

# A költségfüggvények megalkotásának néhány módszertani kérdése

Írta: Dr. Kovács Ferenc

Az ásványvagyongazdálkodás egyik alapvető feladata az ásványi nyersanyagok gazdasági értékelése. A gazdasági értékelés során bizonyos esetekben abszolút mérőszámok megalkotása, konkrét értékek meghatározása, máskor pedig az egyes előfordulások összehasonlítása vagy rangsorolása érdekében relatív mutatók képzése a feladat. A gazdasági értékelések során, így műveletminősítésnél is általában kettős feladattal állunk szemben. Meg kell határozni egyrészt a szóbanforgó ásványi nyersanyag társadalmi hasznosságát, illetőleg értékét, másrészt pedig a kitermeléshez szükséges költségek nagyságát. A tényleges minősítések során az elsőként említett jellemző mutatót a költséghatár, a ráfordítások összegét pedig a reálköltség értéke képviseli. A reálköltség egyes tételeinek és összegének meghatározásánál alapvető szerepe van a költségfüggvényeknek.

Az ásványvagyongazdálkodás alapvető tudományos feladatainak kijelölésével, a gyakorlati feladatok során jelentkező általános kérdések megoldásával a bevezető tanulmányok foglalkoznak. Az alapvető tézisek lefektetése, a főbb kérdések tisztázása a feladat lényegének elvi megoldását jelenti. Az ásványi nyersanyagok gazdasági minősítése, a rangsorolás azonban nagyon szerteágazó és bonyolult feladat, a végleges megoldás érdekében számos részkérdést is megnyugtatóan tisztázni kell.

A költségfüggvények megalkotásának alapvető célja az, hogy azokat az ásványi nyersanyagok kitermelésénél fellépő reálköltségek számbavételénél, meghatározásánál felhasználjuk. A költségfüggvények segítségével kívánjuk minősíteni a megkutatott ásványvagyont, külön-külön minden számbavételi egységet. Olyan függvényeket kell tehát felírni, konkrét formában meghatározni, amelyek a megjelölt feladat megoldására alkalmasak. A műveletminősítés művelési tömböként történik, a költségfüggvényekkel tehát az egyes tömböknél várható reálköltséget kell tudni jellemezni, konkrétan meghatározni.

A műveletminősítés realitásának, sikeres megvalósításának egyik jelentős feltétele a művelési tömbök — minősítési egységek — helyes kialakítása, azok nagyságának ésszerű megválasztása. A számbavételi egységek kialakításánál minél nagyobb tömb méretre (kiterjedésre) kell törekedni, szem előtt tartva azt az alapvető elvet, hogy csak olyan geológiai és műveléstechnikailag homogén terület alkothat egy számbavételi egységet, amelynél a

nyersanyag értékét és kitermelési költségét meghatározó természeti adottságok nem térnek el jelentősen. Az egyes tömböket természetes vagy mesterséges határok választják el, a minősítés céljából kialakított tömbök több szomszédos vagyonszámitási egységet (háromszög, sokszög, geológiai tömb) is összefoghatnak. A költségfüggvények felírása szempontjából a nagyobb tömbök kialakítása látszik célszerűnek. A beruházási, illetőleg létesítési és az üzemi költségek meghatározásának pontossága is csökken az egységek méretének csökkenésével, mivel a költségek becslése a részletek felé haladva általában bizonytalanabb, nagyobb hibát rejt magában.

A földtani kutatás során — ez a kutatás célja — megismerjük az ásványi nyersanyag-előfordulások alapvető természeti paramétereit, illetőleg azok közül a leglényegesebbeket. A gazdasági és műveletminősítések során a természeti paraméterek függvényében kell megadni az ásványvagyont értékét, a kitermelési költségek nagyságát. A költségfüggvények független változói tehát az ismert, vagy becsült természeti paraméterek, a függő változó a reálköltség vagy annak egyes elemei, összetevői.

