

# A soproni kristályos alaphegység természetes radioaktív tereinek összehasonlító matematikai statisztikai vizsgálata\*

Irták: Weidinger István—Kósa László

Az ún. központi kristályos területet az alábbi képződmények képviselik: orto- és paragneiszek, kvarcleuchtenbergit palák, különböző csillámpalák, kvarcitok, diszténes kvarcitok, amfibolpalák, pegmatoidok, Th és RF tartalmú ércek, lokálisan sziderit- és pirit-ércesedés, gránátszirtek(?). A fertőrákosi (meggyesi) palasziget felépítését pedig a következő kőzetek jellemzik: szericitpalák, grafitos palák, paragneiszek, kloritosodott-földpátosodott csillámpalák (albitkloritgneiszek), pegmatoidok, kloritpalák, amfibolpalák, amfibolitok, kristályos mészkövek, kloritos apatitos kőzetek, lokálisan szulfidércek (arzenopirit, pirit, kalkopirit, galenit, szfalerit, pirrhotin.)

A felszíni és sekélyfúrások természetes radioaktivitás-mérési eredményeit felhasználva a soproni területen (fertőrákosi palasziget, központi kristályos alaphegység) összehasonlító matematikai statisztikai vizsgálatokat végeztünk. A célja ezen vizsgálatoknak az volt, hogy egy-egy mintasokaságból megfelelő számú mintát kivéve, ezek alapján megállapíthatóvá váljék, hogy a különböző területeket képviselő mintahalmazok — adott esetben a természetes radioaktivitás-értékek — statisztikai jellemzőikben megfelelnek-e az azonosság kritériumának vagy sem.

Az azonos mintahalmaz (természetes radioaktivitási tér) lehetőségét két fő aspektusában vizsgáltuk:

- adott terület esetén a felszíni és a sekélyfúrások természetes radioaktivitása terei hasonlósága (TIRKALA F.)
- különböző területek — fertőrákosi palasziget, központi kristályos alaphegység — felszíni és sekélyfúrásokban lévő természetes radioaktivitási terei hasonlósága (KÓSA L.).

A matematikai szakirodalomból jól ismert a statisztikai próba fogalma, ezért ennek ismertetésére csak egész vázlatosan térünk ki:

a mintákból meghatározható várható értékek és empirikus szórások eltérnek egymástól. Ez az eltérés lehet

- véletlen (pl. mérési hiba)
- szignifikáns

A feladat annak eldöntése, hogy az átlagok eltéréseinek oka a várható értékek szignifikáns eltérése, vagy véletlen, „statisztikus” ingadozás. A vizsgálathoz bevezetendő a *nullhipotézis* fogalma: a két vizsgált minta ugyanazon halmazból származik, azaz a valóságban a statisztikai paraméterek között nincs eltérés.

A fentiek alapján el kell fogadnunk a következő tételt: ha a véletlen minták (a természetes radioaktivitás-mérés) átlagértékei közötti eltérés nagyobb, mint egy kritikus érték, akkor ez az eltérés nem a véletlen mintaválasztásból adódó különbség, hanem a statisztikai paraméterek értékei között fennálló különbségből adódik. Ekkor a nullhipotézist el kell vetnünk és a véletlen minta átlagértékei közötti különbséget szignifikánsnak tekintjük. Ha a véletlen minta átlagértékei közötti különbség nem haladja meg a kritikus értéket, ez az eltérés statisztikai szempontból nem szignifikáns. Ez azonban nem azt jelenti, hogy a nullhipotézis helyes, hanem azt, hogy az információ, amelyet a minták alapján szereztünk, nem elegendő arra, hogy meggyőzőn a nullhipotézis helytelenségéről. (MESKÓ A) Az általános statisztikai gyakorlatban ilyen esetben elfogadjuk azt, hogy a nullhipotézis helyes.

A vizsgálatok alapvető feltétele, hogy a mintahalmaz normális vagy normálissá transzformálható eloszlással rendelkezzen. A statisztikai próba két leglényegesebb formája

- két szórásnégyzet különbözőségének,
- két átlagérték közötti különbségnek statisztikai próbája.

