Hitelintézeti Szemle, 15. évf. 1. szám, 2016. március, 91–123. o.

Volatilitási tőkepuffer a szolvencia II-es tőkekövetelmények megsértésének kivédésére*

Zubor Zoltán

A szolvencia II-es szabályozás úgy ír elő folyamatos tőkemegfelelést, hogy a biztosítók csak évente határozzák meg megbízható módon a tőkemegfelelésüket. A volatilitási tőkepuffer[1] (VTP) azt hivatott garantálni, hogy a piaci értékelés miatti nagyobb volatilitás ellenére – adott α megbízhatósági szinten – a biztosítók szavatoló tőkéje folyamatosan elérje a tőkeszükséglet szintjét. Jelen cikk a problémát azon valószínűségeloszlás α megbízhatósági szinthez tartozó kvantilisének keresésére (VaR_α) vezeti vissza, melynek 99,5%-os kvantilise a szolvencia II-es szabályozásban megjelenő szavatolótőke-szükséglet (SCR), és így a VTP az SCR százalékában fejezhető ki. Az eloszlásra vonatkozó feltevések nélkül a VTP-arányra bármilyen érték adódhat, de már természetes feltételezések mellett is viszonylag szűk sávba szorítható. A nevezetes eloszláscsoportok vizsgálata egyrészt tovább szűkíti a szóba jöhető értékeket, másrészt rámutat, hogy a vastagabb farkú eloszlások esetén (amikor jelentősebb, extrém veszteségek is gyakrabban fordulhatnak elő), illetve jobbra ferde eloszlások esetén (amikor a veszteség valószínűsége ugyan kisebb a nyereségénél, de a mértéke várhatóan nagyobb) kisebb VTP-arány adódik.

Journal of Economic Literature (JEL) kódok: C13, C46, G22

Kulcsszavak: szolvencia II, volatilitás, tőkepuffer, veszteségeloszlás, kvantilis, megbízhatósági szint

1. Bevezetés

A 2016. január 1-jével hatályba lépett szolvencia II rezsim két legfontosabb mennyiségi eleme a piaci értékelésre történő áttérés, illetve a biztosító valamennyi kockázatát lefedő tőkeszükséglet. A biztosítási kötelezettségeknek nincs piacuk, ezért a piacon megfigyelhető áruk sincs. Az új rezsim azt az értéket modellezi, amely mellett a kötelezettségeket egy másik biztosító átvállalná. A szavatolótőke-szükséglet esetén pedig azt az értéket kell meghatározni, amely esetén legfeljebb 0,5% annak a valószínűsége, hogy a biztosító szavatoló tőkéje egy év alatt ennél nagyobb mértékben csökken.

* Jelen cikk a szerző nézeteit tartalmazza, és nem feltétlenül tükrözi a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

Zubor Zoltán a Magyar Nemzeti Bank vezető aktuáriusa. E-mail: zuborz@mnb.hu.

[1] A volatilitási tőkepuffer fogalma 2014-ben jelent meg először a Magyar Nemzeti Bank kommunikációjában.

A piaci értékelésre történő áttérés magában hordozza a szavatoló tőke, illetve tőkemegfelelés nagyobb mértékű rövid távú ingadozását (*EIOPA 2011; EIOPA 2013*). A tőkemegfelelés, illetve ezen keresztül a biztosítók pénzügyi pozíciójának rövid távú magas változékonysága nincs összhangban az üzlet jellemzően hosszú távú jellegével (*Insurance Europe 2013*). A fiktív volatilitás (artificial volatility) kiküszöbölésére több elképzelés is született, amelyet az Európai Biztosítási- és Foglalkoztatóinyugdíj-hatóság (EIOPA) az LTGA[2] hatástanulmányban tesztelt 2013-ban (*EIOPA 2013*). A jelenlegi szabályozásban a fiktív volatilitás kisimítására a volatilitási kiigazítás, az illeszkedési kiigazítás, illetve a kezdeti időszakban az átmeneti intézkedések szolgálnak (LTG-intézkedések).

Az EIOPA 2014. évi stressz tesztje alapján az LTG-intézkedések hatása felemás. Az egyes elemek ugyan jelentős hatást gyakorolhatnak a tőkemegfelelésre[3], azonban a lehetőséggel csak kevesen éltek, élhettek: a volatilitási kiigazítást a résztvevők 31%-a, az illeszkedési kiigazítást 7%-a, a különféle átmeneti rendelkezéseket pedig 2-10%-a alkalmazta (*EIOPA 2014*).

A szolvencia II-es (S2) tőkemegfelelés nagyobb volatilitása a hazai piacot is érinti (*MNB 2015a*), melyet a hatástanulmányok is alátámasztottak (*MNB 2015b; Bora et al. 2015*). A legutóbbi öt hatástanulmány[4] mindegyikében részt vevő 11 biztosító[5] adatai alapján a szolvencia I-es tőkemegfelelési mutatóik relatív szórásainak[6] átlaga 0,179, míg a szolvencia II-es ráták esetében 0,260, ami jól mutatja, hogy az új rezsimben a tőkemegfelelés lényegesen volatilisebb.

A hazai piacon az LTG-intézkedések hatása szerény. A Magyar Nemzeti Bank által 2014-ben végrehajtott mennyiségi hatástanulmány alapján a résztvevő biztosítók[7] egyike sem alkalmazta, illetve a jövőben sem kívánja alkalmazni az illeszkedési kiigazítást. A volatilitási kiigazítás hatását mindenki bemutatta, de ez mindössze a tőkeszint 4,1%-os javulását eredményezte, azaz az LTG-intézkedések a szolvencia II-es tőkemegfelelés magas, fiktív ingadozását csak kismértékben képesek tompítani, a magas volatilitásból fakadó kockázatokat nem szűntetik meg.

A 138/2009 EK irányelv (a továbbiakban irányelv) 100. cikkelye, valamint (ezzel összhangban) a 88/2014. évi törvény (a továbbiakban Bit.) 99.§-a főszabályként folyamatos tőkemegfelelést ír elő, miközben az előírt tőkekövetelményeknek való

[2] *Long Term Guarantee Assesment*

[3] *Például a volatilitási kiigazítás alkalmazásával az alkalmazók tőkeszintje átlagosan csaknem 30%-kal nőtt.*

[4] *QIS5 (EIOPA - 2009); QIS5bis (PSZÁF - 2010); QIS_2012 (PSZÁF – 2012); QIS_2014 (MNB – 2014); RIGL (felkészülési célú adatszolgáltatás – 2015) – minden esetben a hatástanulmány végrehajtásának évét megelőző év végi adatokon.*

[5] *Tőkearányos lefedettségük 64-75%.*

[6] *A szórás és a várható érték hányadosa.*

[7] *23 biztosító – tőkearányos lefedettség 80%.*

megfelelést a biztosítóknak csak bizonyos időközönként kell meghatározni, illetve bemutatni: a szavatolótőke-szükségletet évenként, a szavatoló tőkét negyedévenként. Hogyan lehet garantálni ezt a megfelelést a köztes időszakokban? A szabályozás erre felemás megoldást nyújt. A biztosítónak csak a legutoljára jelentett szavatolótőke-szükségletnek kell megfelelni, melyet évközben is újra kell számolnia, ha a biztosító kockázati profilja jelentősen megváltozik. A szavatoló tőke alakulását ugyan folyamatosan figyelni kell, illetve negyedévente jelenteni, de teljes részletességű, auditált adatokon történő futtatásra általában csak évente kerül sor, azaz a magas volatilitás miatt könnyen előfordulhat, hogy egy megfelelő, pl. 120%-os tőkeszintű biztosító akár egy éven belül is tőkehiányossá válik, és ezzel megsérti a jogszabályokat.

Amennyiben egy biztosító, illetve a felügyeleti hatóság csökkenteni szeretné egy tőkehiányos állapot kialakulásának kockázatát azon köztes időszakban, amíg a biztosító megbízható módon újra meg nem határozza a tőkehelyzetét, célszerű a tőkekövetelményeknél valamennyivel több tőkét (tőkepuffert) tartani, illetve ezt a biztosítóktól elvárni.

A nagyobb volatilitásból eredő kockázatok tőkepufferrel (volatilitási tőkepuffer) való kezelésére eddig nem találtunk példát, így irodalma sincsen. A témát, illetve magának a volatilitási tőkepuffer fogalmát először 2014 novemberében Nagy Koppány (MNB) vetette föl a MABISZ konferenciáján. Jelen cikk egyik legfontosabb célja a volatilitási tőkepuffer (VTP) céljának[8] és pontos tartalmának meghatározása, bevezetése.

A cikk másik legfontosabb célja egy olyan megközelítés bemutatása, amivel a VTP-t (az SCR mögötti valószínűségeloszláson keresztül – ld. később) vissza lehet vezetni az SCR értékére. Látni fogjuk, hogy a szóban forgó eloszlásra vonatkozó feltevés hiányában a VTP-re bármilyen érték is adódhat, de különféle természetes feltételezések mellett a szóba jöhető puffermértékek kezelhető korlátok közé szoríthatók. Az egyes eloszláscsaládok vizsgálata egyfelől támpontot ad arra, hogy milyen tőkepuffert kell/érdemes tartani, ha a biztosító kockázati profilja az adott eloszláscsaládnak felel meg leginkább. Másfelől arra világít rá, hogy kisebb arányú tőkepuffer adódik azon biztosítók esetében, amelyeknél az extrém veszteségek nagyobb eséllyel fordulnak elő[9], illetve, ahol a várható veszteség mértéke inkább meghaladja a várható nyereség mértékét, azaz a normális eloszlás feltételezése többnyire felső becslést eredményez a VTP értékére.

[8] A tőkemegfelelés változékonyságát számos tényező idézheti elő, azonban a volatilitási tőkepuffernek nem kell az összes tényezőre reflektálni, mert egyes esetekben, például ha az állomány jelentősen, illetve az előzetes várakozásoktól eltérően változik, vagy a belső eljárásain, kalkulációs modelljein úgy változtat, ami a tőkemegfelelését szignifikánsan érintheti, elvárható, hogy a biztosító soron kívül meghatározza és bemutassa a tőkehelyzetét.

[9] Ún. vastag farkú eloszlások, illetve jobbra ferde eloszlások.

2. A volatilitási tőkepuffer célja

A volatilitási tőkepuffer célja annak a kockázatát csökkenteni, hogy a biztosító tőkehiányos állapotba kerüljön a tőkemegfelelés megbízható számításai és bemutatásai közötti időszakokban.

Egy biztosító tőkemegfelelése több tényező miatt változhat. Ezeket a tényezőket három szempont szerint csoportosíthatjuk:

i. Az állomány szerint: A változás a régi, az előzetes várakozásoknak megfelelően alakult új, vagy a várttól jelentősen eltérő állományváltozás miatt következett-e be? Régi, illetve új állományon itt a legutóbbi megbízható tőkemegfelelési jelentés vonatkozási időpontjában már meglévő, illetve azt követően – a következő számításig – szerzett állományt kell érteni, figyelemmel a szerződés határaira is.

ii. Az alapkomponensek szerint: A javulás/romlás a tőkeszükséglet vagy a figyelembe vehető szavatoló tőke változása miatt következett-e be?

iii. A kiváltó ok típusa szerint: A tőkeszint változása külső vagy belső okok miatt következett-e be? Belső tényezőnek kell tekinteni minden olyan történést, ami a biztosítóra vagy a tulajdonosokra vezethető vissza, mint például az egyes mérlegtételek, tőkeelemek, illetve az SCR meghatározására szolgáló modellek, feltételezések, eljárások változtatása, osztalékkifizetés vagy tőkefeltöltés.

A Bit. 268.§ (1) bekezdése, illetve a 43/2015-ös kormányrendelet (a továbbiakban 43-as rendelet) 27. §-a alapján a biztosítónak soron kívül újra kell számítania a tőkeszükségletét, ha a kockázati profilja jelentősen megváltozott, például ha az állománya a várttól jelentően eltérő módon és mértékben változott. Ilyen esetben (a 43-as rendelet 27. § (5) bekezdésére[10] is tekintettel) elvárható, hogy a teljes tőkemegfelelését számolja újra, és jelentse a felügyeleti hatóságnak. Ugyancsak elvárható, hogy a biztosító számolja újra és jelentse tőkemegfelelését, ha olyan új modelleket, feltételezéseket, eljárásokat vezet be, amelyek jelentősen befolyásolják a tőkemegfelelést.

Mindezek alapján a volatilitási tőkepuffernek csak a régi, illetve a várható új állományra kell reflektálni, és csak a szavatoló tőke azon változásából eredő kockázatokat kell tompítani, amelyek a külső tényező változása (környezeti változások) miatt következtek be.

