

Félmennyiségi elemzési eredmények matematikai statisztikai feldolgozása a földtani kutatások területén

A félmennyiségi elemzési eredmények matematikai-statisztikai feldolgozását rendszerint a mennyiségi adatok feldolgozásakor alkalmazandó módszerekkel végzik. *Vistelius* szerint a félmennyiségi elemzések eredményeiből ilymódon történő statisztikai jellemzők meghatározása (átlag, szórás stb.) „mintha lépésekkel akarnánk milliméter pontossággal távolságot meghatározni”. [6] Kivételt csupán az az eset jelenthet, ha a vizsgált elem koncentrációja 10—12 spektrálemelés tartományt ölel át; általában azonban ritka az olyan kőzet, amelyben a vizsgált elem koncentrációja 4—6 spektrál-tartománynál többet fog át.

A félmennyiségi elemzések eredményeinek feldolgozásakor [6] a következő eljárás sorrendet javasolja:

- a matematikai-statisztikai feldolgozásban résztvevő elemek koncentrációja értékei alapján az eloszlási függvény felépítése,
- a félmennyiségi elemzés koncentrációtartományai ismeretében — a földtani okokkal indokolható csoportosításban szereplő próbák felhasználásával — jellemző kategóriák meghatározása
geokémiai háttér
geokémiai háttérhez viszonyított
anomálishan alacsony, ill. magas

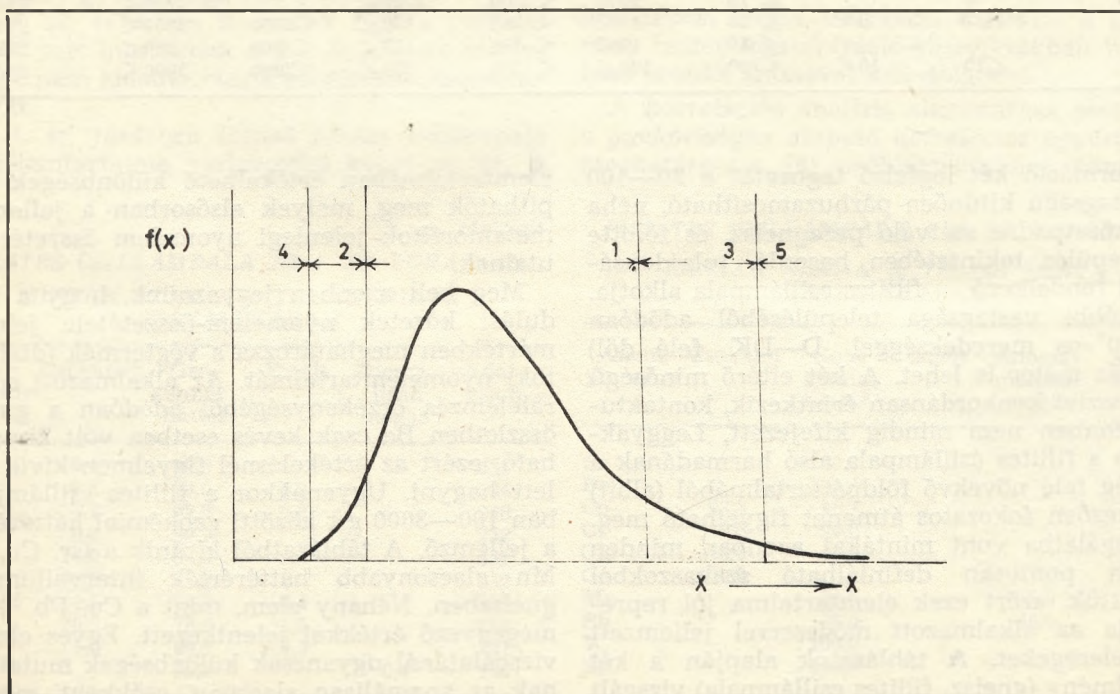
csökkent, ill. emelt koncentrációértékek tartománya.

- meghatározandó a különböző kategóriákba eső próbák száma,
- az anomális, valamint emelt koncentrációértékek térképen való feltüntetése,
- a korrelációs analízis végrehajtása.

