

Komponens analízis alkalmazása bonyolult földtani (üledékes-metamorf) kifejlődésű területek ércgenetikai viszonyainak felderítése esetében*

Írta: Weidinger István

A komponens-analízis módszerét egyes elemek, ásványok közötti kapcsolatok felderítésére G. Röllig és P. Straach alkalmazták (1973). Vázolták a módszer alkalmazásának előnyeit az említett kapcsolatok felderítésében. A módszer alkalmazásának lehetőségét bizonyították egy magmás eredetű kőzet elemkiválási sorrendje komponens analízissel történő reprezentálásával. A komponens-analízissel általuk feltárt kapcsolatok reális földtani tartalommal bírtak, ezeket rögzítették [4]ben. Ugyanakkor hangsúlyozták a komponens-analízis előnyeit az ilyen jellegű feladatok megoldására általában használatos korrelációs analízissel szemben. Az egyes elemek, ásványok (továbbiakban: változók) közötti összefüggések összes többi változóhoz való viszonyuk, keletkezési körülményeik, folyamataik felderítésére — amelyek meghatározott változókkal jellemzett földtani képződmény keletkezéséhez vezettek — általában a korrelációs analízist alkalmazzák. A korrelációs analízis jelentős hátránya, hogy sok változó esetén a korrelációs mátrix kiértékelhetetlen, és ún. „látszólagos összefüggések” lépnek fel két változó között, az összes többi változónak a korrelációs mátrixra gyakorolt hatása miatt.

A faktor-, ill. komponens-analízis előnyei a korrelációs analízissel szemben (G. Röllig, P. Straach):

- nagymennyiségű adat előkészítése, rendezése,
- sok változóval jellemzett adatmennyiségek legtöbbször kis számú elméleti, egymástól független változó csoportokra bonthatók szét, az adatok áttekinthetőbbé válnak, a változó csoportok földtani folyamatokat tükröznek,
- a földtani adatok információ-tartalma a multivariációs eljárásokkal sokkal könnyebben feltárható;
- egyes elemek, ásványok között olyan kapcsolatokra derülhet fény, amelyek eddig ismeretlenek voltak, ez azután már meglévő elméletek, módszerek átdolgozását tehetik szükségessé,
- a földtani kiértékelés szubjektivitása csökken,
- kiküszöbölhetők a korrelációs analízisnél fellépő látszólagos összefüggések.

A faktor-, ill. a komponens-analízis eredményében ugyanazt szolgáltatja, a komponens-analízis alkalmazása azonban célszerűbb:

- a komponens-analízishez szükséges számítógépítő kb. 25%-a a faktoranalízishez szükséges gépítőnek,

— nem kell bizonyos matematikai statisztikai feltételnek teljesülniök, amelyek megléte a faktoranalízis esetében elengedhetetlen.

A komponens-analízis

A modell kiindulópontja az adatmátrixból származtatott négyzetes szimmetrikus mátrix.

A korrelációs koeficiens mátrixa (m dimenziós változó tér) egy m dimenziós ellipszoid pontjaiként fogható fel. Minden változó korrelációs mátrixa az összes többivel ezen ellipszoid egy pontját adja. A komponens-analízis során az ellipszoid tengelyeinek irányát és nagyságát határozzák meg, természetesen azzal a feltétellel, hogy a tengelyek merőlegesek. Az analízis során olyan előre megadott határértékig számolnak, amely azt mutatja meg, hogy az ellipszoid tengelyének meghatározott kicsiny része elegendően megközelíti-e a megadott határértéket, ill. megegyezik-e azzal. Az ellipszoid tengelyei az f_{ij} komponenseket reprezentálják; ezen mentén meghatározható az egyes változókra az a_{ji} komponens-súly.

