

Faltin Zsolt,¹ Beneda Károly²

Centrifugálkompresszor-karakterisztika regressziója a teljes működési tartományban nem lineáris matematikai modellhez

Gázturbinás berendezésekben – legyenek azok hajtóművek vagy ipari alkalmazásban tengelyteljesítményt leadó eszközök – a centrifugális kompresszorok széles körben elterjedtek. Jellemzőjük az egy fokozatban elérhető jelentős nyomásviszony, valamint a relatíve széles tömegáram-tartományban való stabil üzemelés. Ez utóbbi ellenére kis szállítás esetén – az axiális kompresszorokhoz hasonlóan – különféle instabil jelenségeket mutatnak (forgó leválás, pompázs), amelyek nyomás- és tömegáramlengések formájában jelentkeznek. Ezek elkerülése elsődleges fontosságú a berendezés és a kapcsolódó rendszerek megóvása érdekében, mert a lengésekben tárolt energia akár a lapátok kiszakításához is elegendő. A kompresszor matematikai modellezése kiemelkedő jelentőségű abból a szempontból, hogy egyrészt a különböző üzemi állapotokban előre jelezhetővé válik a berendezés viselkedése, továbbá azon tartományokban, ahol az instabilitások fellépése várható, ott egy aktív beavatkozást biztosító rendszer a megfelelő reakciót kiváltva elháríthatja a szabályozás nélküli esetben bekövetkező rendellenes működést. Cikkünk célja, hogy egy centrifugális kompresszor teljes üzemi tartományában történő mérése alapján polinomos regresszióval közelítse a berendezés tömegáram-nyomásviszony, valamint tömegáram-hatásfok jelleggörbéit. Az eljárással megalkotott összefüggés a teljes üzemmódtartományt lefedi, előnyeit egy összehasonlítás mutatja be a korábban alkalmazott lineáris (például átszámított fordulatszám és dimenziótlan tömegáram szerint bilineáris) módszerek eredményeivel szemben. A kompresszor matematikai modelljét dinamikus szimulációnak vetettük alá, amelyet MATLAB Simulink környezetben hajtottunk végre, és az összehasonlítás érdekében tranziens mérések eredményeit használtuk fel. Az így megalkotott dinamikus modell pedig korszerű, aktív pompázsszabályozó rendszerek fejlesztését teszi lehetővé a későbbiekben.

Kulcsszavak: *pompázs, regresszióanalízis, centrifugáliskompresszor-karakterisztika*

¹ Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedés és Járműmérnöki Kar Vasúti járművek, Repülőgépek és Hajók Tanszék, doktori hallgató, e-mail: zfaltin@vrht.bme.hu, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8361-1397>

² Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedés és Járműmérnöki Kar Vasúti járművek, Repülőgépek és Hajók Tanszék, adjunktus, e-mail: kbeneda@vrht.bme.hu, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1900-7934>

Regression Analysis of Centrifugal Compressor Characteristics in the Entire Operating Range for Non-Linear Mathematical Model

Centrifugal compressors are widespread in gas turbines – for example in thrust or turboshaft engines in the field of aviation, or in power generation. The main features of centrifugal compressors are high pressure ratio per each stage and stable operation at a relatively wide range of the fluid flow. Despite these advantages at low mass flow rates, some kind of instabilities appear (like rotating stall and surge), which are the same in axial compressors and which may occur in the form of total pressure and mass flow rate fluctuation. It is very important to avoid these instabilities to protect the equipment and the connected systems, because the energy stored in the fluctuations is enough for the disintegration of impeller blades as well. Creating a mathematical model of the centrifugal compressor is very important regarding the prediction of the system behavior in different operational modes, and in the unstable operational ranges an active surge suppression system could avert the undesired regimes which could occur in the lack of any active surge avoidance system. The objective of our paper is to describe the mass flow rate – pressure ratio and mass flow rate – efficiency characteristic of the equipment by polynomial regression approximation method based on the result of earlier measurement. The equation created by this method covers the whole operational range, its advantages are shown by a comparison method instead of the result of earlier linear methods (for example bilinear equation by relative physical revolution and dimensionless mass flow rate). The mathematical model of the compressor was tested by dynamic simulations in MATLAB Simulink environment, and the solution was validated by the result of transient measurements. The created dynamic model opens the way to the development process of a state-of-the-art, active surge suppression control system.

Keywords: surge, regression analysis, centrifugal compressor characteristics

1. Bevezetés

A centrifugális kompresszorok az ipar számos területén megtalálhatók, mint például a légi közlekedésben gázturbinás sugárhajtóművekben, a légkondicionáló rendszer elemeként vagy dugattyús repülőgépmotorok mechanikus, illetve turbófeltöltőiben, de itt meg lehet említeni a gépjárművek motorjainak hasonló berendezéseit is. A járműipar mellett az energiaipar egyes szektoraiban is széles körben alkalmazzák azokat, például a földgázszállításban vagy erőművek különböző részegységeiben. Legfőbb üzemi jellemzőjük az axiális berendezésekhez képest a fokozatonként elérhető nagyobb nyomásviszony és szélesebb tömegáram-tartomány,³ amelyben stabilan tudnak működni, de adott esetben előfordulhat ezek drasztikus csökkenése, például földgázszállítás esetén csővezeték repedése vagy repülőgépek esetében a hajtóműbe beszívott idegen tárgy következtében, ami miatt instabilitások keletkezhetnek forgó leválás vagy pompázs formájában. Ezen instabil üzemi viszonyok kiküszöbölésére régebben csak passzív módszerek léteztek, azonban a számítástechnika fejlődésével lehetőség nyílt nemcsak

³ Beneda Károly – Simongáti Győző – Veress Árpád: *Járművek hő- és áramlástechnikai berendezései*. Budapest, 2010.

az üzemi paraméterek pontosabb mérésére, de az ezekből alkotott pontosabb üzemállapot meghatározására és az ezekre alapozott szabályozási algoritmus megalkotására is.

