

# A közös költségek felosztásának módszere ásványi nyersanyagelőfordulások számbavételi egységének műrevalósági megítélésénél

Írta: **Heinemann Zoltán**

Az ásványi nyersanyagok műrevalósági minősítésére vonatkozó előírás [1] szerint a költséghatár, a reálköltség és így a műrevalósági mutató számítását számbavételi egységként kell elvégezni, figyelembe véve az egyes számbavételi egységek közötti műveléstechnológiai kölcsönhatásokat is.

E kölcsönhatások figyelembevételének szükségességét és módszertani elvét a hivatkozott előírás III/3 fejezete tartalmazza. A továbbiakban ezen módszertani elv alapjaival, illetve a közös költségek felosztásának módjával foglalkozunk.

Az alapproblémát a következő példán szemléltetjük: egy előforduláson két számbavételi egység (tömb) van, az A és B, melyre a következő adatok jellemzőek:

Tömb	Kitermelhető vagyon $10^6$ t	Tömbreálkölts. $10^6$ Ft	Költséghatár Ft/t
A	1	150	500
B	2	700	500

A tömbreálköltség kizárólagosan a tömbben felmerülő költségeket tartalmazza. A tömbök feltárásának kamatosan számolt reálköltsége  $400 \cdot 10^6$  Ft, mely azonos akkor is, ha csak az A, vagy ha csak a B egységet, vagy mindkettőt műveljük le. Ezenkívül  $50$  Ft/t a tömbön kívüli proporcionális költség.

Amennyiben csupán az A egységet kívánjuk leművelni, vagyis a közös költség teljes egészében az A-t terheli, úgy műrevalósági mutatója

$$M_A = \frac{500}{150+50+400} = 0,833 \quad (1)$$

A B számbavételi egységet a közös reálköltség már nem terheli, mivel azt az A-nál teljes egészében számításba vettük, így

$$M_B = \frac{2.500}{700+2.500} = 1,25 \quad (2)$$

és B szemben A-val műrevaló. Azonban ha A-t mint nem műrevalót nem műveljük le, akkor a közös költségeket B-nek kell viselnie és így

$$M_B = \frac{2.500}{700+2.500+400} = 0,833 \quad (3)$$

Nyilvánvaló, hogy a közös költségek nem terhelhetők csak az A, vagy csak a B-re, hanem valamilyen módon meg kell osztani a kettő között. Kézenfekvőnek látszik, hogy ezt vagyona arányosan tegyük és ekkor

$$M_A = \frac{500}{150+50+134} = 1,5 \quad (4)$$

$$M_B = \frac{2.500}{700+100+266} = 0,94$$

Az A tehát műrevaló, a B nem, azonban ha B-t kizárjuk az (1) eset áll vissza. Következésképpen nem értékelhetjük A és B-t külön, csupán A+B-t együttesen és

$$M_{AB} = M_A = M_B = \frac{3.500}{150+700+3.500+400} = 1,07$$

Minden esetben igaz ez? Változtassunk egy kicsit a számokon.

Tömb	Kitermelhető vagyon $10^6$ t	Tömbreálkölts. $10^6$ Ft	Költséghatár Ft/t
A	1	550	500
B	2	450	500

és ekkor

$$M_{AB} = \frac{3.500}{550+450+3.500+400} = 0,96 \quad (5)$$

vagyis műrevalótlanak.

Amennyiben csak B-t vizsgáljuk, úgy találjuk, hogy az önmagában is műrevaló és leművelése esetén A-t — bár a közös feltárás megtörtént — mint műrevalótlant vissza kell hagyni:

$$M_B = \frac{2.500}{450+2.500+400} = 1,05 \quad (6)$$

$$M_A = \frac{500}{550+500} = 0,833 \quad (7)$$

Ezek után a következő megállapítást tehetjük:

*Amennyiben két vagy több számbavételi egység együttesen visel közös költségeket, akkor a leművelésre vonatkozó döntés mindegyikre azonos és egyidejű kell legyen és mivel e*

döntést a műrevalósági mutató határozza meg, műrevalósági mutatójuk is egyenlő.

Egy számbavételi egység a közös költségeket nem viseli, ha ez más számbavételi egységekre oly módon terhelhető, hogy műrevalósági mutatójuk kisebb, mint a vonatkozó egysége.

Általánosságban a probléma a következőképpen fogalmazható meg:

Egy előfordulás (bánya)  $m$  tömbcsoportból és az egyes tömbcsoportok  $n_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) számbavételi egységből, tömbből állnak. Az egyes tömbök közvetlen költségeit teljes egészében proporcionálisnak tekintjük, amennyiben a tömb feltárása és leművelésének ideje viszonylag rövid. Az  $A_{ij}$  jelű tömb kitermelhető ásványvagyon  $q_{ij}$ , költségátára  $HK_{ij}$  Ft/t, fajlagos tömbköltségének, a csoportköltségek proporcionális részének és a proporcionális bányaköltségek összege legyen  $TK_{ij}$  Ft/t. Az  $i$ -edik csoport feltárásához szükséges egyszeri ráfordítás kamatolt összege  $F_i$  és a bányalétesítésé  $L$ .