A komponens-analízis modellje

A modell kiindulópontja az adatmátrixból származtatott négyzetes, szimmetrikus mátrix. Legyen j az n dimenziós vektorváltozó k eleme, a várható értéke $= 0$; szórás $= 1$. Ebben az esetben m db ($m = n$) egyelőre még ismeretlen F_j közös komponenszt szeretnénk megadni, amelynek lineáris kombinációjaként előállítható Z_j ;

$$Z_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} F_i$$

A minta mindegyik ilyen Z_j tulajdonsághoz N számértéket rendel. Jelölje ezeket Z_{ji} , ill. a mintaelemekben az F_i által egyelőre hipotetikus felvett értékeket F_{jk} . A klasszikus komponens-analízis modellje ez esetben:

$$Z_{jk} = \sum_{i=1}^m a_{ji} F_{ik} \quad k = 1 \dots, N, \\ j = 1 \dots, n,$$

Jelölje Z_{jk} , a_{jp} , F_{pi} mátrixát Z , A , F . Szokásos még a Z_j , ill. F_i változók $j = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2, \dots, m$ oszlopvektorát $Z = f$ -fel jelölni. Ezen jelöléseket alkalmazva kapjuk a modell komponens sémáját:

* Elhangzott a Magyar Hidrológiai Társaság soproni csoportja előadójelentésén 1975. április 25-én, és MFT Ásványtani-Geokémiai Szakosztály 1975. november 8-i előadójelentésén.

$$Z = A \cdot f$$

Ahol: Z a vizsgált földtani objektum
f komponens
A komponens súly

Variancia, kommunalitás, varianciaszázalék

A Z_j változó S_j^2 empirikus szórásnégyzete (9) alapján

$$S_j^2 = h_j^2 + d_j^2$$

ahol:

$$h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \dots + a_{jm}^2$$

a Z_j kommunalitása
 d_j a kommunalitás egyedi járuléka.

Ez szavakban kifejezve: a kommunalitás az összes komponens varianciája arányát mutatja az összvariancián (a teljes rendszer varianciáján) belül. A kommunalitás annál nagyobb, minél jobban megközelítik a közös $f_1, f_2 \dots f_n$ komponensek a valódi objektumot.

Variancia $\%_0$ = egy-egy komponens varianciájának százalékos aránya az összvariancián belül. Ez az egyes komponensek teljes komponenshalmazon belüli súlyára, ezért a komponensek jelentőségére utal.

A komponens-súly mátrix számolása

Irodalomból sokfajta módszere ismeretes, számításainkat a NIM—IGÜSZI ICL—1900 típusú számítógépére XDS3/16 jelű programjának megfelelő szegmensével végeztettük. (Révész B.)

A komponens-súlyok mátrixa azonnal további feldolgozásnak vethető alá: ez a forgatott komponens-súly mátrix kiinduló eleme.

A komponens-súly mátrix speciális transzformációja

A komponens-súly mátrixot úgy forgatják, hogy az első komponens vizsgált változójának értéke ne változzék, míg ugyanezen változó értéke a többi komponens esetében 0 legyen.

Ezáltal elérhető, hogy az első komponens a vizsgálni kívánt változóval jellemezhető, és az összes többi változó komponens súlyai a vizsgálni kívánt változóra való hatásukat tükrözik. A legmagasabb komponenssúly-értékek kijelölésével a változók egymás közötti kapcsolata — a vizsgált objektumban — a maximális értékek-re meghatározható.

G. Röllig, P. Straach (4)-ben közölt módszere elveit felhasználva egy érctest meghatározott mélységintervallumában elhelyezkedő hasznos ásványi nyersanyag-tartalmú szakasz komponens-analízis vizsgálatát végeztük el. Mintaként a vizsgált szakasz különböző mélységben elhelyezkedő részei, változóként elemek, vegyületek szerepeltek.

1. táblázat

Egy érctest meghatározott mélységintervalluma komponens analíziséhez felhasznált minták száma (MAJOROS GY. KÓSA L.)

Mintahalmaz jele	Mélységintervallum relatív egységben	Minta darabszám
F1	8,2 — 8,35	2
F2	8,35 — 8,43	3
F3	8,44 — 8,56	4
F4	8,56 — 8,70	3
F5	8,70 — 8,94	2

2. táblázat

Az egyes mintahalmazok és a hozzájuk tartozó változók átlagértékei: U, Th relatív egységekben, a többi g/t dimenzióban adottak (UPOR E., VADOS I.)

