

# A mecseki feketeköszén-előfordulás néhány bányaföldtani jellemzőjének matematikai-statisztikai feldolgozása

Szerzők a geoszinklinális genezisű, bonyolult településű mecseki feketeköszén-előfordulás néhány fontos földtani jellemzőjét vizsgálják nagyszámú bányaföldtani adat alapján. Munkájukban matematikai-statisztikai módszereket alkalmaznak.

Megállapítják, hogy a földtani jellemzők egyik csoportja a földtani és földszerkezeti törvényszerűségekhez igazodva szabályosan változik, a másik csoportja, mint véletlen tömegjelenségek kezelhetők és az utóbbiak matematikai-statisztikai feldolgozásával fontos törvényszerűségek tárhatók fel.

Eloszlásfüggvények paraméterei alapján számítással határozzák meg a bányabeli fúrások kutatás célirányos hálósűrűségét, ezáltal a rendelkezésre álló szűkös fúrási kapacitást ésszerűen lehet felhasználni.

## 1. Bevezetés

Magyarország egyetlen kokszolható fekete-köszén-előfordulásának települési viszonyai bányaművelés szempontjából kedvezőtlenek.

A meredek dőlésű telepeken szintműveléses rendszer alkalmazó bányák újonnan feltárásszerű szintjeit fokozatosan a feltárási és fejtés-előkészítési műveletek során ismerik meg, tehát a hosszabb távra előretekintő terveket, technológiai fejlesztési elképzeléseket meglehetősen hiányos földtani adatokra kell építeni.

A gazdaságosság fokozására irányuló törekvések a termelés koncentrálását követelik, mely együtt jár a kutatások elvégzéséhez szükséges nyitott bányatérsek csökkentésével, ezért az egyes szintek kialakítandó termelési területeinek megkutatását rendszerint a termeléssel párhuzamosan lehet elvégezni. Ha ilyen esetben váratlan földtani körülmény válik ismeretessé, rendszerint a folyamatos termelés szenved kárt.

Olyan ördögi kör ez, amiből a kiút rendkívül nehéznek ígérkezik. A munkafolyamatok gépesítési irányait öt—tíz évvel a megvalósítás előtt kell megszabni, és olyan szénvagyonra építeni, amelyre gyakorlatilag érdemi kutatással nem rendelkezünk.

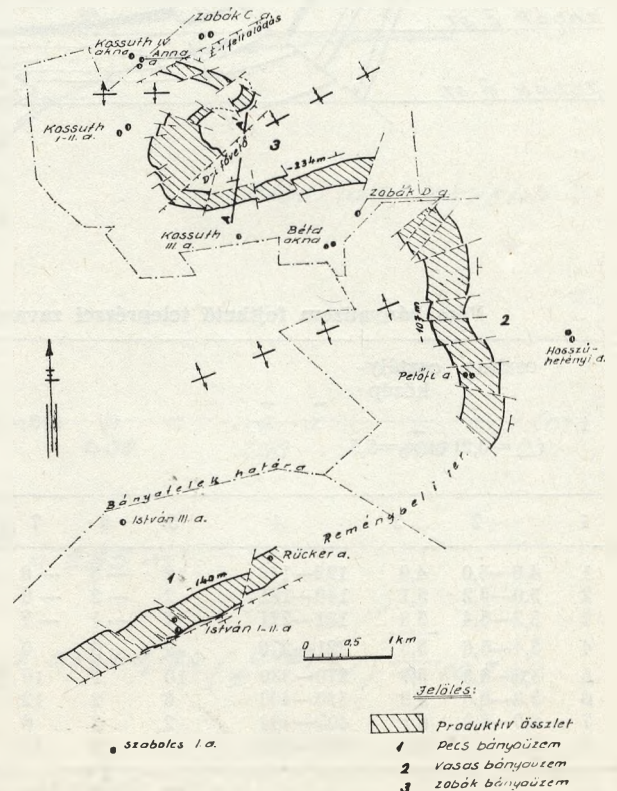
A felszabadulást követő években a medence bányauzemeiben jól szervezett földtani szolgálatokat építettek ki. Munkájuk eredményeként jelentős bányaföldtani adattömeg halmozódott fel. Ezeknek az adatoknak matematikai-statisztikai és valószínűségelméleti módszerekkel történő feldolgozása számottevő mértékben segítheti a földtani törvényszerűségek feltárását és a helyes fejlesztési-gépesítési elképzelések kialakítását.

A matematikai-statisztikai paraméterek alapján a földtani kutatások is szabatosan tervezhetők, és a rendelkezésre álló egyre szűkülő kutatási kapacitás az eddigieknél eredményesebben használható fel.

## 2. A liász korú feketeköszén-előfordulás néhány földtani-földszerkezeti sajátossága

A mecseki köszénmedence szerkezeti-genetikai vonatkozásban a geoszinklinális köszénmedencék csoportjába tartozik. A produktív összlet felett közel 3000 m vastag mezozoós üledék keletkezett. A köszénképződést követő számos hegyesszerkezeti mozgás a perm—mezozoós alaphegységet (a harmadidőszaki és a negyedkori mozgások a fedőhegységet is) felgyűrte, összetörte és kialakult a köszénelőfordulás bonyolult szerkezeti típusa.

A medence köszén-felhalmozódást követő változatos „utóélete” következtében a földtani-köszénföldtani jellemzők egy része a földtani szerkezettel összefüggő szabályos változást mutatnak. Ilyenek például a kokszolhatósági paraméterek: illótartalom, sülőképességi mutató (Roga-féle szám) és a dilatációs érték. Más mutatók esetében hasonló direkt szabályszerűségek nem mutathatók ki, és mint véletlen tömegjelenségnek a vizsgálata a matematikai-statisztikai és valószínűségelmélet módszereivel végezhető el. Tanulmányunkban elsősorban ez utóbbiak közül



1. ábra

foglalkozunk néhányval: felszabdaltság mértéke, telepvastagság és változása.

A mecseki kőszén-előfordulás szerkezeti képét az 1. ábrán látható bányaszintek adatai alapján készített szerkezeti vázlattal, és a 2. ábrán bemutatott földtani szelvényvel érzékeltetjük. A szerkezeti térképen különböző bányüzemekhez tartozó csapásszakaszok abszolút magasságai természetesen nem azonosak, mivel a bányák különböző mélységben művelnek. A földtani metszet jól érzékelteti a telepek dőlésviszonyait is.

A szintes földtani vázlaton feltüntettük az egyes koncentrációk határait képező összes ismert, jelentős törésvonalat. Ezek egyik termelő szintről a másikra viszonylag megbízhatóan szerkeszthetők; ezért velük tovább nem foglalkozunk.

