# SZEMCSEELOSZLÁSI GORBÉK SZÉTVÁLASZTÁSA KIEGYENLÍTÉSSEL

(I rész Módszertanı ısmertetés)

LANTOS MIKLÓS—T KOVÁCS TERÉZIA

M Áll Foldtanı Intézet Budapest, Népstadıon út 14
H-1143

ETO 620 186 551 435 2 681 3

Tárgyszavak számítógépı program, FORTRAN, adatfeldolgozás, legkısebb négyzetek módszere, szemcseosztályozás, felső-mıocen, Dunántúlı-középhegyseg (Kup 1 )

A fınomszemcsés tormelékes kőzetek szemcseeloszlásı gorbéıt tanulmanyozva arra a felısmeresre jutottunk, hogy a korábban kıdolgozott szemcseeloszlásı értelmezésı eljárások a valószínűségszamítás alapelveıt nem vették kovetkezetesen fıgyelembe, így a természetı folyamatok jellemzésere csak egymódusú gorbek esetén alkalmasak Abból kıındulva, hogy a valószínűségszámítás szerınt egyetlen es homogén folyamat statısztıkaja egymódusú eloszlást kovet, a tobbmódusú gorbek tobb, kozel egyıdejűleg végbement folyamat eredmenyeként foghatók fel Kovetkezesképpen a kétmódusú eloszlásokból számított egyetlen átlagérték, peldául a Folk—Ward-féle Mz parameter nem jellemzó a gorbére Vızsgalataınk során munkahıpotézısként elfogadtuk, hogy a szemcseeloszlásı gorbék lognormálıs eloszlasúak Kétmódusú gorbek eseten a feladat a gorbét alkotó két lognormalıs gorbe paramétereınek meghatározása Az alkalmazott számítás alapja a legkısebb négyzetek elvén alapuló kıegyenlítes, a kıegyenlítendő vektoregyenletet Taylor-sorba fejtéssel származtattuk s mátrıxınverziós módszerrel oldottuk meg Az eljárásból programot keszítettunk FORTRAN IV nyelven, s azt a Magyar Tudmanyos Akademıa CDC—3300 számítógépén futtattuk A módszer eredményeıt a legrészletesebben vızsgalt kupı Kup 1 sz fúras alsó- és felső-pannónıaı rétegsorán mutatjuk be

## Bevezetés

A tormelékes uledékes kőzetek szemcseeloszlás-vızsgálatára a kutatók sora (INMAN 1952, FRIEDMAN 1967, FOLK—WARD 1957, KRUMBEIN 1938) dolgozott kı olyan kulonboző numerıkus és grafıkus eljárásokat, amelyek egy része vılágszerte elterjedt A numerıkus eljárások tobbsége az egymódusú *normálıs* eloszlásból származtatott képletekre épul, ezeket terjesztették kı a tobb módusú eloszlásokra ıs Mıvel ezek nem adtak megfelelő eredményt, a matematıkaı alapok fıgyelembevétele nélkul kulonboző korrekcıókat vezettek be, de ezek sem váltották be a hozzájuk fűzott reményeket, így egységes értelmezés nem alakulhatott kı, ezért e módszereket egyre rıtkábban alkalmazták

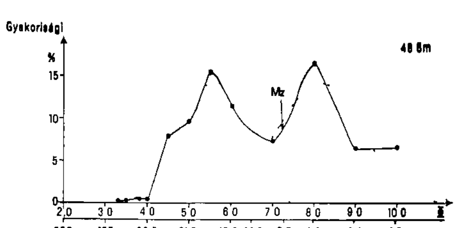
A fent említett numerıkus és grafıkus eljárások kozul a Folk—Ward-féle képletek terjedtek el legınkább 1980-ban ezzel a módszerrel kezdtuk el mı ıs a vızsgálatokat a Tésı Agyagmárga F a Pénzeskútı Márga F fúrásı rétegsorain és a Magyarpolány környéki felszíni homok és homokkő mintákon. Az adatokat kiértékelve jutottunk arra a következtetésre, hogy a Folk—Ward-féle paraméterek az egymódusú görbéknél jól alkalmazhatóak, de két vagy több módusúaknál már nem adnak helyes megoldást, mivel az esetek többségében a Folk—Ward-féle Mz (középérték) gyakorlatilag a két csúcs között elhelyezkedő minimumra esik. A hibát a következő módszer alkalmazásával sikerült kiküszöbölnünk.