2. Centrifugális kompresszorokban jelentkező instabilitások

A centrifugális kompresszorokban lejátszódó instabil folyamatok összetett jelenségek, amelyek pontos megértésére és feltérképezésére többféle vizsgálat is történt az elmúlt évtizedekben.

A *pompázs* lényegében egy egydimenziós jelenség, amely a tömegáram és a nyomás ingadozásában jelentkezik az egész kompressziós rendszerre nézve, amely során közegvisszaáramlás is jelentkezik jelentős teljesítménycsökkenést kiváltva. A *forgó leválás* egy lokális instabilitás, amely kisebb sebesség-ingadozással kezdődik a kompresszor egy meghatározott részénél és kerületi irányban terjed az egész kerület mentén.⁴

Kísérletek megmutatták, hogy a kompresszorpompázs jelenségét kiválthatják a járókerék bemenetén jelentkező leválások,⁵ de idesorolhatók az alacsony frekvenciájú lengések a diffúzorban, ahol a diffúzor lapátjain szintén jelentkezhet forgó leválás.⁶ A pompázsjelenség kiváltója lehet még a nyomáslengések következtében jelentkező ingadozások a járókerék forgási sebességében.

Számos *numerikus szimuláció* is született a centrifugális kompresszorban fellépő instabilitások vizsgálatára,⁷ azonban ezek pontos végrehajtását nagymértékben befolyásolja a mérések nagy számításigénye egy teljes kompresszor fokozat és nagy munkaközeg modellezése esetén. Továbbá a pontatlanság oka lehet, hogy a szimuláció peremfeltételeinek beállítása okozza az instabil áramlási jelenségek kialakulását, ami valós esetben az adott körülmények között nem valósulna meg. Többször valós esetben mély pompázs esetén a folyamatosan áramló közegben a keresztmetszet bizonyos részein visszaáramlás tapasztalható, ezért a szimulációk során figyelni kell, hogy az előre megadott peremfeltételek ne akadályozzák ezt a valóságban kialakuló áramlást, mert az a szimulációk eredményeit befolyásolhatja.

Az áramlás iránya alapján a pompázsjelenség három részre bontható.⁸ A *pompázs kezdetének* nevezhetjük azt a pontot, ahol a tömegáram csökkenésével a közegre felírt Greitzer-féle dinamikai rendszermodell szerint a pillanatnyi megzavarások hatására keletkező örvénylések nem szűnnek meg, hanem tovább erősödve a teljes rendszerben érzékelhető nyomáslengéseket okoznak. Ezért is alkalmaznak pompázsvédelem céljából olyan passzív pompázsvédelmi kialakításokat, amelyek a kompresszorban áramló közeg csillapító hatását vagy inkább képességét növelik. Ilyen például a pompázskamra, amelynek nyílásai általában a járókerék lapátok húr hosszának első harmadánál vannak elhelyezve.

A következő az *oszcillációs rész*, amely során a nyomáslengés már nagy amplitúdóval rendelkezik, és a statikus nyomás nem tud tovább növekedni. Ezt az instabil állapotot követi

⁴ James D. Paduano et al.: Modeling For Control of Rotating Stall. *Automatica*, 30. (1994), 9. 1357–1373.

⁵ Deb. Banerjee et al.: Investigation of Flow Field at the Inlet of a Turbocharger Compressor Using Digital Particle Image Velocimetry. *Journal of Turbomachinery*, 141. (2019), 12.

⁶ Xiang Xue – Tong Wang: Experimental Study on Inducement and Development of Flow Instabilities in a Centrifugal Compressor with Different Diffuser Types. *Journal of Thermal Science*, 29. (2020), 434–444.

⁷ Zhao Yang et al.: Numerical investigation of deep surge in a centrifugal compressor with vaned diffuser and large plenum. *Journal of Power and Energy*, 234. (2019), 2. 143–155.

⁸ Xinquian Zheng et al.: Experimental investigation of surge and stall in a turbocharger centrifugal compressor with a vaned diffuser. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 82. (2017), 493–506.

egy bizonyos ponton egy villanásszerű markáns nyomáslökés, amelyet követően az egész berendezésben a nyomás alacsonyabb szintre esik, és mind a járókerék, mind a diffúzor bemenetén közel állandó értéken marad, de továbbra is folyamatosan ingadozik. Ez a kompresszorban haladó áramlás összeomlásának szakasza, amely a közeg áramlásának iránya alapján két részből tevődik össze; az áramlás visszafordulása, amely során a periférián már korábban megjelenő kúszó-visszáramlás mértéke gyorsan csökkeni fog, amint a nyomáskiegyenlítetlenségek megszűnnek, tehát ez nem tévesztendő össze a már normál üzem során keletkező kúszóáramlással. A másik rész a pozitív gyorsulási mező, amely akkor jön létre, amikor a diffúzorban addig jelen lévő nagy ellennyomás megszűnik. Ezek nagyfrekvenciás váltakozása és az ebből adódó ütésszerű terhelések jelentik a legnagyobb veszélyt az egész berendezésre nézve.

