

ORAVECZ BEATRIX

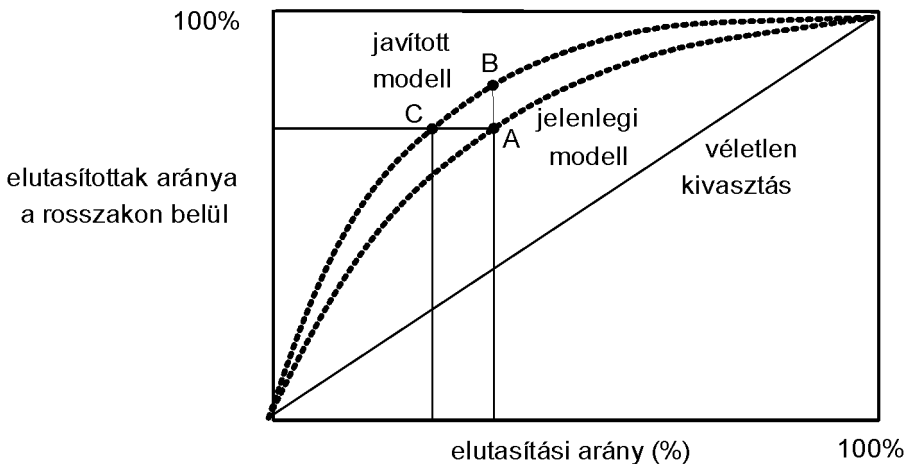
## Credit scoring modellek és teljesítményük értékelése

Az utóbbi 15-20 évben forradalmi változás történt a pénzügyi szolgáltatások piacán. A bankok automatikus döntéshozói módszereket és döntéstámogatási modelleket kezdtek alkalmazni, hogy felgyorsíthassák a hitelengedélyezési döntéseket. A credit scoringnak nagyon fontos szerepe volt a fogyasztói hitelek állományának robbanásszerű növekedésében. Pontos és automatizált kockázatelemző rendszer nélkül a bankok nem tudták volna ekkora ütemben növelni lakossági kihelyezéseiket. A hitelkockázat mérése egyrészt a bank saját érdeke, másrészt a bázeli tőkeegyezmény (Bázel II.) is előírja teljesítését a bankoknak. Ez a tanulmány a leggyakrabban alkalmazott credit scoring modelleket és a teljesítményük méréséhez alkalmazható mutatószámokat tekinti át.

A credit scoring modellek fejlesztése fontos feladat, mert ha csak egy picit is sikerül javítani a modellek teljesítményén, az óriási profitnövekedést és/vagy kockázatsökkenést eredményezhet a banknak, hiszen nagy volumenű kihelyezésekről van szó (lásd 1. ábra). A kockázatok pontosabb értékelése az ügyfeleknek is előnyös lehet, mert a jó adósok esetében a kockázati felár csökkentését teszi lehetővé.

1. ábra

### A scoringmodell javítása



Forrás: saját ábra

Az ábrán az *A* pont jelöli a jelenlegi hitelezési gyakorlat mellett elutasítási arányt és azt, hogy a rosszak mekkora arányát sikerül kiszűrni. Ha egy picit sikerül javítani a modellen (felső ----- vonal), akkor a jelenlegi elutasítási arány mellett növelhető a rosszak elutasítási aránya (*B* pont), azaz ugyanakkora hitelezési volumen mellett csökkenthető a rosszak hitelezéséből adódó veszteség. Vagy ugyanannyi rossz hitel mellett növelhető a hitelezési volumen; csökkenthető az elutasítási arány (*C* pont).

## 1. MI A CREDIT SCORING?

A credit scoring<sup>1</sup> olyan döntési modellek és mögöttes módszerek együttese, amelyek segítik a hitelezőt a hitelnyújtásban. A credit scoring technikák megbecsülik egy adott ügyfél hitelezésének kockázatát. Mondhatnánk úgy is, hogy a credit scoring felméri egy adott ügyfél hitelképességét. A hitelképesség azonban nem túl szerencsés kifejezés, mert az nem olyan tulajdonsága az egyénnek, mint a magasság, életkor vagy akár a jövedelem. Egyes bankok hitelképesnek tarthatják a potenciális ügyfelet, mások nem, attól függően, hogy milyen a kockázatvállalási hajlandóságuk, a hitelezési politikájuk vagy a meglévő portfóliójuk.

Minden technika alkalmazása egy nagy adatbázisra épül, amely tartalmazza a korábbi ügyfelek adatait (olyan jellemzőket, amelyeket a kérelemben rögzítettek) és a hiteltörténetüket (problémamentes, vagy akadtak késedelmek, nemfizetések). A módszerek (különböző technikákkal) megpróbálják feltárni a kapcsolatot az ügyfél jellemzői és fizetési hajlandósága (képessége) között. Egyes módszerek egy scorecardot (pontozásos kártyát) eredményeznek. Minden tulajdonság kap valamilyen pontszámot (score-t), és a pontszámok összege alapján eldönthető, hogy az ügyfélnél nagy-e a nemfizetés kockázata. Más technikák nem eredményeznek ilyen scorecardot, hanem közvetlenül mutatják a nemfizetés valószínűségét. Ezen módszerek és modellek összefoglaló neve a credit scoring lett.

A credit scoring módszerek széles skálája alakult ki napjainkig. Ebben többek között szerepet játszott, hogy egyrészt újabb és újabb banki termékek jelentek meg a piacon, másrészt – az eredményesebb piaci szereplés érdekében – az ügyfeleket is szegmentálták a bankok. Ezek az egymástól eltérő termékcsoportok és ügyfélszegmensek más-más sajátosságokkal rendelkeznek, így más vizsgálati szempontokat is igényelnek. Például az új kérelmezőknél alkalmazható kérelem (application) scorecard nem tartalmaz olyan változókat, amelyeket egy régebbi ügyfél újabb igénylésénél már ismerünk (például: az eddigi hitelek rendben megtérültek-e, mennyire használta ki az eddigi hitelkeretet). A már meglévő ügyfelekre vonatkozó viselkedési (behavioral) scoring ezeket a visszafizetési és használati szokásokat jellemző adatokat is felhasználja.

## 2. A CREDIT SCORINGBAN ALKALMAZOTT MÓDSZEREK

A credit scoring modellek feladata, hogy támogassák a hitelezési döntést. A modelltől elvárjuk, hogy megmondja, milyen változókat kell figyelembe venni a döntés során (szignifikáns magyarázó változók), és ezek felhasználásával megadja a döntési módszert is.

<sup>1</sup> Magyarul pontozásos hitel- (vagy hitelkérelem-) minősítést jelent, de a banki gyakorlatban az angol kifejezést használjuk.

A hitelkérelmeket a modellek segítségével szeretnénk két vagy több kockázati csoportba besorolni. Bemutatjuk az erre a célra leggyakrabban alkalmazott módszerek egy lehetséges csoportosítását (Kiss F. [2003]).

A) Hagyományos módszerek:

- lineáris valószínűségi modell,
- probit- és logitmodellek,
- diszkriminanciaanalízis,
- klasszifikációs fák (rekurzív felosztási algoritmusok),
- lineáris programozás,
- k-adik „legközelebbi szomszéd”-módszer

B) Mesterségesintelligencia-módszerek:

- neurális hálózatok,
- szakértői rendszerek,
- genetikus algoritmusok.

Az egyszerűség kedvéért mi két osztályba soroljuk az ügyfeleket. Az egyikbe tartoznak azok, akik nagy valószínűséggel nem fogják visszafizetni a hitelt (a „rosszak”), a másikba azok, akiknél ez a valószínűség alacsony (a „jók”). Feltételezzük, hogy minden ügyfél besorolható a két csoport valamelyikébe, de csak az egyikbe, és hogy ezek a csoportok változatlanok.

Bármilyen modellt építünk, először el kell döntenünk, hogyan definiáljuk a jó és a rossz hiteleket. Tarthatjuk rossz hitelnek például a több mint 6 hónapja lejárt követeléseket, vagy a legalább három törlesztőrészlettel elmaradt ügyfelek tartozásait, de alkalmazhatunk komplexebb definíciókat is, ha az adatbázisunk lehetővé teszi.

Ha kész az adatbázis a megfelelően definiált függő változóval, akkor elkezdődhet a modellépítés. Tekintsük át a credit scoringban leggyakrabban alkalmazott módszereket! (A fenti felsorolásban szereplő „legközelebbi szomszéd”- és genetikusalgoritmus-módszerek alkalmazása a gyakorlatban nem elterjedt, ezért ezek ismertetésétől itt eltekintünk.)

## 2.1. Lineáris valószínűségi modell

Ez egy lineáris regressziós modell, ahol az eredményváltozó értéke 1, ha az ügylet rossz hitelnek bizonyult, egyébként 0. A modell:

$$y = \beta^T \mathbf{x} + \varepsilon,$$

ahol  $\hat{y}$  a fizetési problémák meglétét leíró eredményváltozó,

$\mathbf{x}$  a magyarázó változók vektora,

$\beta$  a regressziós paraméterek vektora,

$\varepsilon$  pedig a véletlen változó.