Ahhoz, hogy a szemcseeloszlási görbékből helyes földtani következtetéseket vonhassunk le, az eredeti folyamatokat kell rekonstruálni az azokat legjobban leíró matematikai függvények segítségével. A valószínűségszámítás szerint egyetlen — és homogén — folyamat statisztikája egymódusú eloszlást követ. Ebből következik, hogy több módusú eloszlásgörbét több, közel egyidejűleg végbemenő folyamat hoz létre. Így magától értetődő, hogy értelmes eredményt csak az egyes módusok elkülönítése és ezek paramétereinek meghatározása után várhatunk.

## A módszer elvi alapjai

Sokféle eloszlás létezik, a gyakorlatban a legtöbb jelenség azonban néhány eloszlással leírható, illetve megközelíthető. Ezeket az eloszlásokat az azokat leíró függvény képletén kívül általában két paraméter jellemzi: a várható érték („átlag") és a szórás, vagyis ennek a két paraméternek az ismeretével minden egyes egyedi eloszlás meghatározott. Természetesen a két paraméter módusonként értendő, kétmódusú eloszlást két várható értékkel és két szórással kell jellemeznünk. Valamely eloszlás matematikailag két függvénnyel írható le: a sűrűségfüggvénnyel (ennek a földtani szakirodalomban a „gyakorisági görbe" elnevezés felel meg) és az eloszlásfüggvénnyel („kumulatív görbe"), amely a sűrűségfüggvény integrálja. Mivel a kettő egymástól nem független, elegendő az egyik meghatározása, mi a továbbiakban a szemléletesebb sűrűségfüggvénnyel foglalkozunk.

A fenti rövid elméleti megfontolásból következik, hogy a kétmódusú eloszlásból számított egyetlen átlagérték (pl. a Folk—Ward-féle Mz paraméter) nem jellemző — nem lehet jellemző — a görbére. Ennek egy szélsőséges esetét mutatjuk be az 1. ábrán, ahol a két sűrűségfüggvény (gyakorisági görbe) jól láthatóan elkülönül, az egyetlen „átlag" pedig éppen a két maximum közé esik. Ez helytelen, mivel az átlagnak, pontosabban a várható értéknek a leggyakrabban előforduló érték körül kell lennie.




*1. ábra* Kétmódusú szemcseeloszlási görbe jellemzőinek szemléltetése

1. Mért adatokból szerkesztett görbe, 2. kiegyenlített görbe, Mz=Folk-Ward féle középérték

*Fig. 1.* Illustration of characteristics of bimodal grain-size distribution curve

1. Curve plotted upon measured results, 2. fitted curve, Mz=Folk-Ward's mean

Bármely, matematikai statisztikai alapokon nyugvó eljárás gyakorlati megvalósításához szükséges az eloszlás típusának ismerete is. Mind ez ideig még nem tisztázódott egyértelműen, hogy a szemcseeloszlási görbék milyen eloszlást követnek, a kutatók többsége a lognormális eloszlást tartja a legjobb közelítésnek. Ezt látszik alátámasztani RÉNYI A.