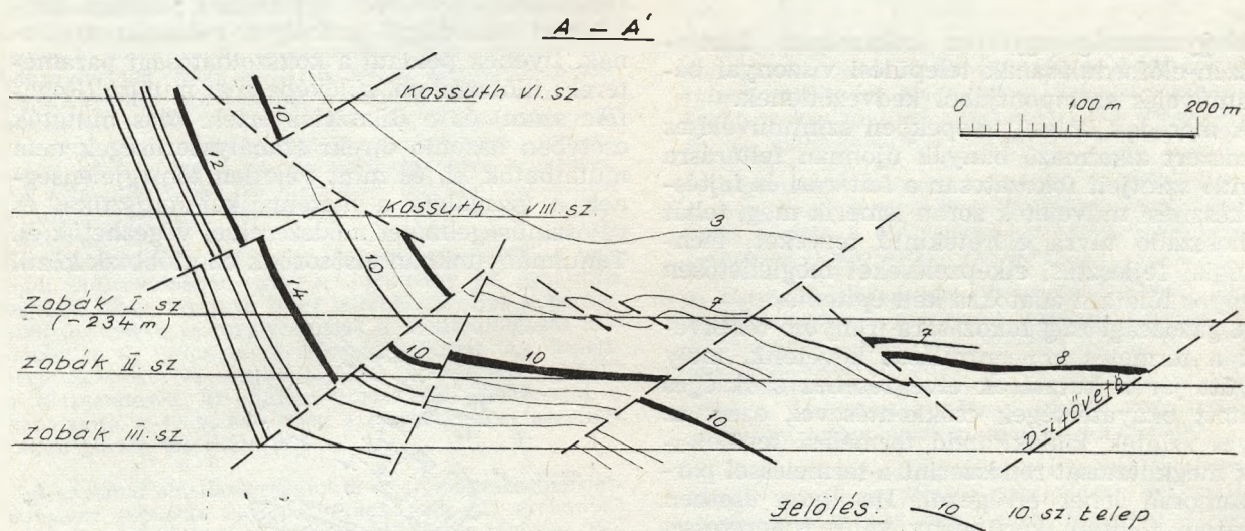
Szintműveléses rendszerben a fejtéseket általában esésvonal mentén képezik ki, de elvileg a fronthomlok lehet csapásirányú is (például pajzsos művelés esetén), vagy a vonatkozó művelési előírások betartása mellett bármilyen helyzetű.

### 3. Matematikai-statisztikai vizsgálatok

A gépesített fejtések üzemeltetésének gazdaságossága jelentős mértékben függ a fejtések kifutási hosszától. A megállapítás minden más fejtési technológiára is érvényes, de a gépesített fejtések gépi berendezéseinek be- és kiszerelési munkaigényessége miatt a „zavarmentes csapás-kifutás” nagysága döntő kérdés.

Pécs bányüzem V. szintje tényadatainak értékelését mutatja be a 3. ábra. A szint szénvagyónának 75%-át az adatgyűjtés lezárásáig lefejtették, és elkezdték a következő VI. szint, mintegy 7—8 évi üzemi termelést fedező szénvagyónának művelését. A „zavarmentesség” fogalmával kapcsolatosan meg kell jegyezni, hogy a fejtési tömböket csapásirányban akkor tekintjük zavarmentesnek és zavartalan csapáshosszal jellemezzük, ha az illető tömb csapásirányban haladó frontfejtéssel két bányaszint között új előkészítés nélkül gazdaságosan lefejtethető.

A 3. ábra matematikai-statisztikai feldolgozását táblázatos formában bemutatjuk, mivel rendkívül tanulságos (1. táblázat).



2. ábra.

1. sz. táblázat

#### Pécs bányüzem fejthető teleprészei zavartalan csapáshosszainak statisztikai vizsgálata

$i$	osztály	osztály-közép	$\bar{x}_i - \bar{x}_{i+1}$	$n_i$	$a_i$	$n_i a_i$	$n_i a_i^2$	$t_i$	$f(t_i)$	$n_{iT}$	$\omega$	$f(\ln \bar{x}_i)$	$F(\ln \bar{x}_i)$	
	$(\Delta=0,2)$	$\bar{x}_0=5,5$									%	%	%	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	4,8—5,0	4,9	122—148	2	—3	—6	18	—1,96	0,0584	1,5	4,7	3,5	2,5	
2	5,0—5,2	5,1	148—181	2	—2	—8	16	—1,39	0,1518	3,8	9,3	8,8	8,0	
3	5,2—5,4	5,3	181—221	7	—1	—7	7	—0,82	0,2850	7,1	16,3	16,5	20,5	
4	5,4—5,6	5,5	221—270	9	0	0	0	—0,25	0,3867	9,7	20,8	22,6	40,0	
5	5,6—5,8	5,7	270—330	10	1	10	10	0,32	0,3790	9,5	23,3	22,1	62,5	
6	5,8—6,0	5,9	330—403	6	2	12	24	0,89	0,2685	6,7	14,0	15,6	81,5	
7	6,0—6,2	6,1	403—493	2	3	6	18	1,46	0,1374	3,4	4,7	7,9	92,5	
8	6,2—6,4	6,3	493—602	3	4	12	48	2,03	0,0508	1,3	6,9	3,0	98,0	
$\sum_{i=1}^8$				43	19	141	141		1,7176	43,0	100,0	100,0		

$$v'_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 n_i a_i}{n} = \frac{19}{43} = 0,44$$