Az oszcillációs részt követi az *áramlás helyreállásának szakasza*. Ez a mély pompázsciklus végén található, amely során a nyomásingadozásnak minimális az amplitúdója és a statikus nyomás a diffúzorkimeneten gyorsan magas szintre emelkedik.

A centrifugális kompresszorokban létrejövő instabilitások minél részletesebb feltérképezésére *akusztikai vizsgálatok* is történtek.⁹ Ezek két fő csoportra oszthatók, az egyik a belső, amelyet a berendezés belsejében elhelyezett dinamikus nyomásszenzorokkal mérnek, és így közvetlen kapcsolatban vannak a munkaközeggel, a másik a külső, a kisugárzott jeleket mérő, amelynek mérése mikrofonokkal történik a szívócsatorna belépőnyílásának közelében. A hangnyomásszint méréséhez elegendő egy szenzor, bár ez érzékeny a visszatükröződésemből és a geometriából adódó hibákra. A hang intenzitásának meghatározására két vagy több szenzor szükséges, és az erős irányítottági tulajdonságának köszönhetően a geometriától függetlenül konzisztensnek tekinthető. A vizsgálat eredményei megmutatták, hogy a lapátfelületeken történő közegáthelyeződésből származó súrlódás kevésbé felelős a keletkező zajokért, mint inkább a nyomáslengésből fakadó zaj, amelyet legfőképpen a lapátvégeken történő áramlásleválások generálnak. Ezeknek az instabilitásoknak a járókerék által indukált örvényszerű struktúrája alkotja a forgóleválást. Ezek az áramlások hatással vannak az érkező közegnek a lapátgeometriához viszonyított állásszögére, amelyek állandóan váltakozó lapátterhelést generálnak. A forgóleválás még a kompresszor pompázsolása előtt megjelenik a diffúzorban is, ahol a kerületi terjedési sebességére hatással van az aszimmetrikus csigaház által keltett aszimmetrikus kerület menti nyomásmegoszlás is, amely szerint az alacsonyabb nyomású zónában, például a csigaház kiindulási pontjánál a forgó leválási zóna lokális gyorsulása figyelhető meg, míg a kerület mentén nagyobb nyomású részben annak lassulása. Megfigyelték továbbá, hogy a forgóleválási zónák a pompázsjelenség kialakulásával egyidejűleg is megmaradnak, csak tágabb frekvenciaintervallumban.

Az áramlásleválások jelentkezhetnek a járókeréklapátokon és a diffúzorban is. A leválási cellák a járókeréklapátok esetében a szívott oldalon jelennek meg először, de a diffúzorban jelentősebb a hatásuk a nagyobb nyomás miatt. Szubszónikus áramlás esetén a diffúzorlapátokon keletkező leválások az áramlás irányával ellentétesen is terjednek, és a járókerék-csatornában áramló közegre visszahatva okozzák a nyomásviszony csökkenését. Bár a legújabb vizsgálatok kimutatták,¹⁰ hogy a diffúzor geometriája nagymértékben befolyásolja az instabil viszonyok kialakulását, ha ugyanis a lapát nélküli diffúzor be-, illetve kimeneti sugarának aránya úgy van

⁹ Elias Sundström – Bernhard Semlitsch – Mihai Mihăescu: Acoustic signature of flow instabilities in radial compressors. *Journal of Sound and Vibration*, 434. (2018), 221–236.

¹⁰ Lei Zhang et al.: A Review of Rotating Stall in Vaneless Diffuser of Centrifugal Compressor. *Journal of Thermal Science*, 29. (2020), 323–342.

megválasztva, hogy a járókeréklapát-kimenettől induló határrétegek találkozási pontja, azaz az instabilitások kiindulópontja kívül esik ezen, akkor megelőzhető a diffúzorban kialakuló instabilitások, amelyek a már említett határrétegben elinduló visszaáramlással kezdődnek. Tehát lapát nélküli diffúzorok esetében a keskeny csatornában a turbulens határrétegek keveredése okozza a forgóleválás kialakulását. Vastagabb diffúzor esetében a turbulens határrétegek nem érnek össze, így a főáramlás zavartalanul haladhat tovább, ezáltal az ebből fakadó instabilitások nem alakulnak ki. Ezt igazolta az is, hogy keskeny diffúzorok esetében a leválások kezdetekor az energiaveszteség is nagyobb, mint vastagabb diffúzorok esetében. Külön megvizsgálták azt is, hogy hogyan befolyásolja a diffúzor be- és kilépési átmérőjének aránya, egyszerűbben a diffúzor hossza a leválások kialakulását. Azt találták, hogy a hosszú diffúzorok esetében a járókerék-kimenetnek kevésbé van hatása a leválások kialakulására és kerületirányú terjedési sebessége is kisebb, mint rövid diffúzorok esetében, ahol a járókerék kimenetének hatása jóval erősebb a leválások kialakulására nézve, amelyek kerületirányú sebessége is nagyobb lesz.

