a következő: (1) A világ mindaz, aminek esete fennáll. (2) Aminek esete fennáll, a tény, pedig nem más, mint a körülmények megléte. (3) A tények logikai képe a gondolat. (4) A gondolat értelemmel bíró kijelentés. (5) Minden kijelentés az elemi kijelentések igazságfüggvénye. (6) Az igazságfüggvény általános formája: [p , ξ N(ξ)]. (7) Amiről nem lehet beszélni, arról hallgatni kell (*Nyíri*, 1983).

Az újhegelianizmus képviselője, *Benedetto Croce* a megismerés két formáját különbözteti meg, az intuitívát (az esztétika tárgya) és az értelmet (a logika tárgya). Az esztétika nem egyszerűen csak a művészi kifejezéssel foglalkozik, hanem a mindennapi életben és a nyelvben történő kifejezéssel is, így gondolkodás és nyelv nem válik el egymástól. „Gondolkodni annyi, mint beszélni.” Formális logikája pedig az elvont-általános fogalmakkal való formális foglalkozás.

A pragmatizmus két legjelesebb képviselője *Charles Sanders Peirce* és *John Dewey*.

Peirce a descartes-i ismeretelmélet felülvizsgálatát javasolja, megkérdőjelezi, hogy amit „belső” intuícióval tisztán látunk, annak „rögzített” vagy „rögzíthető” köze lenne ahhoz, ami

a ráción kívüli valóságosan létezik. Szerinte „...nincs semmiféle benső tisztánlátás, minden belátást valójában hipotetikusan vezetünk le külső tények ismeretéből”. A belátás (az érzéki ítéletekhez hasonlóan) ugyan nem elég erős ahhoz, hogy többször legyen helyes, mint helytelen, de elég erős ahhoz, hogy ne legyen túlnyomóan helytelen. A belátás olyan képesség, ami az ösztön általános természetével rendelkezik, túllép az elme általános erőin, ezáltal úgy irányít bennünket, mintha olyan tények birtokában lennénk, amelyek teljesen túl vannak az érzékszerveink által elérhető tartományon. „Abban is hasonlít az ösztönre, hogy kevés hajlamot mutat a tévedésre, mert bár gyakrabban téved, mint ahányszor nem, egészen való helyességének relatív gyakorisága a legcsodálatosabb dolog alkatunkban”. Az „ösztönanalógia” biztosítja a gondolkodó tudata és a körülöttünk lévő világ közötti „affinitást”. Pragmatikus maximaként híressé vált tétele szerint egy elmélet a gyakorlat igazolódási folyamatában érvényes (*Boros – Lendvai, 2006*).

Dewey is magáénak vallja a pragmatikusok alaptételét, miszerint egy tétel igazságát igazolhatósága, azaz gyakorlati beválása, „megtörténte” garantálja, és ez a tételhez képest mindig jövő idejű. A tudományok és a technika rohamos fejlődésével már tarthatatlanná vált a tudás *Arisztotelész* által képviselt szemlélődő modellje, a tudás egyre inkább beavatkozik az életbe (tudásalapú társadalom), s kiderült róla, hogy a világ átalakításának lehetőségét és hatalmát kínálja az embernek. A megismerő ember világgal való kapcsolatára a környezethez való alkalmazkodás a jellemző. Ebben a kontextusban a tudás is alkalmazkodás a világhoz, és az ilyen tudáshoz kapcsolódó igazság nem „lényegi”, nem folyamatoktól független tulajdonságokkal rendelkezik, hanem a természettel való küzdelem sikerességének összefoglaló kifejezése. Az igazság „jövőbeli” fogalom, ugyanis a jövőben derül ki róla, hogy egy kijelentés vagy elmélet sikeres eszköznék bizonyul-e a környezettel vívott küzdelemben, vagy sem. Amíg az empirizmus „az eszméket erőltette a tapasztalatba, és nem abból nyerte” azokat, addig *Dewey* kreatív empirizmusa szerint ez megfordítva zajlik, vagyis a tapasztalatból nyerjük eszméinket (*Boros – Lendvai, 2006*).

Az empirista ismeretelméleten nyugvó tanulásfelfogás behaviorista, vagyis az inger – válasz (S-R) kapcsolatrendszer (tapasztalatszerzés) hozza létre a viselkedést, ami a tanulás eredménye. A bonyolult viselkedésformák induktív módon, az elemi viselkedések összekapcsolódásával jönnek létre. *Skinner* szerint a tanulás alapfolyamata az operáns kondicionálás, vagyis a tanulás folyamata nagyszámú, elemi, kis lépések sorozatára bontható és az S-R kapcsolat révén jól programozható (programozott oktatás) (*Skinner, 1973*).

Dewey ismeretelmélete megtermékenyítőleg hatott a reform-pedagógiai gondolkodókra és alapjául szolgált felfedezései tanulásként (tanulói kísérletek, vizsgálatok). Az ismeretek megszerzésében és képességek fejlesztésében nem az érzékszervek közvetítő mechanizmusai a meghatározóak, hanem a cselekvés, vagyis a környezettel való interakció. *Jean Piaget* szerint, amikor az egyén kölcsönhatásba kerül a környezetével s az egyensúly megbomlik, akkor annak helyreállítása érdekében vagy asszimilációt (a környezet megváltoztatására való törekvés), vagy pedig akkommodációt (a saját kognitív struktúra megváltoztatására való törekvés) hajt végre. Előbbi akkor jellemző, amikor a meglévő kognitív rendszer nincs ellentmondásban az új ismeretekkel, míg utóbbi akkor, ha ellentmondásban van. A fejlődés alapvető mozgatórugója a cselekvés, aminek révén a külső műveletek egyre inkább belsővé válnak (gondolkodási műveletek) és tudásterülettől függetlenné válnak (*Piaget, 1993*).

A kognitív tudományok előfutárának tartott alaklélektan racionalista (Kant ismeretelméletén alapul) gyökerű, szerinte a tanulás „... egy helyzet értelmezésének megváltozása, lényege nem a teljesítmény, hanem a jelentés átalakulása, viselkedés megváltozása ehhez képest már 'csak' teljesítés, végrehajtás (Pléh, 1992, 169. old.) Az alaklélektan felfogásában alapvető szerepet játszik a belátás, a problémamegoldás lényegi eleme a problémaszituáció gondolati átstrukturálása, ami elvezet a megértéshez.

A kognitív pszichológia és pedagógia a megismerés tartalmi kérdéseire, a megértésre fókuszál, és a tudás problémamegoldásban, logikai következtetésekből, döntéshozatalban való hasznosításával foglalkozik (Eysenck – Keane, 2003). A kezdeti kognitívizmus az emberi értelem működését információfeldolgozásként értelmezte. A problémamegoldás leírása egyértelműen induktív szemléletű, ugyanis meghatározó szerepet játszik benne a feladat megértése, a tervekészítés, a terv végrehajtása, kipróbálása és a megoldás ellenőrzése (Pólya, 2000). A kognitív tudományok szerint léteznek az emberi elmében olyan elkülönült, a gondolkodást és a cselekvést irányító „apparátusok”, általános képességek, amelyek a környezettel való interakciók révén fejlődnek, ezáltal egyre alkalmasabbá teszik az egyént annak megismerésére, megváltoztatására.

A korai kognitív pszichológia a tanulnivalót három kategóriába sorolta: (1) deklaratív tudás (ismeretek), (2) procedurális tudás (készségek, jártasságok), (3) szituatív tudás (képességek, attitűdök).

A kognitív pedagógia új irányzata a konstruktivista felfogás (többen nem tartják teljesen kiforrottnak, főként a didaktika tekintetében), szakít az empirikus ismeretelmélettel, szerintük a tapasztalatszerzés – általánosítás – ellenőrzés fázisaiból álló körfolyamat (induktív ismeretszerzés) nem tekinthető általános érvényűnek és a tanulás ennél sokkal bonyolultabb és összetettebb folyamat. A tanulás sokkal inkább dedukció, mintsem indukciónak, szerepet játszik benne a tapasztalat, de az egyén kognitív rendszere azt is képes felülbírálni.

Bizonyos értelemben Piaget volt az irányzat első képviselője, ugyanakkor a mai nézetek szakítanak a szakaszos fejlődéselmélettel (az emberi fejlődés az egyre komplexebb struktúrákba szerveződő általános képességek kialakulásával írható le, és ez a fejlődés egymástól jól elkülöníthető szakaszok sorozata), és azt vallják, hogy bárki, életkorától függetlenül, bármire megtanítható, ha ahhoz a meglévő tudása rendelkezésre áll (innatista felfogás).

A konstruktivista elmélet nem hisz az általános értelmi képességek létezésében, helyette inkább azt vallja, hogy tudásterület-specifikus információ-feldolgozó képességekkel jövünk a világra, és ezek a modulárisan szerveződő részegységek egymástól függetlenül működve dolgozzák fel (az elme modularista felfogása) a külső világ ingereit, hozzák létre a tudásterület-specifikus ismeretstruktúráinkat, formálják tudásunkat, képességeinket (Fodor, 1983). A velünk született és tudásterület-specifikusan szerveződő ismeret-rendszerekre építő innatista elmélet szerint az újszülött már rendelkezik olyan „naív elméletekkel”, információ-feldolgozó képességekkel, amelyek képessé teszik őt a környező világ adekvát értelmezésére, valamint alapját képezi a továbbfejlődésnek (Nahalka, 2002).