*Két szórásnégyzet különbözőségének statisztikai próbája*

Adott  $N_1 (I_1; \sigma_1^2)$  és  $N_2 (I_2; \sigma_2^2)$  normális vagy normális megoszlásúvá transzformálható alapsokaság, melyekből  $n_1$ ;  $n_2$  terjedelmű mintát veszünk, meghatározzuk tapasztalati szórásnégyzetüket  $s_1^2$ ;  $s_2^2$ . Eldönthető, fennáll-e a nullhipotézis  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Ha igaz az, hogy

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} > F_{\alpha/2}(v_1; v_2)$$

ahol:

$$s_1^2 > s_2^2$$

$F_{\alpha/2}(v_1; v_2)$  az F elosztás  $v_1$  és  $v_2$  szabadságfokhoz tartozó táblázatos értéke

$$v_1 = n_1 - 1$$

$$v_2 = n_2 - 1$$

Akkor elvetjük a nullhipotézist és elfogadjuk, hogy  $\beta_1^2 \neq \beta_2^2$ .

Ellenkező esetben a nullhipotézis elvetése alaptalan.

\* Elhangzott a Magyar Hidrológiai Társaság soproni csoportja előadójelentésén 1975. április 25-én, és MFT Ásványtani-Geokémiai Szakosztály 1975. november 8-i előadójelentésén.

— ha  $\delta_1^2 = \delta_2^2$

Az  $n_1$  és  $n_2$  terjedelmű véletlen mintából  $I_1$  és  $I_2$  átlagértéket számolva, valamint az  $s_1^2$  és  $s_2^2$  empirikus szórásnégyzeteket ismerve, meghatározzuk

$$t = \frac{|\bar{I}_1 - \bar{I}_2|}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \text{ értékét}$$

$$\text{ahol: } s^2 = \left[ \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} (n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2 \right]$$

A Student-féle  $t$  eloszlás táblázatból a választott szignifikancia szinthez tartozó  $t$  érték az  $(n_1 + n_2 - 2)$  szabadságfokhoz meghatározott. Ha

$t > t_\alpha$  akkor elvetjük a nullhipotézist,  
—  $I_1 \neq I_2$  — azaz a két minta nem azonos halmazból származik.

$t < t_\alpha$  akkor az átlagértékek közötti különbség nem szignifikáns, a nullhipotézis elvetése megalapozatlan, elfogadjuk, hogy  $I_1 = I_2$ , azaz a két minta azonos statisztikai jellemzőkkel rendelkező halmazból származik.

— ha  $\delta_1^2 \neq \delta_2^2$

Ha

$$t = \frac{I_1 - I_2}{Sd} > \frac{V_1 t_\alpha(v_1) + V_2 t_\alpha(v_2)}{V_1 + V_2}$$

ahol:

$$Sd = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}; \quad V_1 = \frac{s_1^2}{n_1}; \quad V_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$$

$v_1 = n_1 - 1$ ;  $v_2 = n_2 - 1$  a szabadsági fokok száma

$t_\alpha(V_1)$ , ill.  $t_\alpha(V_2)$  a  $v_1$ , ill.  $v_2$  szabadsági fokokhoz tartozó kritikus érték; akkor a két átlagérték közötti különbség statisztikailag szignifikáns, és elvetjük a nullhipotézist —  $I_1 \neq I_2$  — azaz a két minta nem ugyanazon statisztikai jellemzőkkel rendelkező halmazokat képvisel.

A statisztikai próba és a vizsgált területek természetes radioaktív tere adatrendszere

A statisztikai összehasonlításra a mintahalmazok (sekélyfúrások, felszíni természetes gammamérések) várható értéke logaritmusát használtuk fel, mivel bármelyik mintahalmaz logaritmikusan normális megoszlású, amit a mintavétel módja, mérete eleve meghatározott. (TIRKALA F., WEIDINGER I.). Az adatrendszer logaritmikusan transzformálása után a statisztikai próba alapvető feltételét kielégítettük. Vizsgálatainkat 95%-os megbízhatósági szinten végeztük.