A költségfüggvény független változói között a következő alapvető természeti paraméterek szerepelhetnek: az ásványvagyont kiterjedése (területe), nagysága (mennyisége), a külszintől mért távolsága (mélység), a vastagsága, a vízszint alatti mélysége, tűzveszélyessége, a fajlagos gáz- és vízhozam nagysága, a vízvédőréteg vastagsága, a terület tektonizáltsága, a várható közethőmérséklet, az ásvány, a fedő és a fekvő szilárdsága, a telep dőlése, stb. A felsorolás itt nem jelent minőségi vagy fontossági sorrendet, a reálköltség egyes elemeinél ugyanis más-más paraméterek, változó súllyal szerepelhetnek.

A költségfüggvények felírásánál szerepel még egy paraméter, ez a termelési kapacitás. A beruházási és az üzemi költségek fajlagos értékének alakulásánál is döntő szerepe van ennek a mutatószámoknak, bár formálisan nem sorolható a természeti paraméterek közé. A dolog lényegét tekintve megállapítható azonban, hogy a termelési kapacitást (optimális, tervezet, tényleges) döntő módon a természeti paraméterek, elsősorban az ásványvagyont mennyisége, határozzák meg. A későbbiek során kissé részletesebben foglalkozunk majd az ásványvagyont és a kapacitás közötti kapcsolat meghatározásával, konkrét összefüggés felírásával.



Az ásványvagyon kitermelésénél jelentkező reálköltség költségösszetevőkre bontható. A felbontás a költségek jellege vagy a költségek felmerülési (jelentkezési) helye szerint történhet. A reálköltség tehát több összetevőből írható fel, alakítható ki.

A költségek jellege szerinti csoportosításban két alapvető tétel különböztető meg, a beruházási (létesítési ráfordítás) és az üzemi költségek. A beruházási költségek döntő része a termelő kapacitás létesítésének (az építésnek) időszakában, a termelés megindulása előtt jelentkezik. Az üzemi költség, illetőleg annak egyes összetevői a termeléssel párhuzamosan napról-napra, évről-évre folyamatosan merülnek fel. Az egyik alapvető különbség a két költség között tehát az, hogy más-más időpontban kell velük számolni. A bányászati tevékenység sajátos körülményei miatt viszonylag hosszú üzemidővel, 20—30—40 évvel kell számolni, ezért a beruházási és üzemi költségek reális számbavételénél az időtényező szerepe igen jelentős. A beruházási költségek között meg kell különböztetni, el kell választani a már megtörtént beruházásokat és a még hátralévő, a későbbiek során keletkező költségigényeket. Az utóbbiak jelentősége, súlya lényegesen nagyobb.

A reálköltség meghatározása céljából két alapvető költségfüggvényt kell tehát felírni. A beruházási költségfüggvény

$B = \psi_b / \lambda_i$  [Ft] alakban, az üzemi költség függvénye pedig  $U = \psi_u / \lambda_i$  [Ft/év] általános formában írható fel.

A függvényekben a  $\lambda_i$  az egyes független változókat, az alapvető természeti paramétereket képviseli, a függvény formájáról a következőkben még szólnunk. A fajlagos költségekre (Ft/t) való áttérés nem jelent nehézséget, a beruházási költségeknél az ásványvagyonnal, az üzemi költségeknél pedig az időegység alatti termeléssel való osztás útján juthatunk eredményre.

A beruházási és az üzemi költség is tovább bontható összetevőkre a költségek felmerülési helye szerint. Elméletileg mindkét költségnél számos összetevő különböztethető meg, az észszerűség azonban azt kívánja, hogy a rész-költségek száma a lehető legkisebb legyen.

A beruházási (kapacitáslétesítési) ráfordítások célszerűen három részre bonthatók: 1. kutatási költség, 2. bányalétesítési költség és 3. tömbfeltárási költség.

A kutatási költség teljes összegét azok a ráfordítások képezik, amelyek ahhoz szükségesek, hogy az előfordulásról olyan ismeretekkel rendelkezünk, amelyek birtokában a bányalétesítési és a művelési tervek elkészíthetők. A kutatási költségek elsősorban az ásványi nyersanyag fajtája, az előfordulás jellege, az ásványvagyon mélységi elhelyezkedése, a tektonizáltság és a fedőrétegek jellemzői határozzák meg.