Következik mindezekből az is, hogy a konstruktivista felfogás szakít azzal a Piaget-i felfogással, miszerint a gyermek absztrakt gondolkodásra csak a gondolkodási műveleteinek megfelelő fejlettségi szintjén lesz képes. Helyette inkább azt mondja, egy konkrét feladat sikeres megoldása attól függ, hogy az adott területen milyen mennyiségű és minőségű (pl.

szervezettség, rugalmasság, elérhetőség) tudással rendelkezik. *Nahalka István* szerint a gyerekek már iskoláskor előtt képesek szillogizmusokat alkalmazó logikai következtetésekre, absztrakt fogalmakkal végzett operációkra, amennyiben „... ezek a feladatok valamilyen, számukra otthonos területen fogalmazódnak meg.” Ezzel ellentétben a felnőttek is teljesíthetnek gyengén ezekben a feladatokban, „... ha kevés vagy nem jól szervezett tudással rendelkeznek.” (*Nahalka*, 1998, 138. old.)

A konstruktivisták szerint a tanulás egy aktív, belső konstrukciós folyamat, amelyben az egyén meglévő és kognitív rendszerbe szervezett tudása révén értelmezi az elsajátítandó új ismereteket. A meglévő tudás elméletek (a naívtól egészen a tudományosan igazoltakig), modellek, sémák vagy algoritmusok formájában létezik az egyén tudatában. A tanuló ember nem csak egyszerűen befogadja az új ismereteket, hanem ellenkezőleg, létrehozza, megkonstruálja új tudását. *Nahalka István* szerint konstruktív ismeretelmélet magáévá tette az emberi elme működésének modellezés szerinti megközelítését. „A világról, környezetünkről kognitív struktúrákat, modelleket építünk fel. E modellek bizonyos szabályok szerint működnek, a szabályokat magunk alakítjuk egy konstrukciós folyamatban.” (*Nahalka*, 1998, 140. old.)

3. A deduktív érvelés és gondolkodás

A gondolkodás értelmezése szorosan összefügg a logikával és vizsgálata során alapvetően kétféle modell követhető, a struktúra-, illetve az eljárásorientált megközelítés. A strukturalista elmélet szerint a fejlődés a „gondolkodás adott típusára jellemző pszichikus struktúrák (logikai műveletek, következtetési sémák) kialakulását, rendszerbe szerveződését jelenti” (*Vidákovich*, 1998, 192. old.). Mint azt korábban említettük *Jean Piaget* (1993) munkássága révén bontakozott ki ez az irányzat. Azonban - mint ahogy arra korábban a konstruktív pedagógia kapcsán utaltunk - a klasszikus logika művelet- és következtetési rendszere nem feltétlenül a *Piaget* által felvázolt szakaszos fejlődést követi. Megállapítandó az is, hogy az egyén hétköznapi gondolkodása nem mindig követi a klasszikus logika szabályait, nem ritkán hiányosan vagy ellentmondásosan működnek, ezért létrejöttek olyan új logikai modellek, amelyek képesek kezelni ezt a problémát. Ilyen például az úgynevezett értékréses, ami feladja azt az alapvetést, hogy minden állításnak jól definiált igazságértéke legyen, ezáltal kezelhetővé válik a hazug paradoxona is. Ehhez látszólag egy új igazságértéket vezet be (értékrés), ami valójában az igazságérték hiányát jelzi. Ezt nevezik értékrésnek.

Az eljárásorientált elmélet a gondolkodás fejlődését „... azon eljárások, módszerek számának, választékának és kapcsolódásának bővülésének tekinti, amelyek egy-egy adott probléma kezelése során alkalmazhatók” (*Vidákovich*, 1998, 193. old.).

Nem állítjuk, az emberi ismeretszerzés tudatosan épít a logikára, sok benne az ösztönös elem (naiv elméletek, tévképzetek, lásd. *Korom*, 1998), azonban azt igen, hogy annak alkalmazását tanítani kell. Erre valamennyi tantárgy alkalmasnak ígérkezik.

A tantárgyi tartalmakat, azok felépítését, illetve azok feldolgozását még többnyire a klasszikus struktúraorientált logika uralja. A tananyag megértésében ezért alapvető szerepet játszanak a megbízhatóan működő deduktív érvelés és cáfolás gondolatmenetei, amik a fejlett műveleti és következtetési rendszeren alapulnak. Ezek elsajátítását a szakmódszertanok tárgyává kell tenni, hogy a pedagógusok felkészültek legyenek a mindennapi munkájuk során

való tudatos alkalmazására (Tóth, P., 2012). E tanulmány ezt a célt kívánja elméleti alapokkal és konkrét gyakorlati példákkal megvalósítani.

A deduktív levezetések, bizonyítások, következtetések, érvelések („top-down” logikai eljárások) láncolata adja a deduktív tananyag-feldolgozást, ami alkalmas a tanulók deduktív gondolkodásának fejlesztésére.

Dedukció (levezetés) az a logikai művelet, melynek során előfeltevésekből (premisszákból) előre meghatározott módszerekkel (levezetési szabályokkal) szintaktikai jellegű átalakításokat végzünk, melynek eredménye a konklúzió (következmény), vagyis meglévő tudásból (igaz állításokból) kiindulva jutunk „relatív” új tudás (újabb igaz állítások, de azok implicit módon már benne voltak a meglévő tudásban) birtokába. A deduktív érvelés során a premisszák igazsága szükségszerűen maga után vonja a konklúzió igazságát.

A dedukció révén általános érvényű törvényekből, szabályokból jutunk konkrét, egyedi esetekben érvényes állításokhoz. Amíg az indukcióna a szabályok felismerése és a szabályalkotás, addig a dedukcióna a szabályalkalmazás a jellemző.

A dedukcióna során tehát logikai műveleteket felhasználva jutunk el az általános érvényű meglévő tudásból konkrét, meghatározott helyzetekben érvényes új tudás birtokába, vagyis az általánosból az egyedibe.

Az arisztotelészi logikában a premisszák kijelentések (p, q), állítások, melyekre teljesülniük kell, hogy

- nem lehetnek egyszerre igazak és hamisak (ellentmondás elve),
- de az sem lehet, hogy se igaz, se hamis ne legyen (a kizárt harmadik elve).

A kijelentések igazságértéke vagy 1 (igaz), vagy 0 (hamis).

A kijelentésekkel többféle műveletet végezhetünk.

A kétváltozós műveletek két kijelentés (p, q) összekapcsolásával képeznek összetett kijelentést, melyre szintén teljesülni kell az ellentmondás és a kizárt harmadik elvének.

Összesen 16 kétváltozós logikai művelet van, ugyanis a kétváltozós logikai műveletek két állításhoz rendelnek hozzá egy harmadikat, a két kiinduló állítás mindegyike kétféle logikai értéket vehet föl, ami összesen 4 lehetőséget jelent. A nullváltozós és az egyváltozós műveleteket leszámítva valójában 10 művelettel számolhatunk.

A kétváltozós logikai kijelentéseken (A, B) alapuló műveletek közül kiemelhetők a kapcsolás (pl. a konjunkció, vagyis A és B), a választás (pl. diszjunkció, vagyis A vagy B, de lehet, hogy mindkettő) és a feltételképzés (pl. implikáció, vagyis ha A, akkor B; ekvivalencia, vagyis akkor és csak akkor A, ha B).

A két kijelentés (A, B) lehetséges igazságértékeit, illetve a fent említett műveletekkel képzett összetett kijelentések igazságértékeit úgynevezett igazságtáblában szokás megadni (2. táblázat).

A	B	A és B	A vagy B	ha A akkor B	akkor és csak akkor A, ha B
i	i	i	i	i	i
i	h	h	i	h	h
h	i	h	i	i	h
h	h	h	h	i	i

2. táblázat: Kétváltozós logikai kijelentések igazságtáblája (részlet)

Forrás: Saját táblázat

A kétváltozós következtetésekben két, egymással konjunktív kapcsolatban álló állítás, mint előfeltétel alapján fogalmazható meg a konklúzió, vagyis a következmény. Az ilyen szerkezetű következtetési sémák a szillogizmusnak.

A görög szillogizmosz szó érvet, következtetést jelent. (Arisztotelész, 1979) A szillogizmusok tehát mindig kétpremisszás következtetések.

Az arisztotelészi logikában egy következtetést akkor mondunk bizonyító erejűnek vagy konklúzívnak, ha

- premisszái igazak, és a
- premisszákból következik a konklúzió, vagyis a következtetés helyes.

A szillogizmus formái:

- kategorikus
- hipotetikus (feltételes)
- diszjunktív (szétválasztó)

A kategorikus szillogizmus premisszái is és konklúziója is a négyféle kategorikus állítás valamelyike. A konklúzió két olyan terminus (fogalom, mint ítélet, a következtetés eleme) terjedelme közötti kapcsolatról tesz állítást, amelyek a premisszában még el vannak választva egymástól. E kapcsolat felismerését a premisszák azzal teszik lehetővé, hogy egy harmadik terminus, az úgynevezett középterminus közvetít a konklúzió két terminusa között.