A szavatoló tőke az alapvető és a kiegészítő szavatoló tőke összege. Az alapvető szavatoló tőke pedig az eszközök forrásokat meghaladó részéből (nettó eszközérték)

[10] Mely alapján a felügyelet kötelezheti a biztosítót a tőkeszükségletének újraszámolására, illetve megfelelő nagyságú szavatoló tőke képzésére, ha megalapozottan feltételezhető, hogy a biztosító kockázati profilja megváltozott.

és az alárendelt kölcsöntőkéből áll. Magyarországon a kiegészítő tőke szerepe marginális. Másfelől jól elkülöníthető, illetve nincs kitéve a véletlenszerű ingadozásnak. Ez utóbbi az alárendelt kölcsöntőkére is érvényes, azaz a VTP szempontjából a szavatoló tőkéből mindössze a nettó eszközérték változása az érdekes.

A tőkehiányos állapot elkerülésekor nem célszerű, illetve többnyire nem is lehet 100%-os biztonságra törekedni. A volatilitási tőkepuffer azt a többlettőkét jelenti, ami az adott – a fentiek alapján egy éves – időhorizonton a megcélzott α megbízhatósági szint ($0\% < \alpha < 100\%$) mellett véd az alapvető szavatoló tőke ingadozásával szemben, és biztosítja a jogszabályok szerinti folyamatos tőkemegfelelést. Szabatosabb megfogalmazásban VTP_α az az érték, amire

$$P\left(X < VTP_\alpha\right) = \alpha, \qquad (1)$$

ahol az *X* valószínűségi változó az alapvető szavatoló tőke értének adott időtávon belüli, külső tényezők miatt *csökkenése* a régi és a várhatóan szerzett új biztosítási állomány tekintetében[11]. VTP_α az *X* valószínűségi változó *α* szinthez tartozó kvantilise, vagy a Bit.-ben is használt terminológiával: a kockáztatott értéke

$$VTP_\alpha = VaR_\alpha\left(X\right). \qquad (2)$$

Az irányelv 101. cikkének (3) bekezdése fogalmazása szerint „A szavatolótőke-szükségletet úgy kell kalibrálni, hogy minden olyan számszerűsíthető kockázatot figyelembe vegyen, amelynek a biztosító vagy viszontbiztosító ki van téve. *Kiterjed a meglévő biztosítási állományra és a következő tizenkét hónapban várhatóan szerzett új biztosítási állományra. A meglévő biztosítási állomány tekintetében csak a nem várt veszteségekre terjed ki.* A szavatolótőke-szükséglet a biztosító vagy viszontbiztosító alapvető szavatoló tőkéje egyéves időtávon mért, 99,5 %-os biztonsági szintű kockáztatott értékének felel meg.” Ezen megfogalmazás alapján az egyéves időhorizontú VTP meghatározásában szereplő *X* valószínűségi változó megegyezik azzal a valószínűségi változóval, amely a szavatolótőke-szükséglet meghatározásában is szerepel, aminek a 99,5%-os kvantiliséhez (VaR-jához) tartozó érték az SCR, azaz

$$VTP_{99,5\%} = SRC. \qquad (3)$$

Ezzel a feladatot visszavezettük olyan valószínűségi változó adott megbízhatósági szinthez tartozó kvantilisének a keresésére, aminek 99,5%-os kvantilisét ismerjük (legalábbis elvben – ld. később). Hogy pontosan lássuk, hogy ez a megközelítés mit jelent valójában, és az így kapott VTP milyen kockázatokat kezel, tisztázni kell, hogy miféle *X* valószínűségi változónak is a 99,5%-os kockáztatott értéke (legalábbis elvben) az SCR.

---

[11] Az *(1)* egyenletnek csak akkor van minden α-ra megoldása, ha az *X* valószínűségi változó abszolút folytonos. Esetünkben ez feltehető.

A S2-es szabályozás alapján az *X* a régi, és a következő 12 hónapban várhatóan szerzett állományon elszenvedett veszteséget jelenti. A biztosítástechnikai tartalékok képzésénél figyelembe kell venni (a maga valószínűségével) minden lehetséges jövőbeni pénzáramot, amely a (szerződés határain belül) a régi állományból ered. Ez alapján *X* a *nem várt veszteséget* jelenti a régi állomány tekintetében. Ezt az irányelv 101. cikkének (3) bekezdése is megerősíti. A következő 12 hónapban szerzett állomány tekintetében azonban ilyen kitétel nem található a jogszabályokban, így itt a várható veszteséget (a biztosítók többsége esetén valójában nyereséget) is figyelembe kell venni. Ennek azonban nincs nyoma a standard formulában, ezért a továbbiakban feltételezem, hogy az új állomány tekintetében is a *nem várt veszteségekre* nyújt fedezetet a szavatolótőke-szükséglet, azaz hogy az SCR (standard formula segítségével történő) meghatározása alapjául szolgáló veszteség (az *X* valószínűségi változó) várható értéke nulla.

Kérdés, hogy figyelembe szeretnénk-e venni az új állomány várható nyereségességét, és ha igen, akkor hogyan. A megfogalmazott célok alapján a volatilitási tőkepuffernek csak a nem várt részre kell reflektálni, azonban az alkalmazás során szem előtt kell tartani, hogy a várható eredmény egyáltalán nem esetleges. Például egy lakásbiztosítási szerződést tipikusan úgy kell tekinteni, mintha az a következő biztosítási évfordulón megszűnne. A szerződések többsége azonban automatikusan megújításra kerül (ami a szerződés határai meghatározása alapján új szerződésnek minősül), így egy nyereséges állomány esetén az elkövetkező 12 hónapban szerzett új állomány várhatóan szintén nyereséges lesz.

A továbbiakban a nem várt veszteség képezi a volatilitási tőkepuffer alapját, azaz $VTP_\alpha = VaR_\alpha\left(X\right)$, ahol *X* az alapvető szavatoló tőkének a környezeti változások miatti *nem várt csökkenése* a régi és a következő 12 hónapban várhatóan szerzett új biztosítási állomány tekintetében, az SCR standard formulájának elvi meghatározásához hasonlóan.

Tehát egy olyan valószínűségi változó α kvantilisét keressük (VTP_α), aminek a 99,5%-os kvantilisét ismerjük (SCR). De vajon a standard formulával meghatározott SCR valóban megegyezik az adott biztosító tényleges *X* valószínűségi változójának 99,5%-os kvantilisével? Ehhez az alábbiak mindegyikének teljesülni kellene: *(i)* a standard formula jól kalibrált, *(ii)* az adott biztosító kockázati profilját pontosan írja le a standard formula, *(iii)* a biztosító pontosan a standard formulának megfelelően, valós, megbízható adatokon számolta a tőkeszükségletét.

Ezek közül az első kettő biztosan nem teljesül: gondoljunk csak a 0,25 többszöröseiként meghatározott korrelációs együtthatókra, vagy a megyén belül azonosan meghatározott árvízkockázati faktorokra. Azt lehet, és talán érdemes is vitatni, hogy a standard formula mennyire méri jól a kockázatokat, de nem a volatilitási tőkepuffer kapcsán, ezért a továbbiakban feltételezem, hogy a biztosító által kiszámolt és jelentett SCR éppen annak a valószínűségi változónak a 99,5%-os kvantilisa, aminek α kvantilisét keressük.

A S2 rezsim kétszintű tőkekövetelményt ír elő. A többnyire alacsonyabb mértékű[12], egyszerűen számítható, negyedévente meghatározandó minimális tőkeszükséglet (MCR) megsértése lényegesen szigorúbb felügyeleti intézkedést von maga után. A szigorúbb (magasabb) szavatolótőke-szükségletet (SCR) egy összetett, a szóba jöhető kockázatok mindegyikére reflektálni kívánó modell segítségével évente kell meghatározni. Ezt a kétszintű rendszert érdemes lekövetni a volatilitásitőke-puferrel is, különböző megbízhatósági szintekkel: az MCR esetében kellene egy magasabb szintet megcélozni.

3. A volatilitási tőkepuffer kiszámításának lehetséges megközelítései

3.1. A teljes nem várt veszteség eloszlása alapján

Az 1. fejezetben megfogalmazottak alapján $VTP_\alpha = VaR_\alpha(X)$, ahol X – az alapvető szavatoló tőke nem várt csökkenése – ugyanaz a valószínűségi változó, aminek 99,5%-os kvantilise az SCR.

Ha ismernénk az X eloszlását, akkor VTP_α könnyen meghatározható lenne. A nem várt veszteség azonban sokféle sokkhatás eredőjeként következik be, bonyolult kölcsönhatások, függési viszonyok mellett, ezért az eloszlás pontos meghatározása nem lehetséges. Ráadásul az eltérő káreloszlású szerződésekkel, eltérő viszontbiztosítási fedezetekkel, eltérő eszközportfólióval stb. rendelkező biztosítók esetén a nem várt veszteség eloszlásának jellemzői alapvetően eltérhetnek egymástól.

Az eloszlás típusára (az eloszláscsaládra) vonatkozó különféle feltételezésekkel élve, a szükséges paraméterek becslésével lehet közelítéseket végezni a tőkepufferre. Ebben felhasználhatjuk, hogy az SCR ugyanezen eloszlás 99,5%-os szinthez tartozó kockáztatott értéke egy éves időhorizonton.

Az $VTP_{99,5\%}=SCR$ alapvetésből kiindulva az eloszlásra tett általánosabb feltételezések alapján is lehet alsó és felső becsléseket végezni a VTP-re, ami segítheti a különféle eloszláscsaládokra tett feltételezésekkel adódó eredmények megítélését.

3.2. A nem várt veszteség moduláris felbontása alapján

Látni fogjuk, hogy a teljes nem várt veszteség alapján keresett tőkepuffer mértéke nagyban függ a veszteség eloszlásától. Az egyes biztosítók eltérő üzleti modelljeiből adódóan ez az eloszlás markánsan eltérő is lehet, és ez az eltérés a VTP becslését is jelentősen befolyásolhatja, illetve találhatók olyan fiktív üzleti modellek, amelyek

[12] Az MCR egy viszonylag egyszerű képlet alapján határozható meg, de nem lehet nagyobb, mint az SCR 45%-a (tehát kisebb, mint az SCR), de el kell érni egy tevékenységtől függő abszolút padlót, pl. életbiztosítóknál 3,7 millió eurót (azaz kis biztosítók esetén ez az alsó padló lehet nagyobb az SCR-nél).

esetén az eltérő eloszlások szélsőségesen eltérő tőkepuffert generálnak (ld. 4.2.1. fejezet).

Ezt a problémát – jelentős többletmunkával – megpróbálhatjuk úgy orvosolni, hogy a veszteségfüggvényt az SCR standard formulája moduljainak megfelelően komponenseire bontjuk, az egyes komponensekre meghatározzuk a megfelelő volatilitási tőkepuffer részt, és a megfelelő korrelációk alkalmazásával aggregáljuk.

Ettől a módszertől csak akkor várhatunk pontosabb és megbízhatóbb eredményt, ha ismerjük az egyes modulokhoz tartozó nem várt veszteség eloszlását. Ha csak a nem-életbiztosítási katasztrófakockázati modult vesszük alapul, akkor a veszteség eloszlása alapvetően eltér attól függően, hogy arányos vagy nem arányos viszontbiztosítási fedezettel rendelkezik-e.

Tehát az egyes modulok esetében is előfordulhat a fejezet első felében tárgyalt probléma, amit a moduláris megközelítéssel kívántunk megoldani. És bár elképzelhető, hogy az egyes moduloknál megalapozottabban lehet feltételezni a nem várt veszteség eloszlását, és így kisebb hibahatárral tudjuk az egyes modulok esetében a VTP-t becsülni, az egyes részeredmények aggregációja nem megoldott. Az SCR standard formulájában ugyan meg vannak adva az aggregáláshoz használandó korrelációk, de azok a 99,5%-os megbízhatósági szinthez (a 99,5%-os VaR-hoz) tartoznak, és semmi sem garantálja, hogy ugyanazon korrelációk alkalmasaka pl. 75%-os megbízhatósági szint esetében. Az eltérő diverzifikációs hatás jelentősen torzíthatja a végeredményt.

Vegyük például a *[–0,5; 0,5]X[–0,5; 0,5]*-es négyzeten egyenletes kétdimenziós *(X; Y)* eloszlás *X* és *Y* peremeloszlásait! Ezek a *[*-0,5; 0,5*]* intervallumon egyenletes eloszlású, 0 várható értékű, független valószínűségi változók, melyek *α*-hoz tartozó kvantilise *α-0,5*-tel egyeznek meg. Könnyen belátható, hogy a *Z=X+Y* valószínűségi változó megfelelő kvantilise $1-\sqrt{2\cdot(1-\alpha)}$ Ha a standard formulának megfelelően a $\sqrt{VaR_X^2+2\cdot\rho\cdot VaR_X\cdot VaR_Y+VaR_Y^2}$ módon szeretnénk az peremeloszlások VaR-ját aggregálni, akkor *α=99,5%* esetén *ρ=0,653*-del kellene az aggregálást elvégezni, míg *α=75%* esetén *ρ=0,314*-del. A 0,653-del történő aggregálás 55,2%-kal fölfele torzítaná az eredményt.