A bányalétesítési költség alapvetően a megkutatott területen létrehozható termelési kapacitás megteremtésének ráfordításigényét jelenti. A kapcsolódó létesítmények költsége és az esetleges kártalanítás is ide tartozik. Szilárd ásványi nyersanyagok esetében a bányalétesítés a főfeltárást alkotó aknák, alapvágatok és a környezetükben lévő állandó jellegű, a bánya egész élettartama alatt működő létesítmények kiképzését, a külszíni létesítmények megépítését, az ezekben működtetett gépek és berendezések beszerzését és felszerelését jelenti. Ezek a költségek alapvetően a nyersanyag fajtájától, a bányaterület optimális termelési kapacitásától, az ásványvagyon elhelyezkedésétől és kiterjedésétől, az előfordulás jellegétől, a fajlagos víz- és gázhozamtól, a tűzveszélytől, az ásvány-előkészítés módjától függenek.

A tömbfeltárási-költség azon bányatérsegek, gépek és berendezések ráfordításigényét jelenti, amelyek az egyes művelési tömbök kitermeléséhez szükségesek. Ide tartozhatnak a főkeresztvágatok, a szinthez kapcsolódó állandó bányatérsegek kiképzési és felszerelési költségei, táblás művelés esetén az egyes bányamezők fővágatainak és állandó bányatérsegeinek kihajtási és gépészeti jellegű költségei. Ezek a költségek elsősorban a művelési tömb termelési kapacitásától, az előfordulásnak a feltárási vágatok hosszát befolyásoló kiterjedésétől, a várható víz- és gázhozamtól függenek.

A fajlagos beruházási költségek számításánál értelemszerűen kell eljárni, az egyes költségeket arra az ásványvagyonra kell felosztani, amelynek feltárását, kitermelését szolgálja. A kutatási költség vonatkozhat az egyes tömbökre vagy az egész bányaterületre, a bányalétesítési költség az egész bányaterületre vonatkozik, a tömbfeltárási költség általában csak a szobanforgó, illetőleg a kérdéses tömbre. Előfordulhat olyan eset is, hogy egy tömb képez egy bányaterületet. Külfejtéses bányászatban a tömbfeltárási fogalma általában nem is értelmezhető, mivel azt a bányalétesítés magában foglalja. A beruházási fajlagos költséget külön-külön képezzük, és a fajlagos költségeket összegezzük.

Az üzemviteli költségek felbontásánál az alábbi két összetevővel célszerű számolni: 1. a bányauzemi költség, 2. a tömbüzemi költség.

A bányauzemi költséget a bányalétesítés keretében létrehozott objektumok működtetése során fellépő szállítási, anyag- és energiaellátási, szellőztetési, vízemelési, ásványelőkészítési, felújítási, karbantartási, stb. költségek, valamint az üzemi és vállalati általános költségek alkotják. Ezek a költségek elsősorban a termelési kapacitástól, az ásványi nyersanyag fajtájától, és az előfordulás jellegétől, a szállítási módjától és hosszát befolyásoló mélységtől és kiterjedéstől, a víz és gázhozamtól, az ásványelőkészítés módjától függenek. A bányauzemi költség fel-



osztása az egyes művelési tömbökre ásványvagyon-, illetőleg termelésarányosan történhet.

A tömbüzemi költséget egyrészt a tömbfel-tárási tevékenység során létrehozott objektu-mok működésével kapcsolatos költségek, más-részt az egyes tömbökben közvetlenül felmerü-lő költségek képezik. Szilárd ásványi nyers-anyagok esetén pl. földalatti bányászatban az elővájási és fejtési költségeket, a feltáró bányá-térségekre vonatkozó fenntartási, szállítási, szellőztetési, vízelelési stb. költséget számítjuk ide. Ezek a költségek elsősorban a tömb ter-melési kapacitásától, az ásványi nyersanyag faj-tájától, az előfordulás jellegétől, a tömb kiter-jedésétől és mélységi elhelyezkedésétől, a tek-tonikai viszonyoktól, a telepvastagságtól, a dőléstől, az ásvány és mellékkőzetek szilárdsá-gától, a víz- és gázhozamtól függnék. A teljes üzemi költség a fajlagos költségek összegéből adódik.

Az ásványvagyongazdálkodás és a műre-valósági minősítés terén folytatott kutatási mun-ka eddigi eredményei, a bányászati üzemekben rendelkezésre álló, valamint meghatározható gazdasági mutatók (költségadatok) figyelembe-vételével az látszik a legcélszerűbb megoldás-nak, hogy a reálköltség meghatározásánál az említett öt (három beruházási és két üzemi) költségtétellel számoljunk.