Félmennyiségi elemzési eredmények matematikai-statisztikai jellemzőinek meghatározása

Az eljárás során — a már előzőleg földtani okokból indokolható csoportosításban szereplő mintákból az alábbi koncentráció-kategóriák határozandók meg [6]:

- geokémiai háttér
a valószínűségi sűrűségeloszlási görbe alatti terület 80%-nak megfelelő koncentrációtartomány,
- anomális érték
a valószínűségi sűrűségeloszlási görbe alatti terület 5%-nak megfelelő koncentrációtartomány,
- emelt, ill. csökkent érték
a geokémiai háttér és az anomális értékek közötti intervallumok.



Félmennyiségi elemzési eredmények matematikai-statisztikai feldolgoása során meghatározandó koncentráció-kategóriák.

1. a geokémiai háttér koncentráció tartománya
- 2.3 a geokémiai háttérhez képest *csökkent*, ill. *emelt* koncentrációk
- 4.5 a geokémiai háttérhez képest *anomálishan alacsony*, illetve *anomálishan magas* koncentrációk tartománya

A MÉV Kutató-Mélyfúró Üzemében a vállalatnál alkalmazott spektrál elemzési koncentra-

ció-tartományok figyelembevételével ≤ 1 ; ≤ 3 ; ≤ 10 ; ≤ 100 ; ≤ 300 ; ≤ 3000 ; (EMG—666 típusú programozható asztali kalkulátorra kidolgozott program (Balogh Á. 1976) teszi lehetővé a fent szereplő koncentráció-tartományok kijelölését.

Az alkalmazott módszer bemutatására — az 1. sz. és 2. sz. táblázaton — a Fertőrákosi Kristálypala Formációt felépítő kőzetekből származó minták félmennyiségi elemzésekkel meghatározott elemek koncentráció-értékeiből számolt matematikai-statisztikai jellemzői szerepelnek.

Kőzet neve: gneisz

KONCENTRÁCIÓ-TARTOMÁNYOK

1. sz. táblázat

Változó	Anomálishan alacsony	Csökkent	Geometriai háttér	Megnövekedett	Anomálishan magas	Próbadarab száma
Ba		≤ 1	≥ 1	< 10	$10 \leq$	118
Be		≤ 1	≥ 3	< 100	$100 \leq$	23
Co	< 1	≤ 1	≥ 3	< 100	$100 \leq$	116
Cr	< 1	≤ 1	≥ 3	< 100	$100 \leq$	122
Cu	< 1	≤ 1	≥ 3	< 100	$100 \leq$	120
Ga	< 1	≤ 1	≥ 3	< 100	$100 \leq$	121
Mn		≤ 10	≥ 10	< 300	$= 300$	109
Pb	< 1	≤ 10	≥ 10	< 300	$300 \leq$	107
V	≤ 1	≤ 3	≥ 3	< 100	$100 \leq$	99
Zr	≤ 10	$10 <$	< 100	$100 <$	$300 =$	

Kőzet neve: fillites csillámpala

KONCENTRÁCIÓ-TARTOMÁNYOK

2. sz. táblázat

Változó	Anomálishan alacsony	Csökkent	Geokémiai háttér	Megnövekedett	Anomálishan magas	darab Próba száma
Ba	≤ 10	$10 <$	≤ 100	$100 <$	< 3000	255
Be	< 1	≤ 1	≤ 3	≥ 3	< 10	253
Co	< 1	≤ 1	≤ 3	≥ 3	< 100	243
Cr		≤ 10	≥ 10	$10 <$	< 300	253
Cu	< 3	$3 \leq$	≤ 10	$10 <$	< 300	251
Ga	≤ 1	≤ 10	≥ 10	$10 <$	< 300	252
Mn		≤ 10	≥ 10	$10 <$	< 3000	259
Pb	≤ 3	$3 <$	≤ 10	$10 <$	< 300	240
V		≤ 10	≥ 10	$10 <$	< 100	252
Zr	≤ 10	$10 <$	< 100	$100 \leq$	< 300	252