Az egy csoportba tartozó tömböket növekvő  $TK_{ij}$  alapján rakjuk sorba, vagyis

$$TK_{i1} \leq TK_{i2} \leq \dots \leq TK_{in_i}$$

Feltételeink szerint a  $F_i$  közös csoportköltséget oly módon osztjuk fel, hogy az azt viselő tömbök műrevalósági mutatója ( $M$ ) azonos és a közvetlen utána következő, közös költséget már nem viselő tömbbénél kisebb legyen. Amennyiben az első  $k$  egységre sorba  $x_1, x_2, \dots, x_k$  közös költséget osztunk rá, akkor

$$TK_{i1} q_{i1} + x_1 = \frac{KH_{i1} q_{i1}}{M_{i1}}$$

$$TK_{ik-1} q_{ik-1} + x_2 = KH_{i2} q_{i2} / M_{i2}$$

$$TK_{ik} q_{ik} + x_k = KH_{ik} q_{ik} / M_{ik}$$

$$TK_{ik+1} q_{ik+1} = KH_{ik+1} q_{ik+1} / M_{ik+1}$$

$$TK_{in_i} q_{in_i} = KH_{in_i} q_{in_i} / M_{in_i}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = F_i$$

$$M_{in} = \dots = M_{ik-1} = M_{ik} \geq M_{ik+1} \geq \dots \geq M_{in_i}$$

Az egyenletek megoldása oly módon történik, hogy feltételezünk egy  $k$  értéket, majd az első  $k$  egyenletet összeadjuk. Ezáltal a

$$\sum_{j=1}^k TK_{ij} q_{ij} + F_i = \frac{1}{M_{ik}} \sum_{j=1}^k KH_{ij} q_{ij}$$

egyenletet nyerjük, melyből

$$M_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^k KH_{ij} q_{ij}}{F_i + \sum_{j=1}^k TK_{ij} q_{ij}}$$

Amennyiben ez eleget tesz a

$$\frac{KH_{ik}}{TK_{ik}} \geq M_{ik} > \frac{KH_{ik+1}}{TK_{ik+1}}$$

feltételnek, akkor a  $k$ -t helyesen választottuk meg, ha nem, akkor új  $k$ -val a számítást meg kell ismételni.  $M_{ik}$  ismeretében az  $x_1, \dots, x_k$  értékek számíthatók az (1) egyenletekből, és a közös csoportköltségeket is magába foglaló reálköltségek a következők

$$CK_{i1} = TK_{i1} + \frac{v_1}{q_{i1}}$$

$$CK_{i2} = TK_{i2} + \frac{x_2}{q_{i2}}$$

$$CK_{ik} = TK_{ik} + \frac{x_k}{q_{ik}}$$

$$CK_{ik+1} = TK_{ik+1}$$

$$CK_{in_i} = TK_{in_i}$$

A számítást az összes csoportra elvégezve rakjuk az összes számbavételi egységet növekvő  $CK_{ij}$  szerint ismét sorba és osszuk fel  $L$ -t az előbbivel azonos módon. Végeredményben a tömbreálköltségek olyan sorozatát nyerjük, melynek első  $r$  tagjára a műrevalósági mutató azonos.

A gyakorlati esetek nagy részénél a vázolt számítás erősen leegyszerűsödik. A költségek meghatározása nagyrészt becsléssel történik, mely teljesen fölöslegessé teszi a műrevalósági mutató több tizedesre „pontos” meghatározását. Lényegében arra vagyunk kíváncsiak, hogy a számbavételi egységeink a 0,1-es lépcsőkben növekvő mutató melyik intervallumába esnek. Kiindulásként határozzuk meg a számbavételi egységekre a

$$m_{ij} = \frac{HK_{ij}}{TK_{ji}}$$

hányadost és soroljuk be őket a 0,1-gyel növekvő intervallumokba, majd  $k$  meghatározását az intervallumonkénti próbálgatással végezzük. Látni fogjuk, hogy a közös költségeket általában néhány intervallumba eső tömbök fogják viselni.

Működő bányáknál a felosztandó közös költségek általában olyan kicsik, hogy ha proporcionálisan osztjuk is fel, nem változtatja meg a tömbök műrevalóságának minősítését — ti. nem lépnek át másik műrevalósági intervallumba.

A kevéssé ismert — kutatás alatt álló — előfordulásoknál általában a számbavételi egységek — tömbök — nagyobbak, számuk kevesebb, ami ugyancsak leegyszerűsíti a számítás menetét.