Kategorikus állítások:

- egyetemes állító (Minden A az B) (a-ítélet: AaB)
- egyetemes tagadó (Egyetlen A sem B) (e-ítélet: AeB)
- részleges állító (Némely A az B; Van olyan A, amely B) (i-ítélet: AiB)
- részleges tagadó (Némely A nem B; Van olyan A, amely nem B) (o-ítélet: AoB)

A 3. táblázatban a kategorikus szillogizmus néhány esetére látunk példát.

1. premissza	Minden A B (AaB)	Egyetlen A sem B	Minden A B	AeB
2. premissza	Minden C A (CaA)	Minden C A	Némely C A	CiA
Konklúzió	Minden C B (CaB)	Egyetlen C sem B	Némely C B	CiB
Megnevezés	Barbara	Celarent	Darii	Ferio

3. táblázat: Kategorikus szillogizmusok (részlet: I. alakzat)

Forrás: Saját táblázat

A logika összesen 256 féle kategorikus variánst ismert, ezek közül néhány mintapéldaát adunk meg, konkrét, szaktárgyi kontextusban.

1. premissza: Minden szelvény (A) teljes metszet (B).

2. premissza: Némely keresztmetszet (C) szelvény (A).

Konklúzió: Némely keresztmetszet (C) teljes metszet (B).

1. premissza: Minden lépcsős metszet (A) összetett metszet (B).

2. premissza: Minden befördített lépcsős metszet (C) lépcsős metszet (A).

Konklúzió: Minden befördített lépcsős metszet (C) összetett metszet (B).

1. premissza: Némely szelvény (A) teljes vetület (B).

2. premissza: Minden szelvény (A) keresztmetszet (C).

Konklúzió: Némely keresztmetszet (C) teljes vetület (B).

A kategorikus szillogizmus alkalmas fogalmak egymáshoz való viszonyának tisztázására.

A feltételes szillogizmusok nem terminusok (fogalmak), hanem feltételes állítások és komponenseik kapcsolatára épülnek. Az első rész-állítás az a feltétel (előtag), amelyhez a másodikat (utótag) kötjük.

A 4. táblázat a feltételes szillogizmusokra mutat példát.

1. premissza	ha A akkor B	ha A akkor B	ha A akkor B
2. premissza	A	nem B	ha B akkor C
Konklúzió	B	nem A	ha A akkor C
Megnevezés	modus ponens állító mód	modus tollens elvető mód	lánckövetkeztetés

4. táblázat: **Feltételes szillogizmusok**

Forrás: Saját táblázat

1. premissza: Ha a metszősík helyzete egyértelmű (A), akkor a metszősík nyomvonalának jelölése elhagyható (B).

2. premissza: A metszősík helyzete egyértelmű (A), mert a szimmetriatengelyen megy keresztül.

Konklúzió: A metszősík nyomvonalának jelölése elhagyható (B).

1. premissza: Ha a metszősík helyzete egyértelmű (A), akkor a metszősík nyomvonalának jelölése elhagyható (B).

2. premissza: A metszősík nyomvonalának jelölése nem hagyható el (nem B).

Konklúzió: A metszősík helyzete nem egyértelmű (nem A).

1. premissza: Ha a metszősík helyzete egyértelmű (A), akkor a metszősík nyomvonalának jelölése elhagyható (B).

2. premissza: Ha a metszősík nyomvonalának jelölése elhagyható (B), akkor elég csak a szimmetriatengelyt megrajzolni (C).

Konklúzió: Ha a metszősík helyzete egyértelmű (A), akkor elég csak a szimmetriatengelyt megrajzolni (C).

A diszjunktív szillogizmusnál (szétválasztó következtetés) az első premissza két alternatív lehetőséget tartalmaz, a második premissza pedig tagadja az egyik lehetőséget, ezért a konklúzióban a másik lehetőség szerepel.

A diszjunktív szillogizmus az alternáció egy formája. Az 5. táblázatban a diszjunktív szillogizmusokra adunk példát.

1. premissza	A	A vagy B	A vagy B
2. premissza	B	nem A	A
Konklúzió	A vagy B	B	nem B
Megnevezés	alternáció	helyes diszjunktív szillogizmus	hibás diszjunktív szillogizmus

5. táblázat: Szétválasztó szillogizmusok

Forrás: Saját táblázat

1. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 30°-os szögben vonalkázzuk (A).

2. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 60°-os szögben vonalkázzuk (B).

Konklúzió: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 30°-os szögben vagy 60°-os szögben vonalkázzuk (A vagy B).

1. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 30°-os szögben (A) vagy 60°-os szögben (B) vonalkázzuk.

2. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt nem 30°-os szögben (nem A) vonalkáztuk.

Konklúzió: Tehát a 45°-os oldaldőlésű szelvényt 60°-os szögben (B) vonalkáztuk.

1. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 30°-os szögben (A) vagy 60°-os szögben (B) vonalkázzuk.

2. premissza: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt 30°-os szögben (A) vonalkáztuk.

Konklúzió: A 45°-os oldaldőlésű szelvényt nem 60°-os szögben (nem B) vonalkáztuk.

1. premissza	A vagy B
2. premissza	Ha A, akkor C
3. premissza	Ha B, akkor D
Konklúzió	C vagy D

6. táblázat: Konstruktív dilemma

Forrás: Saját táblázat

Érdeemes megemlíteni még a konstruktív dilemmát, ami a modus ponens és a diszjunktív szillogizmus ötvözete. Az első premissza két alternatív lehetőséget tartalmaz, a második és

harmadik premisszák kondicionális állítások az első premisszára nézve, a konklúzió pedig a második és harmadik premissza alternációja lesz (6. táblázat).

1. premissza: A szelvényt a vetületen belül (A), vagy kívül (B) helyezük el.
2. premissza: Ha a szelvényt a vetületen belül helyezük el (A), akkor vékony folytonos vonallal rajzoljuk (C).
3. premissza: Ha a szelvényt a vetületen belül helyezük el (A), akkor vastag folytonos vonallal rajzoljuk (D).

Konklúzió: A szelvényt vékony (C) vagy vastag (D) folytonos vonallal rajzoljuk.

1. premissza: Szelvények sorozatát az európai nézetrend (A) szerint, vagy pedig vetületen kívüli szelvényekként (B) rajzoljuk meg.
2. premissza: Ha a szelvények sorozatát az európai nézetrend (A) szerint rajzoljuk meg, akkor betűvel kell jelölni az egyes szelvényeket (C).
3. premissza: Ha a szelvények sorozatát vetületen kívüli szelvényekként (B) rajzoljuk meg, akkor a betűjelölés elhagyható (D).

Konklúzió: Szelvények sorozatánál a betűvel kell jelölni az egyes szelvényeket (C), de a betűjelölés el is hagyható (D).

A szillogizmusok ellenőrzésének módszerei között említhetjük az indirekt módszert, a cáfoló ellenpéldát és a *Venn*-diagramot.

A deduktív érvelés, logika főbb műveleteinek és következtetési láncainak felvillantását követően már van értelme arról a tananyagfeldolgozásról beszélni, ami tudatosan alkalmazza azokat, ezáltal is elősegítve a deduktív gondolkodás fejlesztését, fejlődését.

A deduktív vagy analitikus gondolkodás során egy általános és igaznak feltételezett szabályból, tételből vagy törvényből kiindulva lépésről lépésre levezetünk egy konkrét szabályt, tételt vagy törvényt, vagy pedig alkalmazzuk azt konkrét probléma megoldására. A dedukció tehát az általánosból a különlegesre, az egyedire, a konkrétre való következtetés.

Itt a szabály, a tétel vagy a törvény általános jellege azt jelenti, hogy az egyedi még nem vezethető vissza általánosra. Persze egy törvény általános jellege tudományos szempontból könnyen értelmezhető, de az oktatás nézőpontjából kevésbé. A szakoktatásban általános törvénynek lehet tekinteni például az *Ohm*-törvényt, a *Thalész*-tételt vagy a párhuzamos szelők tételét.

E tananyagfeldolgozási módban a konkretizálás gondolkodási művelete játszik fontos szerepet. *Nagy Sándor* megállapítását alkalmazva ez az induktív mód „példa – szabály – példa” sorrenddel ellentétben a „szabály – példa – szabály” sorrendként írható le (*Nagy, 1997*).

Mindezek alapján a deduktív vagy analitikus tananyagfeldolgozás egymást követő fázisai a következőképpen alakulnak:

- *Általános szabály, törvény, elv kimondása*
- *A konkrét, egyedi jelenséghez, folyamathoz tartozó tények feltárása*
- *A feltárt tények elemzése, az összefüggések felismerése, értelmezése*

- *Egyedi szabály, törvény, elv megfogalmazása*
- *Az egyedi szabály, törvény, elv alkalmazása konkrét feladatok megoldására*

4. Az induktív érvelés és gondolkodás

Mint azt korábban az empirista és pozitivista ismeretelmélet kapcsán láttuk, a megismerés egyik alapvető módja az indukció. A konstruktivizmus előtti kognitív pszichológia az új tudás megszerzésének meghatározó módjaként tekint az induktív gondolkodásra, a képességek és kompetenciák értelmezésének alapja, beleértve például a problémamegoldó képességet, a fogalmat vagy szabályok elsajátítását. Az indukciónak, és az arra épülő induktív gondolkodásnak az értelmezése túlmutat a filozófián, a logikán, szervesen beépült már a pszichológiai, a pedagógiai kutatásokba is (Csapó, 1998).