(1950) is, aki bebizonyította, hogy zúzott kövek szemnagyság szerinti eloszlása logaritmikusan normális eloszlást követ Így munkahipotézisként elfogadtuk a logaritmikusan normális eloszlást a szemcseátmérőket logaritmikus léptekben ábrázolva az eloszlás normális, azaz a következő képlettel írható le

$$y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1)$$

ahol y = súlyszázalék,
x = a szemcseátmérő logaritmusa,
m = várható érték,
$\sigma$ = szórás

Szeretnénk hangsúlyozni, hogy az elvi meggondolások bármilyen eloszlásra igazak, az általunk kidolgozott program pedig kis változtatásokkal tetszőleges eloszlásra alkalmazható

Mivel a különböző alapú logaritmusok lineárisan (konstanssal való szorzással) egymásba transzformálhatók, így az alap megválasztásának nincs jelentősége Mi az amerikai irodalom alapján elterjedt $\Phi$ skálát használtuk

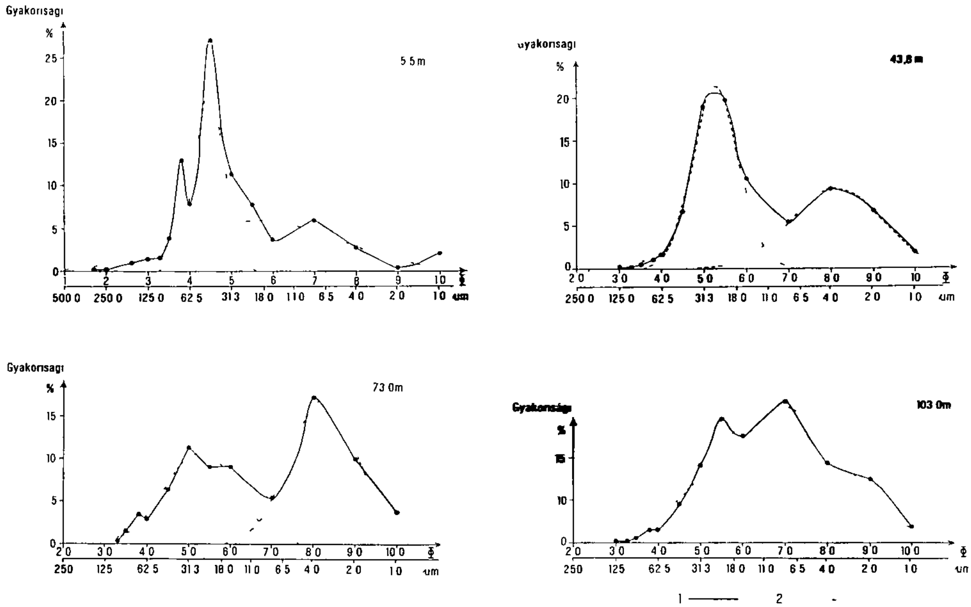
$$\Phi = -\log_2 D$$

ahol a D a szemcseátmérő mm-ben

Az alkalmazott számítás alapja a legkisebb négyzetek elvén alapuló kiegyenlítés, amelynek során az összes ismeretlen meghatározása egyszerre történik az azokat tartalmazó egyenletrendszer megoldásával Tekintve, hogy a sűrűségfüggvény nem írható fel lineáris alakban, a kiegyenlítést egymás utáni lépésekből álló közelítéssel (iterációval) oldottuk meg, tetszőleges pontosságig Bemenő adatként a görbék azonosítóján és pontjaik koordinátáin kívül a számítandó paraméterek becsült kezdőértékei is szükségesek A kiegyenlítésre kerülő vektoregyenletet (egyenletrendszert) az (1) képlet változók szerinti parciális differenciálhányadosaiból származtattuk, a változók a keresett értékek, azaz a várható érték és a szórás (A művelet tulajdonképpen Taylor-sorba fejtés, a magasabb rendű tagok elhagyásával ) Az (1) függvény ezek után felírható olyan összegként, amelynek egyik tagja az előzőleg megadott kezdőértékkel számított $y_0$ érték, a másik tagja pedig az előbb leírt differenciálás útján kapott korrekciós tag — ennek kiszámítása a feladat Kétmódusú eloszlás esetén az (1) képlet módosul az eloszlást két ugyanilyen szerkezetű formula összege írja le, $m_1$, $\sigma_1$, illetve $m_2$, $\sigma_2$ paraméterekkel, több módusnál az egyenlet értelemszerűen tovább bővül (Ennek megfelelően természetesen a differenciálhányadosok száma is nő ) A felírt vektoregyenletet mátrixinverziós módszerrel oldottuk meg Az eljárás megadja az egyes módusok várható értékét, szórását és amplitúdóját, valamint ezek hibáját, továbbá egy, az illesztés jóságára jellemző paramétert, a bemenő adatokat és a kiegyenlítésből kapott függvényértékeket Az eljárásból programot készítettünk FORTRAN IV nyelven, a programot az MTA CDC—3300 számítógépén futtattuk