A statisztikai vizsgálatához a mintákat — a radioaktív térképeknél szabályos négyzetháló (GERZSON I—PÉLI L.), a sekélyfúrások természetes gamma szelvényeinél méterenként (KARDOS I.) — szabályos mintavételezés útján állítottuk elő. A vizsgálatba vont területek, ill. fúrások természetes gamma tereinek statisztikai jellemzőit az 1. táblázat tartalmazza. Matematikai statisztikai szempontból külön egységként kezeljük a fertőrákosi, a központi kristályos alaphegység és azon belül a Szarvas-hegy, ill. Fűzesárok területét, ezt indokolja az első kettő merőben más földtani-kőzettani felépítése, míg az utóbbi kettő esetében két, egymáshoz térbeli helyzetében közeli, de mégis más kőzettani és ércföldtani jelleggel bíró földtani egységről van szó.

1. táblázat

A soproni kristályos alaphegység felszínén és sekélyfúrásokban mért természetes gamma tereinek statisztikai jellemzői

	Terület	Terület-egység	Logaritmus várható érték	Várható érték	Medián	Szórásnégyzet	Szórás	Vizsgálatba vont adatszám
Felszín	Központi kristályos alaphegység		1,1424	13,83	13,68	0,0289	0,1710	3110
		Szarvas-hegy	1,1778	15,06	14,75	0,0406	0,2020	1166
		Fűzesárok	1,1464	14,01	13,80	0,0292	0,1709	1407
Sekélyfúrás	Központi kristályos alaphegység			13,88	13,43	0,0660	0,257	2388
		Szarvas-hegy	1,1456	13,98	13,54	0,0650	0,255	1438
		Fűzesárok	1,1390	13,77	13,32	0,0669	0,259	950
		Fertőrákosi palasziget	1,1128	13,66	12,96	0,1025	0,322	1496

Az általunk elvégzett matematikai statisztikai vizsgálat eredményét a 2. táblázat tartalmazza; a táblázat két részre osztott, a felső sor számai az aktuális elméleti kritikus értéket, az alsó sorban a minta statisztikai jellemzőiből számolt t-értékeket jelentik.

A táblázat másik részében a (+)-jel a két vizsgált terület természetes radioaktivitási tereinek hasonlóságát, a (—)-jel a különbözőségét mutatja.

2. táblázat

**A soproni kristályos alaphegység felszínén és sekélyfúrásokban mért radioaktív terek matematikai statisztikai összehasonlító vizsgálatának eredménye**

	Fertő-rákosi palasziget fúrás	Központi kristályos alaphegység Szarvas-hegy				Füzesárók	
		fel-szín	fúrás	fel-szín	fúrás	fel-szín	fúrás
Fertő-rákosi palasziget fúrás		+	+	—	+	+	+
Központi kristályos alaphegység	fel-szín	1,96 0,77		+	—	+	+
	fúrás	1,96 0,94	1,96 0,099		—	+	+
Központi kristályos alaphegység Szarvas-hegy	fel-szín	1,96 4,15	1,96 5,34	1,96 4,42		—	—
	fúrás	1,96 0,37	1,96 0,431	1,96 0,293	1,96 3,95		+
Központi kristályos alaphegység Füzesárók	fel-szín	1,96 1,14	1,96 0,73	1,96 0,49	1,96 4,29	1,88 0,068	
	fúrás	1,96 0,76	1,96 0,39	1,96 0,50	1,96 3,79	1,96 0,614	1,96 0,745

A 2. táblázat értékelésénél szembevetendő, hogy a Szarvas-hegy területének felszínén meghatározott természetes radioaktivitás tere szignifikánsan eltér; mégpedig

- az egységet magába foglaló központi kristályos alaphegység felszínén és sekélyfúrásaiban
- a Szarvas-hegy területén elhelyezkedő sekélyfúrásokban
- a Füzesárók területén a felszínén és sekélyfúrásokban
- a fertőrákosi területen lévő sekélyfúrásokban mért természetes radioaktivitás terektől.

Szembevetendő, hogy a fertőrákosi sekélyfúrások és a központi kristályos alaphegység területén mélyült sekélyfúrások természetes radioaktivitási terei hasonlóak, szignifikánsan nem különböznek egymástól, holott két különböző földtani-kőzettani egységet képviselnek. Vonatkozik ez arra is, hogy a központi kristályos alaphegység

felszínén és sekélyfúrásaiban meghatározott természetes radioaktivitás tere hasonló, ez áll a Füzesárók vonatkozásában is, hogy míg a Szarvas-hegy felszínén meghatározott természetes radioaktivitás tere az összes vizsgált lehetőségtől szignifikánsan (95%-os megbízhatósági szint) eltér, a sekélyfúrásokban mért tere határozottan megegyezik azokkal. Ez egyben jelenti azt is, hogy a Szarvas-hegy területén a felszínén és sekélyfúrásokban meghatározott természetes radioaktivitás tere szignifikánsan eltérnek egymástól.