$$m = v'_1 \cdot \Delta + \ln \bar{x}_0 = 0,44 \cdot 0,2 + 5,5 = 5,59$$

$$v'_2 = \frac{\sum_{i=1}^8 n_i a_i^2}{n} = \frac{1,41}{43} = 3,28$$

$$\xi'_2 = v'_2 - (v'_1)^2 = 3,28 - (0,44)^2 = 3,09$$

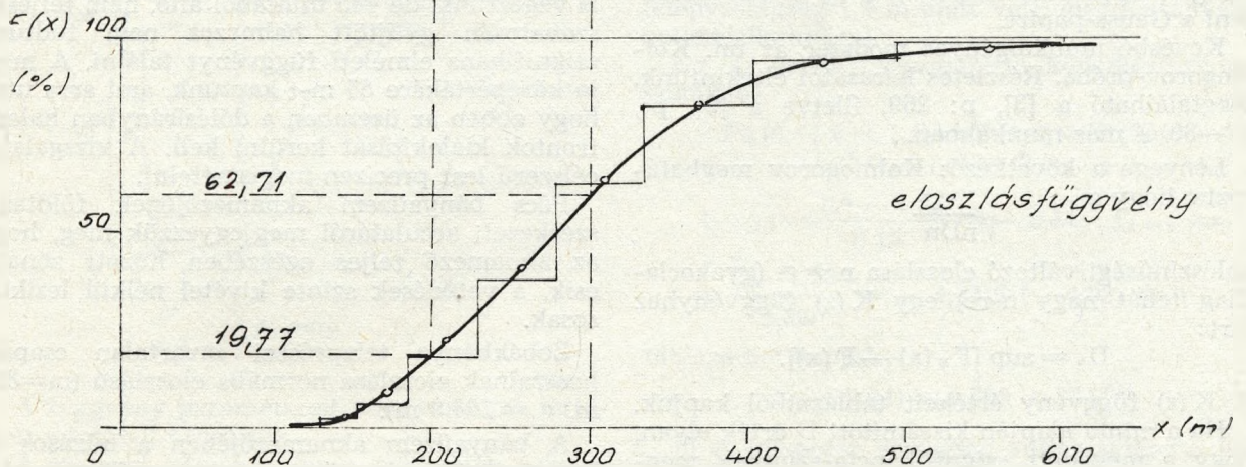
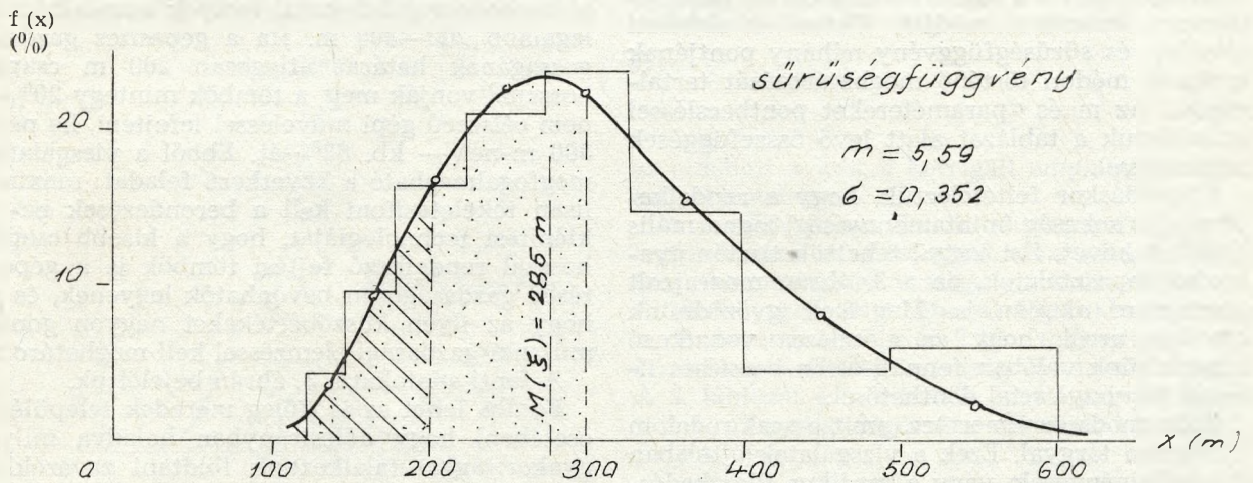
$$\sigma^2 = \xi'_2 \cdot \Delta^2 = 3,09 \cdot 0,2^2 = 0,124$$

$$\sigma = 0,352$$

$$t_i = \frac{\ln \bar{x}_i - m}{\sigma}$$

$$n_{i_T} = \frac{f(t_i)}{\sum_{i=1}^8 f(t_i)} \cdot n$$

$$a_i = \frac{\ln \bar{x}_i - \ln \bar{x}_0}{\Delta}$$



$$M(\xi) = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}} = e^{5,59 + \frac{0,124}{2}} = 285 \text{ m}$$

$$D^2(\xi) = e^{2m + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = e^{2 \cdot 5,59 + 0,124} (e^{0,124} - 1) = 10711$$

$$D(\xi) = 103 \text{ m}$$

3. ábra

A valószínűségelméletből ismeretes, hogy a törési folyamatok eredményeként a végtermék valamely mérete lognormális eloszlást követ.

Egy  $\xi$  valószínűségi változót (esetünkben ez a zavartalan csapáshosszat jelenti) lognormális eloszlásnak nevezzük, ha az

$$\eta = \ln \xi$$

valószínűségi változó normális eloszlású.

A valószínűségi változó várható értéke

$$M(\xi) = e^m + \frac{\sigma^2}{2}$$

szórásnégyzete pedig

$$D^2(\xi) = e^{2m + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1).$$

A táblázathoz különösebb magyarázat nem szükséges, mivel a lognormális eloszlás paramétereinek számítás módját, illetve az elméleti eloszlás- és sűrűségfüggvény néhány pontjának szokásos módon történő meghatározását tartalmazza. Az  $m$  és  $\sigma$  paramétereket pontbecsléssel számítottuk a táblázat alatt levő összefüggések segítségével.

Kiinduláskor feltételeztük, hogy a rendelkezésre álló sokaság (mintamennyiség) lognormális eloszlást követ. Ezt joggal tehetjük tisztán gyakorlati tapasztalatok, de a 3. ábrán megrajzolt hisztogram alapján is. Meg kell győződnünk azonban arról, hogy az eloszlásra vonatkozó hipotézisünk valóban fennáll-e. Ez becsléses illeszkedésvizsgálattal dönthető el.

Több módszer ismeretes, amit a szakirodalom bőségesen tárgyal. Ezek a vizsgálatok általában számolásigényesek, vagy a grafikus illeszkedésvizsgálat alkalmazása esetén meg kell szerkeszteni a Gauss-papírt.

Kevésbé munkaigényes módszer az ún. Kolmogorov-próba. Részletes leírásától eltekintünk. Megtalálható a [3], p: 269, illetve a [2], p: 87—89 és más munkákban.

Lényege a következő: Kolmogorov meghatározta, hogy a

$$\sqrt{n} D_n$$

valószínűségi változó eloszlása  $n \rightarrow \infty$  (gyakorlatilag tehát nagy  $n$ -re) egy  $K(z)$  függvényhez tart:

$$D_n = \sup [F_n(x) - F(x)].$$

A  $K(z)$  függvény értékeit táblázatból kapjuk.

Ha a minta alapján kiszámított  $D$  érték olyan, hogy a megadott szignifikancia-szintnek megfelelő  $K(z_0) = 1 - \delta$  egyenlőségből meghatározott  $z_0$ -ra teljesül a  $\sqrt{n} D_n < z_0$  egyenlőtlenség, akkor a tapasztalati és elméleti eloszlás-függvények közötti egyenlőtlenség nem szignifikáns és az eloszlás milyenségére tett hipotézisünket elfogadjuk.

Az 1. táblázat 12. és 13. oszlopoi között legnagyobb különbség 0,039, tehát

$$z_\delta = 0,039 \sqrt{43} = 0,2557$$

A földtani gyakorlatban legfeljebb  $\delta = 0,05$  szignifikancia-szinttel számolhatunk.  $K(z_0) = 1 - 0,05 = 0,95$  értékhez a Kolmogorov-pró-

ba táblázatból (lásd [3], p: 343—344)  $z_0 = 1,36$ , következik tehát, hogy

$$z_0 = 1,36 > z_\delta = 0,2557,$$

ami alapján megállapíthatjuk, hogy a vizsgált minták logaritmusainak halmaza jól követi a normális eloszlást.

Térjünk vissza a 3. ábra vizsgálatára.