Másfelől a pontosabb becslésnél fontosabb, hogy a megcélozandó tőkeszintet alsó és felső korlátok közé lehessen szorítani, azaz meg tudjuk mondani, hogy az adott becslés alsó vagy fölső becslés. Kérdéses, hogy a moduláris megközelítéssel nem veszítünk-e többet az aggregálás problematikáján, mint amennyit nyerünk az egyes modulok pontosabb becsülhetőségével. Ez jelenleg nyitott kérdés.

Összegezve: A moduláris megközelítés nem csökkenti jelentősen a becsült volatilitási tőkepuffer megbízhatóságát, viszont a sokféle torzító hatás rontja az elméleti érték és a becslés esetleges diszharmóniájának átláthatóságát, ezért ezt a megközelítést a továbbiakban nem részletezem.

3.3. Empirikus megközelítés

A veszteségfüggvény megfelelő kvantilisét a szavatoló tőke vagy a tőkepozíció (tőketöbblet) változására vonatkozó tapasztalati adatok segítségével is becsülhetjük.

A tapasztalati VaR használhatóságához viszonylag sok megfigyelt értékre, azaz esetünkben hosszú idősorra van szükség. Például ahhoz, hogy a 90%-os szinthez tartozó tapasztalati kvantilis értékét ne automatikusan a legnagyobb érték határozza meg, legalább 15-20 adatra lenne szükségünk, ami 15–20 éves idősort jelent. Ezt a módszert nemcsak azért kell kizárni, mert ilyen hosszú S2-es idősorral nem rendelkezünk, hanem azért is, mert a használhatóság feltétele, hogy a megfigyelési értékek azonos eloszlású valószínűségi változótól származzanak, azaz hogy a biztosító kockázati profilja, illetve a környezet[13] ne változzon meg. Ezt még rövid időtávon belül sem lehet feltételezni.

A másik lehetőség, hogy feltételezzük, hogy a nem várt veszteség eloszlása valamely eloszláscsaládba tartozik, és a rendelkezésre álló adatokból a feltételezett eloszlás szükséges paramétereit becsüljük meg. Például az eloszlás szórását az empirikus szórás segítségével. A hiányzó paraméterek becslése is csak akkor ad megbízható eredményt, ha kellően sok megfigyelésünk, azaz kellően hosszú idősorunk van. Hosszabb időtávon viszont nem lehet garantálni az eloszlás változatlanságát, ami pedig szintén feltétele a módszer alkalmazhatóságának.

További feltétel mindkét esetben, hogy a megfigyelési értékek függetlenek legyenek egymástól. Kérdéses, hogy a nem várt veszteségek évenkénti értékei mennyire tekinthetők függetlennek.

A tapasztalati szóráshoz kapcsolt tőkepuffer logikus választás, hiszen a nem várt veszteségek szórása jellemzi leginkább azt a volatilitást, amivel szemben a VTP védi a biztosítót a tőkeelégtelenségtől. A veszteség eloszlásának (eloszlástípusának) ismerete nélkül azonban nem tudjuk megmondani, hogy például egy 2/3 (tapasztalati) szórásnyi tőkepuffer milyen szintű (valószínűségű) védelmet nyújt. Normális eloszlás esetén 75%-osat, de egyéb eloszlások esetén ez lehet túlzottan vagy nem kellően óvatos. A fentiekben említett tényezők (kellően hosszú idősor, az eloszlás és környezet változatlansága, függetlenség) még inkább megkérdőjelezik az így adódó becslés megfelelőségét.

A 4.3. fejezetben annak ellenére bemutatok tapasztalati adatokat, hogy a fentiek miatt azok alapján megfelelő VTP-t nem lehet meghatározni.

[13] A nem várt veszteség nemcsak magától a biztosító állományától, működésétől, hanem a környezettől is függ.

3.4. Időhorizont

A volatilitási tőkepuffer célja a tőkeelégtelenség elkerülése azon köztes időszakokban, amikor a biztosító nem határozza meg a tőkepozícióját. A minimális tőkeszükségletet és a szavatoló tőkét negyedévente, míg a szavatolótőke-szükségletet évente kell meghatározni. A biztosítóknak csak a legutoljára jelentett tőkeszükségleteknek kell megfelelni, így a tőkeszükségletek esetleges változása ellen a VTP-nek nem kell védelmet nyújtania. Ez azt jelenti, hogy a „köztes időszak” az az időszak, amikor a szavatoló tőkéről nincs információnk, azaz a tőkepuffernek egy negyedéves időhorizonton kell megfelelő szintű védelmet biztosítani. Másfelől a biztosítók sok esetben csak évente végeznek pontos számításokat az egyes eszközök, és főleg a kötelezettségek értékének meghatározására, illetve csak évente kell az adataikat auditáltatni, ami megkérdőjelezi a negyedéves értékék megbízhatóságát. A tőkepuffer az elnagyoltabb becslésekből eredő bizonytalanságok kiküszöbölését is célul tűzheti ki, ami fölveti az éves időhorizont szükségességét.

Ha X_i jelöli az *i*-edik negyedévben bekövetkező nem várt veszteséget ($X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$), és ismerjük a $VaR_\alpha(X)$ értékét, akkor bizonyos körülmények között meghatározhatjuk a $VaR_\alpha(X_1)$ értékét is. Például ha a VaR a szórással arányos (pl. normális eloszlás esetében), és feltesszük, hogy az X_i-k függetlenek és azonos eloszlásúak, akkor

$$VaR_\alpha(X_1) = \frac{VaR_\alpha(X)}{2}. \tag{4}$$

Azonban általában sem az arányosság, sem a függetlenség, sem az eloszlások azonossága nem teljesül.

Tegyük föl például, hogy egy biztosító kizárólag a hozamgörbe csökkenésére érzékeny. Az első negyedévben bekövetkezett jelentősebb nem várt veszteség azt jelenti, hogy a hozamgörbe jelentősen lesüllyedt. Ekkor viszont a hozamgörbe már nem tud a második negyedévben olyan mértékben tovább csökkenni, hogy még egyszer ilyen mértékű vesztesége keletkezzen. Tehát X_1 értéke az X_2 eloszlását is befolyásolja, nemcsak az értékét.

A továbbiakban az egyéves időhorizonthoz tartozó VTP-t keressük.

4. A volatilitási tőkepuffer becslése

A feladat egy nulla várható értékű valószínűségi változó α kvantilisének meghatározása a 99,5%-os kvantilisének ismeretében. Látni fogjuk, hogy ha nem teszünk föl semmit az X eloszlásáról, akkor a $vtp_\alpha = \dfrac{VTP_\alpha}{SRC}$ arányra bármilyen érték is adódhat.

Kézenfekvő abból kiindulni, hogy az X normális eloszlású. Ebben az esetben egyszerűen, a konkrét eloszlás paramétereitől függetlenül megkapjuk a VTP értékeit az α függvényében. Kiindulási, viszonyítási értékként ezt fontolóra is vehetjük, egy biztosító veszteségének eloszlása azonban jelentősen eltérhet a normálistól. Tipikusan ez a helyzet, amikor a biztosító jelentős kockázatokat vagy hosszú kifutású kötelezettségeket vállal, és így nagy veszteség is előfordulhat, míg a nyereség nagysága viszonylag korlátozott (azaz az eloszlás jobbra ferdül[14]), illetve amikor nagyobb veszteségek is nem elhanyagolható valószínűséggel fordulhatnak elő („vastagabb farkú"[15] eloszlás). Ezért érdemes megvizsgálni a többi, szóba jöhető eloszláscsaládot is.

A valós veszteségeloszlások legfeljebb jobb-rosszabb közelítéssel tartoznak valamelyik eloszláscsaládba, ezért az eloszlás általánosabb tulajdonságai alapján történő megszorítások vizsgálata is hasznos lehet a gyakorlati alkalmazás szempontjából.

4.1. A veszteség eloszlásának típusára (eloszláscsaládjára) vonatkozó feltételezések alapján

A fejezet célja kettős. Egyfelől betekintést kaphatunk, hogy milyen VTP-értékek adódnának, ha tudnánk, hogy az *X* valószínűségi változó milyen típusú. Másfelől az eredmények azt mutatják, hogy a jobbra ferdült, illetve vastagabb farkú tulajdonságok csökkentik a tőkepuffer mértékét, azaz a normalitás feltételezésével kapott értékek egyfajta felső becslésként foghatók fel.

A fejezet a nevezetes eloszláscsaládokat az okvetlenül szükségesnél kicsit részletesebben taglalja, hogy azok is el tudják helyezni az adódott értékeket (azok milyen esetben közelíthetik egyes biztosítók veszteségeloszlásait, az eredmény mennyire lehet reális), akik az egyes eloszláscsaládok sajátosságait kevésbé ismerik.

4.1.1. Ha feltesszük, hogy X normális eloszlású

Ebben az esetben

$$VTP_\alpha = \phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma + m, \qquad (5)$$

ahol Φ^{-1} a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényének inverze, σ az *X* szórása, *m* az *X* várható értéke. $E(X)=0$ alapján $m=0$.

Másfelől ($m = 0$-t fölhasználva)

$$SRC = \phi^{-1}(99{,}5\%)\cdot\sigma, \text{ ahonnan} \qquad (6)$$

[14] Egy eloszlás ferdeségét többféleképpen lehet meghatározni. A leginkább elfogadott mérték a Pearson-féle ferdeség, mely nem más, mint a standardizált eloszlás harmadik momentuma (a harmadik hatványának várható értéke). Jobbra ferde az eloszlás, ha harmadik centrális momentuma pozitív. Egy veszteség eloszlása esetén ez azt jelenti, hogy nem várt nagy veszteség inkább előfordulhat, mint nem várt nagy nyereség.

[15] Intuitíve az Y veszteség eloszlása vastagabb farkú az *X* eloszlásánál, ha *Y* esetében a nagyon nagy károk nagyobb valószínűséggel fordulnak elő, mint az *X* esetében, és ez a reláció fokozódik az egyre nagyobb károknál.

$$\sigma = \frac{SCR}{\phi^{-1}(99{,}5\%)}. \text{ Behelyettesítve:} \tag{7}$$

$$VTP_\alpha = \frac{\phi^{-1}(\alpha)}{\phi^{-1}(99{,}5\%)} \cdot SCR \tag{8}$$

ami praktikusan *(1+vtp*$_\alpha$*)* - szoros tőkemegfelelési elvárást jelent, ahol

$$vtp_\alpha = \frac{\phi^{-1}(\alpha)}{\phi^{-1}(99{,}5\%)}. \tag{9}$$

Az így adódó tőkepuffer értéke könnyen meghatározható, az egyes szintekhez tartozó értékeket az *1. táblázat*ban találjuk. Például 126,2%-os tőkemegfelelés esetén a biztosító 75%-os valószínűséggel egy év elteltével is megfelel a (régi) tőkeszükségletnek, 90%-os megbízhatóság megvalósításához már csaknem 150%-os tőkeszint szükséges.

1. táblázat
Volatilitási tőkepuffer az SCR százalékában – normális eloszlás

α	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%
vtp_α	0,0%	4,9%	9,8%	15,0%	20,4%	26,2%	32,7%	40,2%	49,8%	63,9%

Forrás: Saját számítás.

4.1.2. Ha feltesszük, hogy X egyéb nevezetes eloszláscsaládba tartozik

Mielőtt a nevezetes eloszláscsaládokra térünk, tegyünk néhány kitérőt! A szóban forgó *X* valószínűségi változóról feltételezzük, hogy várható értéke nulla. A szóba jöhető eloszlások többségénél (pl. exponenciális, lognormális, Pareto) azonban *E(X)>0*. Ilyen esetben vagy az *X'=X–E(X)* transzformált valószínűségi változó kvantiliseit kell vizsgálni, vagy (ami végső soron ugyanaz) a kvantilisek várható értéktől való távolságát.

A fejezet hátralévő részében a vtp_α tőkepufferarányt keressük:

$$vtp_\alpha = \frac{VTP_\alpha}{SCR} = \frac{VaR_\alpha(X) - E(X)}{VaR_{99{,}5\%}(X) - E(X)}. \tag{10}$$

Ha *Y* valószínűségi változó az *X* egy konstansszorosa (azaz egy biztosító nem várt veszteségei mindig éppen megegyeznek egy másik biztosító nem várt veszteségeinek pl. hétszeresével), akkor *Y*-ra ugyanaz a vtp_α érték adódik, hiszen $VaR_\alpha(c \cdot X) = c \cdot VaR_\alpha(X)$, illetve $E(c \cdot X) = c \cdot E(X)$, azaz (10)-ben lehet *c*-vel egyszerűsíteni[16].