Alapvető feladat tehát az, hogy az egyes reálköltségelemeket a természeti paraméterek függvényében meghatározzuk. A függvény jel-lege, alapvető formája mind az öt költségtétel-nél azonos lehet. Kívánatos ez a függvények meghatározása és a felhasználásuk szempontjáb-ól is. A független változók a természeti para-méterek. Az egyes részköltségeknél más-más paraméterek szerepelhetnek, egyes természeti jellemzők természetesen több, esetleg minden függvénynél szerepet kapnak. A függvény(ek) a költségek abszolút értékét — a beruházási költségnél Ft, az üzemi költségnél Ft/nap, vagy Ft/év — éppen úgy képviselhetik, mint a fajla-gos (Ft/t) értékeket, mivel az átszámítás módja adott, általában egy paraméterrel való osztást jelent. A beruházási költségeknél az osztó érté-ke az ásványvagyon, az üzemi költségeknél az időegységenkénti termelés mennyisége.

A költségfüggvények felírásánál az alábbi általános formát javasoljuk [1]:

$$k = k_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \dots \lambda_i \dots \lambda_{n-1} \cdot \lambda_n$$

ahol

$k$  = valamelyik reálköltség elem

$k_0$  = a függvény együtthatója (egy bázis érték)

$\lambda_i$  = a természeti paraméter

$\alpha_i$  = a szöbanforgó természeti paraméter — független változó — kitevője.

A függvény meghatározása regressziós el-járással, tényleges üzemi adatok, vagy azok

alján képzett értékek felhasználásával tör-ténhet. A függvényeknek szorzat alakjában való felírása azért szükséges, illetőleg célszerű, mi-vel a kitevők meghatározására így adódik ked-vező lehetőség. Amint már említettük a fenti függvényforma a reálköltség elemek abszolút és fajlagos értékének leírására is alkalmas. A függ-vény lényegében egy hiperfelületet képvisel, a matematikai eljárás feladata a függvény para-métereinek ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_i \dots \alpha_{n-1}$  és  $k_0$ ) meghatározása. A negatív kitevők kiküszöbölése céljából a szorzat egyes tagjait a nevezőben célszerű szerepeltetni, a függvény alakjában ez azonban nem jelent minőségi változást.

A független változók ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots, \lambda_i, \lambda_{n-1}, \lambda_n$ ) a természeti paramétereket képviselik. A  $\lambda$  értékek helyén szerepelhetnek közvetlenül az egyes természeti paraméterek a tényleges di-menziójú mérőszámokkal, pl. a  $q$  termelési ka-pacitás t/nap-ban vagy  $10^6$  t/évben, a  $H$  külszín alatti mélység  $m$ -ben, az  $M$  telepvastagság  $m$ -ben, a  $g$  gázhozam  $m^3/t$ -ban, a  $\sigma$  nyomószilárd-ság  $kp/cm^2$ -ben, stb. A függvényben a  $\lambda$  para-méterek a természeti jellemzőket egy viszony-szám formájában is képviselhetik, amikor is a  $\lambda$  értékek helyén a  $q/q_0, H/H_0, M/M_0, g/g_0, \sigma/\sigma_0$  dimenzió nélküli viszonyszámok szerepelhetnek, ahol a nullás jelű természeti paraméter egy bá-zis terület adott mutatószáma. A függvény  $k_0$  együtthatója ebben az esetben a bázis terület szöbanforgó (kiválasztott) reálköltség eleme, pl. a bányüzemi költség.

A költségfüggvények paramétereinek (ál-landóinak) és az új, minősítendő ásványtelepü-lés természeti jellemzőinek ( $q, H, M, \sigma, g, \dots$ ) ismeretében a függvények felhasználásával a várható reálköltség számítható, a költséghatár ismeretében a műrevalósági mutató képezhető.

A költségfüggvényekkel kapcsolatos álta-lános megfontolások tárgyalása után vizsgá-ljunk részletesebben egy-két kérdést.