A felrajzolt görbékről a település tektonizált-ságára vonatkozóan megállapíthatjuk, hogy a fejthető teleprészek jelentős földtani zavaroktól mentes várható csapáshossza 285 m. Az eloszlásgörbéről leolvasható, hogy a kérdéses szint fejthető tömbjeinek várhatóan mekkora az a részaránya, melyek csapáshossza egy adott értéknel kisebb.

A mecseki szakemberek ma úgy ítélik meg, hogy egyéb más feltételek fennállása esetén azokat a teleprészeket gazdaságos komplex gépi technikával lefejteni, melyek csapáskifutása legalább 200—300 m. Ha a gépesítés gazdaságosságának határát átlagosan 200 m csapáshossznál vonják meg, a tömbök mintegy 20%<sup>0</sup>-át nem célszerű gépi műveléssel lefejteni, ha pedig 300 m-nél — kb. 63%<sup>0</sup>-át. Ebből a vizsgálatból megfogalmazható a következő feladat: maximumisan tökéletesíteni kell a berendezések be- és kiépítési technológiáját, hogy a kisebb csapáshosszal rendelkező fejtési tömbök is a gépesítésbe gazdaságosan bevonhatók legyenek, és az, hogy az ilyen küszöbértékeket nagyon gondos műszaki-gazdasági elemzéssel kell meghatározni.

A fenti adatokat a 3. ábrán bejelöltük.

Fontos lehet az is (főleg meredek települések esetében) hogy dőlésirányban haladva milyen gyakorisággal találkozunk földtani zavarokkal. Pécs bányüzemre vonatkozóan ilyen vizsgálatot is végeztünk, de 485 mintából álló, nem teljesen szabatosan gyűjtött halmazra nem tudtunk szignifikáns elméleti függvényt találni. A minta középértékére 55 m-t kaptunk, ami arra utal, hogy ebben az üzemben a dőlésirányban haladó frontok kialakítását kerülni kell. A vizsgálatot célszerű lesz precízen megismételni.

Pécs bányüzem aknamezőjének földtani- szerkezeti arculatáról megjegyezzük még, hogy az aknamező teljes egészében húzott zónába esik, a vetődések szinte kivétel nélkül lesiklásosak.

Zobákbánya teleprészei zavartalan csapáshosszainak eloszlása normális eloszlású ( $m=393$  m,  $\sigma = 153,9$  m).

A bányüzem aknamezőjében a húzásos és kompressziós tektonikai elemek egyformán előfordulnak.

Eddigi fejtegetéseinkből megállapítható, hogy az egyes kőszentelek vastagságának változékonysága nagyszámú tektonikai hatásra és domináló limnikus jellege folytán, keletkezéséből adódó okokra vezethető vissza. A telepvastagság változására vonatkozóan kitüntetett szerepű okot nem tudunk megjelölni, ezért indokolt első közelítésre a zavartalannak minősíthető teleprészt (szénvagyonszámítási tömb) vastagságát valószínűségi változónak tekinteni, ami a központi határeloszlás tétele szerint nagy valószínűséggel normális eloszlású.

## Zobák bányüzem I—II. szint szinklinális keresztvágat D-i 13. sz. fejtési tömb tényleges vastagságadatainak matematikai-statisztikai értékelése

i	osztály- közép. $\Delta = 0,4$	$\bar{x}_i$	$n_i$	$\alpha_i$	$n_i \alpha_i$	$n_i \alpha_i^2$	$t_i$	$f(t_i)$	$n_{iT}$	$\omega_i$	$\omega_{iH}$	$f(\bar{x}_i)$	$f(x_i)_H$	$F(\bar{x}_i)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,4—0,8	0,6	3	—3	—9	27	—2,45	0,0198	3,9	1,6	1,6	2,1	2,1	0,7
2	0,8—1,2	1,0	21	—2	—42	84	—1,40	0,1497	29,4	11,2	12,8	15,8	17,9	8,1
3	1,2—1,6	1,4	98	—1	—98	98	—0,35	0,3752	73,6	52,4	65,2	39,5	57,4	36,3
4	1,6—2,0	1,8 = $\bar{x}_0$	49	0	0	0	0,70	0,3123	61,2	26,2	91,4	32,8	90,2	78,5
5	2,0—2,4	2,2	10	1	10	10	1,75	0,0863	16,9	5,3	96,7	8,8	99,0	95,9
6	2,4—2,8	2,6	4	2	8	16	2,80	0,0079	1,5	2,1	98,8	0,8	99,8	99,7
7	2,8—3,2	3,0	2	3	6	18	3,85	0,0002	—	1,0	99,8	0,0	99,8	100,0

$$\sum_{i=1}^7$$

187

—125 253

0,9514

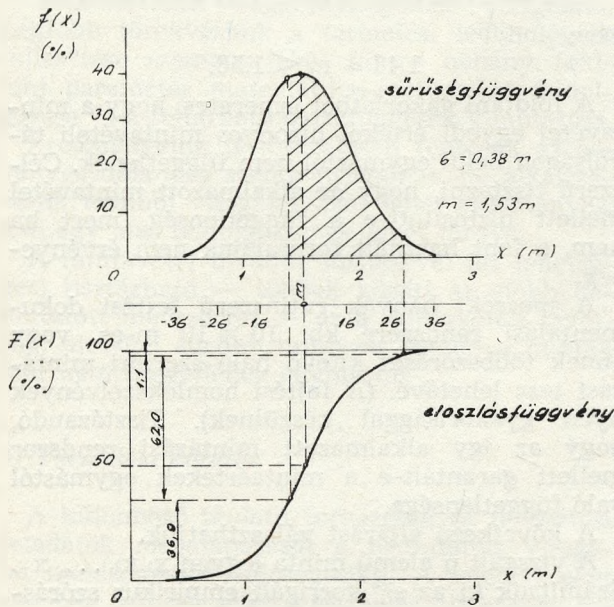
186,5

99,9

99,8

 $m = 1,53 \text{ m}$  $\sigma = 0,38 \text{ m}$ 

$$z_0 = 1,36 > z\delta = \frac{65,2 - 57,4}{100} \cdot \sqrt{187} = 1,07$$



4. ábra

A függvény paramétereit nem ismerjük, értékeit mintából becsüljük.

A mecseki köszénmedence telepeinek vastagsága meglehetősen változékony. A bányaművelési technológiák megválasztása több más telep-jellemző mellett a telepvastagságtól és annak változékonyságától is döntő mértékben függ.

A fejtési műveletek földtani dokumentációi jó lehetőséget nyújtanak arra, hogy feltárjuk a telepvastagságok változékonyságának törvényszerűségeit, és ebből a még gyengén ismert, feltárásra és leművelésre váró teleprezsekre vonatkozóan hasznos következtetéseket vonjunk le.

Továbbiakban nagy mintaszámmal dolgozunk.

Erre való tekintettel a mintaközép  $\bar{x} \approx m$  és  $s^* \approx \sigma$ , vagyis a várható érték a mintaközéppel

az elméleti szórás, a korrigált empirikus szórással jól közelíthető.