A formáció két legfelső tagozatát a 20—100 m vastagságú kitűnően párhuzamosítható, néha több kőzetpadra szétváló paragneisz, és fölötté — település tekintetében hasonló tulajdonságokkal rendelkező — fillites csillámpala alkotja. Ez utóbbi vastagsága településéből adódóan (20—30°-os meredekséggel D—DK felé dől) többszáz méter is lehet. A két eltérő minőségű kőzetösszetétel konkordánsan érintkezik, kontaktusuk azonban nem mindig kifejezett. Leggyakrabban a fillites csillámpala alsó harmadának a mélység felé növekvő földpáttartalmából (albit) következően fokozatos átmenet figyelhető meg. A vizsgálatba vont mintákat azonban minden esetben pontosan definiálható szakaszokból gyűjtöttük, ezért ezek elemtartalma jól reprezentálja az alkalmazott módszerrel jellemzett kőzetféléseket. A táblázatok alapján a két képződmény (gneisz, fillites csillámpala) vizsgált

elemtartalmában értékelhető különbségek állapíthatók meg, melyek elsősorban a jellemzett metamorfitek jelenlegi nyomelem összetételére utalnak.

Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a kiindulási kőzetek nyomelem-összetétele jelentős mértékben meghatározza a végtermék (diaforitok) nyomelemtartalmát. Az alkalmazott spekt-rálelemzés érzékenységből adódóan a gneisz-összetételben Ba csak kevés esetben volt kimutatható, ezért az értékelésnél figyelmen kívül kellett hagyni. Ugyanakkor a fillites csillámpalában 100—3000 g/t közötti geokémiai háttérérték a jellemző. A táblázatból kitűnik a Cr, Cu, Ga, Mn alacsonyabb háttérérték intervalluma a gneiszben. Néhány elem, mint a Co, Pb, V, Zr megegyező értékkel jelentkezett. Egyes elemek vizsgálatánál ugyancsak különbségek mutatkoznak az anomálishan alacsony, csökkent, megnö-

vekedett és anomálishan magas koncentráció-tartományokban. A nyomelemtartalmak összehasonlításából nyilvánvalónak tűnik, hogy a fillites csillámpala lényegesen heterogénebb kiindulási anyagból származik, amiben a nyomelemtartalom is változókéonyabb, emelkedettebb volt, mint a gneisz anyagát szolgáltatatóé.

A vizsgált formáció képződményeit intenzív több fokozatú diaforézis érte. Ezzel kapcsolatosan jelentős elemigrációval is szükséges számolni. Ilyen folyamatoknál egyes elemek, pl. Pb, Mn, Ga, Ba stb. mennyisége csökken, másoké, pl. Cu, V, U stb. jelentősen — némelyiknél több tíz százalékkal — növekedhet.

Félmennyiségi elemzések matematikai-statisztikai feldolgoása

Az előzőekben említett koncentrációtartományok meghatározása mindig földtanilag megindokolható mintán kell történnék (kőzet, terület-egység stb.). A vizsgálatban vont területen a különböző fúrásokból származó próbák azonos képződményből származnak. A mintavételi helyek különbözősége vagy azonossága vizsgálandó az elemkoncentrációk szempontjából a területen levő mintákhoz (kőzet) képest. A mennyiségi elemzési adatok matematikai-statisztikai feldolgoása során alkalmazott eljárások közvetlen adaptálása (F-próba, t-próba) nem helyénvaló. Meghatározandó a mintavételi helyeken, hogy a próbák hány 0_0 -a tartozik a mintából meghatározott egyik, illetve másik koncentrációkategóriába. A relatív gyakoriság utal a vizsgált mintavételi helyhez való helyzetére — az adott változót tekintve.

A 3. sz. táblázaton a Fertőrákosi Kristálypala Formáció legfelső tagozatát képviselő fillites csillámpala két — egymástól közel 1,6 km-re, csapásirányba telepített — mélyfúrás mintái nyomelem-koncentrációjának kategóriákba sorolt relatív gyakorisága van feltüntetve.

A II. sz. fúrásban harántolt fillites csillámpalából vett mintákban a Ba, Be, V, Zr mennyisége nem haladta meg a háttér határkoncentrációját.

Az I. sz. fúrásban feltárt fillites csillámpala nyomelemtartalma vázlatosabb képet mutat. A

Zr kivételével — mely $0,4_0$ -ban az anomálishan magas kategóriában is szerepel — az összes többi elem jelentős százalékban képviselve van a csökkent értékek között, ezek közül is a legnagyobb a Ga $22,8_0$ -os mennyisége.