A függvények felírásánál minden esetben jelentős szerepe van a  $q$  termelési kapacitásnak. Ez közvetlenül nem természeti paraméter, a műrevalósági vizsgálatok során értékét úgy kell meghatározni, kiszámítani. A termelési kapaci-tás és az ásványvagyon (természeti paraméter) mennyisége együttesen meghatározzák a minő-sítendő egység élettartamát is, aminek a beru-házási költségek kamatosításánál van lényeges szerepe.

A kapacitás és ahhoz kapcsolódva az élet-tartam meghatározása az új területek besorolá-sánál jelent problémát. A feltárt, illetőleg a feltárt területekhez csatolható vagy csatlakozó tömböknél ugyanis valamilyen korlátozó felté-tel általában már eleve rögzíti a tömb kapaci-tását.

A fenti feladat elvi megoldása ismeretes. [2] A keresett paraméterek meghatározása a jelenlegi műrevalósági besorolások alkalmával várhatólag nem végezhető el azonban, mivel az



ásványi nyersanyagelőfordulások minden típusára a költségfüggvények paraméterei nem ismeretesek. Célszerű ezért a kapacitás, ill. élettartam számításához olyan egyszerű, könnyen kezelhető megoldási módszert adni, amely biztosítja, hogy az ásványvagyon mennyiségének ismeretében az említett mutatókat minden számbavételi helyen egységesen határozzák meg. A fenti cél érdekében két lehetséges módszert ismertetünk. Egyszerűbb az először bemutatott változat.

Lineáris költségfüggvény ismeretében az optimális termelési kapacitás az ásványvagyon függvényében az alábbi összefüggésből számítható [4]:

$$q = \sqrt{\frac{K_n \cdot Q}{d}} \quad [10^6 \text{t/év}]$$

ahol  $K_n$  = az állandó jellegű üzemi költség [10<sup>6</sup>Ft/év]

$Q$  = a terület ásványvagyona [10<sup>6</sup>t]

$d$  = a beruházási költségfüggvény iránytangense [Ft/t év]

Adott, megbízható átlagnak tekinthető  $K_n$  és  $d$  paramétert behelyettesítve az évi termelés az alábbi képlettel számítható:

$$q = \frac{Q}{30} \quad [10^6 \text{t/év}]$$

Az ásványvagyon ( $Q$ ) ismeretében egyszerűen számítható az évi termelés mennyisége. A képlet azonban csak aknamező, bányamező nagyságú előfordulásoknál, vagy nagy lelőhelyek aknamezőkre való bontásánál alkalmazható. Kisebb területek, blokkok vagy tömbök termelését természetesen nem lehet a 30 éves bázisidővel számolni.

A képlet kisebb átalakítása után azonban általános esetben is használható. Tegyük fel pl., hogy hazánkban műszaki megfontolások, a technikai lehetőségek és az alapvető költségfüggvény paraméterek alapján a mélyműveléses ércbányászatban 50 millió tonna ércvagyonhoz tartozik a 30 év élettartam. Kisebb vagy nagyobb ásványvagyon esetén az élettartam akkor az alábbi összefüggésből számítható:

$$n = 30 \sqrt{\frac{Q}{50}} \quad [\text{év}]$$

ahol

$Q$  = a minősítésnél szóbanforgó egység érckészlete [10<sup>6</sup>t]

$n$  = az egység élettartama, amiből az évi termelés számítható

Az 1. táblázatban a fenti összefüggés alapján számított élettartam és kapacitás értékek találhatók az ásványvagyon függvényében.

Hasonló összefüggések, más állandókkal és hatványkitevőkkel (gyökkitevővel), a különböző ásványi előfordulásokra is felírhatók, a kép-

letek és a számítási módszerek általános, egyértelmű alkalmazása biztosítható.

A javasolt másik módszer előkészítése valamivel több számítást igényel, a megadott diagrammal alkalmazása azonban nagyon egyszerű. Ez a megoldás azonban teljesebb, mivel a beruházási költségek kamatosításával is számol, figyelembe veszi a kapacitás meghatározásánál az időtényezőt.