Minta-halmaz/ Változó	F1	F2	F3	F4	F5
U	1,05	61,0	53,7	33,0	84,0
Th	1,55	3,0	3,0	2,6	3,0
P ₂ O ₅	4350	25060	24825	22400	58360
Ti	3000	3000	3000	2100	1660
Cu	10	16	30	25	7
Mn	100	100	100	160	100
Pb	15	16	15	10	23
Na ₂ O	27500	62660	47400	20760	34000
CO ₂	6650	2960	6000	3060	10600
K ₂ O	17500	6660	6000	2330	3000
Zr	300	160	100	100	160
V	65	76	100	100	76
RF	0,019	0,025	0,028	0,021	0,018

A komponens-súly mátrixot meghatározása után (NIM—IGÜSZI) további manuális feldolgozásnak vetettük alá. G. Röllig, P. Straach munkájukban leírják, hogy a mátrix értelmezése megköveteli, hogy a számításra leadott adatok földtanilag értelmezhető csoportosításban szerepeljenek. A mátrixban az egyes komponensek leírására azon változókat kell felhasználni, amelyek komponens-súly értékei minimálisan 0,7—0,3 között helyezkednek el. (Erős—gyenge korreláció.)

A komponens-súlyok nagysága az egyes változók egymáshoz való kötöttségét, pozitív, ill. negatív előjeleik a hatásukat tükrözik.

A komponens-analízis kiértékelése

A komponens-analízis kiértékelése során első lépésként az egyes komponenseket jellemző változókat (elemek, vegyületek) tüntettük fel a 3. táblázatban.

A 3. táblázat értékelésekor figyelembe kell venni, hogy bizonyos elemkapcsolatok esetén egy változó több komponensben is szerepelhet, ekkor azonban csak alacsony súllyal jelentkezik. Az megfigyelhető, hogy az első komponensben a Zr mellett a K₂O jelenik meg, és az egész érctest képe kialakításában jelentős szerepet játszik egymás mellett a Th, V, U. Nem elhanyagolható variancia-súllyal jelentkezik a 2. komponens sem. A Cu-nek önálló, míg a Pb, CO₂,

A komponens analízis eredménye

Az I. és II. változócsoporthoz között negatív, a csoporton belül pozitív korreláció van. A komponensek csökkenő varianciájuk, a változó csökkenő komponenssúlyuk szerint rendezettek.

I. változócsoporthoz negatív előjelű komponenssúly
 II. változócsoporthoz pozitív előjelű komponenssúly

Komponens	Variancia százalék	I. változócsoporthoz	II. változócsoporthoz
1	39,06	Zr, K ₂ O	Th, V, U
2	34,64	Cu	Pb, CO ₂ , P ₂ O ₅
3	21,29	Mn	Na ₂ O, Ti, RF
4	5,10	CO ₂ , Cu, V	
5	0,01		Zr, V

P₂O₅ együttes jelentkezése is genetikai folyamatokat kell, hogy tükrözzön. A 3. komponens a Mn, ill. a Na₂O, Ti, RF tartalom egymás közötti kapcsolata vizsgálatát kívánja. A 4. komponensben a Cu és CO₂ között fellépő kapcsolat, míg az 5. komponens esetében a Zr, V együttes fellépése jellemző. Megvizsgálandó, hogy az egyes komponensek és változók milyen genetikai folyamatokat tükröznek. A feltárt kapcsolatok ércgenetikai szempontból történő értelmezése, az anómáisan viselkedő változók helyzetének magyarázata ércgenetikai szakember feladata.

A változók közötti összefüggések felderítésére elvégeztük a komponenssúly mátrix forgatását (Révész B.).

A forgatott komponens-súly mátrix együtthatói már nem felelnek meg a korrelációs együtthatónak, az egyes változók egymás közötti összefüggését tükrözik.