[16] *Itt értelemszerűen csak a c>0 eset jöhet szóba, hiszen c<0 esetén a veszteségből nyereség lesz, és fordítva.*

Következésképpen a vtp_{α} értéke érzéketlen az eloszlás lineáris transzformációjára (eltolásinvariancia). (Például az előző fejezetben is elég lett volna csak a standard normális eloszlást vizsgálni.)

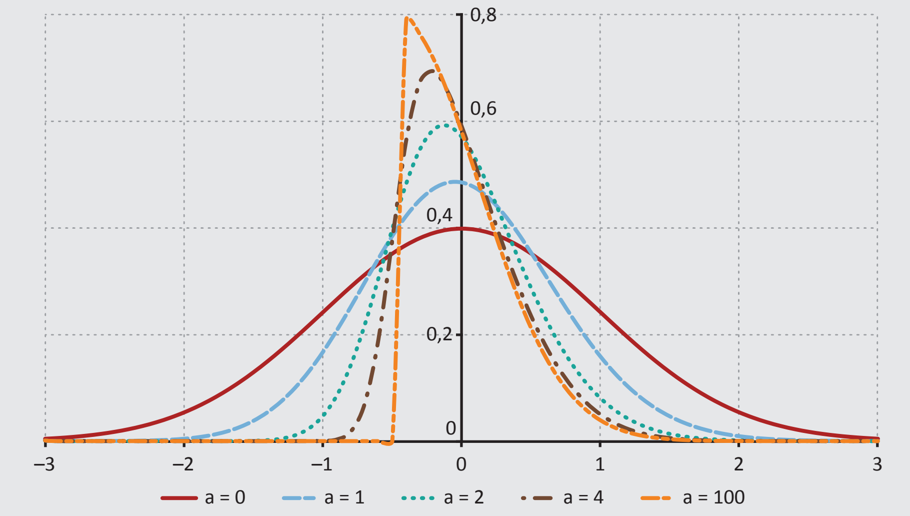
4.1.2.1. Ferde normális eloszlás

A ferdültség tőkepufferre gyakorolt hatását a ferde normális eloszláson keresztül szemléltetem. Az eloszlás sűrűségfüggvénye

$$f(x)=2\varphi(x)\phi(ax), \quad (11)$$ [17]

ahol φ és a ϕ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye, illetve sűrűségfüggvénye[18]. Az *a* paraméter határozza meg az eloszlás ferdeségét. *a = 0* esetén a standard normális eloszlást kapjuk, *a> 0* esetén jobbra, *a< 0* esetén balra ferde eloszlást. Minél nagyobb az *a* paraméter abszolút értéke, annál ferdébb lesz az eloszlás[19].

1. ábra
A 0 várható értékűre, 1 szórásúvá transzformált ferde normális eloszlás sűrűségfüggvénye



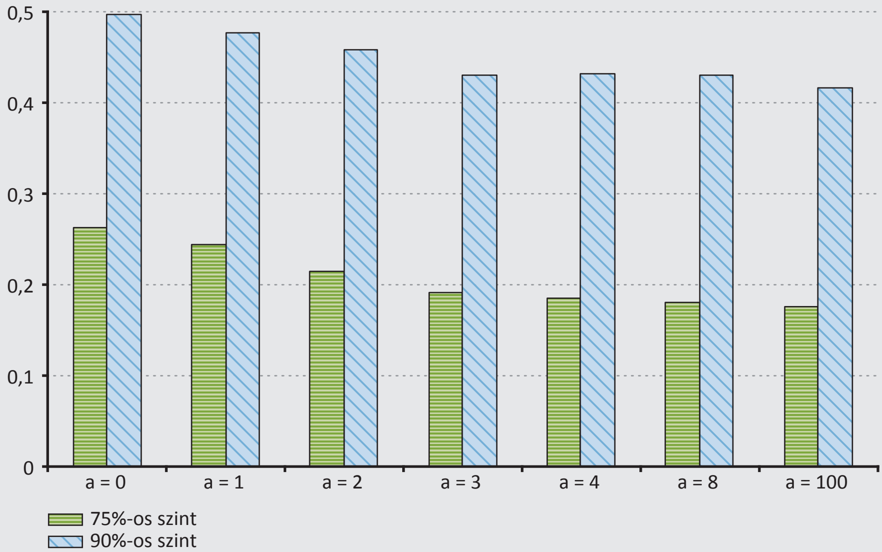
Forrás: Saját számítás.

[17] *Az Y = aX+b lineáris transzformált eloszlásfüggvénye* $g(x)=2\varphi\left(\frac{x-b}{a}\right)\phi\left(\alpha\left(\frac{x-b}{a}\right)\right)$*. Ezek alkotják a teljes ferde normális eloszláscsaládot. A volatilitási tőkepuffer mértéke azonban invariáns a lineáris transzformációra, ezért elég a standardizált verziót vizsgálni.*

[18] *bővebben ld. Azzalini1 – azzalini.stat.unipd.it*

[19] *Nemcsak „ránézésre", de a matematikai értelemen is.*

2. ábra
A $vtp_{75\%}$ és $vtp_{90\%}$ értéke különböző a paraméterek mellett



Forrás: Saját számítás.

A százezer mintás szimulációs futtatások[20] egyértelműen mutatják (*2. ábra*), hogy vtp_α annál kisebb, minél inkább jobbra ferdül az eloszlás. Például *a = 4* mellett már egy 118,6%-os tőkemegfelelés is 75%-os védelmet biztosít, ami normális eloszlás esetén (*a = 0*) csak 126%-os tőkeszint mellett valósult meg.

2. táblázat
vtp_α értékei ferde normális eloszlás esetén különböző *a* paraméterek mellett

	a = 0	a = 1	a = 2	a = 3	a = 4	a = 8	a = 100
65%	15,0%	13,6%	10,6%	8,6%	7,8%	7,2%	6,7%
75%	26,2%	24,5%	21,4%	19,0%	18,6%	18,0%	17,5%
85%	40,4%	38,0%	35,7%	33,2%	32,9%	32,7%	31,8%
95%	63,9%	61,9%	60,7%	58,3%	58,8%	58,6%	57,5%

Megjegyzés: százezer mintás szimuláció alapján
Forrás: Saját számítás.

Arató (*1995*) szerint a leggyakrabban alkalmazott káreloszlások az exponenciális, a lognormális, a Pareto, illetve a gamma és a Weibull, ezért annak ellenére érdemes ezeknél az eloszláscsaládoknál is megvizsgálni a volatilitási tőkepuffer értékét, hogy

[20] *Azzalini2 – azzalini.stat.unipd.it alapján*

a nettó eszközérték volatilitásáért általában nem elsősorban a károk volatilitása felelős.

4.1.2.2. Exponenciális eloszlás

Az exponenciális eloszlással egy olyan berendezés élettartamát lehet modellezni, ahol a tönkremenetel valószínűsége nem függ a berendezés korától („örök ifjú" eloszlás). Sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x}\ (x>0) \tag{12}$$

viszonylag gyorsan lecseng, de jelentősen jobbra ferdül. Várható értéke *E(X)=1/λ*, így a nem várt veszteség *X-1/λ*. Könnyen levezethető

$$vtp_\alpha=\frac{\ln(1-\alpha)-1}{\ln(1-99{,}5\%)-1}, \tag{13}$$

azaz vtp_α nem függ a *λ* paramétertől. Ezt az eltolásinvariancia alapján is tudhattuk, hiszen a *λ* paraméter megváltoztatása mindössze az eloszlás lineáris transzformációját eredményezi.

3. táblázat
Volatilitási tőkepuffer az SCR százalékában

α	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%
vtp_α	–7,1%	–4,7%	–1,9%	1,2%	4,7%	9,0%	14,2%	20,9%	30,3%	46,4%

Megjegyzés: A negatív vtp_α értékek abból adódnak, hogy (az exponenciális eloszlás erős ferdesége miatt) VaR_α még viszonylag magas megbízhatósági szint mellett is kisebb, mint a várható érték.
Forrás: Saját számítás.

4.1.2.3. Lognormális eloszlás

Egy valószínűségi változó eloszlása lognormális, ha logaritmusa normális eloszlású. Vagy másképpen: ha *X* valószínűségi változó normális eloszlású, akkor e^X lognormális eloszlású. Ennek megfelelően sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi x}}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\ (x>0). \tag{14}$$

Innen adódik

$$VaR_\alpha=e^{\phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma+\mu} \quad \text{és} \quad E(X)=e^{\frac{\sigma^2}{2}+\mu}, \tag{15}$$

ami alapján

$$vtp_\alpha=\frac{e^{\left(\phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma+\mu\right)}-e^{\frac{\sigma^2}{2}+\mu}}{e^{\left(\phi^{-1}(99{,}5\%)\cdot\sigma+\mu\right)}-e^{\frac{\sigma^2}{2}+\mu}}=\frac{e^{\phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma}-e^{\frac{\sigma^2}{2}}}{e^{\phi^{-1}(99{,}5\%)\cdot\sigma}-e^{\frac{\sigma^2}{2}}}, \tag{16}$$

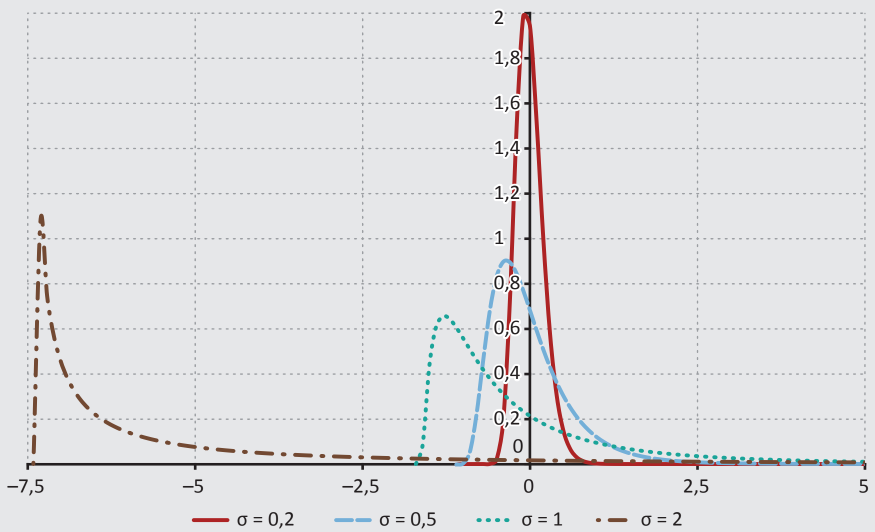
azaz vtp_α nem függ a μ-től (Φ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye). Ez is következik az eltolás-invarianciából, hiszen az $Y = \frac{x}{e^\mu}$ sűrűségfüggvénye

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{(\ln x)^2}{2\sigma^2}} \tag{17}$$

azaz a $\mu = 0$ értéket egy lineáris transzformációval el lehet érni.

A σ növelésével az eloszlás egyre inkább jobbra ferdül. Pearson ferdesége $\gamma = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}\left(2 + e^{\sigma^2}\right)$ rendkívül gyorsan nő a σ függvényében. $\sigma < 2\Phi^{-1}(\alpha)$ esetében[21] a tapasztalatok alapján (*4. ábra*) *a* vtp_α *értéke a* σ*, tehát az eloszlás ferdeségének növelésével egyre kisebb lesz*.

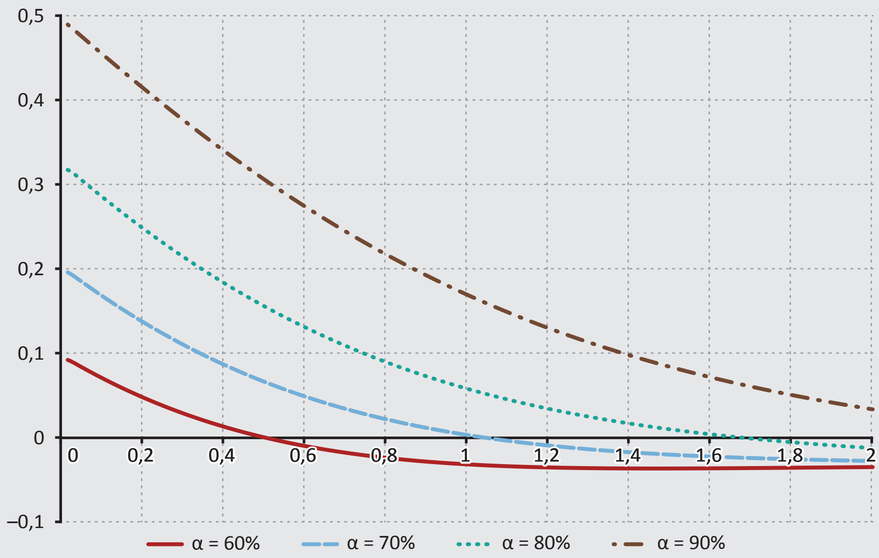
3. ábra
A nulla várható értékűre eltolt lognormális eloszlás sűrűségfüggvénye különböző σ-k esetén



Forrás: Saját számítás.