Egy másik tanulmányban¹¹ egy turbófeltöltő kompresszorának bemeneti keresztmetszetét vizsgálták újfajta, fejlett mérési módszerrel, az úgynevezett sztereoszkopikus részecskekép sebességmérés (SPIV, *Stereoscopic Particle Image Velocimetry*) eljárással különböző működési tartományokban, amely megmutatta, hogy nagy közegszállítás esetén az áramlási mező egységes képet mutat, de a tömegáram folyamatos csökkentésével körgyűrűalakú visszaáramlást lehet megfigyelni a szívócsatorna fala mentén. A visszaáramlás kezdeti pontja a mérések szerint közepes tömegáramoknál kezdődik, tehát még messze a pompázshatártól és a közepes tömegáramok esetében a legnagyobb hatások közelében, ami 15,5 fokos állásszögnek felel meg a járókeréklapátok belépő élének külső pereménél minden egyes vizsgált sebesség esetében. Nagy tangenciális sebességek és gyors lengések jelölik a közeg-visszaáramlás régióját. Ez a jelenség a tömegáram folyamatos csökkenésével erősen növekszik, és folyamatosan keveredik az érkező közeggel, aminek során mozgási energiáját átadja. A visszaáramlás nagysága a járókerék bemeneti síkjához képest négyzetesen változik a tömegáram csökkenésével, és mindig a külső periferián jelenik meg közel a maximális hatásfokú görbéhez, míg az áramlás a járókerék belső-középső részén mindig továbbtődik a diffúzor felé, csak egy kis kerületi irányú komponense van. A periferián visszafelé érkező áramlásnak jelentős tangenciális komponense is van, amely keveredve a folyamatosan érkező közeggel markáns turbulens képet mutat, főleg a járókerék belépési keresztmetszeténél. A visszaáramló közeg ezentúl csökkenti a hatásos járókerék-lapátcsatorna belépő keresztmetszetét, ezáltal a közegnek átadható energiát, tehát rontja a hatásfokot is. Ezenfelül a fő közegáram csökkenésével ez a visszaáramlás növekedést mutat, amely a már említett turbulenciakeltési tulajdonsága miatt az elsődleges oka a járókeréklapátok belépőélén keletkező leválásoknak, ellentétben a sebességi háromszögekből adódó optimálistól eltérő áramlási szögekkel.

Különböző kialakítású diffúzorokban létrejövő instabilitások vizsgálatánál igazolták,¹² hogy az instabilitások megjelenésének kétféle típusa, a hirtelen *lökésszerű* és az enyhe vagy más néven *modális* (nyomás)hullám a diffúzorban is előfordul. A forgóleválás gyakrabban jelentkezett, amikor szándékosan elrontott áramlási viszonyok között kellett a munkaközegnek haladnia,

¹¹ Banerjee et al. (2019) i. m.

¹² Xiang–Tong (2020) i. m.

de a pompázsjelenség optimális áramlási körülmények között is kialakult.¹³ Ezt támasztja alá a Greitzer-féle modell is,¹⁴ amely szerint optimális, azaz tervezési körülmények esetén kisebb lesz a hőmérséklet, ezáltal a lokális hangsebesség, így egy bizonyos határig a leválási instabilitások nem alakulnak ki, tehát a rendszer előzetes leválások nélkül lép pompázsba. Egyéb, nem tervezett üzemi körülmények között, a rendszerben csak előzetes instabilitások, például forgóleválás után alakul ki a pompázsjelenség.

Lapátos diffúzorral éppen ezért kizárólag az állandó fordulatszámú kompresszorokat érdemes felszerelni, mivel az adott fordulatszámhoz tartozó tervezett szállítás esetén lehetnek csak optimálisához közeli áramlási viszonyok, amelyek még a környezeti paraméterek állandó változása esetén sem biztosítottak.

3. A kompresszorkarakterisztikát leíró függvény meghatározása

A cikkben bemutatjuk, hogy egy tipikus centrifugális kompresszor esetében mérések alapján meghatározott karakterisztikát miképpen lehet különböző célokra egyszerűbb függvényekkel közelíteni. A kompresszor karakterisztikájának meghatározása egy nagyobb munka része, amely egy komplett pompázsszabályozó rendszer elkészítésére irányul. A karakterisztikát leíró függvényeket mérési eredmények alapján regresszióanalízissel határoztuk meg, amelyek közül kiemelkedik a fordított regresszió, mivel a kompresszor a többi gépegységgel történő együttműködés során ellennyomás ellenében továbbítja a munkaközeget, ami azt jelenti, hogy a kompresszor utáni nyomás (és ezáltal a kompresszor nyomásviszonya) a többi gépegységtől dinamikusan függ, és a karakterisztika alapján a tömegáram adódik. Cél volt tehát egy olyan függvény létrehozása, amely a nyomásviszony és átszámított fordulatszám bemenő paraméterek alapján adja meg, hogy mekkora szállítást képes a kompresszor ilyen feltételek mellett létrehozni.

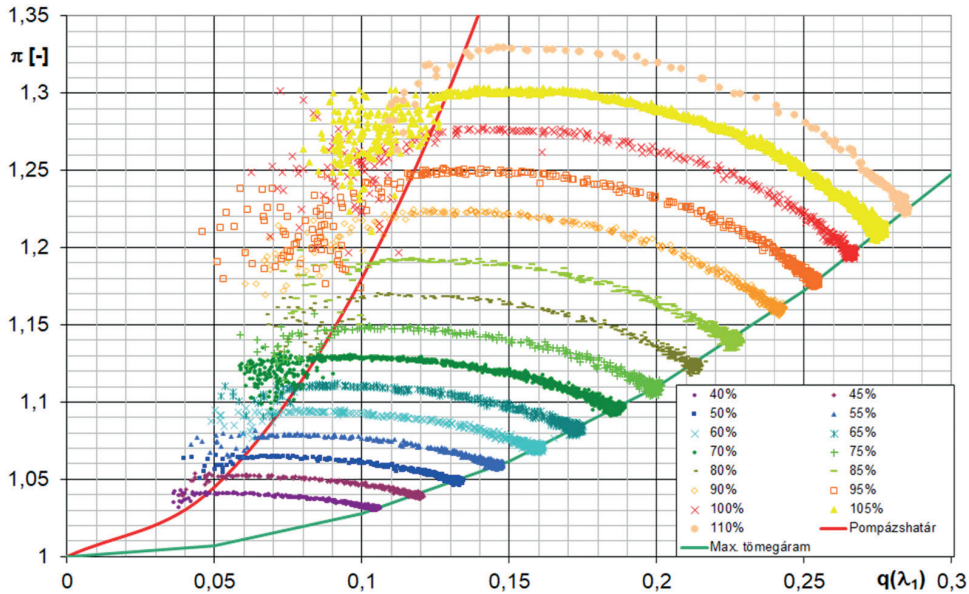
3.1. Mérések végrehajtása, kompresszorkarakterisztika felvétele