Az alábbiakban áttekintjük az induktív érvelés természetét és az induktív gondolkodás értelmezését.

Mint azt korábban kifejtettük, az indukció központi szerepet játszik a megismerésben, az új tudás megszerzésének egyik módszere, amikor is a jelenségek spontán vagy tervszerű megfigyelése révén begyűjtött információk alapján hipotézist (feltevést, feltételezést) állítunk fel a jelenségek magyarázatára, amiket további megfigyelésekkel ellenőrzünk. Ha ezek során a hipotézis ellentmondásra vezet, akkor azt el kell vetni, majd a bővült tapasztalatok révén újabb hipotézist kell felállítani. Ha viszont a hipotézis beválik, akkor törvény vagy elmélet lesz belőle, amit tézisként kell kimondani.

A tervszerű megfigyeléshez kísérleteket hajtunk végre. Ebben az esetben a jelenséget zavaró körülményektől mentesen figyelhetjük meg, a feltételek változtatásával a jelenség lényeges törvényszerűségei könnyebben megfigyelhetők. A kísérletezésnek azonban veszélyei is vannak, ugyanis a kísérletező véletlenül is felerősíthet olyan tulajdonságokat, amelyek nem tartoznak a jelenség lényegéhez, és ez által téves következtetésekre jut.

Az indukció módszereit *Francis Bacon* és *John Stuart Mill* dolgozták ki (induktív logika, induktív következtetések elmélete), melyeket *Karl Popper* pontosította legutóbb. (Mill, 1882; Popper, 1983)

Az induktív következtetés igaz premisszákból valószínű konklúzióra jut (7. táblázat).

Premisszák	Deduktív érvelés	Induktív érvelés
	tények, alapelvek, törvények	konkrét esetek megfigyelése
Konklúzió	a premisszáknál speciálisabb, konkrétabb <i>egyedi esetek</i> , amelyekhez közvetlenül logikai következtetések révén jutunk el (gondolkodási művelet: <i>konkretizálás</i>)	a premisszáknál <i>általánosabb esetek</i> , amelyekhez a premisszák általánosítása révén jutunk el (gondolkodási művelet: <i>általánosítás</i>)
Relevancia	A premisszák a konklúzió szempontjából fontosak és odatartozók	A premisszák a konklúzió szempontjából fontosak-e, odatartozók-e
Érvényesség	Ha a premisszák igazak, akkor a konklúzió <i>bizonyosan</i> igaz	Ha a premisszák igazak, akkor a konklúzió <i>valószínűleg</i> igaz
Használhatóság	Főként logikai feladatok, problémák megoldása során	Mindennapos használat

7. táblázat: A deduktív és induktív érvelés összevetése

Forrás: Saját táblázat

Az indukció konkrét, egyedi esetek megfigyelése révén az általánosra következtet, tehát általánosít. Nyilván valamennyi egyedi esetet meg kellene vizsgálni a bizonyossághoz (teljes indukció), amire nyilván ritkán van módunk, főként az oktatásban nincsen erre elégséges idő. A tágabb értelemben vett indukciónál a konklúzió túlmegy azon, ami a premisszákból levonható. Ilyen indukció az analógiával való érvelés, az előrejelző következtetés és az oksági következtetés.

A deduktív érvelés (formális logika) során a következtetést formailag (a premisszák és a konklúzió közti kapcsolat formáját és a logikai szerkezetet) vizsgáljuk, az állítások tartalmától eltekintünk.

Az induktív érvelés (informális logika) során viszont a konklúzió erősségét vagy gyengeségét nagyban meghatározza az állítások tartalmának erőssége, gyengesége.

Az induktív érvelések főbb típusai:

- Felsorolásos (enumeratív)
- Valószínűségi
- Analogikus
- Oksági

A felsorolásos induktív érvelés struktúrája:

a) Általánosító induktív érvelés

Az a_1, a_2, \dots, a_n egyedekre vonatkozóan megfigyeljük, hogy azok α és β tulajdonságokkal rendelkeznek, majd általánosítunk, miszerint valamennyi α tulajdonságú egyed valószínűleg egyúttal β tulajdonságú is.

1. premissza: a_1 α tulajdonságú és a_1 β tulajdonságú
2. premissza: a_2 α tulajdonságú és a_2 β tulajdonságú
3. premissza: a_3 α tulajdonságú és a_3 β tulajdonságú
- ...
- n. premissza: a_n α tulajdonságú és a_n β tulajdonságú

Konklúzió: Az α tulajdonságú β tulajdonságúak is egyben.

b) Egyedi esetre következtető induktív érvelés

Az a_1, a_2, \dots, a_n egyedekre vonatkozóan megfigyeljük (tapasztaljuk), hogy azok α és β tulajdonságokkal rendelkeznek, majd b -ről kijelentjük, hogy α tulajdonsággal rendelkezik, amiből következik, hogy akkor egyúttal valószínűleg β tulajdonsággal is rendelkezik.

1. premissza: a_1 α tulajdonságú és a_1 β tulajdonságú

2. premissza: a_2 α tulajdonságú és a_2 β tulajdonságú

3. premissza: a_3 α tulajdonságú és a_3 β tulajdonságú

...

n. premissza: a_n α tulajdonságú és a_n β tulajdonságú

n+1. premissza: b α tulajdonságú

Konklúzió: b β tulajdonságú

1. premissza: A tengely (a_1) nem metszhető alkatrész (α), a tengelyt (a_1) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

2. premissza: A csavar (a_2) nem metszhető alkatrész (α), a csavart (a_2) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

3. premissza: A retesz (a_3) nem metszhető alkatrész (α), a reteszt (a_3) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

...

n. premissza: A csapágygolyó (a_n) nem metszhető alkatrész (α), a csapágygolyót (a_n) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

Konklúzió: A nem metszhető alkatrészeket (α) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

1. premissza: A tengely (a_1) nem metszhető alkatrész (α), a tengelyt (a_1) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

2. premissza: A csavar (a_2) nem metszhető alkatrész (α), a csavart (a_2) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

3. premissza: A retesz (a_3) nem metszhető alkatrész (α), a reteszt (a_3) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

...

n. premissza: A csapágygolyó (a_n) nem metszhető alkatrész (α), a csapágygolyót (a_n) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

n+1. premissza: A láncszem (b) nem metszhető alkatrész (α).

Konklúzió: A láncszemet (b) nézetben kell ábrázolni, ha keresztülmegy rajta a metszősík (β).

A *valószínűségi induktív érvelések* vonatkozásában két fogalmat kell kiemelni, az alapsokaságot és a mintát.

Az induktív érvelés során a megfigyelt egyedeket (a_1, a_2, \dots, a_n), a mintát úgy tekintjük, mint amelyek az összes h alapeltérésű csoport, illetve az összes α tulajdonságú dolgot (pl. a felső eltérés értéke 0) reprezentálják (1. premissza).

Alapsokaságnak tekintjük az azonos tulajdonságú dolgok (pl. a 0-s felső eltérésű csoportok) összességét.

Az induktív általánosítás során abból a tapasztalatunkból, hogy a minta minden eleme rendelkezik egy másik tulajdonsággal is (pl. az alsó eltérés mínuszos) (2. premissza), arra következtetünk, hogy az alapsokaság valamennyi eleme is rendelkezik ezzel a tulajdonsággal. Az egyesekről az egyesre való következtetés pedig annyit jelent, hogy az alapsokaság egy meghatározott, eddig meg nem figyelt (vagyis a mintába nem tartozó) eleme is bizonyosan, valószínűleg rendelkezik a minta elemeinek ezzel a közös tulajdonságával.

Az induktív következtetéseknél mindig felmerül a kérdés, hogy mennyire megalapozott az a vélekedésünk, miszerint a minta elemei összességükben ténylegesen reprezentálják-e az alapsokaságot.

Egy mintát reprezentatívnak tekintünk egy „ α ” tulajdonság szempontjából, ha az „ α ” tulajdonsággal összefüggő más tulajdonságok tekintetében ugyanolyan összetételű, mint az alapsokaság.

Sajnos valamennyi egyedre nem tudunk megvizsgálni, vagyis a minta elemszáma nem lehet azonos az alapsokaságéval, de azt jól reprezentálhatja, ha a minta összetétele minden olyan szempontból megegyezik az alapsokaságéval, ami befolyással lehet az általánosításra.

m darab premissza: n darab α tulajdonságból m darab β tulajdonságú

Konklúzió: Az α tulajdonságú egyedek $m/n \cdot 100$ százaléka β tulajdonságú.

10 darab premissza: 25 darab IT 8-as tűrésnagyságú alkatrészből (α) 10 darab felületi érdessége 0.32 és 10 μm közé esik (β)

Konklúzió: Az IT 8-as tűrésnagyságú alkatrészek (α) 10/25*100, vagyis 40 százalékanak felületi érdessége 0.32 és 10 μm közé esik (β).

A valószínűségi induktív érvelés igazságtartalmát erősen befolyásolja a premisszák igazságtartalma, a mintavétel nagysága és az esetleges szubjektivitás.