[21] $\sigma = 2$ esetén már oly mértékben dől a sűrűségfüggvény, hogy már a 80%-os kvantilis is kisebb a várható értéknél, ami miatt $vtp_\alpha < 0$. Negatív VTP akkor adódik, ha $2\Phi^{(-1)}(99{,}5\%) > \sigma > 2\Phi^{-1}(\alpha)$.

4. ábra
***vtp*$_\alpha$ értéke a σ paraméter függvényében**



Forrás: Saját számítás.

Ha a σ-val nulla felé közelítünk, akkor az eloszlás ferdesége nullához tart, és a vtp_α értékek egyre inkább közelítik (alulról) a normális eloszlás esetében kapott értékeket, amit könnyen be lehet bizonyítani formálisan is, (16)-ot fölhasználva (szintén könnyen levezethető)

$$\lim_{\sigma\to 0} vtp_\alpha = \lim_{\sigma\to 0} \frac{e^{\phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma} - e^{\frac{\sigma^2}{2}}}{e^{\phi^{-1}(99,5\%)\cdot\sigma} - e^{\frac{\sigma^2}{2}}} = \frac{\phi^{-1}(\alpha)}{\phi^{1}(99,5\%)} \tag{18}$$

ami (9) alapján éppen a normális eloszlásra adódott vtp_α-val egyezik meg.

4. táblázat
***vtp*$_\alpha$ értékei lognormális eloszlás esetén különböző σ paraméterek mellett**

	σ = 1E-10	σ = 0,1	σ = 0,2	σ = 0,5	σ = 1	σ = 2
65%	15,0%	11,9%	9,2%	3,2%	-1,6%	-3,2%
75%	26,2%	22,4%	19,0%	10,8%	2,7%	-2,1%
85%	40,2%	36,1%	32,1%	21,9%	10,2%	0,3%
95%	63,9%	60,2%	56,5%	45,9%	30,7%	11,8%

Forrás: Saját számítás.

4.1.2.4. Pareto-eloszlás

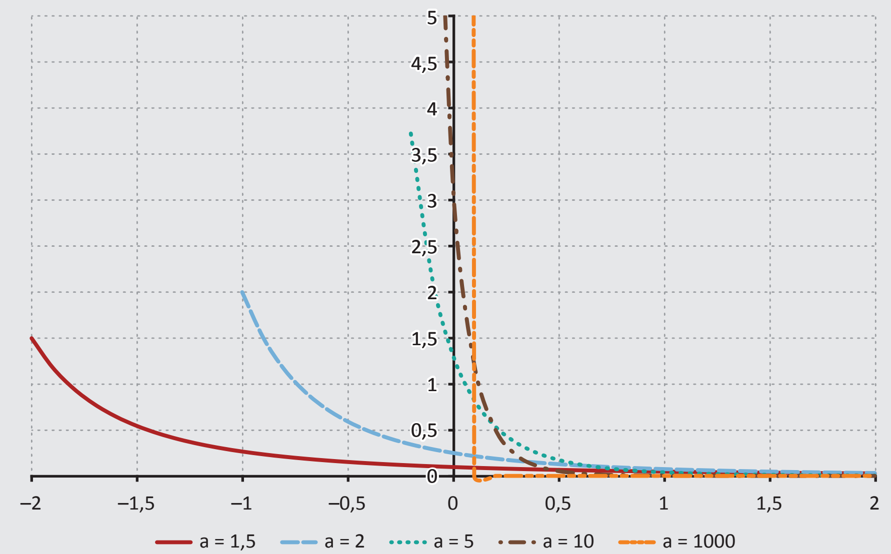
A Pareto-eloszlás az exponenciális eloszlással áll hasonló viszonyban, mint a log-normális a normálissal: ha *X (a; c)* paraméterű Pareto-eloszlású, akkor $\ln\left(\frac{x}{c}\right)$ *a* paraméterű exponenciális eloszlású (*Arató 1995*). Sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\frac{a\cdot c^{a}}{x^{a+1}}, \tag{19}$$

ha *x>c*, egyébként 0. A *c* paraméter változtatása csak egy lineáris transzformációt jelent, ami nem befolyásolja a tőkepuffer értékét. Könnyen levezethető

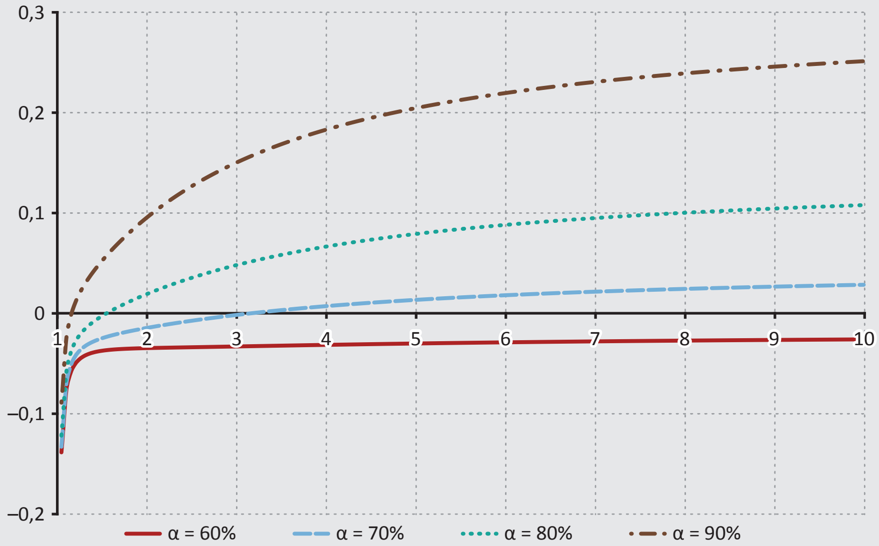
$$vtp_{\alpha}=\frac{(1-\alpha)^{-\frac{1}{a}}-\frac{a}{a-1}}{(1-0{,}995)^{-\frac{1}{a}}-\frac{a}{a-1}}. \tag{20}$$

5. ábra
A nulla várható értékűre eltolt Pareto-eloszlás sűrűségfüggvényei különböző *a*-k esetén *(c = 1)*



Forrás: Saját számítás.

6. ábra
***vtp_α* értéke az *a* paraméter függvényében**



Forrás: Saját számítás.

Ha $a \le 1$, az eloszlás várható értéke végtelen, így csak 1-nél nagyobb *a* mellett van értelme a vtp_α meghatározásának. *a* növelésével az eloszlás egyre vékonyabb farkú, egyre kevésbé ferdül jobbra[22] (*7. ábra*). A tapasztalatok szerint a számunkra érdekes esetekben (ahol $VaR_\alpha(X) > E(X)$) az *a* növelésével, egyre nagyobb tőkepuffer adódik bármely rögzített megbízhatósági szint esetén, tehát itt is igaz, hogy a ferdeség növelésével, illetve az eloszlás farokrészének vastagításával csökken a vtp_α értéke.

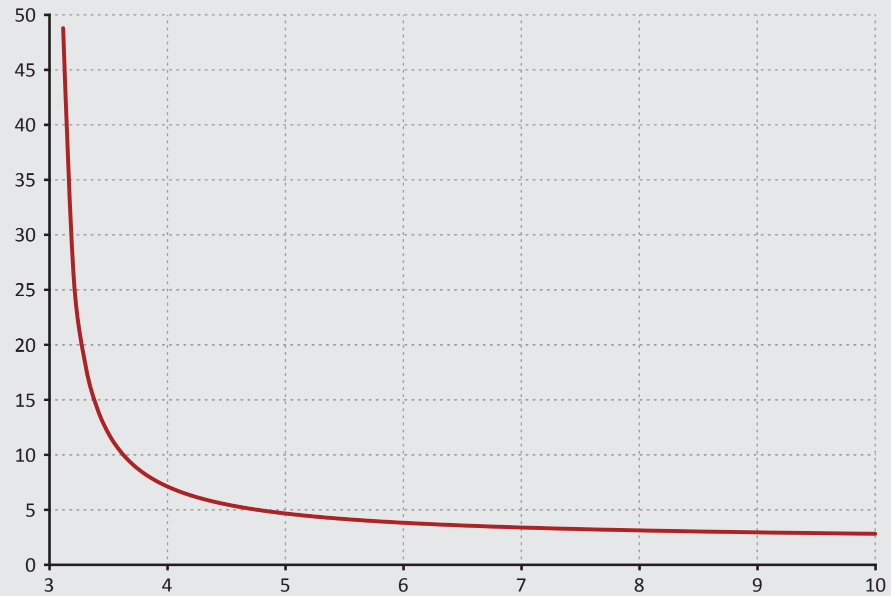
Inkább elméleti szempontból érdekes a vtp_α határértékét vizsgálni, ha az *a* a végtelenbe tart. Könnyen levezethető

$$\lim_{a\to\infty} vtp_\alpha = \frac{\ln(1-\alpha)+1}{\ln(1-99{,}5\%)+1}, \tag{21}$$

ami csak akkor pozitív, ha $\alpha > 1-\frac{1}{e} \sim 63{,}2\%$, azaz 63,2%-nál kisebb megbízhatósági szint esetén minden Pareto-eloszlású veszteségfüggvénynél negatív volatilitási tőkepuffer adódik. Általában $VaR_\alpha(X) > E(X)$ akkor teljesül, ha $\alpha > 1-\left(1-\frac{1}{a}\right)^a$. Az egyes *a*-hoz tartozó küszöb α-kra az *5. táblázat* ad eligazítást.

[22] Könnyen belátható, hogy a Pearson-ferdesége $\gamma = \frac{2(a+1)}{a-3}\sqrt{\frac{a-2}{a}}$ $(a>3)$ monoton csökken a-ban.

7. ábra
A Pareto-eloszlás Pearson-ferdesége az *a* paraméter függvényében *(c = 1)*



Forrás: Saját számítás.

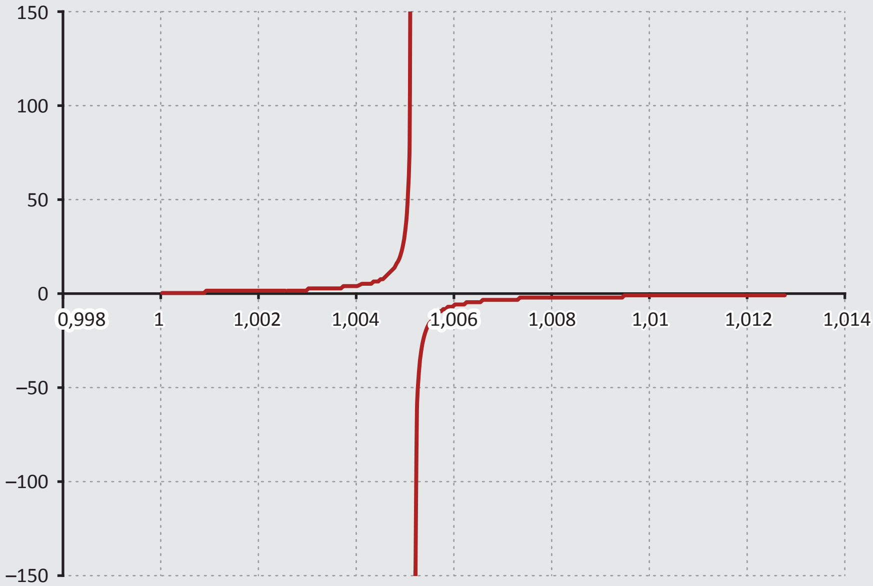
5. táblázat
***vtp*$_\alpha$ értékei Pareto-eloszlás esetén különböző *a* paraméterek mellett**

	a = 1,5	a = 2	a = 5	a = 10	a = 1000	a = 1E+09
60%	–3,7%	–3,4%	–3,0%	–2,6%	–2,0%	–1,9%
65%	–3,2%	–2,6%	–1,0%	–0,1%	1,1%	1,2%
75%	–1,5%	0,0%	4,3%	6,4%	9,0%	9,0%
85%	1,7%	4,8%	12,9%	16,6%	20,8%	20,9%
95%	14,0%	20,4%	34,9%	40,5%	46,4%	46,4%

Forrás: Saját számítás.