Ekkor az  $\hat{y} = \beta'x$  becslés felfogható az adott  $x$  jellemzőkkel bíró kérelmek esetén becslült nemfizetési valószínűségként [ $\hat{p}(y=1)$ ]. A hitelezési döntés meghozatalakor az így kapott becslült nemfizetési valószínűséget kell összehasonlítani egy meghatározott küszöbértékkel (ez a vágási ponthatár – cutoff value). A cutoffértéknél kisebb becslült nemfizetési valószínűségű kérelmeket el lehet fogadni, a nagyobbakat pedig el kell utasítani.

A modell gyakorlati megvalósítása során több probléma is felmerül. Például a maradéktag gyakran nem normális eloszlású és varianciája nem állandó, tehát a modell heteroszkedasztikus (lásd például *Chhikara* [1989]). Ennek következményeként egyrészt a paraméterek hagyományos legkisebb négyzetek (OLS) becslése nem lesz BLUE (legjobb lineáris torzítatlan becslés), és nem lesz hatásos (bár torzítatlan és konzisztens marad), másrészt a regressziós együtthatók becslült varianciái és kovarianciái torzítottak és inkonzisztensek, így a szokásos tesztek ( $t$ - és  $F$ -próbák) nem érvényesek.

A legfőbb problémát viszont az jelenti, hogy a becslült bedőlési valószínűség értéke kívül eshet az értelmes  $[0;1]$  intervallumon, ezért ilyen lineáris regressziós modell alkalmazása a credit scoring területén nem elterjedt.

## 2.2. Logit- és probitmodellek

A becslült bedőlési valószínűségnek a  $[0;1]$  intervallumba kerülését egy alkalmas transzformációval lehet biztosítani. Az eloszlásfüggvények alkalmazása jó megoldás, mivel ezek monoton transzformációk, és értékészletük a  $[0;1]$  intervallum.

Választható például a standard normális eloszlás a becslült bedőlési valószínűség leírására:

$$\hat{p} = \Phi(\beta'x) = \int_{-\infty}^{\beta'x} \varphi(z) dz,$$

ahol  $\Phi(\cdot)$  a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye,  $\varphi(\cdot)$  pedig a sűrűségfüggvénye. Ez adja a *probitmodellt*.

Ha a logisztikus eloszlásfüggvényt választjuk a bedőlési valószínűség leírására, akkor *logitmodellt* kapunk. Ekkor:

$$\hat{p} = F(\beta'x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta'x}}.$$

A normális eloszlásfüggvénnyel szemben a logisztikus eloszlásfüggvénynek van zárt alakja.

Logisztikus regresszió esetén a becslült bedőlési valószínűség oddsának<sup>2</sup> természetes alapú logaritmusát írhatjuk le a magyarázó változók lineáris függvényeként:

$$\text{Ln}(\text{odds}) = \ln\left(\frac{\hat{p}_i}{1 - \hat{p}_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k = \beta'x.$$

A regressziós paraméterek értelmezését az  $e^{\beta_j}$  (odds ratio) faktor szolgáltatja, amely az  $x_j$  magyarázó változó egységnyi abszolút növekményének az oddsra gyakorolt multiplikatív hatását mutatja, a többi magyarázó változó szinten tartása mellett.

2 Az odds, magyarul esélyhányados a nemfizetési valószínűség és a komplementeresemény valószínűségének hányadosa [ $\hat{p}_i/(1-\hat{p}_i)$ ].

Napjainkban a logitmodell a leggyakrabban használt klasszifikációs eljárás a credit scoring területén. Ennek legfőbb okai: könnyen interpretálható, jó a teljesítménye, nemcsak klasszifikál, hanem bedőlési valószínűséget is becsül (Bázel II. előírás), emellett a módszer nem feltételezi a magyarázó változók normális eloszlását, így könnyen beépíthetők a kategóriás magyarázó változók. Nem elhanyagolható szempont, hogy sok felsőoktatási intézmény tananyagában szerepel, így többen értenek hozzá, mint például a neurális hálózatokhoz.

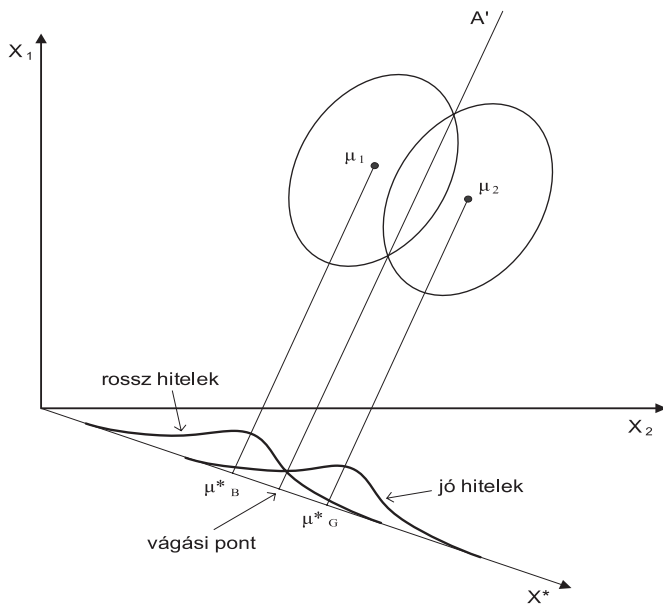
### 2.3. Diszkriminanciaanalízis

A scoringmodell feladata az, hogy minden ügyfelet egyértelműen és pontosan besoroljon két csoport – jó adós, rossz adós – valamelyikébe.

A diszkriminanciaanalízis célja a megfigyelt  $p$  számú változó olyan lineáris kombinációjának előállítását, amelyek a lehető legjobban elkülönítik az ismert csoportokat úgy, hogy minél kevesebb pont maradjon a nem megfelelő csoportban.

2. ábra

#### A diszkriminanciaanalízis grafikus modellje kétváltozós esetre



Ha például feltételezzük, hogy  $X_1$  tengelyen jelöljük a havi kereset összegét,  $X_2$  tengelyen pedig az adott munkahelyen eltöltött évek számát, akkor egy nagyon egyszerű, két magyarázó változós credit scoring modellt építünk fel. A redukált teret jelző egyenesen ( $X^*$ ) megkapjuk a jó és rossz ügyletek eloszlását, valamint azt a *vágási ponthatárt* (cutoff score), amely kettévágja az átfedő területeket. A pontcsoportok területének átfedései azokat az eseteket jelzik, amelyeknél a legnagyobb bizonytalanság a hitelkockázattal kapcsolatban.

A konzervatív hitelezők a hitelezés során ténylegesen alkalmazott ponthatárt a metszésponttól jobbra állapítják meg, míg az agresszív hitelezési politikát folytatók balra térnek el.

Az ellipszisek lefedik a pontcsoportok egy adott hányadát (például 90-90%-át). Az  $A'$  egyenesre<sup>3</sup> merőleges  $X^*$  tengelyen a csoportok egyváltozós eloszlásainak átfedése kisebb, mint bármilyen más egyenes esetén.

A diszkrimináló függvények számának felső korlátja (a diszkrimináns tér lehetséges rangja) a csoportok ( $g$ ) és a változók ( $p$ ) számától függ, pontosan:  $\min(g-1, p)$ . Így a példánkban két csoport és két változó esetén egydimenziós térre, az egyenesre redukálódik a modellünk.

A kiinduló helyzet tehát az, hogy adott két ügyfélcsoport:  $G$ , a jó adósok és  $B$ , a rossz adósok. A feladat az, hogy egy új kérelmezőt osztályba soroljunk az öt reprezentáló  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_k)$  értékek vektorának felhasználásával. A diszkriminanciaanalízis előállítja a  $\lambda' \mathbf{x}$  diszkrimináló függvényt, amelyben  $\lambda$  az  $x_i$  ismérvekhez tartozó együtthatók vektora. Ezeket az értékeket az eljárás úgy határozza meg, hogy a lehető legnagyobb különbséget hozza létre a két csoport között. (A külső eltérések maximumát – és azzal együtt a belső eltérések minimumát – keresi.)

A kérelmező jellemzőit tartalmazó  $\mathbf{x}$  vektorról a módszer feltételezi, hogy a két csoportban többváltozós normális eloszlású<sup>4</sup>,  $(\mu_G, \Sigma_G)$ , illetve  $(\mu_B, \Sigma_B)$  várható értékkel és kovarianciával. Jelölje  $p_i$  annak a valószínűségét, hogy egy kérelmező az  $i$  csoporthoz tartozik,  $L$  (lost profit) azt az elvesztett profitot, amit a jók rosszként való félreklasszifikálása okoz,  $D$  (debt) pedig azt a veszteséget, amit egy rossz hitel beengedése (jóként való félreklasszifikálása) okoz. Abban az esetben, ha feltételezhetjük, hogy a két csoport kovarianciamátrixai egyenlők, azaz  $\Sigma_G = \Sigma_B = \Sigma$ , az osztályba sorolási szabályt a várható téves besorolásból eredő költségek minimalizálásával kapjuk.

A szélsőérték-feladat eredményeként<sup>5</sup> egy  $\mathbf{x}$  adathalmazzal jellemzett kérelmezőt a  $G$  csoportba sorolunk, amennyiben

$$\lambda' x \geq \alpha + \ln \left( \frac{Dp_B}{Lp_G} \right),$$

$$\text{ahol: } \lambda = \Sigma^{-1} (\mu_G - \mu_B),$$

$$\alpha = \frac{\lambda' (\mu_G + \mu_B)}{2}.$$

Egyébként a kérelmezőt a  $B$  csoportba soroljuk be.