A karakterisztika felvételéhez használt centrifugális kompresszor a tanszék laborjában található. Meghajtása egy háromfázisú aszinkron gépről történik, amely egy frekvenciaváltón keresztül kapja a meghajtásához szükséges váltóáramot 0–100 Hz-ig terjedő tartományban, azonban az 50 Hz-es tervezési frekvencia fölé a túlmelegedés kockázata miatt csak kismértékben érdemes menni a maximum 55 Hz-es értékig. A motor és a kompresszor között egy 3,1-es áttételű gyorsító hajtómű gondoskodik arról, hogy a kompresszor elérje a névleges fordulatszámát, ami ha a meghajtó motor 50 Hz-et kap, akkor a fordulatszáma 3000 1/min alatt lesz kicsivel, így a gyorsító áttételen keresztül pedig a kompresszor körülbelül 18 000 1/min ér el. A minél teljesebb karakterisztika felvételéhez 55 Hz-es megváplálás esetén még 10%-kal a tervezési fordulatszám feletti érték is ki lett mérve. A kompresszor előtt és után mért torlóponti nyomások

¹³ Zheng et al. (2017) i. m.

¹⁴ Edward M. Greitzer: Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors – Part II: Experimental Results and Comparison With Theory. *Journal of Engineering for Power*, 98. (1976), 2. 199–211.

digitális adatgyűjtő rendszer segítségével lettek rögzítve.¹⁵ A karakterisztika felvételéhez szükség volt továbbá egy fojtószelepre, amivel az egyes fordulatszámokon még a pompázhatáron túli állapot is be lett állítva, de mivel a stabilitás határán túl a kompresszor kilépő nyomása ugrál, és emiatt nem egy görbére esnek a mért pontok, hanem bizonyos mértékű szórást mutatnak, ezért ezek az értékek nem kerültek bele a regresszióba, mert csupán pontatlanabbá tennék a közelítő görbéket. Az így kapott karakterisztikát az 1. ábra mutatja be.



1. ábra
Kompresszorkarakterisztika. Forrás: Beneda (2013) i. m.

3.2. Regresszióanalízis elvégzése

Mint korábban említettük, a kompresszorkarakterisztikát leíró függvényre azért van szükség, hogy egy minden körülmények között működő szabályozórendszer része legyen, és mivel a környezeti paraméterek, mint a nyomás és a hőmérséklet, mindig befolyásolják az adott fordulatszámhoz tartozó nyomásviszonyt és szállított közeget, ezért a mért bemenő paramétereket át kell számolni hasonlósági számokká, továbbá a könnyebb kezelhetőség érdekében dimenziótlan számokká.

A kompresszorkarakteristikára felírható összefüggés, amelyben a nyomásviszony a definíciójából adódóan dimenziómentes, ezért a vízszintes tengelyen feltüntetett, a munkaközeg

¹⁵ Beneda Károly: *Development of Active Surge Control Devices for Centrifugal Compressors*. PhD dissertation, Department of Aeronautics, Naval Architecture and Railway Vehicles, Faculty of Transportation Engineering and Vehicle Engineering, Budapest University of Technology and Economics, Budapest, 2013.

tömegárama is dimenziótlanná lett. Ebben az esetben a mért tömegáramot a keresztmetszetre felírható kritikus tömegárammal osztottuk, de a tengelyen felvett értékekről jól kivehető, hogy a tömegáram messze elmarad a vizsgált keresztmetszetben jelen lévő hőmérsékleten vett kritikustól. Az n_a átszámított fordulatszám pedig a berendezés fordulatszámának a kompresszor előtti torlóponthoz viszonyított hőmérséklettel korrigált értéke.

$$\bar{n}_a = n * \sqrt{\frac{T_0}{T_1^*}}$$

Mivel ez még mindig nem dimenziómentes hasonlósági szám, ezért az egyes fizikai fordulatszámokhoz tartozó n_a átszámított fordulatszámokat osztottuk a névleges fordulatszámhoz tartozó átszámított fordulatszámokkal és az ebből kapott relatív átszámított fordulatszámot használtuk.

$$\bar{n}_a = \frac{n}{n_{a,opt}} * \sqrt{\frac{T_0}{T_1^*}}$$

A regresszióanalízisnél használt feltételezett összefüggés:

$$\pi_k^* = \sum_{i=0}^{p_1} \left(\sum_{j=0}^{p_2} a_{i,j} \bar{n}_a^j \right) q(\lambda_1)^i,$$

ahol $p_1 = 3$ és $p_2 = 2$, vagyis az egyes átszámított fordulatszám-görbéket $q(\lambda_1)$ harmadfokú polinomaként közelítjük, míg azon harmadfokú görbékben belül pedig a relatív átszámított fordulatszámától másodfokú függést feltételezünk.