A számíthatóhoz most az általános kitevőjű beruházási költségfüggvény alapvető paramétereiből indulunk ki. A költségminimum elv alapján számítható optimális kapacitás a [3] irodalom alapján:

$$q_{opt} = \sqrt[1+\mu]{\frac{K_n \cdot Q}{\mu \cdot a}} \quad [10^6 \text{t/év}]$$

A kamatosítás nélkül számítható optimális élettartam pedig:

$$n_{opt} = \sqrt[1+\mu]{\frac{a \cdot \mu Q}{K_n}} \quad [\text{év}]$$

ahol

$K_n$  = az állandó jellegű üzemi költség [10<sup>6</sup>Ft/év]

$Q$  = a terület ásványvagyona [10<sup>6</sup>t]

$a$  = a beruházási költségfüggvény együtthatója [Ft/(év/t) <sup>$\mu$</sup> ]

$\mu$  = a beruházási költségfüggvény kitevője

A fenti összefüggésekkel egyszerű amortizációt feltételezve a  $Q$  ismeretében könnyen kiszámítható a kapacitás és az élettartam ( $n_0$ ).

A beruházási költségek kamatosítása esetén, szélsőértékszámítással keresve az optimális élettartamot ( $n$ ) az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\frac{a \cdot \mu \cdot Q}{K_n} = \frac{\mu \cdot n \cdot (p^n - 1)}{(p-1)p^n} \mu - 1 + \frac{n \cdot \ln p}{p^n - 1}$$

A (3) egyenlet bal oldala a kamatosítás nélkül számított optimális élettartam ( $n_0$ )  $(1+\mu)$ -ik hatványa. A (2) egyenletet a (3)-ba helyettesítve az  $n_0$  és  $n$  között az alábbi összefüggéshez jutunk:

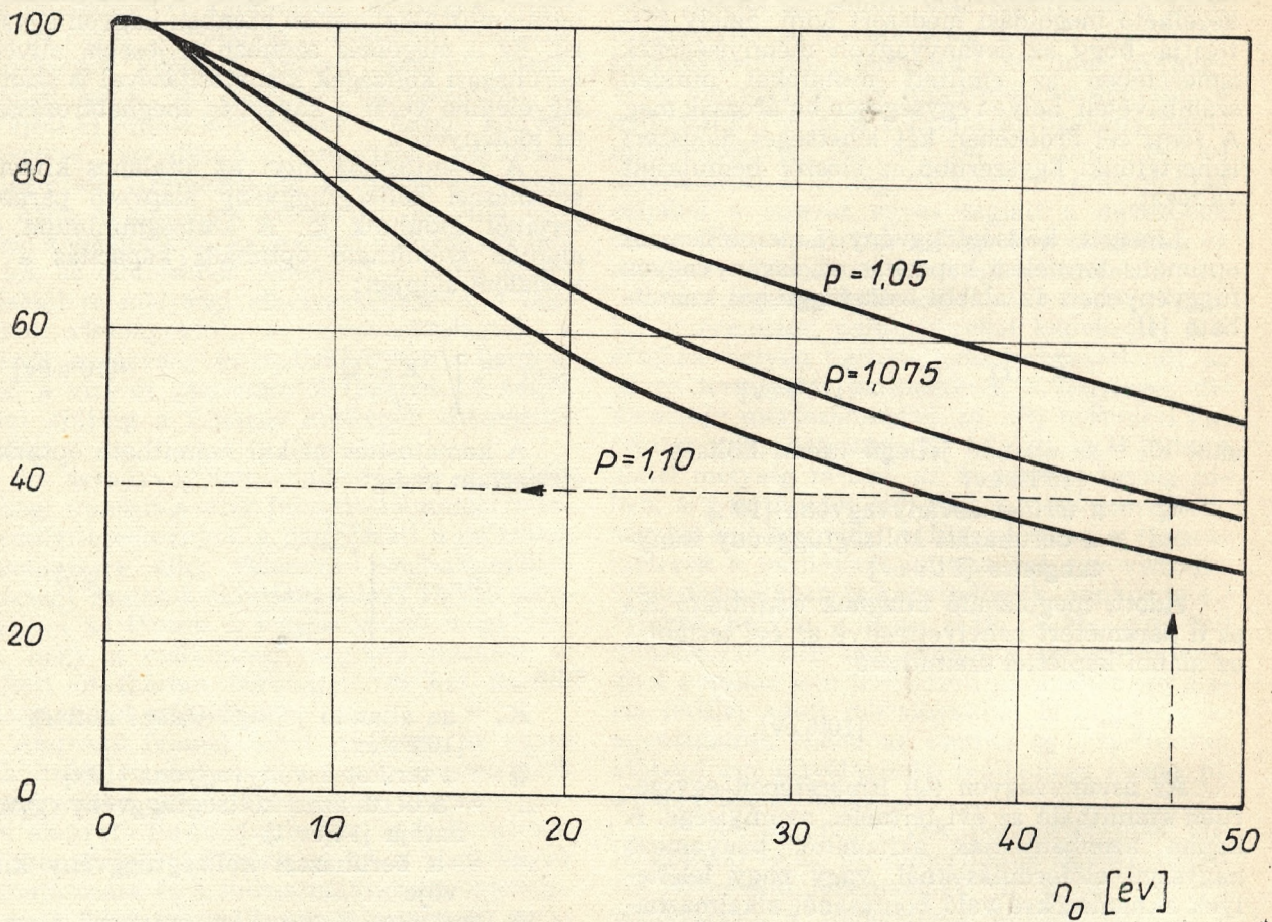
$$1+\mu = \frac{\mu \cdot n \cdot (p^n - 1)}{(p-1)p^n} \mu - 1 + \frac{n \cdot \ln p}{p^n - 1}$$