A diszkrimináló függvény,  $\lambda' \mathbf{x}$  által kapott értéket tehát az előzőleg beállított

$$\text{cutoff} = \alpha + \ln \left( \frac{Dp_B}{Lp_G} \right)$$

vágási pontértékkel kell összevetni. Amennyiben a kérelmező a pontérték felett van, akkor a  $G$  csoportba kerül, egyébként a  $B$ -be.

3 Az  $A'$  egyenes az elválasztó hipersík.

4 Épp ez a módszer egyik gyengéje. A normalitási feltétel ugyanis sokszor nem teljesül a credit scoring területén, hiszen minőségi és diszkrét ismérvek is szerepelnek a modellekben.

5 Az eredmények levezetését lásd például THOMAS, L. C., EDELMAN, D. B. és CROOK, J. N. [2002]: Credit Scoring and Its Applications, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 42–46.o.

Mivel a fenti modellben a diszkrimináló függvény  $x$ -re elsőrendű, így ezt az eljárást lineáris diszkriminanciaanalízisnek is nevezik. Ez a módszer nagyon sokáig egyeduralgó volt a credit scoring modellek között. Ezt a módszert alkalmazta például Altman [1968] híres csődemodelljében, magyarországi vállalatokra pedig Hajdu Ottó és Virág Miklós [1996] is. Abban az esetben, ha a csoportok kovarianciamátrixai nem egyenlők ( $\Sigma_G \neq \Sigma_B$ ), az osztályozási szabály  $x$ -re négyzetes lesz, ezért ezt a modellt kvadratikus diszkriminanciaanalízisnek is szokták hívni.

## 2.4. Klasszifikációs fák

A klasszifikációs vagy döntési fák, más néven rekurzív felosztási algoritmus (Recursive Partitioning Algorithm – RPA) egy kifejezetten számítógépes alkalmazásra kifejlesztett osztályozó eljárás. Az alapötlet az, hogy a kérelemben rögzített válaszok kombinációi alapján csoportokat képzünk, és ezeket a csoportokat jó vagy rossz hitelkockázatúként azonosítjuk, attól függően, hogy melyik van többségben az adott csoportban. Az RPA-módszer eredménye egy osztályozó fa, amelynek csomópontjai és ágai olyan struktúrát alkotnak, amely egy adott kérelmezőt leíró jellemzőkhöz hozzárendeli a csoportot (jó adós vagy rossz adós), így jelezve, hogy egy új kérelmezőt célszerű-e meghitelezni, vagy sem.

Az eljárás először két csoportra bontja az összes kérelmezőt; ez a két alcsoport már sokkal homogénebb a hitelezési kockázat szempontjából, mint az eredeti. Aztán mindkét alcsoportot újabb két még homogénebb csoportra bontja, és az eljárás így ismétlődik<sup>6</sup>. Ezért is nevezik rekurzív felosztásnak. Az eljárás addig folytatódik, amíg a kapott csoport meg nem felel a végpontkövetelménynek.

Az eljárás alkalmazásához három alapelvet kell lefektetni:

- a) milyen szabályt alkalmazzunk a minta kettébontásához (szétválasztási szabály),
- b) hogyan döntsük el, hogy az adott alcsoport már végpont (megállási szabály),
- c) hogyan soroljuk be a végpontokat a jó vagy rossz kategóriákba.

A végpontok kategóriákba való sorolása történhet egyszerűen úgy, hogy abba a kategóriába soroljuk, amelyik többségben van az adott alcsoportban. (Ez volt az alapelv.) De jobb megoldást jelent, ha figyelembe vesszük a téves besorolás eltérő költségeit is, és a besorolásnál ezt a várható költséget minimalizáljuk.

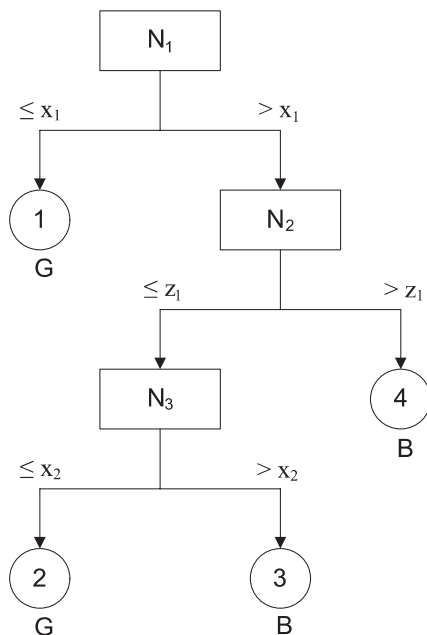
A legegyszerűbb szétválasztási szabályok minden jellemző esetében kiválasztják a legjobb szétválasztási értéket, és ezek közül kiválasztják a legjobban szétválasztó jellemzőt és vágási értékét. Hogy mennyire jó a szétválasztás, arra különböző mérőszámokat lehet alkalmazni (például Kolmogorov–Szmirnov-statisztika, szennyezettségi index, Gini-mutató, entrópiaindex,  $\chi^2$ -statisztika – ez utóbbit használja például a CHAID<sup>7</sup>).

A modell egyszerű illusztrálására tegyük fel, hogy  $N$  kérelmezőt kell a róluk rendelkezésre álló két ismérv,  $x$  és  $z$  alapján besorolni a G (jók) és B (rosszak) csoport valamelyikébe. Egy feltételezett bináris osztályozó fa látható az alábbi ábrán:

<sup>6</sup> Vannak olyan módszerek, amelyek egy lépésben nem feltétlenül csak kétfelé osztják az adott csoportot, hanem akár több csoportra is.

<sup>7</sup> Chi-squared Automatic Interaction Detector; az eljárásról olvashatunk például HÁMORI [2001] cikkében.

## Egy feltételezett RPA-fa



A fának négy végpontja van (a körök), amelyek közül az 1. és a 2. a G, a 3. és a 4. a B csoporthoz van hozzárendelve. Ez a hozzárendelés úgy történik, hogy a téves besorolásból eredő várható költséget minimalizálja, azaz, más megfogalmazásban: csökkentse a lehető legkisebbre az osztályozó fa végpontjai és a csoportok közötti megfeleltetés megváltoztatása szükségességének kockázatát.

Annak kockázata ( $R$  – risk), hogy a  $t$ . osztályozó fa végpontot a G csoporthoz rendeljük, a következőképpen formalizálható:

$$R_G(t) = D p_B p(t|B), \text{ ahol továbbra is}$$

$p_i$  jelöli annak valószínűségét, hogy egy objektum az  $i$  ( $i = G$  v.  $B$ ) csoportba tartozik,  $D$  (debt) pedig az a veszteség, amit a rosszak jóként való félreklasszifikálása okoz,

$p(t|i)$  annak a feltételes valószínűsége, hogy egy  $i$  csoportba tartozó objektum a  $t$ . végponthoz kerül besorolásra.

Hasonlóképpen, annak kockázata, hogy a  $t$ . osztályozó fa végpontot a B csoporthoz rendeljük:

$$R_B(t) = L p_G p(t|G),$$

ahol  $L$  (lost profit) az elvesztett profitot jelenti, amit a jók rosszként való félreklasszifikálása okoz.



Ezek alapján, ha  $R_G(t) < R_B(t)$ , akkor a  $t$ . végpontot az algoritmus a G csoporthoz rendeli, egyébként pedig a B-hez.

Az RPA a kiinduló adathalmaz két részre (almintára) bontását végzi el az osztályozó fa tetőpontján. A válogatást egy jellemző vagy több jellemző lineáris kombinációjának felhasználásával hajtja végre az alábbiakban – a mintaszennyezettség (impurity) fogalmának bevezetésével – definiált, „legjobb” szétválasztási szabály figyelembe vételével.

A  $t$ . végponthoz tartozó minta szennyezettségének mértéke a következőképpen definiálható:

$$I(t) = R_G(t)p(t|G) + R_B(t)p(t|B),$$

amely úgy értelmezhető, mint a téves besorolásból származó várható költség akkor, ha a  $t$ . végponthoz tartozó objektumokat véletlenszerűen rendeljük a két csoporthoz.

A teljes T osztályozó fa  $I(T)$  szennyezettsége úgy definiálható, mint a végpontok szennyezettségének összege.

A fa bármely pontjában szétosztott minta szennyezettsége nagyobb, mint a belőle származtatott alminták szennyezettségének összege. Ennek alapján a  $t$ . csomópontban legjobb besorolási szabálynak az tekinthető, amelyiket felhasználva, a legnagyobb szennyezettség-csökkenés érhető el. Ennélfogva tehát az RPA először megkeresi az adott pontban legjobb szabályt minden jellemzőre, illetve azok kombinációira, majd ennek alapján almintákra bont. A bináris osztályozási eljárás mindaddig folytatódik, amíg a további felbontás lehetetlen nem lesz, azaz addig, amíg a szennyezettség már nem csökkenthető. Ekkor a besorolási eljárás befejeződik. Az RPA utolsó lépése a fa megfelelő komplexitásának kiválasztása.