A 2. táblázatban Zobák bányüzem egyik teletömbjének lefejtése alkalmával készített földtani dokumentáció vastagságadatait értékeltük. A tömböt gépi biztosítással 1981-ben fejtették le. A berendezés 1,4 és 2,4 m magassághatárok között képes a telepvastagság változását követni. A 2. táblázat és a táblázat adatai alapján készített 4. ábra segítségével a következőket állapíthatjuk meg:

a) A teleprész azon hányadában, melyben a telepvastagság 1,4 m alatt volt, meddőutánvételet kellett alkalmazni.

Ezt az értéket százalékban következőképpen számítjuk:

$$P_a(0 < x < 1,4) = F(1,4) - F(0) = \Phi(t_{x=1,4}) - \Phi(t_{x=0})$$

$$t_{x=1,4} = \frac{1,4 - 1,53}{0,38} = -0,34; \quad t_{x=0} = \frac{0 - 1,53}{0,38} = -4,03; \quad \Phi(-4,03) \approx 0$$

táblázatból kapjuk:

$$\Phi(-0,34) = 0,369 = 36,9\%$$

b) A teleprész vastagság-változásaihoz a biztosítóberendezés a következő arányban tudott alkalmazkodni:

$$P_b(1,4 < x < 2,4) = F(2,4) - F(1,4) = \Phi(t_{x=2,4}) - \Phi(t_{x=1,4})$$

$$t_{x=1,4} = -0,34$$

$$t_{x=2,4} = \frac{2,4 - 1,53}{0,38} = 2,29$$

$$P_b(1,4 < x < 2,4) = [\Phi(2,29) - \Phi(-0,34)] = 0,989 - 0,369 = 0,620 = 62,0\%$$

c) Végül számítjuk azt a hányadot, amelyben a hátfejtésben szénvesztés keletkezett:

$$P_c (2,4 < x < \infty) = [\Phi(t_{x=\infty}) - \Phi(t_{x=2,4})] = 1,0 - \Phi(2,29) = 1,0 - 0,989 = 0,011 = 1,1\%$$

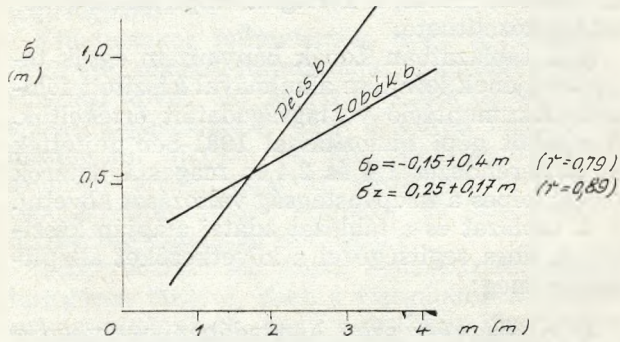
Természetesen

$$P_a + P_b + P_c = 36,9 + 62,0 + 1,1 = 100,0\%$$

Fenti módon Pécs bányáuzem IV—V. szintjei között lefejtett összes településre (mint mondtuk, ez az említett szintek közötti ipari szénvagyon 75%-a volt) az  $m$  és  $\sigma$  paramétereket kiszámítottuk. Zobák bányáuzem 7 lefejtett tömbjét vizsgáltuk. Az összes elemzett tömb száma 27, ebből mindössze egy esetben nem kaptunk szignifikáns eredményt a telepvastagság normális eloszlására. A felhasznált telepvastagság- adatok száma meghaladja az 5600-at.

Megállapítható, hogy a telepvastagság várható értéke ( $m$ ) és szórása ( $\sigma$ ) között korrelációs kapcsolat van: az összefüggés lineáris, a regressziós függvény korrelációs együtthatói szoros összefüggést igazolnak (5. ábra):

$$\begin{aligned} \sigma_P &= -0,15 + 0,4 m & (r = 0,79) & \quad 3.1 \\ \sigma_Z &= 0,25 + 0,17 m & (r = 0,89) & \quad 3.2 \end{aligned}$$



5. ábra

A két egyenlet számunkra nagyon fontos összefüggést világít meg: tényleges bányászati adatok alapján a szomszédos fejtési tömbök vastagságeloszlását jó közelítéssel meg tudjuk becsülni, így a lefejtési technológiák meghatározásához fontos információt adhatunk.

Például Pécs bányáuzem VI. sz. 3 N. koncentráció 6. sz. telepének lefejtését tervezzük. A tömb feletti tábla lefejtése alapján a telep várható vastagsága 1,75 m, dőlésszöge  $45^\circ$ . A telep fedője és feküje kemény homokos agyagkő és homokkő. A tömb várható zavartalan csapáshossza 350 m. Az adatok alapján a tömböt gépi biztonsággal és gépi jövesztéssel kívánjuk lefejteni. A rendelkezésre álló berendezés 1,4—2,4 m magassághatárok között változhat.

A tömb várható vastagságeloszlását  $m=1,15$  m várható érték ismeretében és az 5. ábra vagy a 3.1 regressziós függvény alapján meghatározott  $=0,55$  ismeretében megadhatjuk. A meddő frontszakaszok várható részarányát így meg tudjuk becsülni:

$$t_{x=1,4} = \frac{1,4 - 1,75}{0,55} = -0,64$$

$$\Phi(-0,64) = F(1,4) = 0,2621 = 26,21\%$$

Nyilvánvaló, hogy a szóban forgó település nem célszerű a jelzett gépi technológiával lefejteni, mert a telep területének több, mint egy-egyedében géppel nem jöveszthető meddőt is kell termelni.

A termelvény várható hígulására az adatokból prognózist is készíthetünk.

Nem érdektelen meghatározni a statisztikai adatokból számított várható érték megbízhatósági (konfidencia) határát.

Normális eloszlás  $m$  várható értékére ismeretlen szórás esetén  $(1 - P) \cdot 100\%$  megbízhatósági szinten a következő konfidencia-határokkal számolunk:

$$\bar{x} - t_{n\alpha} s^x \leq m < \bar{x} + t_{n\alpha} s^x$$

Ebből az eddig ismeretlen  $t_{n\alpha}$  az  $n - 1$  szabadságfokú  $\alpha$  kétoldali szinthez tartozó ún. Student-tényező  $1/n$ -ed része.

Legyen a megbízhatósági szint  $95\%$  ( $p=5\%$ ). A 2. táblázat adatai szerint  $n \approx 200$ ,  $\bar{x} = 1,53$ ,  $s^x = 0,38$ , valamint  $t_{n\alpha} = 0,140$  (vö. [4] p: 142, ill. 496).

A konfidencia-intervallum tehát

$$1,53 - 0,140 \cdot 0,38 \leq m < 1,53 + 0,140 \cdot 0,38,$$

azaz

$$1,48 \leq m < 1,58.$$

A földtani gyakorlatból ismeretes, hogy a mintavétel egyedi értékei bizonyos mintavételi távolságon belül egymástól nem függetlenek. Célszerű tisztázni, hogy az alkalmazott mintavétel mellett biztosított-e a függetlenség, mert ha nem, a fent használt formuláink nem érvényesek.