Az előzőekben leírtakból következik az, hogy a fertőrákosi palasziget, központi kristályos alaphegység, füzesárók felszínén és sekélyfúrásaiban, valamint a Szarvas-hegyi sekélyfúrásokban meghatározott természetes radioaktivitás tere feltehetően a soproni kristályos alaphegység általános természetes radioaktivitás terét tükrözi. A Szarvas-hegyi terület felszínén meghatározható természetes radioaktivitás tere eltér a többi vizsgált terület ezen jellegű általános képétől, viszont a sekélyfúrásokban meghatározott természetes radioaktivitás tere megegyezik azzal.

Az eltérő földtani-kőzettani felépítésű területek természetes radioaktivitás tereinek — általunk alkalmazott matematikai-statisztikai módszer szerinti — egyezősége, oksági felderítése céljából további földtani-kőzettani vizsgálatokat szükséges végezni.

IRODALOM

- [1] *Carlier, A.*: Contribution aux methodes d'estimation des gisements d'uranium. Párizs 1964.
- [2] *Denkinger G.*: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó 1969.
- [3] *Fazekas V.—Vincze J.*: Sopron környéki kutatási minták 1971. évi anyagvizsgálat eredményei. Jelentés. 1972. MÉV. KMÜ.
- [4] *Felix—Bláha*: Matematikai statisztika a vegyiparban. Műszaki Könyvkiadó, 1964.
- [5] *Kósa L.*: Fertőrákosi (meggyesi) kristályos palasziget földtani és kőzettani felépítésének vázlatja. 1973. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [6] *Kósa L.*: Javaslat a Muck—1. és Muck—2. sz. sekélyfúrások lemélyítésére. 1972. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [7] *Kósa L., Majoros Gy.*: A Soproni-hegységben végzett földtani kutatások helyzete különös tekintettel a hasznosítható anyagokra. 1973. MÉV. KMÜ. Adattár.
- [8] *Kósa L.*: Jelentés a Soproni hegység 1974. évi kutatásáról. 1975. MÉV. KMÜ.
- [9] *Meskó A.*: A matematikai statisztika néhány geofizikai alkalmazása. MGE. Továbbképző tanfolyam. 1970.
- [10] *Tirkala F., Weidinger I.*: Paraméterek számítása a termelhető nyersérc minőségének és gazdaságosan művelhető készletek határértékeinek statisztikai becsléséhez. 1971. MÉV. TÜK.
- [11] *Vendel M.*: Geologie der Umgebung von Sopron, I. Mitt. Berg, und Hütten. Abt., Sopron 1929. 1. S. 225.
- [12] *Weidinger I.*: Jelentés a soproni kutatási terület természetes gamma tereinek (felszíni és sekélyfúrás) összehasonlító matematikai statisztikai vizsgálatáról. 1974. MÉV. KMÜ Adattár.

# СРАВНИТЕЛЬНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКО- СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ РАДИОАКТИВНЫХ ПОЛЕЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ФУНДАМЕНТА В РАЙОНЕ Г. ШОПРОН

(И. Вейдингер—Л. Коша)

На основании результатов исследований, проведенных раньше (М. Вендел) и проводящихся в настоящее время в Шопронских горах, была установ-

лена возможность выделения различных по геологическому строению участков.

Для сопоставления участков, отличающихся между собой по литологическому составу пород, и различных типов оруденений был использован один из возможных методов исследований. Для решения поставленной задачи было проведено математическо-статистическое исследование естественных радиоактивных полей геологических единиц Шопронских гор. При этом сделали вывод, что из привлеченных к исследованию участков на территории Шопронских гор радиоактивное поле участка гор Сарваш, поддававшееся наземным измерениям, отличался от общего поля радиоактивности всего кристаллического района в целом.