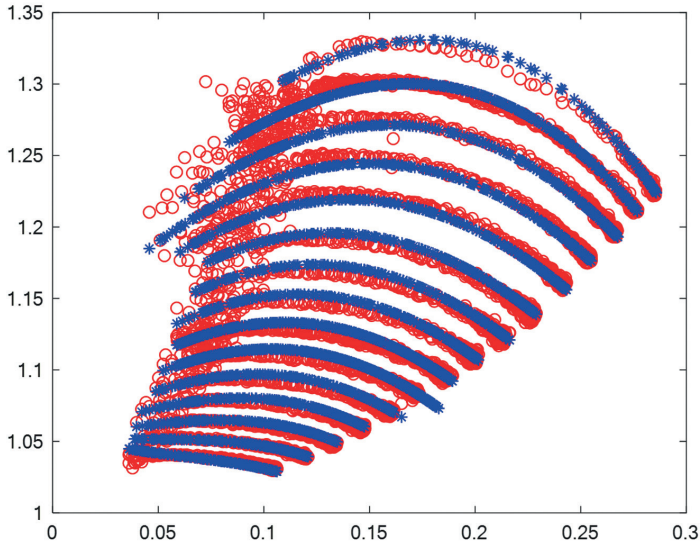
A regresszió a MATLAB-program *lscov* parancsával lett végrehajtva, amely a kompresszor-karakterisztikát leíró feltételezett összefüggésbe behelyettesítve a mért adatokat a legkisebb négyzetek módszerével határozza meg az együttható mátrixot. Ez a következő eredményeket adta az $a_{i,j}$ együtthatókra.

1. táblázat
Az együtthatómátrix. Forrás: a szerzők összeállítása a MATLAB *lscov* parancsának végeredményeiből

i / j	0		1		2	
	a_{ij}	σ_{ij}	a_{ij}	σ_{ij}	a_{ij}	σ_{ij}
0	-203,886	9,7542	335,814	15,864	138,158	7,9742
1	-80,1512	5,2118	-128,936	7,2740	45,7251	2,7085
2	-9,4025	0,8596	16,6184	1,1650	-5,7646	0,3672
3	0,43814	0,04312	-0,47485	0,05816	1,17978	0,01757

A regresszió pontosságáról egyik oldalról a négyzetes középhiba (angolul Mean Square Error) ad képet, amely $MSE = 4,8402 \cdot 10^{-5}$ értékre adódott. Az egyenletrendszer $a_{i,j}$ együtthatóinak értéke mellett fel van tüntetve mindenütt a MATLAB által kiadott szórás is, amely így összevethető a regresszióanalízis során kapott relatív szórással. Bár a relatív szórások egész magasak, 4,5% körüli értékűek, ettől függetlenül azért elfogadható a regresszió. Esetleg a mérőrendszer

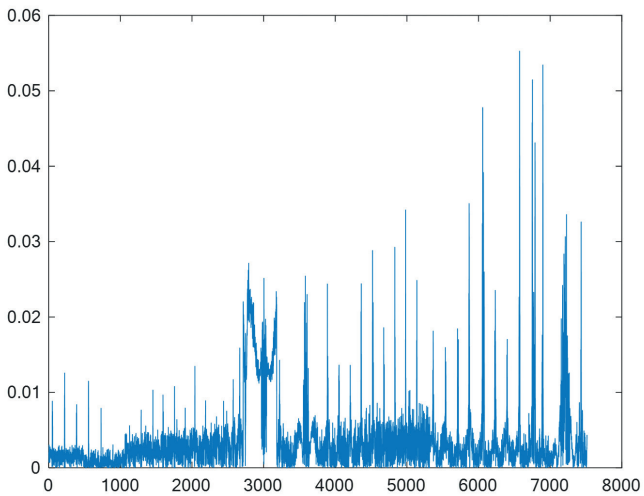
fejlesztésével a mért adatok kisebb szórással lehetnének rögzíthetőek. A mért és az elméleti összefüggésből kapott karakterisztika ábrázolása a 2. ábrán található.



2. ábra

A mért és az egyenletből kapott karakterisztika. Forrás: a szerzők saját mérése és számítása a MATLAB alapján

A regresszió megfelelőségére az egyes mért adatpárok és regressziós adatok összehasonlításából a relatív hiba alapján következtethetünk, amelynek eredményeit a 3. ábra mutatja.



3. ábra

A relatív hibákról. Forrás: a szerzők saját számításainak eredménye

A 3. ábra az összes vizsgált fordulatszámhoz tartozó teljes adatsort tartalmazza az 1. ábrának megfelelően növekvő fordulatszám szerint. A teljes adatsorra vonatkozó átlagérték 0,37%, ami a 32,5 Hz-es fordulatszámhoz tartozó 3000-es értékek környékén lévő kiemelkedést és az ennél nagyobb fordulatszámokhoz tartozó kiugró csúcsokat is figyelembe véve megfelelőnek mondható. A legnagyobb csúcs 5,53%, de ha a mérési adatok statisztikai értékelése során nem vesszük figyelembe az 1% feletti értékeket, akkor is 0,24% marad az átlag, vagyis nincs olyan nagy hatása ezeknek a pontoknak a teljes adatsorra.