Az *analogikus érvelés*nél egy sajátos analógiás kapcsolat van az állításban és az érvelésben megfogalmazottak között. Ha a két dolog megegyezik egymással valamilyen vonatkozásban, akkor valószínűleg egy további vonatkozásban is megegyeznek.

1-4. premissza: a, b, c, d rendelkeznek α, β, γ tulajdonságokkal

5. premissza: Ha x rendelkezik α és β tulajdonságokkal,

Konklúzió: akkor valószínűleg x rendelkezik γ tulajdonsággal is.

1. premissza: A lépcsős metszetenél (a) az üreges, furatos részek nem egy síkba esnek (α), két vagy több részmetszet keletkezik (β), a metszősík törésvonalát jelölni kell (γ).

2. premissza: A befördített metszetenél (a) az üreges, furatos részek nem egy síkba esnek (α), két vagy több részmetszet keletkezik (β), a metszősík törésvonalát jelölni kell (γ).

3. premissza: Ha a befördített lépcsős metszetenél (a) az üreges, furatos részek nem egy síkba esnek (α), két vagy több részmetszet keletkezik (β),

Konklúzió: akkor a befördített lépcsős metszetenél valószínűleg a metszősík törésvonalát is jelölni kell (γ).

Az *oksági érvelés*nél egy sajátos oksági kapcsolat van az állításban és az érvelésben megfogalmazottak között. A akkor és csak akkor oka B-nek, ha A létezik, és időben megelőzi

B-t, A és B törvényszerű kapcsolatban vannak, A B-nek szükséges, elégséges, szükséges és elégséges vagy szükséges, de nem elégséges.

Az oksági érvelésnél *Mill* egyedi együttes előfordulásokból általános korrelációra tudott következtetni induktív úton. (*Mill*, 1882) Alkalmazható módszerek a megegyezés, az eltérés, a maradékok és az együttváltozás módszere.

Mindezek előrebocsátás követően már áttekinthetjük az induktív gondolkodás természetét.

Az egyén következtetési sémái csak kivételes esetben követik a formális logika szabályait, inkább közelebb áll hozzá az informális logika, hiszen az igazság megítélését jelentősen befolyásolja a tartalom. *Karl Popper* az indukció tananyagfeldolgozásban játszott szerepét a próba-szerencse alapú tanuláshoz hasonló módon képzelte el, azzal a különbséggel, hogy a hangsúly nem a pozitív tapasztalatok ismétlődő megerősítésén, hanem éppen ellentétben a negatív tapasztalatok hibás hipotéziseinek kiszűrésén van. (*Popper*, 1983; *Csapó*, 1998)

Klauer szerint az induktív gondolkodás egyedek tulajdonságainak összevetése és a közöttük lévő relációk felismerése révén szabályszerűségek, törvényszerűségek felismerésére irányul. Ezek alapján megkülönböztethetünk tulajdonság indukciót és reláció indukciót. (*Klauer*, 1990)

Az induktív gondolkodásban meghatározó szerepet játszanak a gondolkodási műveletek, különös tekintettel az általánosításra, az absztrakcióra, az összehasonlításra, az összefüggések megértésére, a rendezésre, az analógia felismerésre és a szintetizálásra (*Tóth P.*, 2012).

Az indukció típusa	A kapcsolat jellege		
	Egyezőség	Különbözőség	Egyezőség vagy különbözőség
Tulajdonság	Általánosítás	Elkülönítés	Osztályba sorolás
Reláció	Kapcsolat felismerés	Kapcsolat elkülönítés	Rendszeralkotás

8. táblázat: A tulajdonság és reláció indukció típusai

Forrás: *Klauer* (1990) nyomán saját táblázat

Ezeket a *Klauer* definíciójában szereplő tulajdonság és reláció indukcióval összevetve kapjuk a 8. táblázatban leírt összefüggéseket.

Tudatosítani kell a tanulóknak, hogy e megismerés által szerzett tudás csak hipotetikusnak tekinthető, mivel az általánosítás csak kevés számú konkrét egyed megfigyelése alapján történik. Ugyanakkor az is igaz, hogy a tananyagban szereplő fogalmakat és azok leírását általánosan igaznak fogadjuk el. Külön hozadéka e megközelítésmódnak, hogy a tanulók tanári irányítás mellett sajátítják el a fogalomalkotás és leírás módszerét, így fejlődik megfigyelőképességük. A tanulók fejlettségi szintjéhez igazodva, a lehető legtöbb konkrét példa bemutatásával, a tanulók fokozatos bevonásával és aktív közreműködésével, valamint az indukció lépésről-lépésre történő követésével valósul meg a tananyag-feldolgozás. Mivel az induktív gondolkodás fontos szerepet játszik az ismeretszerzésben, ezért e tananyagfeldolgozási mód elsajátítása és alkalmazása révén tanulóink eredményesebbek lesznek az önálló tanulás, ezáltal az élethosszig tartó tanulás során is.

Az induktív gondolkodási folyamat összetettnek tekinthető, legfontosabb fázisai a tapasztalatszerzés és megfigyelés, a szabályindukció (hipotézis-felállítás), valamint az ellenőrzés és bizonyítás.

Az induktív tananyag-feldolgozás legfontosabb előfeltétele a meglévő tapasztalat, tudás.

A tapasztalatszerzés az entitások tulajdonságainak megfigyelése révén elősegíti a csoportképző elvek megfogalmazását, a különböző tulajdonságokkal rendelkező entitások számbavételét, majd az azonos tulajdonságokkal rendelkezők csoportba sorolását, másrészt a csoportba nem tartozók kizárását. E fázisban gyakorlatilag az analízis, az absztrakció és a rendezés gondolkodási művelete játszik meghatározó szerepet.

Az induktív gondolkodás főbb komponensei közül kiemelhető

- az analógia-felismerés,
- szabályindukció,
- a fogalomalkotás,
- a rendszeralkotás,
- az algoritmusalkotás.

Az *analógia-felismerés* az a többszörösen összetett gondolkodási művelet, amelynek révén egy eddig részben vagy egészben ismeretlen entitást összefüggésbe hozunk egy már korábban ismert entitással. Ennek alapjául a két entitás valamilyen szinten hasonló tulajdonságai szolgálnak. Az analógia felismerésben több gondolkodási művelet implikálódik, például az összehasonlítás, az összefüggések megértése, az általánosítás, a konkretizálás, az analízis, a szintézis.

A *szabályindukció* során többnyire találgatás vagy hipotézis-felállítás által olyan szabály kerül megfogalmazásra, amely a megfigyelt néhány esetre igaz. A szabály, a törvény, az elv megfogalmazásában meghatározó szerepet játszanak az összefüggések megértése és az általánosítás művelete. Az ellenőrzés és bizonyítás során a felállított szabály érvényességének megállapítása, igazolása történik. Ennek két módja ismert. A szabály kipróbálása több egyedi esetre, vagy pedig az ellenpélda állítása, amikor is olyan entitásokat keresünk, amelyekre a szabály nem érvényesül. Ez a fázis nagyban hozzájárul a tanulók kritikai gondolkodásának fejlődéséhez is.

A *fogalomalkotás* során adottak a fogalomhoz tartozó attribútumok, és a közös jegyek alapján új fogalom létrehozása a cél.

A *rendszeralkotás*nál a tanult fogalmak közötti kapcsolatok felismerése révén új csoportfogalom létrehozására kerül sor.

Az *algoritmusalkotás* során a feltárt műveletek vagy analógiás kapcsolatok alapján új algoritmus létrehozása történik (algoritmizálás).

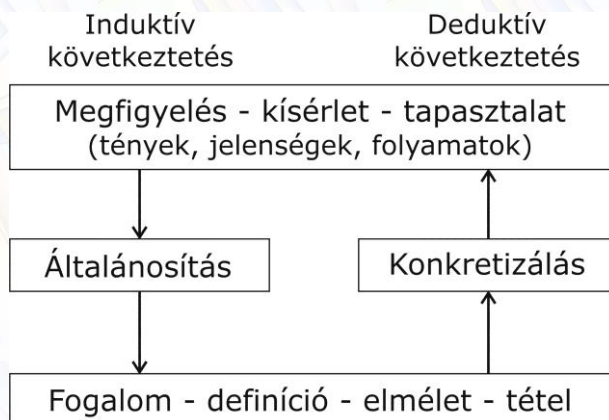
A tények elemzését és a hipotézis megfogalmazását tanári kérdésekkel irányíthatjuk. Az általában laboratóriumokban vagy szaktantermekben önállóan vagy csoportban végzett tanulói kísérletek kiváló lehetőséget nyújtanak a tananyag induktív gondolkodási folyamatokat működtető feldolgozására.