A Ba, Be, Co, Mn, Pb, V kismértékben az emelt tartományban is szerepel. A fentiek szerint az I. sz. mélyfúrással — mely helyzetét tekintve a II. sz.-tól K—ÉK-re mélyült — feltárt fillites csillámpalában csekély mértékben dúsulás jelentkezik a Be, Co, V esetében, míg a II. sz. fúrás azonos képződményében a Mn és Pb jelentkezik anomális mennyiségben.

A problémafelvetés túlbonyolításának elkerülése érdekében nem közöljük az azonos módszerrel és céllal felépített többi itt előforduló kőzetfeleség (amfibolpala, biotitpala, földpátos csillámpala, gneisz stb.) összehasonlítás és területi eloszlás vizsgálatára készült táblázatát.

A táblázatokban szereplő egyes elemek geokémiai viselkedésének — adott kőzetfejlődésre vonatkozó — célirányos tanulmányozása utalhat a származás, szállítás, lerakódás, üledékképződés és diagenézis körülményei, ill. metamorfózis és diaforézis által okozott dúsulásokra és elkülönülésekre. Végső soron — többek között — esetleg olyan törvényszerűségek állapíthatók meg, melyek kedvező esetben iparilag is hasznosítható ércfelhalmozódások felderítésére vezetnek.

Itt jegyezzük meg, hogy az alkalmazott eljárás bemutatására nem a legjobb kőzetosztályt választottuk. Sokkal inkább ajánlható üledékes és magmás kőzetek nyomelemtartalmának geokémiai tanulmányozására.

Félmennyiségi elemzési eredmények korrelációs analízise

A félmennyiségi elemzések matematikai feldolgoása során nem az elemek koncentrációja abszolút értékével, hanem a geokémiai háttérhez képest emelt, csökkent, valamint a geokémiai háttér koncentráció-kategóriákban megjelenő próbák számával kell dolgozni.

A korrelációs analízis alkalmazása esetén ez a gyakoriságon alapuló korrelációs együtthatók meghatározása [4] problémaköréhez vezet. Ez

3. sz. táblázat

FILLITES CSILLÁMPALA AZ I. SZ. FÚRÁSBAN
MINTÁK SZÁMA A TELJES MINTA
SZÁZALÉKÁBAN

Anom. alacsony	Csökkent	Geokémiai háttér	Emelt	Anomálishan magas	Adatszám
Ba	0,4	99,6			231
Be	0,4	98,3	1,3		234
Co	1,7	97,5	0,8		238
Cr	0,9	99,1			232
Cu	16,0	84,0			231
Ga	22,8	77,2			232
Mn	0,8	14,1	84,7	0,4	235
Pb	20,6	78,4	1,0		228
V	1,0	98,7	0,3		231
Zr		99,6		0,4	234

FILLITES CSILLÁMPALA A II. SZ. FÚRÁSBAN
MINTÁK SZÁMA A TELJES MINTA
SZÁZALÉKÁBAN

Anom. alacsony	Csökken	Geokémiai háttér	Emelt	Anomálishan magas	Adatszám
Ba		100,0			19
Be		100,0			16
Co	53,3	46,7			15
Cr	9,5	90,5			21
Cu	15,0	45,0	40,0		20
Ga		100,0			10
Mn		95,0		5,0	20
Pb		50,0		50,0	12
V		100,0			21
Zr		100,0			19

esetben az adatok között csupán kettős felosztást kell végezni.

Adott N elemből álló minta, két ismérve veendő tekintetbe. A kontingencia táblázat [4]:

	H ₁	E ₁
H ₂	a	b
E ₂	c	d

H₁ geokémiai háttér
 E₁ geokémiai háttér értékéhez viszonyított emelt, csökkent koncentráció
 a, b, c, d azonos koncentráció-értékközbe eső adatok száma
 N (a + b + c + d)

A négymezős korrelációs együttható

$$R_{rel} = \cos \left[- \frac{b \cdot c}{a \cdot d + b \cdot c} \right] \quad (1)$$