3.3. A fordított regresszió elvégzése

A pompázjelenség szabályozása során előfordulhat olyan feladat, amikor a tömegáramot kell a másik két paraméterből meghatározni. Ezt egy újabb regresszióval lehet meghatározni. Az egyenes regressziónál harmadfokú összefüggést alkalmaztunk, ezért a fordított regressziónál valamilyen köbgyökös kifejezés adhat megfelelő karakterisztikát. Az egyes fordulatszámokhoz tartozó görbék közelítő egyenletének a következő összefüggést feltételezve, a CurveExpert-programmal a kitevőre 0,33-as érték jött ki, tehát köbgyökös kifejezés lesz.

$$b \cdot \left| \pi_{k,akt}^* - \pi_{k,opt}^* \right|^a$$

Az így kapott feltételezett összefüggésben a b paramétert kellett meghatározni a regresszióval, amelyben a $q(\lambda)_{opt}$ és $\pi_{k,opt}$ paraméterek a mért karakterisztikáról lettek leolvasva. Az alkalmazott képlet:

$$q(\lambda_1) = q(\lambda_{1,opt}) + b \sqrt[3]{\left| \pi_{k,akt}^* - \pi_{k,opt}^* \right|},$$

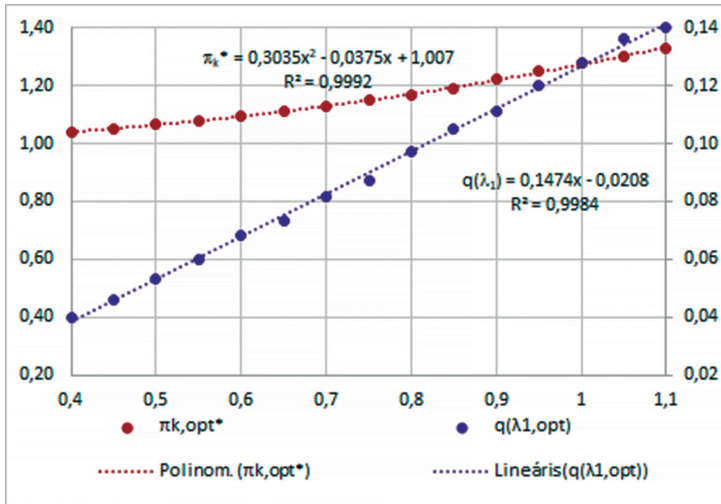
ahol b értékére 0,35 adódott.

Mivel a kompresszorkarakterisztikában a $q(\lambda)_{opt}$ és $\pi_{k,opt}$ diszkrét pontok az egyes fordulatszámgörbéken, ezért ezekre a paraméterekre folytonos függvényt kellett illeszteni.

A kapott összefüggéssel a teljes üzemi tartományban meghatároztuk a nyomásviszony és fordulatszám alapján a dimenziótlan tömegáramot, amelyet a 4. ábra mutat. Megfigyelhető, hogy minden folytonos görbe megfelelően illeszkedik a pontokkal jelzett mért adatokra, vagyis a regresszió sikeres volt, az egyszerűsített kifejezés segítségével meg lehet állapítani a kompresszor-nyomásviszony és a fordulatszám mint bemenő adatok alapján a kimenetet, vagyis a dimenziótlan tömegáramot.

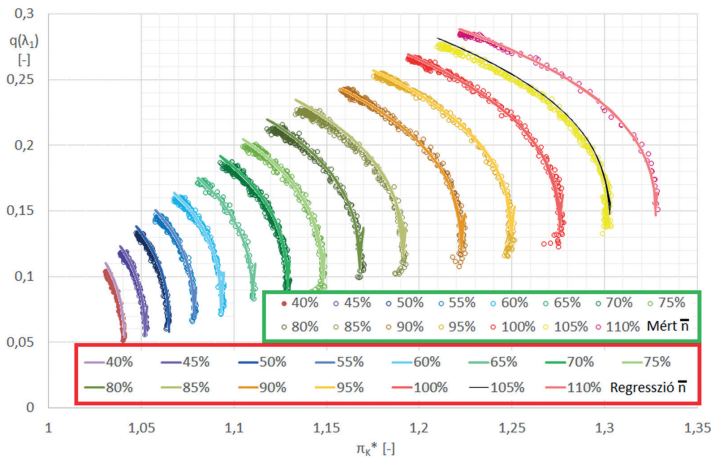
A közelítésnek csupán kettő gyenge pontja akad. Egyrészt, azon mérési pontoknál, amikor a mért nyomásviszony valamilyen hiba miatt az optimális fölé esik, az abszolútérték-függvény szimmetrikus mivoltából fakadóan tévesen egy a valóságban nem létező karakterisztikaágot hoz létre, amely a jelleggörbe optimális nyomásviszonyra vett függőleges tükörképe. Ez megfigyelhető a 80, 90 és 100% fordulatszámok esetében (lásd 5. ábra). A másik probléma abban rejlik, hogy a kompresszorinstabilitás nem pontosan az optimális nyomásviszonynál kezdődik, hanem kicsit kisebb dimenziótlan tömegáramnál, amihez a fokozatosan növekvő veszteségek miatt az optimálisnál csekélyebb nyomásviszony tartozik. A köbgyök- és abszolútérték-függvények együttesen ezt az állapotot tévesen az optimális nyomásviszonynál kisebb, az ahhoz tartozó dimenziótlan tömegáramnál viszont nagyobb értékre képezik le. Ezáltal, bár

a nyomásviszony csökken az optimálison túl növekvő fojtás esetén, ez nem azért következik be, mert a levegőátfutás megnőtt volna, hanem azért, mert az áramlási veszteségek növekednek. Így az a téves következtetés vonható le, hogy a kisebb nyomásviszony miatt kellő távolságra került az üzemi pont a leválástól, és a szabályozó rendszer esetleg megszünteti a pompázás elleni beavatkozást, azonban a tényleges szituációban ez éppen az instabilitás kialakulását segítheti elő. Ennek eldöntésére, hogy ez valóban problémát jelent-e, mindenképpen részletes vizsgálatokat kell végezni a tényleges kompresszor és szabályozórendszer együttesével.