A (4) egyenlet alapján az  $n_0$  és  $n$  közötti kapcsolat bármely kamattényező ( $p$ ) érték mel-



$$\frac{n}{n_0} [\%]$$

A kamatos és az egyszerű, amortizációval számított élettartam hányadosa



A beruházási költségek kamatosítása nélkül számított élettartam

1. ábra

lett ismeretes. Megszerkeszthető az 1. ábrán látható diagram, amely az  $n_0$  és  $p$  függvényében mutatja az  $n/n_0$  hányados változását.

A műveletességi besoroláshoz alapadatként szükséges az időtényező figyelembevételével számított kapacitáshoz tehát az alábbi módon jutunk. Ismerve a minősítendő egység (tömb)  $Q$  ásványvagyonát, valamint az alapvető költségfüggvények paramétereit a (2) összefüggésből számítjuk az  $n_0$  értéket. A sokszorosított diagramok alapján az előírt  $p$  értéknél leolvasható az  $n/n_0$  arány, számítható az  $n$  értéke. Az élettartam ismeretében számítható a  $q$  értéke is.

A (4) összefüggésben szerepel a  $\mu$  értéke, a diagramok számításánál erre szükség van. A beruházási költségfüggvény alakjával, a kitevő nagyságával kapcsolatos széleskörű vizsgálatok alapján a műveletességi besorolások előzetes számításához javasolható  $\mu$  értékeket a 2. táblázatban adjuk meg.

Szólunk még arról röviden, hogy regressziós eljárással milyen módszerrel lehet a költség-

függvény paramétereit meghatározni. Feladat az (1) összefüggéssel felírt függvény  $k_0$  és  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$  paramétereinek meghatározása. A függvény a reálköltség bármelyik tételét képviselheti, a  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n$  paraméter az előfordulás (ásványvagyon) jellemzőinek abszolút vagy relatív mérőszámai. A gazdasági vizsgálatot előkészítő adatgyűjtésből az alábbi értéksorok (adathalmaz) áll rendelkezésre a regressziós eljáráshoz:

$\lambda_{11}$	$\lambda_{21}$	...	$\lambda_{i1}$	...	$\lambda_{n1}$	$k_1$
$\lambda_{12}$	$\lambda_{22}$	...	$\lambda_{i2}$	...	$\lambda_{n2}$	$k_2$
$\lambda_{1j}$	$\lambda_{2j}$	...	$\lambda_{ij}$	...	$\lambda_{nj}$	$k_j$
$\lambda_{1m}$	$\lambda_{2m}$	...	$\lambda_{im}$	...	$\lambda_{nm}$	$k_m$

A feladat lényegében egy hiperfelület paramétereinek számítása. A megoldás egyszerűsítése miatt az eredeti rendszerből logaritmikus rendszerre térünk át, amelyben az eredeti általános felület egy sík felületté (hipersík) transzformálódik. [1] A regressziós eljárás szabályai szerint eljárva ugyanis az eredeti rendszerben felírt, — az egyes pontoknak a felü-



lettől mért eltéréseinek négyzetösszegét kifejező — összefüggés differenciálása után hatványfüggvényhez jutnánk, amelyből az  $a_i$  (a keresett a kitevők) zárt formában nem fejezhető ki. A logaritmikuss (lineáris) rendszerben pedig a kapott egyenletrendszer megoldható, az  $a_i$  számítható.