A négymezős korrelációs együttható a mennyiségi elemzési eredményekből számolt korrelációs együtthatóval összevethető, és ahhoz hasonló. Ezen hasonlóságból következik, hogy az utóbbinál alkalmazható vizsgálatok az előbbieknél is végrehajthatók:

a) a négymezős korrelációs együttható szignifikanciájának vizsgálata X² próbával [4]-ben részletes ismertetést nyer, itt csupán a végeredmény közlésére szorítkozunk;

$$X_{sz}^2 = \frac{(ad - bc) N}{(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)} \quad (2)$$

ha

$$X_{sz}^2 > X_{tbl}^2$$

akkor az előre megadandó megbízhatósági szinten (ált. 95%) a négyzetmezős korrelációs együttható értéke szignifikánsan különbözik 0-tól;

b) a négymezős korrelációs együttható konfidencia intervallumának meghatározása.
 Az előzőekben már említést nyert, hogy a négymezős korrelációs együttható a paraméteres korrelációs együtthatóhoz hasonló. Ezt a tulajdonságát felhasználva alkalmazható rá a konfidencia intervallum meghatározására szolgáló eljárás.

$$Z_i = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + K_i}{1 - K_i} \quad (3)$$

$$S_z = \frac{1}{N - 3} \quad (4)$$

$$(Z_i^x)_j = Z_i \pm 1,96 S_z \quad (5)$$

$$(R_i)_j = \frac{e^{(2Z_i^x)_j} - 1}{e^{(2Z_i^x)_j} + 1} \quad (6)$$

ahol: Z_i az i—k négymezős korrelációs együttható a korrelációs analízisbe vont adatpárok száma (N - 3)
 (Z_i^x)_j az i—k korrelációs együttható j—k konfidencia határa
 j (1; 2)

A 4. sz. táblázat tartalmazza a fertőrákosi területen vizsgálatba vont kőzetek félmennyiségi eljárással meghatározott elemei (Co, Cr, Mn) kísérletképpen végrehajtott korrelációs analízise, valamint a korrelációs együtthatók konfidencia intervallum vizsgálatának eredményét.

Kőzetnév: *paragneisz*

4. sz. táblázat

Vizsgált elemkapcsolatok:	Co-Mn	Cr-Mn	Co-Cr
Lin. korr. együttható:	0,667	0,902	nem szignifikáns
Kritikus korr. együttható:	0,381	0,195	—
Korr. analízisbe vont megbízhatósági intervalluma			
alsó határ:	0,377	0,859	
felső határ:	0,838	0,932	
Korr. analízisbe adatszám:	26	107	
Lineáris kapcsolat a változók között:	szign.	szign.	nemszignifikáns

Kőzetnév: *fillites csillámpala*

Vizsgált elemkapcsolatok:	Co-Mn	Co-Cr	Cr-Mn
Lin. korr. együttható:	0,493	0,783	0,573
Kritikus korr. együttható:	0,195	0,195	0,195
Korr. együttható megbízhatósági intervalluma			
alsó határ:	0,725	0,385	0,428
felső határ:	0,830	0,588	0,689
Korr. analízisbe vont adatszám:	215	213	105
Lin. kapcsolat a változók között:	szign.	szign.	szign.

A 4. sz. táblázatból kitűnik, hogy a gneiszben és fillites csillámpalában is szignifikáns lineáris kapcsolat van a Co—Mn, Cr—Mn között. Érdekes, hogy a Co—Cr közötti kapcsolat mértéke a fillites csillámpalában kifejezett (0,78) ugyanakkor a gneiszben nem különbözik a zérustól. Megjegyezzük, hogy a matematikai-statisztikai feldolgozás során tett megállapításaink 95%-os megbízhatósági szinten történtek és a vizsgált anyagban szereplő koncentráció-tartományokra érvényesek.

A példa bemutatására szánt két különböző metamorf kőzet, Co—Mn és Cr—Mn lineáris

kapcsolata utalhat a primér üledékes kőzet eredeti nyomelemtartalmának együttes dúsulására, mivel szediment viszonyok között a Co és Mn-al társulva jelentkezik legfőképpen agyagos kőzetekben. Ugyancsak az agyagos kőzetekben, legfőképpen az illitben dúsul a Cr is. A fertőrákosi fillites csillámpala kiindulási kőzetei minden bizonnyal agyag, növénymaradványos agyag, alárendelten homokos agyag lehetett.