A 3. ábrán az RPA-eljárást egy egyszerű, két csoportba sorolási feladaton keresztül mutatjuk be, amelynek során két ( $x$  és  $z$ ) ismérvet használunk. Az RPA először az  $x$  változót választja osztályozó ismérvnek, és az  $N_1$  csomópontban kettébontja az eredeti minta adathalmazát. Az eredő két alminta elemeinek meghatározásánál az  $x_1$  vágási értéket használja fel mint a legjobb döntési szabályt. Tehát amennyiben valamely kérelmező  $x$  változója kisebb vagy egyenlő ezzel az értékkel, akkor a baloldali ágra kerül, és azonnal besorolódik a G csoportba a minimális kockázat mellett. Ellenkező esetben az objektum a jobboldali ágon az  $N_2$  csomópontba kerül, ahol egy hasonló osztályozási eljárás következik a  $z$  változón alapuló legjobb döntési szabály alkalmazásával.

Az RPA-módszert sokan vizsgálták és használták fel eredményesen. *Frydman*, *Altman* és *Kao* [1985] a szorult helyzetben levő cégek osztályozási problémáját elemezte, összehasonlítva az RPA- és a diszkriminanciaanalízisen alapuló eljárások hatékonyságát. *Marais*, *Patell* és *Walfson* [1984] az RPA- és a probitmodellek felhasználhatóságát vizsgálta kereskedelmi hiteleknel. *Srinivasan* és *Kim* [1987] az iparvállalati hitelezésben vizsgálta meg a döntési fák alkalmazhatóságát, összevetve a logitmodellel és a diszkriminanciaanalízissel.

A tanulmányok egyértelműen azt mutatták, hogy az RPA a többi vizsgált eljárásnál lényegesen jobb osztályba sorolási pontosságot biztosít. A szerzők egyetértenek abban, hogy ez a tulajdonság az RPA-eljárással előállított modellek nemparaméteres mivoltából fakad. A módszer további előnye, hogy automatikusan figyelembe veszi a magyarázó változók közötti interakciókat (csakúgy, mint a neurális hálóknak), míg a lineáris módszereknél ezeket az interakciókat előzetesen definiálni kell. A módszer – jó tulajdonságai ellenére – nem annyira elterjedt, mint például a logisztikus regresszió, aminek az lehet az oka, hogy a kapott score-érték nem folytonos, így nem lehet a cutoffértéket finoman beállítani.

## 2.5. Lineáris programozás

A paraméteres osztályozási eljárásokkal szemben egy másik, igen ígéretes megoldásnak mutatkozik a matematikai programozás, amelynek alkalmazhatóságát először *Mangasarian* [1965] vizsgálta meg két csoport és lineáris diszkrimináló függvény esetére. *Freed* és *Glover* [1981] rámutatott, hogy a matematikai programozás akkor is használható, ha a két csoport nem feltétlen lineárisan szeparálható, olyan célok alkalmazásával, mint az abszolút hibák összegének minimalizálása (MSAE), vagy a maximális hiba minimalizálása (MME). Megmutatták, hogy egy csoportosztályozási problémát lineáris programozási feladatként is meg lehet fogalmazni, és ezáltal a modellalkotásban nagyobb szabadsághoz jutunk anélkül, hogy a paraméteres statisztikai modelleknél szokásos eloszlásra vonatkozó feltétel korlátozná a lehetőségeket. A módszer illusztrálására vizsgáljunk meg egy egyszerű két csoportra bontási feladatot!

Legyen  $N$  darab kérelem, amelyeket két csoportba ( $G$  – jók és  $B$  – rosszak) akarunk besorolni. Az  $i$ -edik kérelemhez tartozó ismérvértékeket az  $\mathbf{x}_i$  vektor tartalmazza. A feladat az, hogy meghatározzuk azt a  $\mathbf{w}$  vektort és  $b$  küszöbértéket, amelyekre teljesül:

$$\mathbf{w}'\mathbf{x}_i \leq b, \text{ ha } i \in G$$

$$\text{és } \mathbf{w}'\mathbf{x}_i \geq b, \text{ ha } i \in B.$$

A  $\mathbf{w}'\mathbf{x}=b$  elválasztó hipersík elhatárolja a keresett két csoportot. Ha  $\alpha_i$  azt jellemzi, hogy egy  $\mathbf{x}_i$  adatokkal leírt kérelem mekkora mértékben sérti meg a két csoportot elválasztó határt, akkor a feladat úgy írható fel, hogy meg kell keresni az alábbi minimumot:

$$\text{Min} \sum_i c_i \alpha_i,$$

$$\text{ahol: } \mathbf{w}'\mathbf{x}_i \leq b + \alpha_i, \text{ ha } i \in G,$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{x}_i \geq b - \alpha_i, \text{ ha } i \in B.$$

A probléma tehát egy lineáris szeparálási feladat. A  $c_i \alpha_i$  szorzat úgy értelmezhető, mint az  $i$ . objektum téves besorolásából eredő költség,  $b$  pedig mint egy vágási pontérték. Alkalmassá módon megválasztva  $b$  és  $c_i$  értékeit, a téves besorolásból fakadó várható költség minimalizálásának eredményeként megkapjuk a  $\mathbf{w}$  vektort. Ismerve az optimális  $\mathbf{w}$  vektort, az egyes kérelmekhez számítható  $\mathbf{w}'\mathbf{x}_i$  pontértéket az adott  $b$  vágási ponttal összevetve, elvégezhető a besorolás.

*Hardy* és *Adrian* 1985-ben kimutatta, hogy a matematikai programozás legalább olyan eredményesen felhasználható a problémás hitelek besorolására, mint a tradicionálisan alkalmazott diszkriminanciaanalízisen alapuló modellek. Emellett kiemelték, hogy e módszer lényegesen nagyobb rugalmassággal bír a modellépítésben a kutatók számára. Például a célfüggvényben szereplő  $c_i$  súlyok alkalmas változtatásával követni lehet a hitelezési politika konzervatív vagy liberális irányú változásait.

A módszer rugalmasságának köszönhetően bármilyen kívánt torzítás is beépíthető a modellbe. Tegyük fel például, hogy az  $X_1$  egy dummyváltozó, amely azt írja le, hogy az igénylő életkora 25 év alatti vagy sem (1,0); az  $X_2$  pedig, amely ugyancsak dummyváltozó, a 65 év feletti életkort jelzi. Ha azt szeretnénk, hogy a fiatalok alacsonyabb score-t kapjanak, mint a nyugdíjasok, egyszerűen felvesszük a  $w_1 \leq w_2$  korlátot.

Az eljárás egyik hiányossága, hogy nem tesztelhető a kapott paraméterek szignifikanciája, mivel nincsenek meg az ehhez szükséges statisztikai alapok. *Nath, Jackson és Jones* [1992] klasszifikációs feladatra számos adatbázison (de nem hitelezési adatokon) összehasonlította a lineáris programozást a regressziós megközelítésekkel. Az ő eredményeik szerint a lineáris programozás nem olyan jól klasszifikál, mint a statisztikai módszerek.

## 2.6. Neurális hálózatok

A neurális hálózatokkal eredetileg megpróbálták modellezni az emberi agy kommunikációs és információfeldolgozási folyamatait. Olyan matematikai modellt akartak felépíteni, amelynek segítségével a természetes idegsejt (neuron) működése szimulálható. Egy valószínű neuron számunkra fontos részei a dendritek, amelyeken keresztül jelzés juthat a neuronba, és az axonok, amelyek segítségével a feldolgozott információ továbbjut a többi neuronhoz. Az információk feldolgozásában fontos szerepet játszanak a szinapszisok. Az axonok ezeken keresztül kapcsolódnak más neuronok dendritjeihez.

A matematikai neuron egy adott függvénnyel feldolgozza a dendritektől kapott információt, és ha a bemenő jel meghaladta az úgynevezett ingerküszöbértéket, akkor az axon közvetítésével továbbítja az információt. Az idegsejt legfontosabb tulajdonsága az, hogy állandóan változtatja működését (azaz a belső függvényét) a kapott információk alapján – vagyis „tanul”. E tanulási folyamatban jelentős szerepet játszanak a szinapszisok, ugyanis képesek erősíteni vagy gyengíteni a többi neuronból érkező jelet. A tanulás folyamán megváltoznak a jelerősítési tényezők (más néven súlyok) a szinapszisokon. A neurális hálózat sok ilyen neuronból áll.

A neuron klasszikus modellje sok (a dendriteknek megfelelő) bemenetből és egy kimenetből (axon) áll. A jelerősítési tényezőket súlyszámokként ábrázolják, a küszöbértéket pedig egy alkalmasan megválasztott átviteli (aktivizálási) függvény állítja elő.

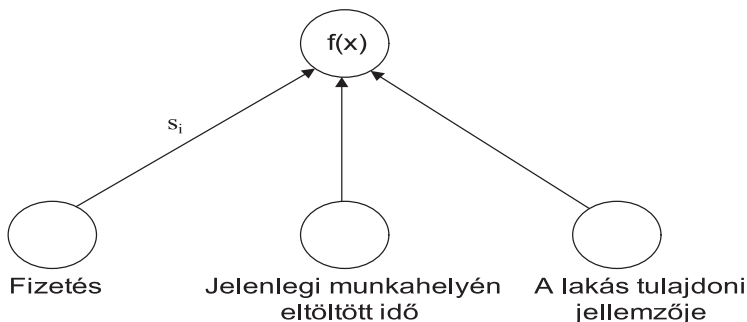
A neuronok a hálózaton belül elfoglalt helyük alapján rétegekbe sorolhatók. A bemeneti jeleket fogadók alkotják az úgynevezett bemeneti réteget, a kimenetet adók pedig a kimeneti réteget. E két rétegen keresztül kommunikál a hálózat, ezért ezeket látható rétegeknek is nevezik. A többi neuron, amely a hálózat belsejében helyezkedik el, úgynevezett rejtett rétegekben foglal helyet.