Az egyes eloszláscsaládok esetében a paraméterek változtatásával nemcsak a VaR_α és $VaR_{99,5\%}$ várható értéktől vett távolsága változik, hanem az ezek közötti viszony is. Ha $\alpha < 99,5\%$, akkor $VaR_\alpha < VaR_{99,5\%}$, de a várható érték bárhol elhelyezkedhet ezekhez viszonyítva. Például, ha az *a* paraméterrel jobbról közelítünk az 1-hez, akkor mindhárom érték növekszik, de a várható érték növekszik a leggyorsabban, először a VaR_α majd a $VaR_{99,5\%}$ értékét „előzi be”. Így a $vtp_\alpha = \frac{(1-\alpha)^{-1/a} - \frac{a}{a-1}}{(1-0,995)^{-1/a} - \frac{a}{a-1}}$, mint az *a* paraméter függvénye, bármely *α < 99,5%* esetén negatívvá válik, és először a mínusz végtelenhez tart, majd egy szakadást követően a plusz végtelen felől az 1-hez[23] (*8. ábra*). Azaz Pareto-eloszlást feltételezve is a volatilitási tőkepufferre bármilyen érték is adódhat (ld. még a 4.2.1. fejezetet).

8. ábra
vtp_α viselkedése *a = 1* közelében *(α = 75%)*



Forrás: Saját számítás.

4.1.2.5. Gamma eloszlás

A gamma eloszlás sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\frac{\lambda^p x^{p-1}e^{-\lambda x}}{\Gamma(p)}, \qquad (22)$$

ami *p=1* esetén épp az exponenciális eloszlás sűrűségfüggvényével egyezik meg. (*Γ(p)* a gamma függvény[24].) $p \le 1$ esetén *f(x)* a végtelenhez tart, ha *x* (pozitív oldalról) tart a nullához, $p > 1$ esetén pedig a nullához. A *p* növelése vékonyítja az eloszlás farkát[25] és csökkenti a ferdeséget, míg a *λ* változtatása csak egy lineáris transzformációt jelent, tehát számunkra indifferens.

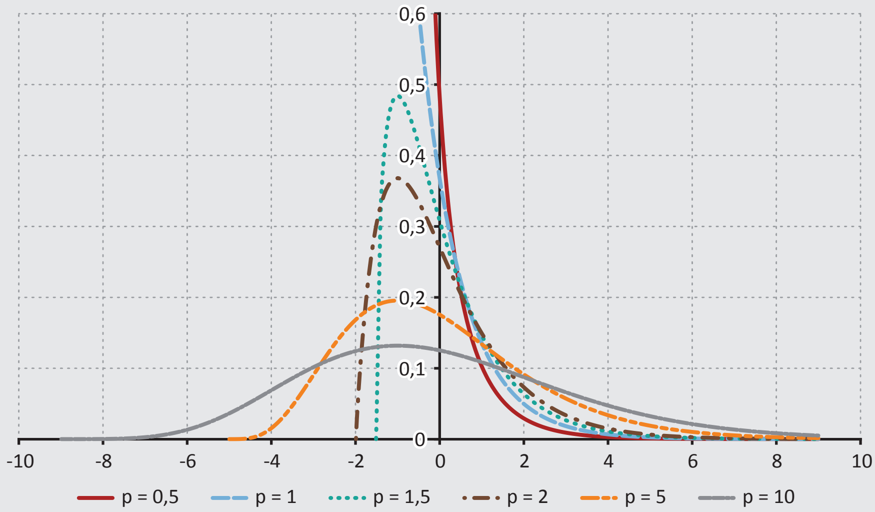
[23] Ez utóbbit nem nehéz belátni.

[24] $\Gamma(p)=\int_0^\infty t^{p-1}e^{-t}\,dt$ a faktoriális függvény kiterjesztése: *Γ(n)=(n-1)!,* ha *n* nemnegatív egész szám.

[25] A *p* növelése az alábbi értelemben vékonyítja az eloszlás farkát: *X* eloszlása vastagabb farkú, mint az *Y* eloszlása, ha a standardizáltjuk *f(x)* és *g(x)* sűrűségfüggvényeire teljesül, hogy $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\infty$.

Gamma eloszláshoz jutunk p db teljesen független λ paraméterű exponenciális eloszlás konvolúciója[26] által is (*Bowers et al. 1997*). A centrális határeloszlás tétel következtében a gamma eloszlás standardizáltjának[27] eloszlása a p növelésével egyre inkább közelít a standard normális eloszláshoz. Így – miután a vtp_α invariáns az eloszlás lineáris transzformációjára – nem meglepő, hogy nagy p esetén adódó vtp_α értékek nagyon hasonlítanak a normális eloszlás esetén kapott számokhoz.

9. ábra
A nulla várható értékűre eltolt gamma eloszlás sűrűségfüggvényei különböző *p*-k esetén *(λ = 1)*

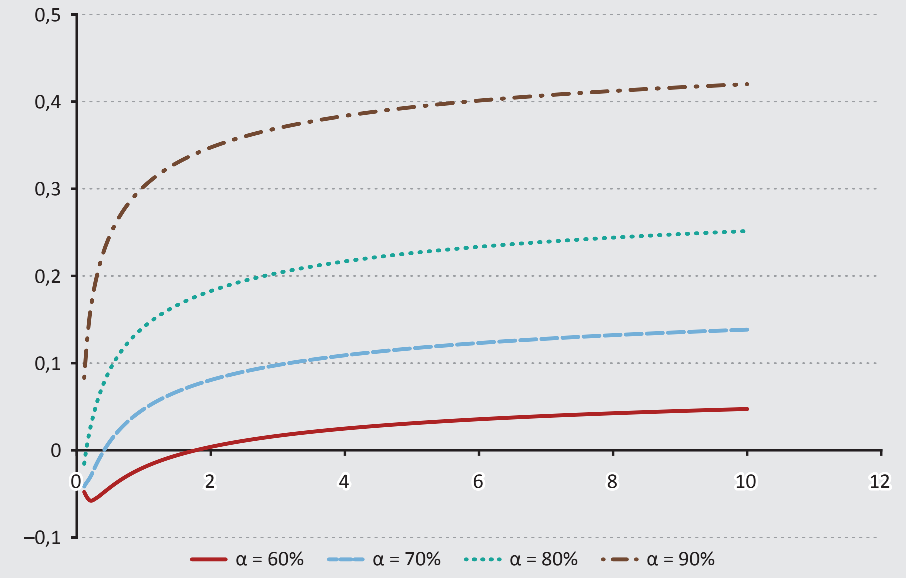


Forrás: Saját számítás.

[26] Valószínűségi változók összegének eloszlása az egyes eloszlások konvolúciója.

[27] Az X valószínűségi változó standardizálta az X olyan lineáris transzformáltja, aminek várható értéke nulla, szórása *1:* $X' = (X - E(X))/D(X)$, ahol $E(X)$ a várható érték, $D(X)$ a szórás, feltéve, hogy ezek léteznek.

10. ábra
***vtp_α* értéke a *p* paraméter függvényében**



Forrás: Saját számítás.

A tapasztalatok alapján vtp_α értéke a pozitív tartományon rögzített α esetében növekszik, ha *p* nő, azaz itt is teljesül, hogy a ferdeség növelésével, illetve az eloszlás farokrészének vastagításával csökken a tőkepuffer értéke.

6. táblázat
***vtp_α* értékei gamma eloszlás esetén különböző *p* paraméterek mellett**

	0,5	1	1,5	4	10	1000	1E+09
65%	-1,8%	1,2%	2,9%	6,5%	9,1%	14,3%	15,0%
75%	4,7%	9,0%	11,3%	15,9%	19,1%	25,4%	26,2%
85%	15,6%	20,9%	23,6%	28,9%	32,5%	39,4%	40,2%
95%	41,3%	46,4%	48,9%	53,8%	57,1%	63,1%	63,9%

Forrás: Saját számítás.

4.1.2.6. Weibull-eloszlás

A Weibull-eloszlás szintén az exponenciális eloszlás kiterjesztése. Sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\frac{k}{\lambda}\cdot\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}\cdot e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k}}\quad (x\geq 0,k,\lambda>0). \tag{23}$$

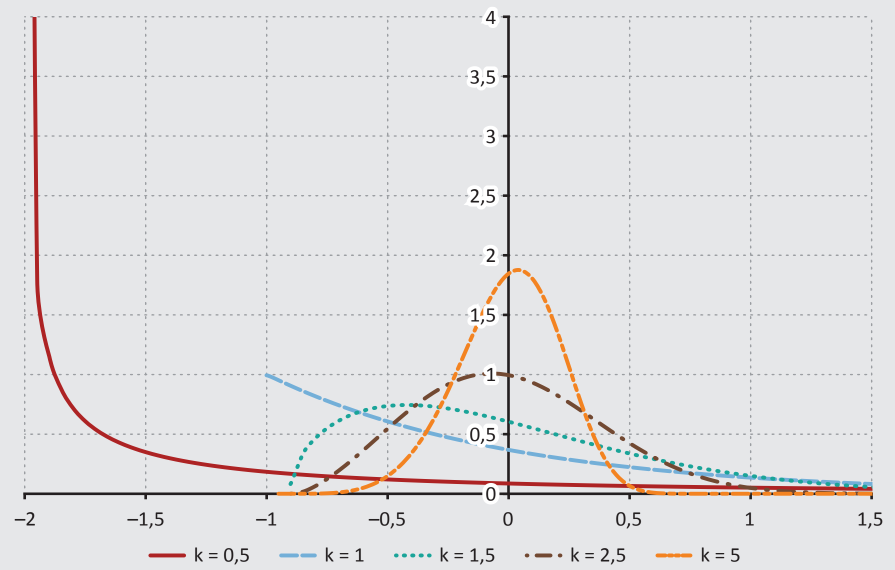
A tönkremenésig (halálozásig) eltelt időt lehet ezzel modellezni. $k<1$ esetén az idő előrehaladtával csökkenő (pl. csecsemőhalandóság), $k>1$ esetén növekvő (pl. gépkopás, időskori halandóság) valószínűségű véget, $k=1$ esetén időtől független tönkremenetelt (pl. villanykörte) modellez. A k növelése csökkenti az eloszlás ferdeségét, és vékonyítja az eloszlás farkát (*ld. 23. lábjegyzet*).

A tőkepuffer mértéke itt is könnyen levezethető:

$$vtp_{\alpha}=\frac{\left(-\ln(1-\alpha)\right)^{\frac{1}{k}}-\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)}{\left(-\ln(1-99{,}5\%)\right)^{\frac{1}{k}}-\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)}, \tag{24}$$

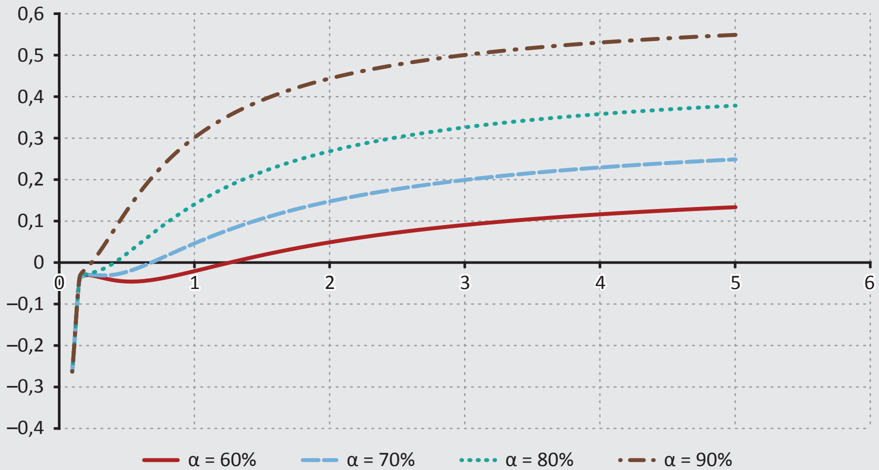
ahol Γ a már korábban említett gamma függvény. A kapott kifejezés az eltolásinvariancia miatt nem függ λ-tól.

11. ábra
A nulla várható értékűre eltolt Weibull-eloszlás sűrűségfüggvényei különböző *k* paraméterek esetén *(λ = 1)*



Forrás: Saját számítás.

12. ábra
***vtp_α* értéke a *k* paraméter függvényében**



Forrás: Saját számítás.

A tapasztalatok alapján vtp_α a pozitív tartományon monoton növekszik, ha a *k* értékét növeljük[28], azaz itt is fönnáll, hogy a nagyobb ferdeséghez, illetve vastagabb farkú eloszláshoz kisebb tőkepuffer tartozik. *k*-val *0* felé tartva egyre nagyobb megbízhatósági szinteken is negatív tőkepuffer adódik. Belátható, hogy ha a *k* értékét minden határon túl növeljük, akkor a vtp_α határértéke

$$\lim_{k\to\infty} vtp_\alpha = \frac{\ln(-\ln(1-\alpha))-\gamma}{\ln(-\ln(1-99{,}5\%))-\gamma}, \tag{25}$$

ahol γ az Euler–Mascheroni gamma (~0,5772) (*Jeffrey C. Lagarias 2013*).