Az  $a$  kitevők regressziós eljárással történő meghatározásához két, egymástól alapvetően különböző módszerrel juthatunk el.

Az első módszernél egyszerre csak egy természeti paraméter ( $\lambda$ ) hatását vizsgáljuk, a számítás során egyidejűleg csak egy független változó kitevőjét határozzuk meg. A többi paramé-

1. táblázat

Ércvagyon Q [10 <sup>6</sup> t]	Élettartam n [év]	Évi termelés q [10 <sup>6</sup> t/év]
5	9	0,55
20	19	1,05
40	27	1,48
50	30	1,61
60	33	1,82
80	38	2,10

tert állandónak tekintjük, lényegében tehát parciális regressziós eljárást követünk. Az adathalmazból egyidejűleg csak két oszlopot emelünk ki, pl. a  $\lambda_{21}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{2j}, \dots, \lambda_{2m}$  paraméter adatokat és a  $k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_m$  költségadatokat. Az egyváltozós regressziós költségfüggvény ismert meghatározási módja szerint számítjuk a  $a_2$  kitevőt. Az egyes kitevőket egymás hatásától függetlenül határozzuk meg, n számú független változó esetén az n számú  $a$  meghatározása céljából összesen 2n darab állandót kell képezni. Az állandók meghatározásánál az összegezés 1-től m-ig történik, a logaritmikuss rendszerben a  $a_i$  meghatározáshoz számított egyik állandó például:

$$\sum_{j=1}^m \lg \lambda_{ij} \cdot \lg \lambda_{ij}$$

A második lehetséges módszernél egyszerre határozzuk meg az összes keresett ismeretlent,

Mélyműveléses szénbányászat			
Évi term. [10 <sup>6</sup> t/év]	0,0—0,5	0,5—1,5	1,5—3,0
"	0,85	0,80	0,75
Külfejtéses szénbányászat			
Évi term. [10 <sup>6</sup> t/év]	0,0—2,0	2,0—4,0	4,0—8,0
"	0,80	0,75	0,70
Mélyműveléses ércbányászat			
Évi term. [10 <sup>6</sup> t/év]	0,0—0,5	0,5—2,0	2,0—4,0
"	0,90	0,85	0,80

az egyes paraméterekhez tartozó kitevőket. Az eljárás során a paraméterek együttes költségmódosító hatása jut kifejezésre. A számítás során az n számú paraméter esetén n darab lineáris normálegyenlethez jutunk, amelyek megoldása vezet az  $a_1, \dots, a_n$  kitevőkhöz. Az n számú normálegyenlet állandóinak száma

$$\frac{n^2-n}{2} + 2n$$

A második módszerrel való számítás tehát bonyolultabb, a meghatározandó állandók száma

$$\frac{n^2-n}{2} + 2n - 2n = \frac{n^2-n}{2}$$

értékkel nagyobb mint az első módszer esetén.

A kisebb volumenű számítási munka mellett az első módszernek más előnyei is vannak. A műrevalósági minősítések jelenlegi előkészítő szakaszában a költségfüggvények paramétereinek meghatározásához az első módszert javasoljuk.

## IRODALOM:

1. Zambó János: A műrevalóság kérdéséről. BKL Bányászat. 1971. 2. szám 73—77. old.
2. Zambó János: Telepítésmélet a bányászatban. Műszaki Könyvkiadó Bp. 1966.
3. Kovács Ferenc: Külfajtések alapvető paramétereinek meghatározása. Kandidátusi értekezés, 1966.
4. NME Bányaműveléstan Tanszék: Az ásványi nyersanyagelőfordulások műrevalósági vizsgálataihoz szükséges reálköltségfüggvények kidolgozása. Kutatási jelentés, 1970.