A mecseki bányák rutinszerű fejtési dokumentálási rendszere kb.  $10 \times 10$  m-es, vagy ennek többszörösét kitevő háló szerinti mintázást tesz lehetővé. (A fejtési homlokszelvények ilyen gyakorisággal készülnek). Tisztázandó, hogy az így alkalmazott mintázási rendszer mellett garantált-e a mintaértékek egymástól való függetlensége.

A következő eljárást választhatjuk.

A vizsgált  $n$  elemű minta legyen  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Számítsuk ki az  $s^{x^2}$  korrigált empirikus szórnégyzetet. Kimutatható, hogy

$$d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2}{2(n-1)}$$

érték is felhasználható az elméleti szórnégyzet becslésére. Mivel  $s^{x^2}$  és  $d^2/2$  is az elméleti szórnégyzet becslése, a

$$D = \frac{d^2}{s^{x^2}} = \frac{d^2}{2 s^{x^2}}$$

értékének 1 körüli eredményt kell mutatnia.

A  $D$  valószínűségi változó eloszlása kis elemszám esetén is jól közelíthető normális eloszlással, s ennek paraméterei

$$M(D) = 1$$

$$D^2(D) = \frac{n-2}{n^2-1}$$

Fennállnak az egymintás U-próba alkalmazásának feltételei (vö. [5] p: 430—431).

Példaként Pécs bányáüzem II. sz. 3. N. koncentráció 20. tp. lefejtési adatai közül 10—10 m távolságra 20 mintát véletlenszerűen kiválasztottunk. Korábbi számításaink alapján a fejtési tömb vastagságeloszlására vonatkozóan  $N(1,72; 0,55)$  eredményt kaptunk.

Továbbá a mintázás alapján:

$$\frac{d^2}{2} = 0,274;$$

$$D = \frac{0,274}{0,297} = 0,923;$$

$$M(D) = 1; D^2(D) = 0,045; D(D) = 0,212,$$

$$U = \frac{D - M(D)}{D(D)} \sqrt{n} = 1,623.$$

0,95 szignifikancia szinten  $2 \Phi(U_\epsilon) - 1 = 0,95$

$$U_\epsilon = 1,96 > 1,623$$

A minták közötti függőség tehát a vizsgált szinten nem állapítható meg.

Tanulmányunk célja nem a mintasűrűség és a mintaértékek függetlenségének vizsgálata. Legfőbb törekvésünk a termelési technológiák fejlesztése szempontjából fontos néhány földtani paraméter matematikai-statisztikai feldolgozása és a feltárható összefüggések kimutatása.

Eredményeink természetesen fontosak az ásványgádkódás szempontjából is, de alkalmazásuk további vizsgálatokkal lehet eredményes, ami egy más feldolgozásnak lehet tárgya.

A mintavétel további sűrítésével (ez lehetséges) tisztázható — többek között az előbb bemutatott módszerrel — az a mintavételi távolság, melynél sűrűbb mintázás esetén a minták már nem függetlenek egymástól.

#### 4. Termelési kutatás

A különböző távlatú tervezések és fejlesztési feladatok megalapozását a bemutatott vizsgálat messzemenően elősegítheti. A telepprészeket azonban lefejtés előtt a termelés biztonsága érdekében meg kell kutatni.

A szénbányászatban a termelési kutatás színvonalára csupán az elmúlt egy évtized alatt is sokat fejlődött, amit a bányageofizika elterjedésének is köszönhetünk.

A termelés biztonságáért felelős szakembernek az egyes kutatómódszerek értékét, hatékonyságát reálisan kell mérlegelnie. A geofizikai kutatómódszerek bányászati alkalmazása jelentős kutatási segítséget nyújthat, de nem nélkülözheti a rendszeres fúrásos adatgyűjtést.

Következőkben a fúrásos kutatás szükséges mértékét határozzuk meg a telepvastagság változékonysága alapján.

Előző vizsgálatainkkal megálapítottuk és konkrét példával alátámasztottuk, hogy a telepvastagságnak, mint valószínűségi változónak az eloszlása normális.

A központi határeloszlás tétele értelmében, ha egy jelenség sok kis hatás eredménye, az elosz-

lás normális eloszlású lesz. Ezt az alapelvet fogadtuk el, amikor a telepvastagság eloszlására következtettünk. Van olyan eset is, amikor a sokféle hatás — melyek között nincs kitüntetett szerepű — szorzódik, akkor lognormális eloszlással van dolgunk. Ilyen esetet láttunk Pécs bányáüzem esetében a telepek síkjában előforduló vetők csapásmenti eloszlásával kapcsolatban.

A valószínűségelmélet központi határeloszlás tételéből levezethető az a szükséges  $n$  mintaszám, melyre a változók számtani átlaga  $1 - 8$  valószínűséggel  $\epsilon$ -nál kevesebbel tér el a változók közös  $m$  várható értékétől.

A független  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  normális eloszlású paraméterekkel jellemzett sorozat valamennyi tagja ugyancsak  $\sigma$  és  $m$  eloszlású. Jelöljük  $m$ -el ezek közös várható értékét és  $\sigma$ -val közös szórást.

A központi határeloszlás tétele értelmében

$$P\left(\left[\frac{I - nm}{\sigma \sqrt{n}}\right] < y\right) \approx \Phi(y) - \Phi(-y) = 2 \Phi(y) - 1$$

$$\text{itt } I = \sum_{i=1}^n \xi_i; i = 1, 2, \dots$$

A képlet így is írható:

$$P\left(\left[\frac{I}{n} - m\right] < \frac{y \cdot \sigma}{n}\right) \approx 2 \Phi(y) - 1$$

A nagyszámok törvénye értelmében

$$1 - \delta = 2 \Phi(y) - 1$$

Innen  $y$  — felhasználva a standart normális eloszlás eloszlásfüggvényére vonatkozó táblázatot — meghatározható, és akkor az adott  $\epsilon$ -nek megfelelően

$$\frac{y \cdot \sigma}{n} \leq \epsilon \quad \text{egyenlőtlenségből: } n \geq \frac{y^2 \cdot \sigma}{\epsilon^2} \quad 4.1$$

Szólnunk kell még az  $y$  jelentéséről. Neve valószínűségi tényező, vagy ahogy a szovjet szakirodalomban nevezik „garancia-együttható”. Az  $(y; 2 \Phi(y) - 1)$  értékpárokra külön táblázatot is szerkesztettek a

$$2 \Phi(y) - 1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-y}^y e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt$$

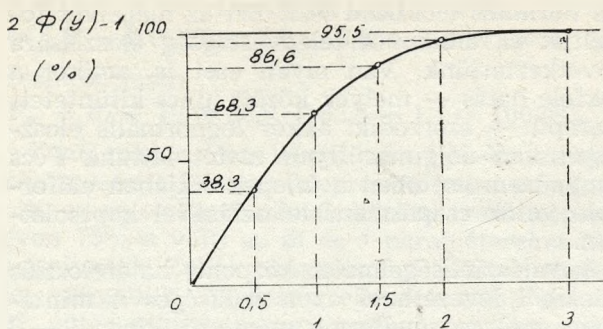
összefüggés alapján. A  $y$  együttható azt mutatja, hogy milyen valószínűségi értéke van annak, hogy a számításainkban elkövetett hiba nem lesz nagyobb az előírt értéknél. A  $2 \Phi(y) - 1$  grafikus képet a 6. ábrán mutatjuk be.