A hálózat felépítése tetszőleges lehet, pusztán attól függ, hogy mire akarjuk felhasználni. A 4. ábra egy egyszerű, két réteget tartalmazó hálózatot mutat. Három bemenő változó értékéből dolgozik, és működése az  $f(x)$  átviteli függvény definíciójától függ:

- ha  $f(x)$  lineáris függvény, akkor a hálózat lineáris regressziós modellként viselkedik;
- ha  $f(x)$  logisztikus függvény, akkor a hálózat logisztikus regressziós modellként működik.

4. ábra

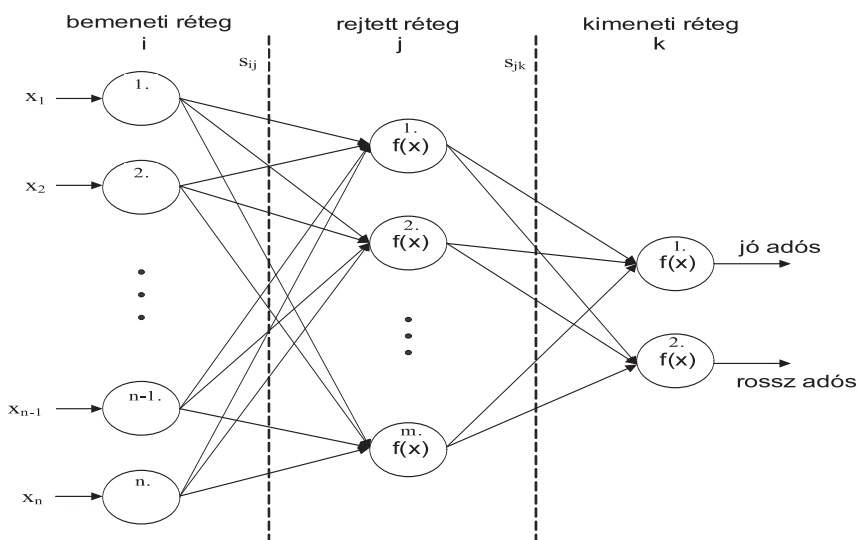
## Két rétegből álló neuronhálózat



Csak egy minimálisan háromrétegű hálózattal lehet tetszőleges modellt előállítani (két réteggel a kizáró vagylagos kapcsolat nem valósítható meg). A bemeneti és a kimeneti rétegek között tetszőleges számú, úgynevezett rejtett réteg helyezkedhet el, azonban leggyakrabban az egy (5. ábra) vagy néhány rejtett réteggel rendelkezőt alkalmazzák (ún. Multi-Layer Preceptron – MLP).

5. ábra

## Neurális hálózat egy rejtett réteggel



A neurális hálózat helyes működése szempontjából kritikus kérdés a tanítási, illetve tanulási algoritmus helyes megválasztása is. Fontos, hogy a tanító adathalmaz megfelelően legyen kiválasztva, különben rendszerünk nem fog jól működni. A tanulás időigénye jelentős mértékben függ a kezdeti súlyrendszertől és az előírt konvergenciahibától, ezért ezek alkalmas megválasztása fontos feladat a modellépítés során.

A neurális hálózatokon alapuló credit scoring modellek fejlesztésével és ezek alkalmazásával számos cikk foglalkozik. Például Tam ([1991], [1992]) és Virág, Kristóf [2006] összevetette e modellek hatékonyságát a klasszikus módszerekkel egy vállalati csodelőrejelzési feladat kapcsán. McLeod *et al.* [1993] a hitelezési alkalmazásokat vizsgálta meg, West [2000] több különböző neurális hálózati paradigmára épülő modellt vetett össze hagyományos eljárásokkal. Egybehangzóan állítják, hogy a neurális hálózat a korábbi pontozási rendszereknél pontosabb előrejelzéseket képes adni. Ráadásul a neurális hálózaton alapuló döntési modell kifejlesztése, karbantartása olcsóbb és gyorsabb, mint amit a korábbi rendszereknél tapasztaltak.

A módszer az előnyei ellenére valószínűleg azért nem annyira elterjedt, mert a döntéshozók nem értik a működését, számukra fekete dobozként üzemel.

## 2.7. Szakértői rendszerek

A szakértői rendszer általánosságban olyan eljárások gyűjteménye, amelyek egy szakértő döntéshozatali viselkedését próbálják utánozni.

A szakértői rendszereknek négy alapvető ismérve van:

- a rendszer tudásbázison alapul;
- vannak eszközei a tudásbázis karbantartására és bővítésére;
- következtetni tud;
- döntéseit képes magyarázni.

Az alapot adó tudásbázis nemcsak adatokat, tényeket, hanem szabályokat is tartalmaz arra vonatkozóan, hogy miképpen kell a tudást feldolgozni. A szabályok matematikai logikai összefüggések formájában adhatók meg. Mind a rendszerbe beépített logika, mind a szabályok szintaxisa sokféle lehet. Ezek megfelelő megválasztásától nagymértékben függ a rendszer hatékonysága és a leírható ismeretek mélysége.

A szabályok általában „Ha..., akkor...” formájúak. Az alábbiakban felsorolunk néhány lehetséges szabályt, amelyek hitelbíráló szakértői rendszerekben előfordulhatnak:

- ha az illető korábban már kért hitelt, de bebizonyosodott, hogy nem valós adatokat szolgáltatott, akkor automatikusan utasítsd vissza;
- ha az éves törlesztőrészlet meghaladja az éves fizetés 50%-át, akkor utasítsd vissza;
- ha a kérelmezőnek korábban volt hitelügylete, és nem volt vele semmiféle fizetési probléma, akkor növeld 10 ponttal az összpontszámát<sup>8</sup>;
- ha a kérelmező összpontszáma kisebb, mint  $c_{\text{alsó}}$ , akkor utasítsd vissza a kérelmet, ha  $c_{\text{felső}}$  fölé esik, add meg automatikusan, egyébként töltesd ki a kiegészítő űrlapot (ahol  $c_{\text{alsó}}$  és  $c_{\text{felső}}$  értékét előzetes számítások, illetve becslések adják).

A szakértői rendszerek létrehozásánál több akadállyal is szembe kell nézniük az alkotóknak. Az egyik az, hogy nem minden tudást lehet szabályokkal vagy egyéb formális módszerekkel reprezentálni. Például az egyszerű hétköznapi logika, „a józan paraszti ész” nem írható le ilyen módon, mert túlságosan általános és sokrétű, holott majdnem minden ember rendelkezik vele. Ezért a szakértői rendszerek csak azokon a területeken tudnak eredményesen működni, amelyek eléggé szűkek ahhoz, hogy jól le lehessen írni őket, ugyanakkor

<sup>8</sup> Itt a magasabb pontszám jelöli a jobb ügyfeleket (kisebb bedőlési valószínűséget) azért, mert a szakértői rendszereknél ez az elterjedt megoldás.

elelegendően bonyolultak ahhoz, hogy ilyen eszközre szükség legyen. Emellett a rendszer létrehozásához és karbantartásához szükség van az adott terület szakértőire, akiknek a tudásából ki lehet indulni. Fontos követelmény, hogy ezek a specialisták olyanok legyenek, akik a téma alapvető kérdéseiben egyetértenek.

A hitelkérelmek elbírálása, az ügyfélminősítés például ilyen terület. *Pau* [1986] és *Holsapple et al.* [1988] vizsgálta a szakértői rendszerek pénzügyi menedzsmentben, mindenek előtt a hitelezésben történő alkalmazhatóságát. *Brooks* [1989] összegezte az első szélesebb körű alkalmazási tapasztalatokat, amelyeket a személyi- és jelzáloghitelek elbírálásánál szereztek.

### 3. A KLASSZIFIKÁCIÓS ELJÁRÁSOK TELJESÍTMÉNYÉNEK MÉRÉSE

A scoringmodellek építése során felmerül a kérdés, hogy mennyire jó az adott modell. Mivel a modellt a jó és rossz ügyfelek azonosítására szeretnénk használni, jóságon azt a tulajdonságot értjük, hogy a modell mennyire képes megkülönböztetni a két csoportot.

Amennyiben a modell besorolási pontosságát ugyanazon a mintán ellenőrizzük, mint amelyiken megépítettük, akkor számíthatunk arra, hogy modellünk magyarázó erejét (illeszkedését) kedvezőbbnek fogjuk megítélni, mintha az ellenőrzést egy másik, az előzőtől független mintán hajtottuk volna végre; azaz alulbecsüljük a téves besorolás valószínűségét. Ez azért valószínű, mert a klasszifikációs modellbe beépülnek az adathalmaz olyan sajátosságai is, amelyek más adathalmazokban nincsenek. A mintát ezért érdemes kettébontani, az egyik minta szolgál a modellépítés céljaira (training), míg a másik minta (holdout sample) a modell prediktív erejének ellenőrzésére (validation). A módszer hátránya, hogy a kisebb minta következtében mintainformációt veszítünk. Ez a hitelezés területén általában nem jelent problémát, mert nagy adatbázisok érhetők el a múltbeli ügyfelekről. Lehet ellenőrizni a modellt egy későbbi időszak adatain is (out-of-time sample).