Az elmondottak alapján az induktív gondolkodás fázisai a következők:

- *Egyedi, konkrét tények, jelenségek, folyamatok megfigyelése, kísérletezés*
- *A befolyásoló tényezők (változók, peremfeltételek) számba-vétele, összefüggések keresése*

- Szabály, törvény, elv megfogalmazása – hipotézisalkotás
- Szabály, törvény, elv ellenőrzése, igazolása (kipróbálás)
- Szabály, törvény, elv alkalmazása feladatok megoldására

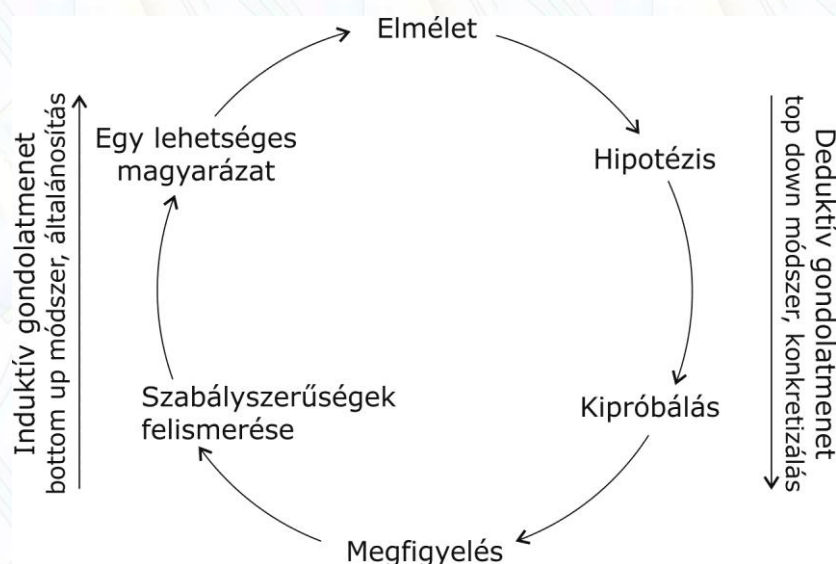
A fent bemutatott direkt tanári irányítás mellett lehetséges indirekt módon is irányítani az induktív tananyag-feldolgozás folyamatát. Erre jó példa a feladatrendszeres tananyagfeldolgozás, amikor is írásban megfogalmazott feladatok vezetnek végig a tanulókat a megismerés teljes útján (példa – szabály – példa, vagy másként kifejezve konkrét – absztrakt – konkrét). (Nagy S., 1997; Kelemen, 1973)



2. ábra: Az induktív és deduktív következtetés összehasonlítása

Forrás: Saját ábra

Végezetül a 2. ábrán összehasonlítva megadtuk az induktív és deduktív következtetés folyamatát, amelyek a tananyagfeldolgozás során a 3. ábra szerint akár körfolyamattá is egyesíthetők.



3. ábra: Az induktív és deduktív tananyagfeldolgozás körfolyamata

Forrás: Saját ábra

5. Tananyagfeldolgozási módok

Felmerül a kérdés, hogy a fent bemutatott deduktív és induktív érvelési módok miként ültethetők át a mindennapi pedagógia gyakorlatába, miként lehet a tananyagfeldolgozási módok variálásával fejleszteni a tanulók deduktív és induktív gondolkodását. A következőkben erre mutatunk be két példát.

A deduktív tananyagfeldolgozási mód alkalmazása révén egy adott technikai eszköz, technológiai folyamat vagy munkatevékenység tartalmát általános vagy műszaki fogalmakból, ítéletekből és következtetésekből vezetjük le. A fogalmaktól a technikai eszközökhöz, az ítéletektől a munkafolyamatokhoz, míg a következtetésektől a munkacselekvésekhez jutunk el.

Az induktív tananyagfeldolgozási mód alkalmazása esetén a technikai eszközök, technológiai folyamatok és munkacselekvések elemzése révén fogalmakat, törvényeket, szabályokat és ítéleteket általánosítunk. Ebben az esetben viszont a technikai eszközöktől jutunk el a fogalmakhoz, a munkafolyamatoktól az ítéletekhez, illetve a munkacselekvésektől a következtetésekhöz.

Első példánkat a forgácsolástechnológia alapjai című témakörből választottuk (Tóth P., 2012).

A technológiai ítélet legyen a következő: Az esztergakés által leválasztott forgács alakját az előtolás, a fogásvétel és a szerszám élgeometriája határozzák meg.

Deduktív oktatási mód

A műszaki pedagógus elmagyarázza az adott összefüggés okait, vagyis hogy eltérő síkidomok (oldalhosszak, oldalszögek) lesznek a forgács kereszt-metszetei a különböző beállítások és élgeometriák esetén. Ezt követően a tanulók feladata annak megállapítása, hogy milyen összefüggés lehet a keresztmetszet oldal- és szögparaméterei, valamint a forgácsolási paraméterek között. A tanulók megállapítják egy oldalélű, egy hajlított és egy egyenes esztergakés forgácsalakját.

Induktív oktatási mód

A tanulók az esztergagépen különböző előtolás-, fogásértékeket állítanak be és különbözőképpen kialakított (élszögek, csúcsgár) szerszámprofilal esztergálnak. Egyszerre lehetőleg csak egy paramétert megváltoztatva, a tanulók saját megfigyeléseik általánosításával ítéletet alkotnak a forgácsolási mellékmozgások (előtolás, fogásvétel), az esztergakés élkialakítása és a leválasztott forgács közötti összefüggésről. Még általánosabb lehet az ítélet, ha az induktív logika kiterjed más megmunkálási módokra is.

Második példánkat a szakítóvizsgálat témakörből választottuk (Tóth P., 2012).

Deduktív oktatási mód

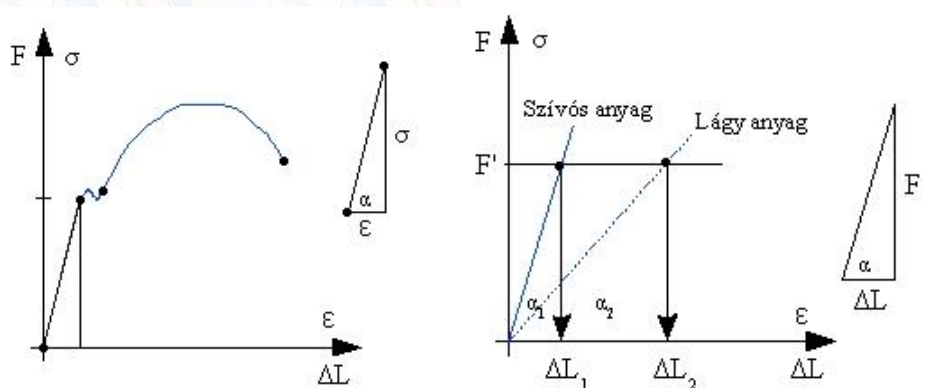
- Általános szabály, törvény, elv megadása

Tanulók meglévő tudásaként tételezzük fel a húzófeszültség ($\sigma = F/S$) és a fajlagos nyúlás ($\epsilon = \Delta L/L_0$) fogalmának ismeretét. A szakítódiagram alapján megfogalmazható, hogy a teljes alakváltozás (rugalmas, egyenletesen változó maradó, nem egyenletesen változó maradó – kontraháló) alatt a húzófeszültség és a fajlagos nyúlás között valamilyen függvénykapcsolat áll fenn: $\sigma = f(\epsilon)$.

- A konkrét, egyedi jelenséghez, folyamathoz tartozó tények feltárása

Az előbb megadott összefüggés konkrét alakját kívánjuk meghatározni a rugalmas alakváltozás tartományában. A tanulók a szakítódiagram alapján megállapítják, hogy ebben a tartományban a próbatestet terhelő erő és a hatására bekövetkező alakváltozás között lineáris összefüggés van.

Megállapítják továbbá, hogy ha a terhelés hatását megszüntetjük, akkor a próbapálca visszanyeri eredeti alakját. E tények feltárását tanári kérdésekkel irányíthatjuk is.



4. ábra: A lágyacél és más anyagok szakítódigramjai

Forrás: Saját ábra

- A feltárt tények elemzése, az összefüggések felismerése

Ha két különböző anyag szakítódigramját megvizsgáljuk, akkor megállapíthatjuk, hogy azok rugalmas alakváltozását leíró egyenesek meredeksége eltérő. Egy szívós anyag meredeksége nagyobb, míg egy lágyé kisebb (4. ábra jobb oldala). Másként megfogalmazva, azonos terhelő erő (F') hatására az egyik anyag alakváltozása kisebb, míg a másiké nagyobb. Megfogalmazhatjuk azt a megállapítást is, hogy azonos alakváltozást az egyik anyagnál kisebb, míg a másiknál nagyobb erő idéz elő. Ebből az is következik, hogy az egyenes meredeksége összefügg az anyagminőséggel. Ennek az egyenesnek az iránytangense $\text{tg } \alpha = \sigma/\epsilon$ (4. ábra bal oldala). A különböző anyagminőségű próbatesteknél ez az iránytangens más és más értéket mutat, vagyis ez egy anyagminőségtől függő állandó, a rugalmassági modulus (E).

- Az egyedi szabály, törvény, elv megfogalmazása

Így a rendezést követően a *Hooke*-törvény a következő formában írható fel: $\sigma = E \cdot \epsilon$, vagyis a rugalmas alakváltozás tartományában fellépő feszültség nagysága egyenes arányban van a fajlagos megnyúlással és egy anyagminőségtől függő állandóval, a rugalmassági modulussal (ideál-elasztikus anyagmodell).

A *Hooke*-törvény csak bizonyos anyagokra és bizonyos terhelési feltételek mellett érvényes. Az acél lineáris-rugalmas anyagként viselkedik, így a rugalmassági tartományban követi a *Hooke*-törvényt. Az alumínium esetében a *Hooke*-törvény csak a rugalmas tartomány egy bizonyos részében érvényes, míg más anyagoknál, mint például a guminál nem érvényes. Ezzel az egyedi esetünk érvényességi tartományát be is határoltuk.