Innen látható, hogy  $y < 2$  esetén a  $2 \Phi(y) - 1$  értéke alig növekszik, viszont a fenti formulában az  $y$  négyzetesen szerepel, tehát növekedésével a mintaszám — a kutatási igény — négyzetesen nő.

Matematikai értelemben a  $2 \Phi(y) - 1$  a normális eloszlású változó várható értéke körüli szimmetrikus intervallumba esés valószínűségét adja a

$$P(m - y\sigma \leq \xi < m + y\sigma) = 2 \Phi(y) - 1$$

reláció szerint.



6. ábra

Az  $\varepsilon$  értékét a földtanban elérhető vagy kívánatos pontosság alapján adjuk meg.

A 4.1 képlettel kapcsolatban meg kell még jelezni, hogy ha úgy írjuk elő, hogy a számtani átlag relatív eltérése  $m$ -től legalább  $1 - \delta_0$  valószínűséggel legyen kisebb mint  $\varepsilon$ , akkor  $n$ -re vonatkozó feltétel annyiban módosul, hogy a jobb oldalon  $\sigma^2$  helyett  $\sigma^2/m^2 = v^2$ -et kell írni:

$$n \geq \frac{y^2 \cdot v^2}{\varepsilon^2} \quad 4.2$$

Nézzünk egy példát. A 3. pontban Pécs bányüzem VI. sz. 3 N. koncentráció 6. sz. telepére megállapítottuk, hogy a telep várható vastagsága  $m = 1,75$  m, szórása pedig a 3.1 formula alapján  $\sigma = 0,55$  m.

A teleprész megkutatását maximális megbízhatósággal kell elvégezni, mivel a telepvastagság változására érzékeny komplex gépi fejtési technológia alkalmazhatóságáról kell a végső döntést meghozni. Legyen ezért  $y = 2$ , melyhez a már elmondottak értelmében  $95,5\%$  valószínűség tartozik ( $\delta = 4,5\%$ ). A megengedett hibát ( $\varepsilon$ ) is maximálisan elérhető értékben írjuk elő. A bányaföldtanban  $5\%$ -nál kisebbet ilyen vastagságok esetében ma még nem követelhetünk.

A 4.2 formula alapján

$$n \geq \left( \frac{2 \cdot 0,31}{0,05} \right)^2 = 154; \left( v = \frac{0,55}{1,75} = 0,31 \right)$$

A példabeli adatokkal számolva és figyelembe véve, hogy az üzemben a szintmagasság  $65$  m, a fejtési tömb területe  $T = 32\,165$  m<sup>2</sup>.

A fúrási háló oldalhosszát négyzetes háló esetére egyszerűen kapjuk:

$$l_{\max} = \sqrt{\frac{T}{n}} = \sqrt{\frac{32\,165}{154}} \approx 15 \text{ m.}$$

Ha az átlagos telepvastagság meghatározását illetően megelőgszünk  $10\%$ -os hibával, ugyan-ezen valószínűségi együttható mellett a hálósűrűség természetesen  $30 \times 30$  m lesz.

A fúrási hálósűrűség levezethető más telepjellemző alapján is, ha annak eloszlása normális eloszlást követ, van várható értéke és szórása. Ez a jellemző lehet például a dőlésszög, kokszolhatósági paraméterek bármelyike, vagy a hamutartalom stb. Az a lényeg, hogy a korábbi lefejtések során gyűjtött minták alapján az adott jellemző normális eloszlású legyen, és a telep-

vastagsághoz hasonlóan az eloszlásfüggvény paramétereit megbízhatóan extrapolálni tudjuk. Ezeket a vizsgálatokat a jövőben kell elvégezni.

### Befejező gondolatok

Tanulmányunk — úgy ítéljük meg — meggyőzően igazolja, hogy a valószínűségelmélet és matematikai-statisztika módszereinek segítségével, még olyan rendkívül bonyolult előfordulások esetében is, mint a mecseki kőszénmedence, nagyban elő lehet segíteni természeti jellemzők változékonysága tekintetében a tisztánlátást, és a bányaművelés fejlesztési irányait nagy valószínűségi tartalommal rendelkező paraméterekkel jelentős mértékben meg tudjuk alapozni.

A matematikai-statisztika segítségével számított mutatók jól jellemzik az egyes előfordulásokat.

Példaként elmondjuk, hogy a Szovjetunióban 1982-ben valamennyi jelentős előfordulást érintően telepkatasztert dolgoztak ki. Ezen az egyes telepeket és azok települési adottságait több, mint  $60$  (!) mutatóval jellemzik. A telepvastagság változékonyságát — variációs együttható nagyságával írják le. A következő osztályozást vezették be:

$$v = \begin{cases} 0-10 & \text{egyszerű telep} \\ 10-15 & \text{közepes telep} \\ 15-20 & \text{bonyolult telep} \\ 20- & \text{felett nagyon bonyolult telep} \end{cases}$$

A Mecseki-kőszénmedence telepei Pécs bányüzem vonatkozásában előbbi osztályozás szerint a

$$\frac{\sigma_p}{m} = 0,2$$

$$\sigma_p = -0,15 + 0,4 \cdot m$$

egyenletpárból  $m = 0,75$  m alatti, Zobák bányászati üzem esetében hasonló megfontolásból  $m = 8,3$  m feletti vastagsághatárnál lép be a telep a „bonyolult” osztályba, amiből az következik, hogy gyakorlatilag valamennyi gépesítés szempontjából ma szóba jöhető tereprész mindkét üzemben „nagyon bonyolult”-nak minősül.

Fontos következtetést vonhatunk le a szükséges kutatási hálósűrűség számításainak eredményeiből is. A vizsgált üzemekben a variációs együttható nagysága átlag  $30\%$  körüli. A telepvastagság meghatározását elegendő  $\varepsilon = 0,05-0,1$  szinten elvégezni, ami  $0,95\%$ -os valószínűség mellett ( $y \approx 2,0$ ) kb.  $20 \times 20$  m-es felfúrási hálósűrűséggel érhető el. Ez a hálósűrűség szükséges a hatékony gázlecsapolás megvalósításához is. A fúrási háló átlagban ennél nagyobb sűrítése tehát indokolatlan, helyette más fontos területek megkutatását kell inkább elvégezni. Nagyobb hálósűrítéssel vetőt csak nagyon kis valószínűséggel tudunk kimutatni.