7. táblázat
***vtp_α* értékei Weibull-eloszlás esetén különböző *k* paraméterek mellett**

	0,5	1	1,5	2,5	5	1000
65%	-3,4%	1,2%	6,1%	12,5%	19,2%	27,8%
75%	-0,3%	9,0%	15,9%	23,8%	31,3%	40,2%
85%	6,1%	20,9%	29,5%	38,1%	45,7%	54,2%
95%	26,8%	46,4%	55,0%	62,6%	68,5%	74,6%

Forrás: Saját számítás.

[28] Ha *α≥75%*, akkor a tapasztalatok alapján, a vtp_α végig monoton nő *k*-ban. Az állítás formálisan nincs bizonyítva.

4.2. Az eloszlás általános jellemzői alapján végzett becslések

4.2.1. Tetszőleges eloszlás

Egy biztosító veszteségének valódi eloszlása egyik eloszláscsaládba sem tartozik, azaz bármely eloszláscsaládot is feltételezzük, nem garantálható, hogy az az alapján meghatározott tőkepuffer a megcélzott megbízhatósági szinten garantálja az előírt tőkemegfelelést a köztes időszakban. Lehet-e találni olyan univerzális $p\_felső_\alpha$, illetve $p\_alsó_\alpha$ paramétert, hogy tetszőleges nulla várható értékű *X* eloszlásfüggvény esetén

$$p\_\text{alsó}_\alpha \cdot VaR_{99,5\%}(X) \le VaR_\alpha(X) \le p\_\text{felső}_\alpha \cdot VaR_{99,5\%}(X)? \qquad (26)$$

A 4.2.2.4. fejezetben láthattuk, hogy ilyen univerzális paraméterek még akkor sem léteznek, ha az *X*-ről azt feltételezzük, hogy Pareto-eloszlású. Itt azonban az igazán érdekes esetre, amikor a várható érték mind a $VaR_\alpha(X)$-nél, mind a $VaR_{99,5\%}(X)$-nél nagyobb, kaptunk egy $\frac{\ln(1-\alpha)+1}{\ln(1-99,5\%)+1}$ abszolút felső korlátot.

Az alábbi egyszerű példák mutatják, hogy ha az *X*-ről nem tételezünk föl semmi (az *E(X)=0*-n kívül), akkor a

$$\frac{VaR_\alpha(X)}{VaR_{99,5\%}(X)} = \frac{VaR_\alpha(X)}{SRC} \qquad (27)$$

hányados akármekkora is lehet.

Tekintsük az alábbi eloszláscsaládot, amelynek sűrűségfüggvénye[29]:

$$f(x) = \begin{cases} A, ha\ 0 \le x < 1 \\ B, ha\ 1 \le x \le b+1 \\ 0\ egyébként \end{cases} \qquad (28)$$

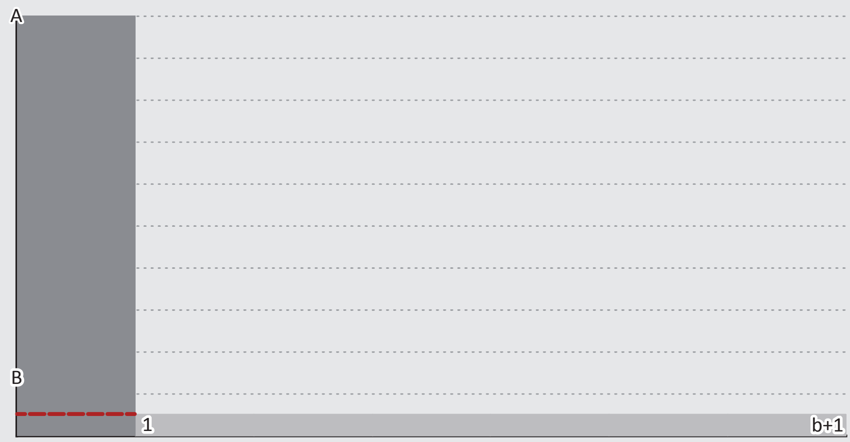
A = 0,995, B = 0,0000125, b = 400 mellett az *X* várható értéke *E(X) = 1,5*, míg a 99,5%-os kvantilise $VaR_{99,5\%}(X) = 1$ lesz. Ha egy biztosító vesztesége ilyen eloszlású lenne, az azt jelentené, hogy a nem várt veszteségének a 99,5%-os kvantilise, azaz szavatolótőke-szükséglete $SCR = VaR_{99,5\%}(X) - E(X) = -0,5$, azaz negatív lenne. Ha rögzített *B = 0,0000125* mellett az *A*-t fokozatosan csökkentjük a kritikus 0,99499368712625 értékre (és ezzel együtt a *b*-t úgy növeljük, hogy az *f(x)* sűrűségfüggvény maradjon[30]), a $VaR_{99,5\%}(X) – E(X)$ negatív oldalról fokozatosan tart nullához, miközben tetszőleges $\alpha < 99\%$-os megbízhatóság mellett a $VaR_\alpha(X)$ mindig –1,5 és –0,5 közé esik, azaz

$$\lim \frac{Var_\alpha(X) - E(X)}{SCR - E(X)} = +\infty \qquad (29)$$

[29] *Lehetne konstruálni olyan portfóliót, amelynek hasonló az eloszlása, és így a fenti körülmények illenének az így konstruált biztoítóra, de a valóságban ilyen veszteségeloszlás nem fordul elő.*

[30] Azaz az *f(x)* alatti terület, esetünkben *A*1+b*B = 1* legyen.

13. ábra
A példában szereplő eloszlás sűrűségfüggvénye



Hasonló megfontolások alapján a hányados a mínusz végtelenhez tart, ha az *A*-t fokozatosan növeljük a kritikus 0,99499368712625 érték felé. Tehát a vtp_α bármilyen értéket fölvehet.

A keresett hányadosra még abban az esetben is csak a triviális

$$0 \le \frac{VaR_\alpha(X)}{VaR_{99,5\%}(X)} = \frac{VaR_\alpha(X)}{SCR} \le 1 \qquad (30)$$

becslést tudjuk adni, ha feltételezzük, hogy mind az SCR, mind pedig a *VaR* pozitív. A fönti eloszlást alapul véve tetszőleges α-hoz található olyan *A* (és a megfelelő *b*), hogy $VaR_\alpha(X) - E(X) = 0$ legyen, azaz a fenti triviális becslés bal oldalánál jobbat általában nem lehet adni. Ugyanezen példánál maradva az *A*-t rögzítsük az $A = \alpha$ értékre! Ha a *B*-vel tartunk a plusz végtelenhez (és ezzel együtt a *b*-t megfelelően módosítjuk, hogy $A + b*B = 1$ maradjon), akkor a $\frac{VaR_\alpha(X)}{SCR}$ hányados 1-hez tart, azaz általában a triviális egyenlőtlenség jobb oldalánál sem lehet jobbat mondani, a nem várt veszteség eloszlására egyéb feltételezésekkel is kell élni.

4.2.2. Csökkenő valószínűségű nem várt veszteségek

Természetes feltételezés, hogy a nem várt veszteség valószínűsége annál kisebb, minél nagyobb a veszteség mértéke, pontosabb megfogalmazásban: $P(a<X<a+\varepsilon) \le P(b<X<b+\varepsilon)$, ha $a \ge b > 0$, ahol *X* a nem várt veszteség, ε tetszőleges pozitív szám. Ha *X* eloszlásának van *f* eloszlásfüggvénye, akkor ez a feltétel ekvivalens azzal, hogy az *f* monoton csökkenő a *[0;∞)* intervallumon. Nem nehéz belátni, hogy ekkor *α<99,5%* esetén

$$\frac{VaR_{\alpha}(X)}{VaR_{99,5\%}(X)}=\frac{VaR_{\alpha}(X)}{SCR}\leq\frac{\alpha-p}{99,5\%-p}, \tag{31}$$

ahol $p=P(X<0)=\int_{-\infty}^{0} f$. Ha az *X* szimmetrikus eloszlású (azaz *f* páros függvény), akkor *p = 0,5*. A normális eloszlás feltételezésével szembeni legfőbb érv, hogy általában a nem várt veszteségek mértéke meghaladja a nem várt nyereség mértékét, a nem várt veszteségek átlaga tipikusan nagyobb a nem várt nyereségek átlagánál.

Jelöljük *V*-vel a nem várt veszteségek átlagát!

$$V=E(X|X>0) \tag{32}$$

ahol $E(X|X>0)$ az *X* feltételes várható értékét jelenti az *X>0* feltétel mellett. A nem várt nyereségekét jelöljük *N*-nel!

$$N=E(X|X<0) \tag{33}$$

Tekintettel arra, hogy *E(X)=0*, azaz $E(X^+)=-E(X^-)$, ahol $X^+=max(X;0)$, $X^-=min(X;0)$, továbbá arra hogy $E(X|X>0)=E(X^+)/P(X>0)$ és $E(X|X<0)=E(X^-)/P(X<0)$ következik

$$\frac{p}{1-p}=\frac{V}{N}, \tag{34}$$

ahol *p = P(X<0)* a fentieknek megfelelően. Ha az átlagos nem várt veszteség nagyobb az átlagos nem várt nyereségnél, azaz *V>N*, akkor *p>0,5*. Miután a $\frac{\alpha-p}{99,5\%-p}$ kifejezés monoton csökken *p*-ben, a *V>N* az esetben (35) teljesül minden α< 99,5% megbízhatósági szintre:

$$\frac{VaR_{\alpha}(X)}{VaR_{99,5\%}(X)}=\frac{VaR_{\alpha}(X)}{SCR}\leq\frac{\alpha-0,5}{99,5\%-0,5} \tag{35}$$

Következésképpen például $vtp_{75\%}\leq 0,505$, azaz 150,5%-os tőkeszint esetén minden olyan biztosító legalább 75%-os valószínűséggel meg fog felelni a tőkekövetelményeknek, amelyik nem várt veszteségének eloszlása kielégíti az alábbi két feltételt: *(i)* a nagyobb nem várt veszteségek kisebb valószínűséggel fordulnak elő; *(ii)* a nem várt veszteségek átlagosan nagyobbak a nem várt nyereségekénél.

De ha például tudjuk, hogy a nem várt veszteségek átlaga legalább kétszer akkora, mint a nem várt nyereségeké (ekkor *p ≥ 2/3*), akkor már 125,4%-os tőkeszint is legalább 75%-os valószínűséggel elegendő az egy éves időtávon történő tőkemegfeleléshez.

8. táblázat
Felső becslés a vtp_α értékére a nem várt veszteségek és nem várt nyereségek átlaga hányadosának *(V/N)* függvényében

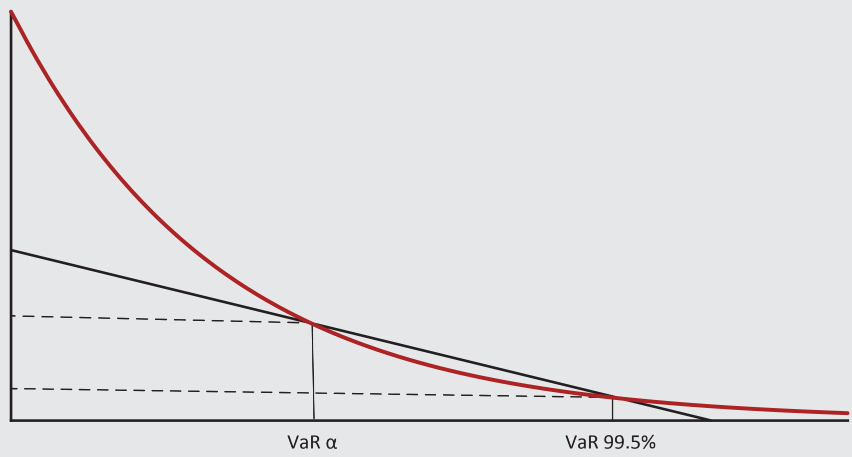
	1	1,2	1,5	2	4	10
65%	30,3%	23,3%	12,7%	–5,1%	–76,9%	–301,6%
75%	50,5%	45,5%	38,0%	25,4%	–25,6%	–185,2%
85%	70,7%	67,7%	63,3%	55,8%	25,6%	–68,8%
95%	90,9%	90,0%	88,6%	86,3%	76,9%	47,6%

Forrás: Saját számítás.

4.2.3. Egyre kisebb mértékben csökkenő valószínűségű nem várt veszteségek

Az előző fejezetben azzal a természetes feltételezéssel éltünk, hogy az egyre nagyobb veszteségek valószínűsége egyre kisebb, azaz hogy a nem várt veszteség eloszlásának *f(x)* sűrűségfüggvénye monoton nem növekvő, ha *x>0 (E(X) = 0)*. Különösen vastagabb farkú, illetve erősen jobbra dőlő eloszlások esetén feltételezhető, hogy ugyan az egyre nagyobb veszteségek valószínűsége egyre kisebb, de a csökkenés intenzitása is egyre kisebb, azaz a sűrűségfüggvény monoton csökkenő és konvex *x>0* esetén (*E(X) = 0*).