A növénymaradványokat tartalmazó szakaszokból a metamorfózis során grafitos, ill. az antracit állapotot megközelítő szenespalák keletkeztek. A nyomelemtartalom és -eloszlás további vizsgálatánál a szerves anyag szerepét kiemelten szükséges kezelni.

A vizsgálatba vont paragneisz Co—Cr közötti kapcsolat a csillámpalától élesen eltérő viselkedése szintén az eredeti üledékes kőzet anyagi különbözőségére utalhat, esetleg — a korábbiakban már említett — több lépcsős diaforzisz okozta nyomelem-differenciálódást kell tekintetbe venni.

További lehetőséget rejt magában a korrelációs együtthatók azonosságának, illetve különbözőségének vizsgálata. Alkalmazásával a vizsgált földtani egységek (pl. kőzetek) elemkapcsolataik szorossága szempontjából történő összehasonlításuk válik lehetővé.

Az összehasonlítás Fischer-próbával történik:

$$Z_i = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + K_i}{1 - K_i} \quad (7)$$

($Z_1 - Z_2$ paramétere:

$$o Z_1 - Z_2 = \sqrt{\frac{1}{N_1 - 3} + \frac{1}{N_2 - 3}}$$

ha: $\frac{(Z_1 - Z_2)}{Z_1 - Z_2} \leq t(0,05)$

akkor a korrelációs koefficiensek szignifikánsan nem különböznek, azaz a két mintában (kőzetben) az aktuális elemkapcsolatok egyforma erősek.

Korrelációs együtthatók azonosságának, illetve különbözőségének vizsgálatára csupán két kőzetfajta — *gneisz* és *fillites csillámpala* — ezekben Co—Mn, valamint Cr—Mn elemkapcsolatok esetében kerülhetett sor. A vizsgálat eredménye az, hogy a fenti kőzetek esetében

1. a Co—Mn közötti kapcsolat mértéke azonos,
2. a Cr—Mn közti kapcsolat mértéke különbözik.

A Co—Cr közötti kapcsolat mértékének összehasonlítása egyértelmű, mert az a paragneiszben (95%-os megbízhatósági szinten) nem szignifikáns, míg a fillites csillámpala esetében határozott.

Félmennyiségi elemzések matematikai-statisztikai feldolgozásának utolsó lépcsője a különböző koncentrációtartományok alapján kijelölhető — a háttérhez képest anomális, illetve emelt és csökkent — értékek térképen történő ábrázolása lenne. Esetünkben a két mintavételi hely vizsgálata nem igényelte a térképi ábrázolásnak ezt a módját, mert az értelmezés enélkül is végrehajtható volt.

IRODALOM

- [1] Carlier A.: Contribution aux methodes d'estimation des gisements d'uranium. Páris 1964.
- [2] Denkinger G. Valószínűségszámítás. Kézirat. Tankönyvkiadó 1969.
- [3] Felix M.—Blaha K.: Matematika statisztika a vegyiparban. Műszaki könyvkiadó Budapest, 1964.
- [4] Jahn W.—Vahle H.: A faktoranalízis és alkalmazása Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó 1974.
- [5] Obádovics Gy.: Gyakorlati számítási eljárások. Gondolat könyvkiadó 1972.
- [6] Szovjetunió Geológiai Minisztériuma: Rádiógeokémiai vizsgálatok, módszertani ajánlások. Moszkva 1974.
- [7] Szadeczky—Kardoss E.: Geokémia. Akadémia kiadó Budapest, 1955.
- [8] Vincze I.: Matematikai statisztika. Kézirat. Tankönyvkiadó 1974.

Математическо-статистическая обработка результатов полуколичественных анализов в области геологических исследований

И. Веидингер—Л. Коша

В работе рассматриваются возможности математическо-статистической обработки результатов полуколичественных анализов применительно к метаморфитам сложного строения.

Путем адаптации описанных в литературе методов были определены кривые распределения элементов, диапазоны концентраций фона, а также соответственно повышенных и аномальных концентраций соответствующих элементов. Кроме того, определились также и величины корреляционных коэффициентов, выражающих корреляционную связь между элементами. Показывается способ адаптации результатов математической статистики к случаю сравнения филлитовых слюдяных сланцев двух скважин, а также парагнейсов и филлитовых слюдяных сланцев, встречающихся на рассматриваемой территории.