## A módszer gyakorlati alkalmazásának néhány példája

Legrészletesebben a Kup 1 sz fúrás alsó- és felső-pannóniai rétegsorát vizsgáltuk, mintegy 300 adatsort, a szemcseeloszlás elemzési sűrűsége 0,5 $\Phi$ volt A Kup 1 sz fúrásban előforduló típusgörbéket a 2 ábrán mutatjuk be A vizsgált rétegsor a kiegyenlített szemcseeloszlási görbék jellege alapján két




*2. ábra.* Kiegyenlítéssel kapott szemcseeloszlási típusgörbék a Kup 1. sz. fúrásban
*1* Mért adatokból szerkesztett görbe, *2* kiegyenlített görbe

*Fig. 2.* Grain-size distribution type curves obtained by fitting from borehole Kup 1
*1* Curve plotted upon measured results, *2* fitted curve

nagy egységre bontható. A fúrás alsó részének jellemző gyakorisági görbéje egymaximumos, a középérték — kevés kivételtől eltekintve — 8—8,5 $\Phi$ között változik (2,8—3,9 μm), szórása 1,1—1,5 $\Phi$ közötti. Az erre települő szakaszt uralkodóan kétmaximumos gyakorisági görbe jellemzi. Az első módus átlagértéke 4,0—4,5 $\Phi$ közötti (44,2—62,5 μm), szórása leggyakrabban 1,0 $\Phi$ alatti, a második módus középértéke 6,5—7,5 $\Phi$ (5,5—11,0 μm) közötti, szórása az előző módusénál nagyobb, a legtöbb esetben 1,0 $\Phi$ feletti, de elérheti a 3,5 $\Phi$-t is. A felső szakasz felső részén az első módus a domináns, lefelé a második válik fokozatosan uralkodóvá.

A két fő szakasz jól párhuzamosíthatónak bizonyult az őslénytani vizsgálatok eredményeivel. A felső szakasz felső-, az alsó szakasz alsó-pannóniai korú. Megvizsgáltuk néhány fúrás több száz, szabvány elemzési sűrűségű adatsorát is. Az esetek döntő többségében az eljárás a kevés adat miatt vagy nem adott megoldást, vagy a megoldás instabil volt.

## Az alkalmazás korlátai, a továbbfejlesztés lehetőségei

Az eljárás a stabil megoldáshoz (különböző kezdőértékek esetén is azonos az eredmény) módusonként legalább 5—10 adatot követel meg. Alkalmazásához a szokásos szemcsevizsgálatoknál sűrűbb méréskoz szükséges, legalább 0,5 $\Phi$ intervallumú méréskoz, de megfelelőbb az amerikai gyakorlatban általános 1/4 $\Phi$, vagy a szovjet irodalomban ismertetett 0,1 $\gamma$-kénti ($\gamma = \lg D$), azaz 0,33 $\Phi$-kénti mérési sűrűség. Ehhez kapcsolódó problémát jelent a finomszemcsés tormelékes uledékeknél a fınomfrakcıó nem kellő felbontása Nagyon gyakorı ugyanıs, hogy ebbe a frakcıóba a teljes anyag 20—30%-a keıul vagy esetenként még ennél ıs tobb, ılyen esetekben pedıg az eloszlásı gorbe nem meghatározott, így számítása ıs értelmetlen