Előfordul azonban, hogy kevés a rendelkezésre álló adat, például egy új termék vagy új ügyfélcsoport scoringmodelljének építésénél. Erre az esetre vannak olyan módszerek, amelyek ugyanazon a mintán mérik a modell teljesítményét, amelyiken azt építették, de anélkül, hogy a téves besorolás valószínűségét alulbecsüljék. Ilyen például a Jackknife-módszer, melynek lényege, hogy az  $n$  elemű mintából újabb  $n-1$  elemű mintákat vesznek visszatevés nélkül. Azaz a paraméterek becslésénél mindig egy esetet elhagynak a mintából, és a megmaradt adatokat használva becslik a paramétereket, majd az így elkészült modellt ellenőrzik a kihagyott eseten, azt vizsgálva, hogy vajon jól sorolja-e be azt. Az eljárás így folytatódik mindaddig, amíg az összes eset sorra nem kerül. A Bootstrap-módszer is hasonlóan ismételt paraméterbecslések sorozata, de itt az  $n$  elemű mintából újabb  $n$  elemű mintát vesznek visszatevéssel. A módszerek igen számításgényesek, de ez napjainkban már nem jelent igazi problémát.

A scorecardok teljesítményének mérésére szolgáló eszközöket három csoportba oszthatjuk (*Mays* [2004]): (1) szeparációs statisztikák, (2) rangsorolási statisztikák, (3) előrejelzési-hiba-statisztikák. Az alábbiakban áttekintjük a szakirodalomban leginkább ajánlott – illetve a credit scoring területén leggyakrabban használt – módszereket, mérőszámokat.

A továbbiakban feltételezzük, hogy a modell által generált score-értékek egyenesen arányosak a becslt bedőlési valószínűséggel, azaz a magasabb score nagyobb bedőlési valószínűséget, így rosszabb hitelkockázatú ügyletet jelöl<sup>9</sup>.

9 A gyakorlatban a bedőlési valószínűséggel mind az egyenesen, mind a fordítottan arányos score-ok alkalmazása elterjedt, ezért tisztázzuk, hogy mi az előbbi megoldást választottuk.

### 3.1. Szeparációs statisztikák

#### Kolmogorov–Szmirnov-statisztika

Azt méri, hogy a jók és a rosszak score-jainak eloszlásai milyen messze vannak egymástól.

Formálisan:

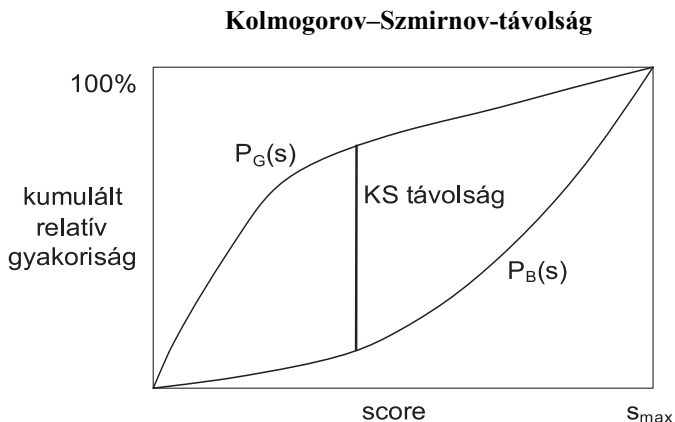
$$KS = \max_s |P_G(s) - P_B(s)|, \text{ ahol}$$

$$P_G(s) = \sum_{x \leq s} p_G(x), \text{ és } P_B(s) = \sum_{x \leq s} p_B(x).$$

(Folytonos score esetén integráljellel értendő a szumma helyett.)

A KS-statisztika tehát a score szerint sorbarendezett sokaságban a jók és a rosszak eloszlásának kumulált relatív gyakorisága közötti maximális különbség.

6. ábra



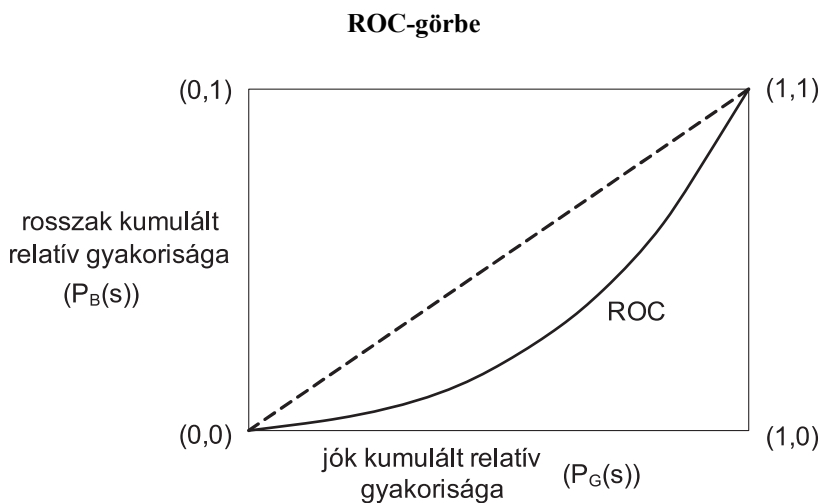
A Kolmogorov–Szmirnov-statisztika a *szeparációs statisztikák* közé tartozik, amelyek csak egy pontban nézik a két csoport közötti távolságot, tehát nem ragadnak meg minden fontos tulajdonságot az eloszlások alakjával kapcsolatban. A KS-statisztika is a scorecard egy általános tulajdonságát jeleníti meg, egyetlenegy pontban nézi a jó és rossz eloszlások távolságát (ott, ahol ez a távolság maximális), míg a gyakorlatban inkább az a fontos, hogyan teljesíti a scorecard a választott cutoff mellett.

### 3.2. Rangsorolási statisztikák

A rangsorolási statisztikák már a jó és rossz eloszlások teljes tartományára vonatkozó információt használnak:

#### AUROC (area under the ROC curve, a ROC görbe alatti terület)

Az előző ábra a Kolmogorov–Szmirnov-statisztikát ábrázolta két görbe segítségével. Ugyanez az információ egy görbével is megjeleníthető, ha  $P_B(s)$ -t ábrázoljuk  $P_G(s)$  függvényében. Ezt mutatja a következő ábra. A görbe minden pontja valamilyen  $s$  score-hoz tartozik, a vízszintes koordinátája  $P_G(s)$ , a függőleges koordinátája  $P_B(s)$ .



Ez a ROC (receiver operating characteristic) -görbe<sup>10</sup>; tulajdonképpen egy olyan Lorenz-diagram, amely két kumulált relatív gyakorisági sort ábrázol egy görbével. Leírja a scorecard klasszifikációs tulajdonságát a cutoff score változása esetén. Az elméletileg létező lehető legjobb scorecard ROC-görbéje a négyzet oldalán fut: a vízszintes tengelyen az (1,0) pontig, majd a függőlegesen az (1,1) pontig. Ekkor az (1,0) pont egy olyan  $s^*$  score-hoz tartozik, ahol  $P_B(s^*)=0$  és  $P_G(s^*)=1$ , azaz minden rossz  $s^*$ -nél nagyobb score-ral rendelkezik, és minden jó annál kisebbel. A négyzet átlóján fekvő ROC-görbe azt jelzi, hogy minden score esetén  $P_G(s) = P_B(s)$ , azaz a jók és rosszak aránya minden score esetén állandó. Ez pedig nem jobb, mint a véletlenszerű klasszifikálás úgy, hogy ismert a sokaságon belüli jó-rossz arány. Tehát minél távolabb van a görbe az átlótól, annál jobb a scorecard. Ha egy scorecardnak olyan ROC-görbéje van, amely mindig távolabb van a diagonálistól, mint egy másik scorecard görbéje, akkor az első minden cutoff esetén jobban klasszifikál, mint a második. Általában azonban a ROC-görbék metszik egymást, így az egyik scorecard jobban klasszifikál a cutoffértékek egy tartományában, míg a másik a cutoffértékek egy másik tartományában jobban.

Minél nagyobb tehát a *négyzet átlója és a ROC-görbe által bezárt terület*, annál pontosabb a klasszifikáció. A *Gini-mutató* ennek a területnek a kétszerese. A mutatóról elmondható, hogy  $0 \leq G \leq 1$ . A mutató értéke tökéletes klasszifikáció esetén 1, véletlenszerű klasszifikálás esetén 0. A SAS által generált *C* és az SPSS által generált *Area*-mutató értéke: (terület + 0,5).<sup>11</sup> A két mutató közötti összefüggés tehát:  $G = 2(C - 0,5)$ . Mindkét mutató egy számban összesíti a scorecard teljesítményét a cutoffértékek teljes tartományára. Ez egyrészt frappáns megoldás, másrészt viszont félrevezető lehet, mert számunkra általában a lehetséges cutoffértékeknek csak egy szűk tartományán érdekes a scorecard teljesítménye.

<sup>10</sup> A ROC-görbe elnevezése utal eredetére, mert eredetileg az üzenetek adása és vétele során előforduló klasszifikációs hibák becslésére használták.

<sup>11</sup> Ha az ábrán a tengelyeket felcseréljük, akkor valóban ez jelzi a görbe alatti területet. Az átló és a görbe által bezárt terület + 0,5 (az alsó háromszög területe).