Az egyszerű korrelációs együtthatók és a forgatott komponens-súly mátrix feldolgozásának eredményét mutatják be a 4—5. táblázatok.

A két táblázat között jól látható különbség van. A forgatott komponens-súly táblázata (5. táblázat) sokkal összefogottabb, kifejezőbb és értékelhetőbb. A részletes értékelésre itt nem térhetünk ki, egy-egy fontosabb összefüggésre mutatunk rá.

Megállapításaink természetesen csak a vizsgált érces szakaszra vonatkoznak:

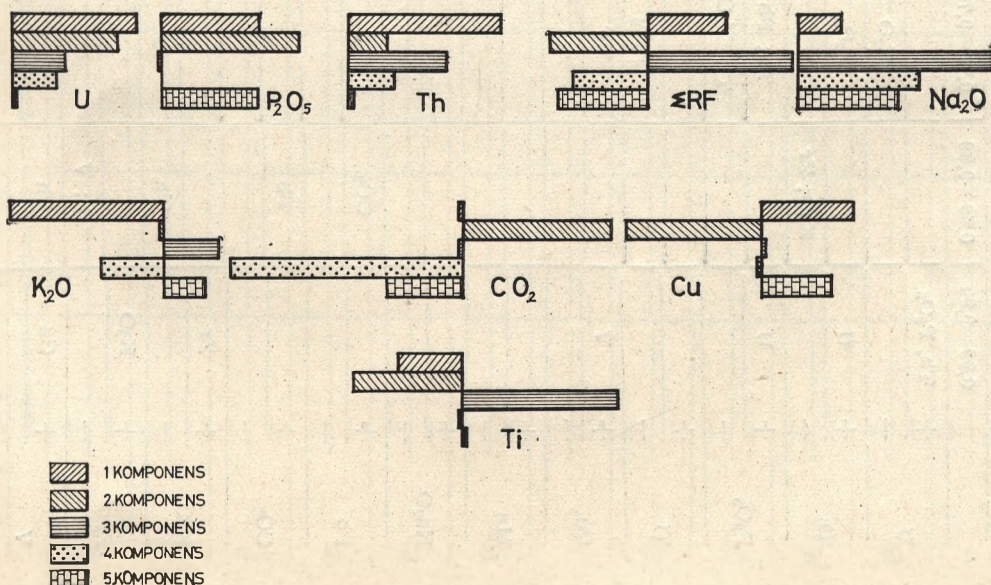
U: a Na₂O-tartalom nagy súllyal jelentkezik, a P₂O₅ szerepe sokkal alárendeltebbnek látszik, bár mindkettő azonos irányba hat. A Th-, Ti-, Pb-tartalom növekedésével nő — bár különböző mértékben —, a CO₂-, Cu-, Mn-, K₂O-tartalom növekedésével csökken.

Na₂O: a CO₂-tartalom csökkenésével erősen növekszik, kevésbé erősen a Mn-, K₂O-, Cu-tartalom csökkenésével. Ebből következően, ahol karbonátok vagy kálföldpátok fordulnak elő, az albitosodás kisebb mértékű lehet.

Ritkaföldek: a Na₂O-tartalom, albitosodás (Fazekas V., Kósa L.), növekedésével nő a RF-tartalom, de erős összefüggés van a V-, Ti-, Th-, U- és RF-tartalom között is. Megfigyelhető, hogy a CO₂, Mn, K₂O növekedésével a RF-dúsulás valószínűsége csökken.

A következő lépés a komponens-analízis értelmezésében: az elemek, vegyületek és a mintákból számolt komponens-súlyok alapján az ércet leírása és ezzel a földtani objektum genetikai összefüggéseinek feltárása.