- Az egyedi szabály, törvény, elv alkalmazása konkrét feladatok megoldására

A műszaki tantárgyak oktatása során gyakran előfordul, hogy a terhelés hatásának kitett gépelemet rugóként modellezzük, mert annak rugalmas viselkedése képezi a működés alapját. Jó példa erre a csavarkötések témakör. Ha a karimás csökötés csavarjait meghúzzuk (előfeszítjük), akkor a két karima anyaga összenyomódik, míg a csavar megnyúlik. E kötésben mind a lemezek, mind pedig a csavar rugóként modellezhető. Ha az előfeszítő erő (F_e) hatására előidézett feszültség a folyási határ alatt marad, akkor a deformációk (megnyúlás, összenyomódás) a *Hooke*-törvény értelmében lineárisan változnak. A csavarok nyugvó húzóterhelésre való méretezésének tanításakor fontos kérdés a rugómerevség vagy rugóállandó fogalmának bevezetése. Az ideál-elasztikus anyagmodell esetén a szakítódigram alapján ezt könnyen megtehetjük a húzófeszültség, a fajlagos nyúlás és a Hooke-törvény összefüggéseiből levezetve.

A szakítódiaagram rugalmas alakváltozási tartománya a rugó anyagának, míg a gépelemek tananyagban szereplő rugódiaagram, rugójelleggörbe vagy más szóval rugókarakterisztika az adott szerkezeti elemnek a viselkedését írja le (4. ábra). Sajnos sokszor zavaró, hogy ugyanazt a fogalmat többféle elnevezéssel illetjük. Most azonban mégis indokolt, hiszen ebben az esetben nem egy rugalmasan viselkedő anyag modelljéről ($\sigma=f(\epsilon)$), hanem egy rugalmasan viselkedő szerkezet modelljéről ($F=f(\Delta L)$) van szó. A 4. ábra alapján az egyenes irány-tangense a $\tan \alpha = F/\Delta L$ összefüggéssel írható fel. Ugyanakkora terhelő erő (F') hatására az egyik rugó alakváltozása kisebb, míg a másiké nagyobb. Így beszélhetünk keményebb és lágyabb rugóról. Az egységnyi hosszúságú deformációt előidéző erőhatást rugómerevségnek ($s=F/\Delta L$), míg az egységnyi erő okozta rugódeformációt rugóállandónak ($C= \Delta L/F$) nevezzük. Most bizonyítsuk be, hogy ez a rugómerevség csak és kizárólag geometriai paraméterektől függ.

A Hooke-törvény összefüggésébe behelyettesítve a húzófeszültség és a fajlagos nyúlás képletét a következő kifejezést kapjuk $F \cdot L_0 / S \cdot E = \Delta L$. Ha ezt a kifejezést beírjuk a rugómerevség összefüggésébe, majd elvégezve a lehetséges egyszerűsítéseket, akkor a húzásra igénybevett csavar rugómerevségére az $s = S \cdot E / L_0$ képlet adódik. Vagyis igazoltuk, hogy a csavar rugómerevsége függ a csavar keresztmetszetétől (S), hosszától (L_0) mint geometriai jellemzők és rugalmassági modulusától (E) mint anyagjellemző.

Induktív oktatási mód

- Egyedi, konkrét tények, jelenségek, folyamatok megfigyelése

Az osztály tanulóiból három-négy csoportot alakítunk. Mindegyik csoport más anyagból (lágycél, nemesített acél, öntöttvas, alumínium) készített próbapálcát kap. A hengeres próbatest eredeti méreteit (d_0 , L_0) lemérik, egyenletes osztást visznek fel rá. Elvégzik a szakítóvizsgálatot. A vizsgálat közben nyomon követik a próbatest alakváltozását, a szakítódiaagram felrajzolását. A diagram töréspontjainál leolvassák a terhelőerő (F) nagyságát. A vizsgálat végén megfigyelik a próbapálca alakváltozását, néhány osztásnál lemérik átmérőjét, megállapítják a szakadás helyén az átmérőt (d_u) és a szakadási hosszt (L_u). A mért és a leolvasott adatokat táblázatos, míg tapasztalataikat jegyzőkönyvben rögzítik, melyre felragasztják a szakítódiaagramot is.

- A befolyásoló tényezők számbavétele, összefüggések keresése

A vizsgálatot követően a tények, jelenségek elemzése következik tanári irányító kérdések segítségével. Például: „Hogyan viselkedett a próbatest a vizsgálat egyes fázisaiban?“, „Hány szakaszra osztható a szakítódiaagramot?“, „Hasonlítsátok össze a próbapálca viselkedését az egyes szakaszokban!“ stb. A szabályfelismerést elősegítendő kérdéseket is megfogalmazzunk. Például: „Hogyan változott a próbatest keresztmetszete a terhelő erő növelésekor?“, „És a hossza?“, „Milyen arányban van egymással a terhelő erő és a keresztmetszet?“, „Hogyan tudnátok felírni ezt az arányosságot?“, „Milyen igénybevétellel terheltük a próbatestet?“

- Szabály, törvény, elv megfogalmazása – hipotézis alkotás

Ezen a ponton a tanulók képesek megfogalmazni a mechanikai feszültség fogalmát: „A húzó igénybevétel hatására a terhelő erő és keresztmetszet (S) hányadosa.” Sőt a képletet is fel tudják írni: F/S . Ezen a ponton megadjuk, hogy az így kapott hányadost feszültségnek nevezzük és σ -val, illetve az anyagvizsgálatban R -rel jelöljük.

- Szabály, törvény, elv ellenőrzése, igazolása

Elmagyarázzuk, hogy mivel a vizsgálat során a próbapálca átmérőjét nem tudtuk folyamatosan mérni, ezért a mindenkor feszültséget az eredeti keresztmetszettel (S_0) kell meghatározni. A felismert összefüggés segítségével felírjuk a szakítódiaagram nevezetes pontjaiban az egyes feszültségek nagyságát. Így újabb fogalmak bevezetésére kerülhet sor: folyáshatár ($R_{cH}=F_{cH}/S_0$), szakítószilárdság ($R_m=F_{max}/S_0$). A tanulókat rávezethetjük az így meghatározott feszültség korlátjaira is. „Milyen keresztmetszettel számítottuk ezeket a feszültségeket?“, „Ezekben a pontokban S_0 még a próbatest keresztmetszete?“, „Kisebb vagy nagyobb?“, „Hogyan tudnád felírni a valódi feszültséget?“ Egy másik fontos feltétel teljesülésére is rávilágíthatunk, az egytengelyű

feszültségi állapotra. „Miért fontos az, hogy a szakítógépfogófejei és a próbatest egy tengelybe essék?“, „Ha nem esne egybe, akkor milyen igénybevétel hatna még a húzáson kívül a próbatestre?“, „Vajon miért rögzített a próbatest kiindulási hosszának és átmérőjének aránya?“

- Szabály, törvény, elv alkalmazása feladatok megoldására

A tanulók jegyzőkönyvben táblázatos formában rögzítik a mért és a leolvasott adatokat, melyek alapján kiszámítják a folyáshatás és a szakítószilárdság értékét.

Összegzés

A szakmódszertanok keretében a konkrét tananyag kontextusában kiemeltebb kell foglalkozni ismeretelméleti kérdésekkel, mert a tanárjelölt, a tanár, az oktató csak e tudás birtokában lesz képes az elvárásoknak megfelelően megvalósítani a tananyag-feldolgozást a tanulóhoz adaptált úttal.

A *Carroll*-féle mesterfokú tanulási modell szerint az eredményességben meghatározó jelentőséggel bíró tanulói változók között kiemelendő a meglévő tudás, illetve a megértés foka. A tudást egyrészt „nyersanyagnak”, másrészt pedig „készterméknek” tekinthetjük, ami annak a mentális tevékenységnek az eredménye, amit gondolkodásnak nevezünk. A gondolkodás típusai közül kiemelhető a problémamegoldás, a következtetés és a döntéshozatal. E három aspektus többnyire egymástól elválaszthatatlan, egymást áthatja a különböző kognitív tevékenységek során. E kognitív tevékenységekben egymás mellett vannak jelen a tudományos logika műveletei és következtetési láncai, illetve az intuitív módszerek, naiv elméletek.

A kognitív stílus az a személyiségjellemző, ami kifejezi az egyén ismeretszerzési és –feldolgozási preferenciáit. A kognitív stílusok leginkább kutatott és feltárt területe a tanulási stílusok megállapítására irányul.

A tudás alapvetően származhat tapasztalatokból (a posteriori), az elme működéséből (a priori), illetve ezek kombinációjából. Ezeknek megfelelően több ismeretelméleti irányzat bontakozott ki a századok során és vívott, vív egymással küzdelmet: empirista, pozitivista, racionalista, pragmatista, analitikus. Az empirista és pozitivista irányzat a megismerés induktív, míg a racionalista egyértelműen a dedukción alapuló úttal tartja kizárólagosnak.