### 3.3. Előrejelzésihiba-statisztikák

#### Hosmer–Lemeshow-statisztika

A Hosmer–Lemeshow-statisztika az illeszkedés jóságát méri logisztikus regressziós modellek esetén. A HL-statisztika azt teszteli, hogy mennyire képes a modell az adott score-tartományokra megbecsülni a rosszak tényleges számát. A HL-teszthez kapcsolódó táblázat értékei úgy keletkeznek, hogy az egyes esetek becslt bedőlési valószínűségeit növekvő sorba rendezzük, és az így keletkezett rangsort  $k$  (általában 10) egyenlő elemszámú csoportra bontjuk (kvantilisokba – általában decilisekbe – rendezzük). Ezek után megvizsgáljuk, hogy az egyes csoportokba az egyes kategóriákból (1,0) hány megfigyelt (observed), és hány a regressziós becslés által várt (expected) eset tartozik. A Hosmer–Lemeshow-statisztika értéke nem más, mint az erre a táblázatra alkalmazott Pearson-féle ( $k-2$ ) szabadságfokú  $\chi^2$ -statisztika.

Ellentétben a fenti két mutatóval, a HL-statisztika kisebb értékei jelentik a jobb klasszifikációt (nagyobb besorolási pontosságot).

A HL-statisztika hibája, hogy nagyon érzékeny a kialakított csoportok számára. Ha túl sok kategóriát alakítunk ki, akkor kevés lehet az egyes kategóriába eső rosszak száma, így a modell nehezen tudja pontosan megbecsülni, a HL-statisztika pedig gyenge teljesítményt fog jelezni. Ha túl kevés a kategória, akkor a modell könnyen ad jó becslést, így a HL-statisztika szerint mindig jó a modell előrejelző képessége.

#### Klasszifikációs tábla (vagy konfúziós mátrix)

A klasszifikációs tábla a helyes és a téves besorolásokat összefoglalóan egy  $2 \times 2$ -es táblázatban jeleníti meg. A mátrix általános alakja:

1. táblázat

#### Konfúziós mátrix<sup>12</sup>

Klasszifikációs tábla		Valóságos kategória		
		jó (G)	rossz (B)	
A modell által besorolt kategória	jó (elfogadás) (A)	$n_{AG}$	$n_{AB}$	$n_A$
	rossz (elutasítás) (R)	$n_{RG}$	$n_{RB}$	$n_R$
		$n_G$	$n_B$	$n$

Ekkor a **hibaarány**:  $(n_{AB} + n_{RG})/n$ .

A credit scoring területén előfordul, hogy ezt a hibaarányt úgy lehet minimálisra csökkenteni, ha mindenkit jónak klasszifikálnak (mivel a rosszak aránya általában kicsi). Természetesen nagy badarság lenne valóban így cselekedni.

Az itt elkövethető kétféle hiba – a jók rosszként való félreklasszifikálása, azaz elutasítása, illetve a rosszak jóként való félreklasszifikálása, azaz meghitelezése – igencsak eltérő költségekkel jár. Ha  $D$  (debt) jelenti azt a veszteséget, amit egy rossz ügyfél jóként való félreklasszifikálása (elfogadása) okoz, és  $L$  (lost profit) jelenti az elvesztett profitot, amit egy jó

<sup>12</sup> A: accept (elfogadás), R: reject (elutasítás)

ügyfél rosszként való félreklasszifikálása (elutasítása) okoz, akkor a klasszifikálási hiba által okozott, egy ügyfélre eső várható veszteség:  $(L n_{RG} + D n_{AB})/n$ .

A konfúziós mátrix nemcsak különböző modellek teljesítményének összehasonlítására használható, hanem a megfelelő cutofférték kiválasztására is.

Itt azonban meg kell állnunk egy kicsit. A *költségek* figyelembe vétele természetesen jobb, mintha csak a hibák számát minimalizálnánk, viszont a célunk a profitmaximalizálás, nem pedig a költségminimalizálás. Sokkal jobb lenne a különböző esetek hasznait figyelembe venni. A *haszonnak* ugyanis van egy természetes viszonyítási alapja, amelyhez képest mérhetjük, legyen az pozitív vagy negatív. Ez a viszonyítási alap a döntés meghozatala előtti helyzet. Ha helyes a döntés, akkor pozitív a haszna, ha nem helyes, akkor negatív.

Ha viszont (ügy, mint fentebb) a költség fogalmában gondolkodunk, akkor könnyen készülhet olyan költségmátrix, amely logikailag ellentmondásos, mert nem minden értékének azonos a viszonyítási pontja. Gyakran láthatunk például ilyen költségmátrixot:

1. táblázat

### Hibás költségmátrix

Költség		Valóságos kategória	
		jó (G)	rossz (B)
A modell által besorolt kategória	jó (elfogadás) (A)	0	D=1 0
	rossz (elutasítás) (R)	L=1	0

A tényleges cash flow elutasítás esetén ugyanaz lesz, függetlenül attól, hogy valójában jó vagy rossz ügyfélről van-e szó. Ezért minden ésszerű költségmátrixban az *elutasítás* sorban lévő két értéknek egyeznie kell.

A költségeket vagy hasznokat mérhetjük bármilyen viszonyítási szinthez, de ennek állandónak kell lennie. Az  $L$  elvesztett profit valójában egy elszalasztott lehetőség költsége, nem tényleges pénzáramlás. Könnyű elkövetni azt a hibát, hogy a különböző alternatív költségeket (opportunity cost) különböző szintekhez mérjük. A fenti hibás költségmátrix például magyarázható így: „*A jó ügyfelek meghitelezésének és a rosszak elutasításának nincs költsége, mert mindkét esetben jó döntést hoztunk. Ha egy jó ügyfelet elutasítunk, akkor a költség az 1 egységnyi elvesztett profit (L=1). Ha egy rossz ügyfelet meghitelezünk, akkor a veszteség a nyújtott hitel összege (D=10).*”

Nézzük, miért hibás a fenti gondolatmenet! Elsőként tegyük fel, hogy a banknak mind a négy típusból lesz egy ügyfele. Ekkor a bank eszközeiben beálló tényleges nettó változás  $-9$ . Most tételezzük fel, hogy jön négy jó ügyfél, akit meg is hiteleznek, ők pedig rendben visszafizetik a hitelt. Ebben az esetben az eszközökben beálló nettó változás  $+4$ . A két eset közötti különbség  $13$ . Bármilyen viszonyítási alapot használunk is, ennyinek kell lennie a különbségnek. Ha viszont a fenti hibás költségmátrixot használjuk, akkor az első esetben a teljes költség  $11$ , a másodikban pedig  $0$  (ezek különbsége pedig nem  $13$ ).

Egy, a fentieknek megfelelő haszonmátrix lehet a 2. táblázatban szereplő. A fix 10 egységnyi hitelösszeg helyett beépítettük a hitelösszeg nagyságát is. Itt  $x$  a hitelösszeg értéke E Ft-ban. Feltételezzük, hogy a jó hiteleken a bank haszna 10%, nemfizetés esetén a várható veszteség 80%<sup>13</sup>.

Haszonmátrix

2. táblázat

Haszon		Valóságos kategória	
		jó (G)	rossz (B)
A modell által besorolt kategória	jó (elfogadás) (A)	0,1x	-0,8x
	rossz (elutasítás) (R)	0	0

Sajnos, ezzel a megoldással kapcsolatban is vannak problémák:

- Azt látjuk, hogy elutasítás esetén nincs változás, márpedig a hitelebírálnak költsége van akkor is, ha elutasítják a kérelmet.

Ez igazából *nem probléma*, mert mind a négy értékből kivonhatjuk ezt a hitelebírási költséget, de egy konstans hozzáadása minden értékhez nem változtatja az optimumhelyet.<sup>14</sup>

- A másik probléma, hogy a rosszak elutasítása helyes döntés, ezért valamilyen pozitív értéknek kellene társulnia hozzá; a jók elutasítása pedig hibás döntés, ezt negatív értékkel kellene kifejezni.

Elutasítás esetén végül is a bank haszna (bevétele) nem változik, ezért nem találtunk megfelelő negatív, illetve pozitív értékeket.

*A cutoff kiválasztása:*

*Elméletileg* akkor érdemes befogadni egy kérelmet, ha annak várható haszna pozitív (nagyobb, mint az elutasítás várható haszna), azaz a fenti haszonmátrix és  $p$  bedőlési valószínűség esetén, ha  $(1-p)0,1x + p(-0,8)x > 0$ . Jelen esetben a  $p < 0,0909$  bedőlési valószínűségű hiteleket érdemes beengedni.

Ez akkor lenne igaz, ha a cél ezen az egy szegmensben elérhető profit maximalizálása; azaz, ha a bank döntési tere csak annyi lenne, hogy ide kihelyezi-e a pénzét, vagy sem. Általában több helyre is kihelyezheti a tőkéjét, ezért inkább akkor érdemes befogadni a kérelmet, ha a befogadás hozama nagyobb, mint az alternatív befektetés(ek) várható hozama. Esetenként tehát inkább hozamban (nem profitban) érdemes gondolkodni, és azt maximalizálni. Ekkor viszont már felmerül a fix költségek allokálásának problémája (nem mindegy, hogy hány hitelre kell elosztani őket). A fix költségek elosztására nem létezik egyetlen legjobb eljárás. Az alkalmazandó (alkalmazható) megoldás függ a bank számviteli folyamataitól és konkrét üzleti céljaitól is.