Eddıgı vızsgálataınk nem mondanak ellent munkahıpotézısunknek azaz a logarıtmıkusan normálıs elészlás elég jól kozelítı a mért gorbéket Ez azonban nem jelentı azt, hogy a munkahıpotézıs ıgazolt, ennek szıgorú matematıkaı kovetelményeı vannak, amelyeket csak nagyszámú, sok pontból álló gorbe alapján lehet egyértelműen bızonyítanı Eddıgı vızsgálataınk főleg sekélytengerı uledékekre korlátozódtak, tervezzuk azok kıterjesztését egyéb ulepedésı, koztuk recens kornyezetekre ıs

## IRODALOM — REFERENCES


FOLK R L —WARD W C 1957 Brazos Rıver Bar a study ın the sıgnıfıcance of graın sıze paraıneters — Journ Sed Petr 27 (1), 3—27

FRIEDMAN G M 1967 Dynamıc processes and statıstıcal parameteıs compared for sıze frequency dıstııbutıons of beach and rıveı sand — Journ Sed Petr 37 (2) 327—354

INMAN D L 1952 Measures descııbıng the sıze dıstrıbutıon of sedıment — Journ Sed Petr 22 (3) 125—145

KOVACS T —LANTOS M 1982 Szemeloszlası goıbek vızsgalata heurısztıkus és statısztıkus módszerek alapjan — Foldt Int Adattar, kezırat

KOVACS T —LANTOS M 1983 Szemcseelemzés In CSASZAR G et al A Pénzeskútı Márga Formacıó rétegtanı és okológıaı vıszonyaı — Foldt Int Adattar, kezırat

KRUMBEIN W C 1938 Sıze frequency dıstrıbutıons of sedıment and normal phı curve — Journ Sed Petr 8 (3) 84—90

PREKOPA A 1974 Valószínűségelmelet — Műszakı Konyvkıadó, Budapest

RENYI A 1950 Az aprítas matematıkaı elméletéről — Építőanyag 2 (9—10) 177—183


# SEPARATION OF GRAIN SIZE DISTRIBUTION CURVES BY FITTING A METHODOLOGICAL REVIEW


by

M LANTOS—T T KOVÁCS

Hungarıan Geologıcal Instıtute Budapest, Népstadıon út 14
H—1143



UDC 620 186 551 435 2 681 3

K e y - w o r d s automatıc data pıocessıng, computer programs, FORTRAN, least squares analysıs, graded beddıng, Upper Mıocene, Central Transdanubıa (Kup 1)


After studyıng the graın sıze dıstrıbutıon curves of fıne-graıned sedımentary rocks the authors found that the earlıeı-developed methods for the ınterpretatıon of graın sıze dıstııbutıon had not been consıstent wıth the basıc prıncıples of the theory of probabılıty and that so they were unsuıtable for assessment of natural processes, unless unı-modal curves were used Assumıng that, ın terms of the probabılıty theory, the statıstıcs of a sıngle and homogeneous process obeys a uni-modal distribution law, the polymodal curves can be regarded as the result of two or more sub-simultaneous processes Consequently, a single average value calculated from bimodal distributions such as Folk-Ward's Mz parameter, is not characteristic of the curve In their studies the authors postulated, as a working hypothesis, that grain-size distribution curves show a lognormal distribution In case of bimodal curves the problem to be solved is to determine the parameters of the two lognormal curves constituting the curve in question The calculation technique used here is based on fitting by the least square method The vectorial equation to be fitted was expanded in Taylor series and was solved by the matrix inversion method The procedure was programmed in FORTRAN IV language and the resulting program was run on a CDC-3300 computer of the Hungarian Academy of Sciences The results are presented by the example of the Lower an Upper Pannonian sequence of borehole Kup 1 a sequence examined in most detail