Bizonyos esetekben — pl. a veszteség optimális értékének meghatározásánál — a mű-

velési módszer kiválasztásánál a bemutatottnál is részletesebb számítás alkalmazása lehet indokolt, különösen a szénhidrogénbányászatban.

A problémát az okozza, hogy mind  $F$ , mind  $L$  meghatározásánál nem közömbös a visszatérülés ideje — ami nyilván nem azonos a bánya működésének idejével — és üteme.

Tegyük fel, hogy egy bányában 3 tömbcsoport van, melyek ásványvagyonra és csoportreálköltségük azonos, költséghatáruk azonban eltérő:

Tömb	vagyon $10^6$ t	Tömbreálkölts.	Költséghatár
A	5	400 Ft/t	700 Ft/t
B	5	400 Ft/t	500 Ft/t
C	5	400 Ft/t	420 Ft/t

A közös egyszeri ráfordítás — bányalétesítés — költsége  $1000 \cdot 10^6$  Ft, termelési kapacitása 1 millió t/év. A bánya élettartama, amennyiben a leművelést A, B, C sorrendben végezzük, 15 év és a közös egyszeri ráfordítás lineáris megtérülést feltételező kamatolt összege 12 százalékos kamat és 15 év megtérülési idő mellett

$$L = 1000 \cdot n \cdot q^n \frac{q-1}{q^n-1} = 2200 \cdot 10^6 \text{ Ft}$$

és a bánya együttesen műrevalótlan:

$$M_{ABC} = \frac{5 \cdot (700+500+420)}{15 \cdot 400 + 2200} = \frac{8100}{8200} = 0,99$$

A C egységet kizárva, a bánya élettartama 10 évre csökken ( $n=10$ ), vagyis

$$L = 1000 \cdot n \cdot q^n \frac{q-1}{q^n-1} = 1770 \cdot 10^6 \text{ Ft}$$

és a megmaradt A, B egységek műrevalósági mutatója

$$M_{AB} = \frac{5 \cdot (700+500)}{10 \cdot 400 + 1770} = 1,04$$

és a közös költséget nem viselő C-nek

$$M_C = \frac{5 \cdot 420}{400} = 1,05$$

A B-t is kizárva, a bánya élettartama 5 év, ennek megfelelően

$$L = 1000 \cdot n \cdot q^n \frac{q-1}{q^n-1} = 1390 \cdot 10^6 \text{ Ft}$$

és

$$M_A = \frac{5 \cdot 700}{5 \cdot 400 + 1390} = 1,03$$

és így

$$M_B = \frac{5 \cdot 500}{5 \cdot 400} = 1,25$$

$$M_C = \frac{5 \cdot 420}{5 \cdot 400} = 1,05$$

Az elvileg helyes eljárás a következő. Tegyük fel, hogy a közös egyszeri ráfordítás  $\varepsilon$  része térül meg A-ban, ekkor A-t

$$L_1 = \varepsilon 1000 \cdot 5 \cdot q^5 \frac{q-1}{q^5-1} = 1390 \varepsilon$$

és B-t

$$L_2 = (1-\varepsilon) 1000 \cdot 5 \cdot q^5 \cdot q^5 \frac{q-1}{q^5-1} = 2460(1-\varepsilon)$$

közös költség terheli. Műrevalósági mutatójuk

$$M_A = \frac{5 \cdot 700}{5 \cdot 400 + 1390 \varepsilon}$$

$$M_B = \frac{5 \cdot 500}{5 \cdot 400 + 2460(1-\varepsilon)}$$

Mivel  $M_A = M_B$  kell legyen, így

$$\frac{5 \cdot 700}{5 \cdot 400 + 1390 \varepsilon} = \frac{5 \cdot 500}{5 \cdot 400 + 2460(1-\varepsilon)}$$

amiből

$$\varepsilon = 0,88$$

és

$$M_A = M_B = \frac{5 \cdot 700}{5 \cdot 400 + 1390 \cdot 0,88} = 1,09$$

A példa számai olyanok voltak, hogy a műrevalósági minősítésben nagyobb eltérést nem eredményeztek, egyes speciális esetekben azonban a megtérülés időtartamát és ütemét figyelmen kívül hagyva, az eredmény nagymértékben torzulhat.

A példán szemléltetett eljárás általános formában is felírható. Egy  $n$  számbavételi egység esetén  $n-1$  egyenletből álló egyenletrendszert nyerünk, melyből az  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-1}$  felosztási koeficiensek megkaphatók. Az egyenletek levezetésétől most eltekintünk.

Az utóbbi vázolt eljárás alkalmazása szinte kötelező, ha a termelés volumene a művelés ideje alatt jelentősen változik, így általában a szénhidrogénelőfordulások műrevalósági számításainál.

#### IRODALOM:

Az ásványi nyersanyagok műrevalósági minőségének alapjai. OÁB 1970. június