A *gyakorlatban* általában a cutoffértékek lehetséges tartományán megvizsgálják a modellépítési vagy tesztelési mintán a különböző cutoff- (score vagy becslés) valószínűség) értékekhez tartozó profit- (vagy hozam-) értékeket, és azt a cutoffértéket választják, amely mellett a mintán maximális a profit (vagy hozam).<sup>15</sup>

13 A nemfizetés esetén várható veszteséget (loss given default – LGD) valamilyen módon becsülni kell, értéke termékenként, ügyfélcsoportonként más és más lehet.

14 Ha az elbírálási költségek eltérőek az elutasítottak és az elfogadottak között, akkor természetesen azokat be kell írni a táblázatba.

15 A gyakorlatban az új scoringmodell bevezetésénél az első időszakra sokszor olyan cutoffértéket választanak, amely hasonló beengedési rátát eredményez, mint a meglévő, régi scorecard.

**Brier score**

$$BS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{f}(1|x_i))^2$$

Itt  $y_i=1$ , ha rossz hitelről van szó és  $y_i=0$ , ha jó;  $\hat{f}(1|x_i)$  pedig annak a becült valószínűsége, hogy az  $i$  objektum a rosszak közé tartozik. A mutató értékének elméleti minimuma 0 (tökéletes modell esetén, ami a jók esetén 0 bedőlési valószínűséget, a rosszak esetén 1-et becül), maximuma 1 (épp ellentétes besorolás esetén).

Ezen mutatóval egyező elven működik a logaritmikus score:

**Logaritmikus score**

$$LS = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i \ln \hat{f}(1|x_i) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{f}(1|x_i))) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(|y_i + \hat{f}(1|x_i) - 1|)$$

A mutató 0 közeli értékei jelzik a modell jó teljesítményét.

A Brier- és a logaritmikus score is az előrejelzési hibát méri, ezért a 0 közeli értékek jelentik a nagyobb besorolási pontosságot.

**4. A MÓDSZEREK HIÁNYOSSÁGAI**

A jelenleg használatos credit scoring modellek több korláttal is rendelkeznek. Az egyik legfontosabb probléma az, hogy e modellek *elsősorban a hitelügylet nemfizetési valószínűségén* alapulnak, amely csak az egyik – bár tény, hogy a legfontosabb – dimenziója az ennél sokkal összetettebb profitmaximalizálási döntési feladatnak. A másik komoly fogyatékosága e modelleknek, hogy legtöbbjük statikus, azaz csak az adott ügyletre koncentrál, *nem képes figyelembe venni a jövőben várható, a jelen ügylet által indukált újabb termékértékesítési lehetőségeket*<sup>16</sup>, és így nem képes valóban maximalizálni a profitot. Ezt az „egyperiódusú” szemléletet többször próbálták már javítani, de még nem sikerült kielégítően megoldani a jövőben várható újabb ügyletek előrejelzésének problémáját.

Egy másik problémája a jelenlegi scoringrendszereknek, hogy ezt a kérdést akarják megválaszolni: *„Mi a valószínűsége annak, hogy a kérelmező csődbe megy (vagy nem fizet) a jövőben egy adott időpontig?”* Pedig az is nagyon fontos kérdés, hogy ez a *nemfizetés mikor fog bekövetkezni*. Erre a kérdésre a túlélési függvények alkalmazásával épített modellek adhatnak választ. Kevesen vizsgálják, hogy mekkora az a törlesztési késedelem, amely mellett egy adott ügylet még nyereséges marad. Amennyiben a minősítő rendszer kínálna ilyen jellegű információkat a döntéshez, sok majdnem sikertelen ügyletet lehetne veszteség nélkül zárni.

Fontos hiányossága még a jelenlegi hitellel bíró rendszereknek, hogy többségük a döntési javaslat meghozatalakor az adott ügyletet kiragadva vizsgálja. Pedig kívánatos lenne a hitelnyújtó teljes portfóliójának figyelembe vétele a pénzügyi jobb eredő teljesítményének érdekében. *Portfóliószintű credit scoring* esetén a teljes portfólió kockázati helyzetét és a kockázat diverzifikálására rendelkezésre álló lehetőségeket is figyelembe kell venni egy döntés meghozatalakor.

<sup>16</sup> Vagy a mostani elutasítás miatti esetleges veszteségeket, hiszen lehet, hogy ennek hatására a már meglévő ügyfél más bankhoz viszi a jövedelmező hiteleit, megtakarításait is.

A negyedik, a fentiekkel összefüggő kérdés az, hogy az ügyfél *gazdasági környezetének jövőbeli várható változását*<sup>17</sup> is előre kellene jelezni a pontosabb értékelés érdekében. Az ilyen irányú kísérletek közé tartozik a Markov-láncok alkalmazása.

A mesterséges intelligencián alapuló rendszerek és a hagyományos eljárások kombinációjával a döntéstámogatásnak a jelenleginél magasabb szintje érhető el. Az emberi gondolkodást szimuláló, a hitelügyintézők sokéves munkája során felhalmozott, szubjektívnek tűnő, de igazából csupán képletekkel ki nem fejezhető, objektív tapasztalatok felhasználásával működő rendszerek a mainál lényegesen nagyobb biztonsággal fogják tudni támogatni a döntéshozatalt.

## IRODALOMJEGYZÉK

- ALTMAN, E. I. [1968]: Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance*, 1968. szeptember, Vol. 23., 589–609. o.
- BROOKS, N. A. L. [1989]: Expert Systems, *Bank Administration*, 1989. augusztus, 65. évf. 8., 36–37. o.
- FREED, N.–GLOVER, F. [1981a]: A Linear Programming Approach to the Discriminant Problem, *Decision Science*, 12. évf. 68–74. o.
- FREED, N.–GLOVER, F. [1981b]: Simple but Powerful Goal Programming Approach to the Discriminant Problem, *European Journal of Operational Research*, 7. évf. 44–60. o.
- FRIEDMAN, H.–ALTMAN, E.–KAO, D. L. [1985]: Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress, *Journal of Finance*, 1985. március, Vol. 40. Iss. 1., 269–291. o.
- HAJDU, O. [2003]: Többváltozós statisztikai számítások, KSH, Budapest
- HAJDU, O.–VIRÁG, M. [1996]: Pénzügyi mutatószámokon alapuló csődmodellszámítások, *Bankszemle*, 1996/1–2.
- HÁMORI, G. [2001]: A CHAID alapú döntési fák jellemzői, *Statisztikai Szemle*, 79. évf. 8., 703–710. o.
- HAND, D. J. [2001]: Measuring Diagnostic Accuracy of Statistical Prediction Rules, *Statistica Neerlandica*, 53. évf. 3–16. o.
- HARDY, W. E.–ADRIAN, J. L. [1985]: A Linear Programming Alternative to Discriminant Analysis in Credit Scoring, *Agribusiness*, 1. évf. 4., 285–292. o.
- HOLSAPPLE, C. W. et al. [1988]: Adapting Expert System Technology to Financial Management, *Financial Management*, 1988. ősz, 19. évf. 12–22. o.
- KISS, F. [2003]: A credit scoring fejlődése és alkalmazása, PhD-értekezés, BME
- MANGASARIAN, O. L. [1965]: Linear and nonlinear separation of patterns by linear programming, *Operation Research*, 13 évf. 444–452. o.
- MARAS, M. L.–PATELL, J. M.–WALFSON, M. A. [1984]: The Experimental Design of Classification Models: An Application of Recursive Partitioning and Bootstrapping to Commercial Bank Loan Classifications, *Journal of Accounting Research*, Vol. 22., 87–115. o.
- MAYS, E. [2004]: Credit Scoring for Risk Managers, South Western Thomson Learning
- MCLEOD, R. W. et al. [1993]: Predicting Credit Risk: A Neural Network Approach, *Journal of Retail Banking*, 15. évf. 3., 37–40. o.
- NATH, R.–JACKSON, W. M.–JONES, T. W. [1992]: A comparison of the classical and the linear programming approaches to the classification problem in discriminant analysis, *Journal of Statistical and Computational Simulations*, 41. évf. 73–93. o.
- PAU, L. F. ed. [1986]: Artificial Intelligence in Economics and Management, North-Holland Publishing Co., Amsterdam
- SRINIVASAN, V.–KIM, Y. H. [1987]: Credit Granting: A Comparative Analysis of Classification Procedures, *Journal of Finance*, 1987. július, 42. évf. 3.szám, 665–683. o.
- TAM, K. Y. [1991]: Neural Network Models and the Prediction of Bank Bankruptcy Omega, *The International Journal of Management Science*, 19. évf. 5.szám, 429–445. o.
- THOMAS, L. C.–EDELMAN, D. B.–CROOK, J. N. [2002]: Credit Scoring and Its Applications, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia
- VIRÁG, M.–KRISTÓF, T. [2006]: Iparági rátákon alapuló csődelőrejelzés sokváltozós statisztikai módszerekkel, *Vezetéstudomány*, 37. évf. 1., 25–35. o.
- WEST, D. [2000]: Neural Network Credit Scoring Models, *Computers and Operations Research*, 27. évf. 1131–1152. o.

17 Gazdasági ciklusok, infláció, demográfiai változások (előregedő társadalom).