ELEMELK, VEGYÜLETEK KOMPONENS-SÚLY ÉRTÉKEI A KOMPONENSEKBEN



Az ércetst genetikai viszonyainak felderítésére végzett korrelációs analízis eredménye
A korrelációs mátrix

KORRELÁCIÓS EGYÜTTMUTATÓ

	0,99—0,90	0,89—0,80	0,79—0,70	0,69—0,60	0,59—0,50	0,49—0,40	0,39—0,30	0,29—0,20	0,19—0,10	0,09—
U	+	Th, P ₂ O ₅								
Th	-	U			Zr	Na ₂ O	CO ₂			Cu; Mn
P ₂ O ₅	+				Na ₂ O; V			Pb		
	-							Ti; RF		Mn; CO ₂
P ₂ O ₅	+	U								Na ₂ O; V
	-									
Ti	+									
	-									
P ₂ O ₅	+									
	-									
Cu	+	V								U
	-									
Mn	+									
	-									
Na ₂ O	+									
	-									
Pb	+									
	-									
CO ₂	+									
	-									
K ₂ O	+	Zr								
	-									
Zr	+									
	-									
V	+									
	-									
RF	+									
	-									

Az ércetst genetikai viszonyai komponens-analízissel történt vizsgálatának eredménye
A forgatott komponenssúly mátrix

		FORGATOTT KOMPONENS SÚLY									
		0,99—0,90	0,89—0,80	0,79—0,70	0,69—0,60	0,59—0,50	0,49—0,40	0,39—0,30	0,29—0,20	0,19—0,10	0,09—
U	+				Zr	Na ₂ O; V	Th; Ti; Pb	RF	P ₂ O ₅		
	—				CO ₂		Cu; Mn; K ₂ O				
Th	+				Zr	Na ₂ O; V	Ti; RF	P ₂ O ₅ ; Cu	U		
	—				CO ₂		Mn; Pb	K ₂ O			
P ₂ O ₅	+				Zr	Na ₂ O; V		Th; Pb			
	—				CO ₂		Ti; Mn; K ₂ O; RF	Cu			
Ti	+				Zr	V	Th; Pb; Na ₂ O	RF; U; P ₂ O ₅			
	—				CO ₂	Mn	Cu; K ₂ O				
Cu	+				Zr	Pb; Na ₂ O; V	P ₂ O ₅ ; Ti; RF	U; Th			
	—			CO ₂			Mn; K ₂ O				
Mn	+				Na ₂ O; Zr		Pb; Th; P ₂ O ₅	V; RF; U; Ti			
	—				CO ₂		K ₂ O; Cu				
Na ₂ O	+				Zr	Na ₂ O; V	Th; Ti; RF	U; P ₂ O ₅			
	—					CO ₂	Mn; K ₂ O; Cu				
Pb	+				Zr	V	Pb; Ti; RF	U; Th; P ₂ O ₅			
	—				CO ₂		Mn; K ₂ O	Cu			
CO ₂	+				Zr	Pb; Na ₂ O	Th; Ti; V	U; P ₂ O ₅ ; RF			
	—						Mn; K ₂ O	Cu			
K ₂ O	+				Zr	Na ₂ O; V	Pb; Th; Ti; RF	U; P ₂ O ₅			
	—				CO ₂		Mn	Cu			
Zr	+					Na ₂ O	Th; Ti; Pb	RF; U; P ₂ O ₅			
	—						Mn; K ₂ O	V; Cu			
V	+					Zr; Na ₂ O	Pb	RF; Th; P ₂ O ₅ ; Ti	U		
	—					Cu; Mn	CO ₂	K ₂ O			
RF	+				Zr	Na ₂ O	V; Ti; Pb	U; Th; P ₂ O ₅ ; Cu			
	—				CO ₂		Mn; K ₂ O				

F1	f1 (Zr)	=	— 0,432
	f2 (K ₂ O)	=	— 0,419
	f3 (Th)	=	0,413
	f4 (V)	=	0,339
	f5 (U)	=	0,333
F2	f1 (Pb)	=	0,449
	f2 (CO ₂)	=	0,401
	f3 (P ₂ O ₅)	=	0,375
	f4 (Cu)	=	0,364
F3	f1 (Na ₂ O)	=	0,552
	f2 (Mn)	=	— 0,478
	f3 (Σ RF)	=	0,397
	f4 (Ti)	=	0,377
F4	f1 (CO ₂)	=	— 0,625
	f2 (Cu)	=	— 0,379
	f3 (V)	=	— 0,377
	f4 (Na ₂ O)	=	0,336
F5	f1 (Zr)	=	0,636
	f2 (V)	=	0,519

A kiértékelés utolsó fázisa, hogy kiemelt elemekre, vegyületekre ábrázoljuk változásukat a komponensekhez kötötten, a komponens-súlyuk alapján. Ezt tünteti fel az 1. ábra, ahol elemek, vegyületek komponensekhez kötött hatását ábrázoltuk a vizsgált érctest mélységszakaszában.