14. ábra
A példában szereplő eloszlás sűrűségfüggvénye



Felhasználva, hogy a sűrűségfüggvény görbéjéhez az α, illetve 99,5%-os kvantilisekhez behúzott szelő a sűrűségfüggvény alatt halad, ha $0<x<VaR_\alpha$ és ha $VaR_{99,5\%}<x$, illetve fölötte, ha $VaR_\alpha < x < VaR_{99,5\%}$ (*14. ábra*) adódik az alábbi egyenlőtlenség:

$$vtp_\alpha = \frac{VaR_\alpha}{VaR_{99,5\%}} \geq \frac{\sqrt{1-p}-\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{1-p}-\sqrt{1-99,5\%}}, \quad \text{ahol} \tag{36}$$

a korábbiaknak megfelelően $p = P(X<0) = \int_{-\infty}^{0} f$.

Szimmetrikus esetben, illetve ha a nem várt veszteségek átlaga megegyezik a nem várt nyereségek átlagával (azaz *p = 0,5*), akkor legalább 132,5%-os tőkeszint kell a 75%-os megbízhatósági szinthez. A fejezet elején tett feltételezésekhez azonban inkább egynél nagyobb *V/N* arány illeszkedik. Például az előző fejezetben is említett *V/N = 2* esetén legalább 115,3%-os tőkeszint kell a 75%-os megbízhatósághoz. Az előző fejezet eredményeit is felhasználva a megcélzandó tőkeszint valahol 115,3% és 125,4% közé esik ebben az esetben.

9. táblázat
Alsó becslés a vtp_α értékére a nem várt veszteségek és nem várt nyereségek átlaga hányadosának *(V/N)* függvényében

V/N	1	1,2	1,5	2	4	10
65%	18,1%	13,7%	7,3%	–2,8%	–38,4%	–125,7%
75%	32,5%	28,9%	23,6%	15,3%	–14,0%	–86,0%
85%	50,3%	47,5%	43,6%	37,5%	15,9%	–37,2%
95%	76,0%	74,7%	72,8%	69,8%	59,4%	33,8%

Forrás: Saját számítás.

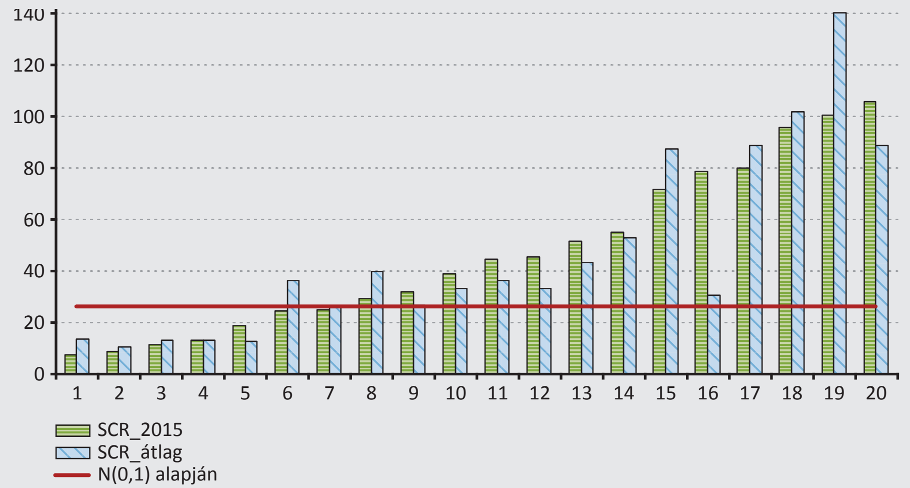
4.3. Empirikus szórás alapján végzett becslés

Az 1. fejezetben megfogalmazott megfontolások alapján a volatilitási tőkepuffernek adott α megbízhatósági szint mellett egyéves időtávon kellene szavatolnia, hogy a biztosító szavatoló tőkéje a régi, illetve a következő 12 hónap alatt várhatóan szerzett állományán a környezeti változások miatt elszenvedett nem várt veszteségek miatt ne csökkenjen a legutoljára meghatározott szavatolótőke-szükséglet szintje alá. Az empirikus megközelítés 3.3. fejezetben felsorolt nehézségei mellett az egyik legfőbb probléma, hogy kifejezetten a fenti körülmények miatti tőkecsökkenésre vonatkozó adatunk nincsen, és a későbbiekben is csak becsléseket lehet rá végezni.

A rendelkezésre álló adatok közül a fentiek alapján vizsgálandó mennyiséghez legközelebb a nettó eszközérték változása áll, amit korrigálni kell a külső tőkemozgásokkal (tőkefeltöltés, osztalék). Ehhez a QIS5 (*2010*), QIS5bis (*2011*), a 2012-es, 2014-es hatástanulmányok, illetve a RIGL előzetes S2-es adatszolgáltatás adatait (2015) használhatjuk fel. Az összevetésbe csak azokat a biztosítókat érdemes bevonni, amelyek a fenti öt adatszolgáltatásból legalább négyben részt vettek, bár még négy vagy öt elemű minta esetében sem lehet megbízhatóan szórást becsülni. Az eredményt tovább kellene korrigálni az új állomány várható eredményével, erre azonban nincs mód. A volatilitást egyes esetekben jelentősen befolyásolhatta, hogy a biztosítók az adatszolgáltatásokat „best effort" alapján teljesítették, és így az adatok nem fedték le teljes mértékben a szolvencia II rezsim által megfogalmazott célokat.

A 3.3. fejezetnek megfelelően a 75%-os megbízhatósági szinthez a 2/3-os szabályt alkalmazhatjuk, ami alapján az empirikus volatilitási tőkepuffer az előző bekezdésnek megfelelően korrigált nettó eszközértékek szórásának 2/3-a. Ha az empirikus tőkepuffer értékét visszaforgatjuk megcélzandó tőkeszintté, azaz elosztjuk az SCR értékével, akkor – normális eloszlást feltételezve – 26,2% körüli addicionális tőkeszinteket kellene kapnunk.

15. ábra
Empirikus volatilitási tőkepuffer az SCR arányában



Forrás: QIS5 (2010), QIS5bis (2011), a 2012-es, 2014-es hatástanulmányok, illetve a RIGL előzetes S2-es adatszolgáltatás

A fentiek alapján azonban a kijött eredményeket nagy fenntartással kell kezelni. Nem meglepő, hogy az empirikus adatok alapján a szóba jöhető 20 biztosító 65%-ánál nagyobb tőkepuffer adódik, mint a normális eloszlást feltételező (egyébként inkább felső becslést eredményező) elméleti modellből, és 35% esetén már több mint kétszeres az eltérés.

Tekintettel arra, hogy az empirikus adatok különböző időszakokhoz, különböző állapotokhoz tartoznak, az összevetést (visszaforgatást) érdemes a korábbi

SCR-ek átlagával is elvégezni, az empirikus és elméleti megközelítés közötti különbség azonban így is alig csökken.

5. Összegzés

A volatilitási tőkepuffer – mint a tőkekövetelményeken felül tartott tőke – annak kockázatát hivatott csökkenteni, hogy a biztosító szavatoló tőkéje a legutóbb meghatározott és jelentett tőkeszükséglet alá csökken azon köztes időszakban, amikor szavatoló tőkéjét nem határozza meg. A cikkben ennek egy olyan megközelítését részletezem, amivel a feladat visszavezethető ugyanazon valószínűségi változó adott megbízhatósági szinthez tartozó kvantilisének keresésével, amelynek 99,5%-os kvantilise a szavatoltótőke-szükséglet (SCR).

Az SCR standard formuláját alapul véve ezzel a megközelítéssel VTP a biztosító alapvető szavatoló tőkéjének (nettó eszközértékének) a meglévő és a következő 12 hónapban várhatóan szerzett állományán elszenvedett *nem várt veszteség* miatti tőkeelégtelenség kockázatát csökkenti. Az így adódó többlettőkeigényt jelentősen felülírhatja például a biztosító régi szerződésállományának várható megújításából fakadó várható nyereség.

A megközelítésből fakadóan a VTP értéke az SCR-rel arányos. Az így adódó $vtp = \frac{VTP}{SRC}$ arányra bármilyen érték is adódhat, ha a nem várt veszteség eloszlására nem teszünk megszorításokat. Normális eloszlást feltéve a 75%-os megbízhatósági szinthez 26,2%-os, a 90%-oshoz 49,8%-os *VTP*-arány tartozik. A káreloszlások modellezéséhez használt eloszláscsaládok esetében a *vtp* értéke (esetenként – pl. Pareto – szélsőséges mértékben) függhetnek az eloszlás paramétereitől: minél vastagabb farkú, illetve minél jobbra ferdül az eloszlás, annál kisebb arányú tőkepuffer adódik.

Bizonyos ésszerű általános feltételezések mellett is szűk korlátok közé szorítható a tőkepuffer értéke. Ha feltesszük, hogy az eloszlás sűrűségfüggvénye monoton csökkenő és konvex a $(0; \infty)$ intervallumon, akkor a veszteség várható értéke (V) és a nyereség várható értéke (E) arányának függvényében a *vtp*-re egymáshoz közeli alsó és felső becsléseket adhatunk. Például 75%-os megbízhatósági szint esetében $V/E = 1$ arány mellett a vtp 32,5% és 50,5% közé, $V/E = 2$ mellett 15,3% és 25,4% közé esik.

A fenti vizsgálatok és számítások azt mutatják, hogy a biztosítók által megcélzandó, illetve a felügyelet által elvárható tőkepuffert alapvetően befolyásolja – többek között – a feltételezett eloszlás, a kitűzött megbízhatósági szint, a jövőbeni állomány várható nyereségének/veszteségének figyelembevétele, de a végső mérték meghatározása során egyéb szempontok is felmerülhetnek (pl. prudens elvárás, egyszerűség).

Felhasznált irodalom

Arató Miklós (1995): *Általános biztosításmatematika*, jegyzet, pp. 33–52.

Azzalini1: *A very brief introduction to the skew-normal distribution*. http://azzalini.stat.unipd.it/SN/Intro/intro.html. Letöltés ideje: 2015. szeptember 11.

Azzalini2: *Random numbers with SN or ST distribution*. http://azzalini.stat.unipd.it/SN/faq-r.html. Letöltés ideje: 2015. szeptember 11.

Bora Zsuzsanna – Engler Katalin – Holczinger Norbert – Jakab Júlia – Merész Gabriella – Nagy Koppány – Zubor Zoltán (2015): *Mit hoz a szolvencia II a hazai biztosítási szektor számára?* Biztosítás és Kockázat II. évfolyam 1. szám pp. 51–52.

Bowers, N. L. – Gerber, H. U. – Hickman, J. C. – Jones, D. A. – Nesbitt, C. J. (1997): *Actuarial Mathematics,* The Society of Actuaries, 1997, p. 377.

EIOPA (2011): *EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*, pp. 26. https://eiopa.europa.eu/Publications/Reports/QIS5_Report_Final.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.

EIOPA (2013): *Technical Findings on the Long-Term Guarantees Assessment*, pp. 21-22.https://eiopa.europa.eu /Publications/QIS/EIOPA_LTGA_Report_ 14_June_2013_01.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.

EIOPA (2014): *EIOPA Insurance stress test 2014*, pp. 51-52. https://eiopa.europa.eu/Publications/Surveys/ Stress%20Test%20Report%202014.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.

Insurance Europe (2013): *The package of measures to avoid artificial volatility and pro-cyclicality*. http://www.insuranceeurope.eu/sites/default/files/attachments/The%20package%20of%20measures%20to%20avoid%20artificial%20volatility%20and%20pro-cyclicality.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.

Lagarias, Jeffrey C. (2013): *Euler's Constant: Euler's Work and Modern Developments*. Bulletin (New Series) of theAmericanMathematical Society, Volume 50, Number 4, October 2013, pp. 527–628Article electronically published on July 19, 2013, http://www.ams.org/journals/bull/2013-50-04/S0273-0979-2013-01423-X/S0273-0979-2013-01423-X.pdf. Letöltés ideje: 2015. szeptember 11.

MNB (2015a): *Pénzügyi Stabilitási Jelentés 2015. május*, pp. 69. https://www.mnb.hu/letoltes/penzugyi-stabilitasi-jelentes-2015-majus.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.

MNB (2015b): *Bankszektoron kívüli pénzügyi piacok kockázati jelentése 2015. június*, pp. 33-34. https://www.mnb.hu/letoltes/bankszektoron-kivuli-penzugyi-piacok-kockazati-jelentese-2015-junius-1.pdf. Letöltés ideje: 2016. január 19.