Ezt a munkát bízuk a bányageofizikára, mely ma már kellő felkészültséggel, a fúrásos kutatásnál sokkal olcsóbban old meg ilyen feladatot.



A matematikai-statisztika alkalmazhatóságának feltétele, hogy a mintaelemek függetlenek legyenek egymástól. Ez a feltétel a földtanban nem mindig teljesül. Egy fokozatosan kiékelődő teleprész vastagságeloszlásától esetünkben természetesen nem várhatjuk, hogy normális eloszlást kövessen. Ilyen esetben a hisztogramról rendszerint megállapítható, hogy asszimmetrikus eloszlású tömegjelenséggel van dolgunk.

Olyan méretű teleprészek (tömbök) esetében mint amilyenek a mecseki kőszénelőforduláson előfordulnak, a matematikai-statisztika hasznos segédeszköz lehet, és nagyban segítheti ennek a rendkívül bonyolult előfordulásnak a mélyebb megismerését.

- [1] *Prékopa A.*: Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
- [2] *Dementev, I. F.*: Sztatiszticeszkie metodi obrabotki i analiza promiszlovo-geologiczeszkih danüh. Nedra. Moszkva, 1966.
- [3] *Cseke V.*: A valószínűségszámítás és gyakorlati alkalmazásai. Dacia Könyvkiadó. Kolozsvár — Napoca, 1982.
- [4] *Balogh A.—Dukáti F.—Sallay L.*: Minőségellenőrzés és megbízhatóság. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.
- [5] *Meszéna Gy.—Ziermann M.*: Valószínűségelmélet és matematikai-statisztika. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1981.

Ősz Á. Szolnok a görgösfűrők és a gyémántfűrők fejlesztésével, *Árpási M.* Budapest a beléscsőültetés szempontjaival, *Hegedűs F.* Szolnok a rétegrepesztés és savazás tervezésével, *Schall I.* Nagykanizsa korszerű mérőkabinnal szerzett tapasztalatokkal, *Keresztes T.* és *Pikó J.* Szolnok a fűrési folyamat mérési adatainak értelmezésével, *Fülöp M.* Budapest a központi fűrési adatértékelés eredményeivel, *Magyar M.* Budapest mérőkabin kialakításával az MNK-ban, *Dormán J.*, *Katona J.* és *Molnár J.* Nagykanizsa a fűrőiszapok fejlesztésével, *Federer J.* Miskolc az új iszaptisztítókkal elért eredményekkel, *Szabó Gy.* Budapest a nagynyomású csövek alkalmazásával, *Mészáros M.* és *Badinszky P.* Budapest hazánk agyagbányáinak újbóli felmérésével, *Sebor J.* és *Takács J.* Budapest geodéziai és geofizikai mérőműszerek komplex alkalmazásával, *Palócz M.* és *Hoschek J.* Budapest kohászati redukáló gáz előállításával kis fűtőértékű földgázból és *Pogány*

*L.* Budapest a kőolaj-kihozatnövelés gazdaságosságával foglalkoztak. Kohászati témában 10 referátum hangzott el.

A kötetlen szakmai összefüggések és az előadók részére rendezett fogadás a szakmai kapcsolatok ápolását szolgálták. A freibergi tartózkodást a rendezvények: a musical- és dzsesszhangverseny, a bányász-kohászbál (balettbemutató), a kiállítások és múzeumok megtekintése meg az alkalmi bélyegek beszerzése tette változatossá. Nem mindennapi élményben volt részük azoknak, akik „leszálltak” a Bányászati Akadémia tanbányájába (Alte Elisabeth, Reiche Zeche). A több órás bányajárás során a helyszínen követhettük nyomon a nagy múltú érc- és ásványbányászat történeti fejlődését, és bepillantást nyertünk a bányászalódók életébe, a hiedelmek és mondák világába.

Jövőre (1985.) elsősorban az energetikai nyersanyagok témaköre kerül napirendre.

**Pogány László**

## Víztárolók háromdimenziós áteresztőképességének in situ meghatározása

A mélységi víztárolók vizsgálatának hagyományos módszerei többnyire homogén és izotrop földtani képződményeket tételeznek fel. Ezzel szemben a természetben anizotrop viszonyok uralkodnak. Ez különösen a folyóvízi lerakódásokra érvényes, ahol az áteresztőképességi tényező az anizotrópia fő irányában 2–10-szerese lehet a mellékirányokhoz képest. Ugyanakkor közismert tény az is, hogy számos üledékes képződményben az áteresztőképesség a rétegződés irányában nagyobb, mint arra mérőlegesen, vagyis a vízszintes irányú áteresztőképesség és a függőleges irányú áteresztőképesség aránya általában nagy. Hogyha ezt az anizotrópiát nem ismerjük fel, nagy hibát követünk el a mélységi hidraulikai számításokban. Eppen ezért nagy gyakorlati jelentőségű a mélységi víztárolók hidraulikai sajátosságainak helybeni (in situ) meghatározása.

A szerzők háromdimenziós egyenletet állítottak fel a homogén anizotrop s átszivárgásos típusú víztároló rendszerekre (leaky aquifers). 9 közölt egyenlettel s módszerrel meghatározható az irány szerinti áteresztőképesség három komponense ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), s megállapítható a repedések vagy az ősi eltemetett folyómedrek üledékanyagának statisztikai eloszlása.

Az anizotrop permeabilitás számos módszerét fejlesztették ki az elmúlt két évtizedben. Ezen a téren

különösen *Hantush* és *Papadopulos* munkái jelentősek. A szerzők a nevezett kutatók elméleti adataira támaszkodva fejlesztették ki az ún. tökéletlen kút (azaz a víztároló réteget csak részlegesen harántolt kút) függvényegyenletét, s ennek alkalmazásával határozták meg a háromdimenziós ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) áteresztőképességet. Ennek során az adott víztároló réteg irány szerinti áteresztőképességét úgy vizsgálták, hogy az üzemi le- szívási vagy a nyomásemelkedési adatokat az egyenlet révén s számítógéppel kapott típusgörbék egyikéhez illesztik. A le- szívási vagy nyomásemelkedési adatok a tökéletlen kút szomszédságában telepített, ugyancsak tökéletlen megfigyelőkútból nyerhetők.

Az elmélet helyességét s a javasolt módszert a szerzők üzemi kísérletekkel hasonlítva össze bizonyították. Az üzemi kísérlet színhelye a Wyoming állam Sweet Water megyéjében levő mélyfúrású kút volt, amely eocén korú folyóvízi eredetű arkózás homokból és homoklisztből álló víztároló réteget tárt fel.

(In-situ determination of three-dimensional aquifer permeabilities.)

Shao-Chih Way—Chester R. McKee  
Ground Water, 20. kötet 5. szám (594—604. oldal)

**Dr. Korim Kálmán**