Az 1. ábra mutatja, hogy a komponenseken belül az egyes elemek, vegyületek komponens-súlyai milyen törvényszerűségek szerint változnak; ezért ezek alkalmasak lehetnek, ásvány- és ércgenetikai viszonyok tanulmányozására. A hasadóanyag-genetika szempontjából kevert kifejlődés elmélete a vizsgált érctestben is (*Majoros Gy., Kósa L.*) igazolódni tűnik úgy, hogy az első és második komponensben nem látszik szignifikáns összefüggés az U, Na₂O, P₂O₅ között, az urántartalom inkább a P₂O₅ (*Fazekas V., Majoros Gy., Kósa L.*) tartalomhoz (vö. U, Na₂O, P₂O₅ ábrákat), míg a többi — jelentéktelenebb súlyú komponensek esetében inkább az Na₂O-tartalomhoz látszik kötődni (lásd 3. táblázat). Hasonló módon bármely elemre, vegyületre vonhatunk le következtetéseket. Ez viszont arra utal, hogy egyrészt a genetikai viszonyok bonyolultsága miatt további vizsgálatok szükségesegek, másrészt pedig a 3. táblázat genetikai kapcsolatainak vizsgálata elengedhetetlen. Meg kell állapítani, további eljárások alkalmazásával, hogy a változók közötti kapcsolatok milyen genetikai folyamatokra utalnak.

- [1] *Barabás A.*: Gondolatok a Sopron környéki U, Th és ritkaföldfém-dúsulások keletkezéséhez. 1970. MÉV. Adattár.
- [2] *Denkinger G.*: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó. 1969.
- [3] *Fazekas V.*: Jelentés az Fr—1002, és Fr—1003. sz. mélyfúrások komplex anyagvizsgálati eredményeiről. 1973. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [4] *Röllig, G.—Straach, J.*: Faktoranalytische Methoden in der Geologie. Zeitschrift für angew. Geol. 1973. dec. 19. M. 12.
- [5] IGÜSZI XDS3/16 programleírás.
- [6] *Kósa L.*: A fertőrákosi (meggyesi) kristályos palasziget földtani és kőzettani felépítésének vázlatja. 1973. MÉV. KMÜ.
- [7] *Kósa L.*: A Soproni-hegység közeteinek abszolút koráról. 1973. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [8] *Kósa L., Majoros Gy.*: A Soproni-hegységben végzett földtani kutatások helyzete, különös tekintettel a hasznosító anyagokra. 1973. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [9] *Sipos M.*: A faktoranalízis néhány problémájáról. Számítógép 1973/1.
- [10] *Weidinger I.*: Főkomponens analízis alkalmazása az Fr—1002. fúrás ércgenetikai vizsgálata céljából. MÉV. Irattár, 1974.

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИЗА КОМПОНЕНТОВ В ИЗУЧЕНИИ МЕТАЛЛОГЕНЕТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ РАЙОНОВ С СЛОЖНЫМ (ОСАДОЧНО-МЕТАМОРФИЧЕСКИМ) ГЕОЛОГИЧЕСКИМ СТРОЕНИЕМ

(И. Веидингер)

Было проведено изучение определенного глубинного интервала рудного тела путем анализа компонентов. При этом было установлено, что метод, примененный Г Реллигом и П. Страахом для выяснения генетических условий оруденения в магматических толщах, может быть применен также и для сложных по строению районов развития осадочно-метаморфических отложений и получаемые результаты хорошо поддаются интерпретации.