A tanulás ismeretelméleti megközelítéseiből tanuláselméletek nőttek ki, elsőként a pszichológiában, majd a pedagógiában is: szenzualista, behaviorista, kognitív, konstruktív irányzatok, amelyekre egyértelműen rányomták bélyegüket a filozófia és a logika új eredményei. A konstruktív pedagógia ismeretelméleti megközelítésben igen markánsan foglal állást olyan, a tantervelméletben, a didaktikában és a szakmódszertanokban meghatározó jelentőséggel kapcsolatos kérdésekben, mint például a meglévő tudás szerepe a megismerésben, vagy egyáltalán a képességek léte és jogosultsága.

A tanulmány harmadik és negyedik fejezete az ismeretelméleti alapokra építve áttekintést ad a deduktív és induktív érvelés alapvető műveleteiről, következtetési sémáiról, valamint értelmezi a deduktív és induktív gondolkodást, továbbá megadja az ezekhez tartozó tananyag-feldolgozási folyamatok főbb fázisait.

A szakképzés témaköréből vett példákon keresztül összehasonlítjuk a kétféle tanulási mód gyakorlati megvalósítási lehetőségeit. A tananyag-feldolgozási módok köre ennél jóval sokrétűbb és komplexebb, további eljárások, mint például problémaalapú vagy az asszociatív

stratégia jelen tanulmányban nem kerültek bemutatásra. Ezekről korábbi munkáinkban már részletesen szoltunk (Tóth P., 2012; Tóth P., 2013).

Végezetül fontosnak tartjuk hangsúlyozni, hogy a tanulás eredményét, eredményességét, sikerességét nem csak kognitív tényezők befolyásolják. Kiemelten fontosak az affektív és szociális indikátorok is. Ezek egymást erősítő szerepe meghatározó a tanulás során. Adaptív szakképzési modellünkben erről már részletesebben szoltunk (Tóth P., 2012). E komplex megközelítés jelenik meg a korábban, már több helyen is publikált budapesti (Tóth P., 2012; Tóth P., 2013), illetve a jelenleg, szabadkai fiatal kutatók által végzett vizsgálatokban (Pejić, 2014; Pesti, 2014; Pásztor, 2014), továbbá hasznosul a pályaorientációs kutatásokban is (Pogátsnik, 2014).

Irodalomjegyzék

Arisztotelész (1979): *Organon*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Benedek András (1992): *Adaptív szakképzési modell. Eredmények és tanulságok*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Boros János – Lendvai L. Ferenc (2006): *Filozófiatörténet általános bölcsészeknek. Szabadbölcsészet*. <http://mmi.elte.hu/szabadbolcseszet/>

Carroll, J. B. (1989): The Carroll Model A 25-Year Retrospective and Prospective View. *Educational Researcher*, 18(1), p26–31.

Csapó Benő (1992): *Kognitív pedagógia*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Csapó Benő (1998): Az új tudás képződésének eszköze: az induktív gondolkodás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.

Darai Lajos (2002): *Filozófiatörténet*. Kodolányi János Főiskola, Székesfehérvár.

D. Tarai Éva (2008): *Általános iskolai tanulók anyagszerkezettel és anyagi változásokkal kapcsolatos fogalmainak fejlődése*. PhD értekezés, Debreceni Egyetem, Kémia Doktori Iskola, Debrecen.

Eysenck, M. W. – Keane, M. T. (2003): *Kognitív pszichológia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

EMMI (2013): Az emberi erőforrások minisztere 8/2013. (I. 30.) EMMI rendelete a tanári felkészítés közös követelményeiről és az egyes tanárszakok képzési és kimeneti követelményeiről.

Felder, R. M. (1996): Matters of style. *ASEE Prism*, 6(4), p18-23.

Felder, R. M. – Silverman, L. K. (1988): Learning and Teaching Styles in Engineering Education. *Engineering Education*, 78(7), p674-681.

Fodor, J. A. (1983): *The Modularity of Mind: An Essay on Faculty Psychology*. A Bradford Book, MIT Press, Cambridge.

Huoranszki Ferenc (2001): *Modern metafizika*. Osiris Kiadó, Budapest.

Kant, I. (2004): *A tiszta ész kritikája*. Ford. Kis János. Atlantisz Kiadó, Budapest.

- Kelemen László (1973): *A gondolkodás nevelése az általános iskolában*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Klauer, K. J. (1990): Paradigmatic teaching of inductive thinking. In: Mandl, H., DeCorte, E., Bennett, S. N. és Friedrich, H. F. (Eds.): *Learning and Instruction. European Research in an International Context*. Pergamon Press, Oxford.
- Korom Erzsébet (1998): Az iskolai tudás és a hétköznapi tapasztalat ellentmondásai: természettudományos tévképzetek. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Leibniz, G. W. (1986): *Metafizikai értekezés*. Ford. Endreffy Zoltán, Nyíri Tamás: Gottfried Wilhelm Leibniz válogatott filozófiai írásai. Vál. Márkus György, Európa Kiadó, Budapest, p7–56.
- Marton, F. – Säljö, R. (1976): On qualitative differences in learning: I. Outcome and processes. *British Journal of Educational Psychology*, 46(1), p.4-11.
- Mill, J. S. (1882): *A System of Logic*. Harper and Brothers, New York. (<http://archive.org/details/systemofratiocin00milluoft> Letöltés: 2015.01.04.)
- Mill, J. (1869): *An Analysis of the Phenomena of Human Mind*. Longmans Green Reader and Dyer, London. (http://books.google.hu/books?id=U1Pnji8-DUcC&printsec=frontcover&hl=hu&source=gbg_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false Letöltés: 2015.01.04.)
- Myers-Briggs, I. (1995): *Gifts Differing: Understanding Personality Type*. Nicholas Brealey Publishing, Mountain View.
- Nagy Sándor (1997): *Az oktatás folyamata és módszerei*. Volos Kiadó, Mogyoród.
- Nahalka István (2002): *Hogyan alakul ki a tudás a gyerekekben? Konstruktivizmus és pedagógia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Nahalka István (1998): A tanulás. In: Falus Iván (szerk.): *Didaktika. Elméleti alapok a tanítás tanulásához*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Nyíri Kristóf (1983): *Ludwig Wittgenstein*. Kossuth Kiadó, Budapest.
- Pask, G. (1976): Styles and strategies of learning. *British Journal of Educational Psychology*, 46(2), p.128-148.
- Pásztor Krisztina (2014): *Mi rejlik a középiskolás tanulók tanulási szokásai mögött?* In: *Tudástérkép – Vajdasági Magyar Tudóstalálkozó 2014*. Vajdasági Magyar Akadémiai Tanács, Újvidék.
- Pejić Alexander (2014): *Vajdasági magyar középiskolások tanulási stílusának vizsgálata*. In: Dr. Ósz Rita (szerk.): *Empirikus kutatások a szakképzésben és a felsőoktatás-pedagógiában*. DSGI Ergonómiai Mérnöki Iroda Kft., p129-146.
- Pesti Csilla (2014): *A logikus gondolkodás szabadkai magyar középiskolások körében*. In: Berényi János (szerk.): *Tudástérkép – Vajdasági Magyar Tudóstalálkozó 2014 – Konferenciakötet*. Vajdasági Magyar Akadémiai Tanács, Újvidék, p261-270.

- Piaget, J. (1993): *Az értelem pszichológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pléh Csaba (1992): *Pszichológiatörténet*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pogátsnik Monika (2014): Műszaki egyetemisták pályaválasztását meghatározó tényezők. In: Ösz Rita (szerk.): *Empirikus kutatások a szakképzésben és a felsőoktatás-pedagógiában*. DSGI Kiadó, Székes-fehérvár, p149-162.
- Pólya György (2000): *A gondolkodás iskolája*. Akkord Kiadó, Budapest.
- Popper, K. R. (1983): *Objective knowledge. An evolutionary approach*. Calderon Press, Oxford.
- Popper, K. (1997): *A tudományos kutatás logikája*. Ford. Petri György és Szegedi Péter, Európa Könyvkiadó, Budapest.
- Russell, B. (2010): *The Philosophy of Logical Atomism*. Routledge Classics, Abingdon, Oxon. Első kiadás: 1918-ban jelent meg a *The Monist*-ban. (<https://www.ualberta.ca/~francisp/NewPhil448/RussellPhilLogicalAtomismPears.pdf> Letöltés: 2015.01.04.)
- Skinner, B. F. (1973): *A tanítás technológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Tóth László (2005): *Pszichológia a tanításban*. Pedellus Tankönyvkiadó, Debrecen.
- Tóth Péter (2012): *Oktatási stratégiák a szakképzésben*. DSGI Kiadó, Székesfehérvár.
- Tóth Péter (2013): *Problémamegoldó stratégia az informatikaoktatásban*. DSGI Kiadó, Székesfehérvár.
- Tóth Péter (2014): Adaptív tanulási környezetek a szakképzésben és a felsőoktatásban – elméletek, modellek, stratégiák. In: Ösz Rita (szerk.): *Empirikus kutatások a szakképzésben és a felsőoktatás-pedagógiában*. DSGI Kiadó, Székesfehérvár.
- Treffinger, D. J. – Feldhusen, J. F. – Isaksen, S. G. (1990): Organization and structure of productive thinking. *Creative Learning Today*, 4(2), p6-8.
- Vidákovich, T. (1998): Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Wittgenstein, L. (2004): *Logikai-filozófiai értekezés*. Ford. Neumer Katalin, Atlantisz Könyvkiadó, Budapest.