4. ábra

$q(\lambda)_{opt}$ és $\pi_{k,opt}$ polinomos alakban a relatív átszámított fordulatszám függvényében. Forrás: a szerzők saját számításainak eredménye



5. ábra

A mért és a fordított regresszióból kapott karakterisztika. Forrás: a szerzők saját számításainak eredménye

3.4. A kapott összefüggés alkalmazhatósága mikrokontrollerbe programozás esetén

Az aktív szabályozó rendszer alapját egy 8 bites architektúrájú, MC9S08DZ60 típusú mikrokontroller képezi, mivel a korábbi szabályozórendszerek¹⁶ erre a típusra lettek alapozva,¹⁷ amelyek gázturbinás hajtóművek tolóerő-szabályozásában megfelelő teljesítményt mutattak, így kézenfekvő, hogy a már bevált platformra alapozva szülessen meg a pompázs szabályozása is. Ennek működéséhez szükséges valamilyen törvényszerűség, amely a rendszer aktuális állapotát meghatározó, mért paraméterek alapján vezérlő jelet küld ki. A kompresszorkarakterisztikát meghatározó analitikus összefüggések számításának igénye nagyon bonyolulttá tenné a működtető algoritmust. A mért karakterisztika regresszióanalízisének elsődleges célja volt egy olyan összefüggés meghatározása, amellyel jelentősen csökken a szabályozórendszer kapacitásigénye. Az egyenes regresszióból kapott összefüggést ezért meg kellett vizsgálni, hogy a karakterisztikát számító rutint, ha mikrokontrollerbe programozzuk, akkor az mennyi idő alatt lesz képes a számítást elvégezni. A vezérlő rutin lebegőpontos számábrázolást alkalmazva 59 907 ciklust jelent, ami egy 8 bites architektúrájú, MC9S08DZ60 típusú mikrokontrolleren 20 MHz-es órajellel 5,991 ms időt igényel. Ez megfelelő sebesség egy áramlástanai gép esetében.

A fordított regresszió esetében, tehát amikor a nyomásviszonyból és a relatív átszámított fordulatszámából kell szabályozni az aktuális tömegáramot, a mikrokontrollerben való működés időszükséglete 114 078 ciklus volt, ami a fent említett beállítások esetén már 11,41 ms alatt zajlik le. Ez még bőven belül esik az előzetesen becsült 20 ms-on, azonban ha számításba vesszük az optimális pont paramétereit, amelyek első-, illetve másodfokú egyenlettel vannak meghatározva és a beavatkozó jel kiszámításához szükséges időt, akkor már szükségessé válhat nagyobb kapacitású kontroller alkalmazása.

4. Összefoglalás, konklúzió

A pompázsjelenség szabályozási feladatának elvégzéséhez szükséges valamilyen szabályozó algoritmus létrehozása. Erre a legkézenfekvőbb megoldás a kompresszor működését a teljes üzemi tartományban leíró karakterisztika felhasználása, azonban ennek analitikus úton történő meghatározása időigényes feladatot jelentene egy mikrokontroller számára. Ezért került sor korábbi mérési eredmények alapján meghatározott karakterisztikát leíró összefüggés meghatározására, amelynek első lépése volt a karakterisztikát leíró közelítő függvények meghatározása, majd az ezekben szereplő együtthatók pontos kiszámítása regresszióanalízissel.

Ezt a műveletet elvégeztük a nyomásviszonyra és a dimenziótlan tömegáramra is. Miután a kapott összefüggésekből alkotott görbék rávetítve a mért adatsorból származó görbékre jó közelítést adtak, az egyes pontokhoz tartozó eltéréseket is meghatároztuk az elméleti értékekhez viszonyítva, amelyekre közel a teljes tartományban 1% alatti értékek jöttek ki. Végül mivel a cél az összefüggések alkalmazása egy szabályozórendszer részeként, az ezeket számító algoritmus időszükségletének meghatározása is megtörtént, amely szerint az egyenes

¹⁶ Beneda Károly: Modular Electronic Turbojet Control System Based on TPR. *Acta Avionica*, 17. (2015), 1. 14.

¹⁷ Beneda Károly: Development of a modular FADEC for small scale turbojet engine. In Szakál Anikó (szerk.): *SAMI 2016, IEEE 14th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics*. New York, IEEE, 2016. 51–56. 6.

regresszió gond nélkül elvégezhető egy 8 bites mikrokontrollerrel, míg a fordított regresszió végrehajtásához már egy újabb 32 bites típus válhat szükségessé.

Felhasznált irodalom

- Banerjee, Deb. et al.: Investigation of Flow Field at the Inlet of a Turbocharger Compressor Using Digital Particle Image Velocimetry. *Journal of Turbomachinery*, 141. (2019), 12. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4044608>
- Beneda, Károly: *Development of Active Surge Control Devices for Centrifugal Compressors*. PhD dissertation, Department of Aeronautics, Naval Architecture and Railway Vehicles, Faculty of Transportation Engineering and Vehicle Engineering, Budapest, Budapest University of Technology and Economics, 2013.
- Beneda, Károly: Development of a modular FADEC for small scale turbojet engine. In Szakál Anikó (szerk.): *SAMI 2016, IEEE 14th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics*. New York, IEEE, 2016. 51–56. DOI: <https://doi.org/10.1109/SAMI.2016.7422981>
- Beneda, Károly: Modular Electronic Turbojet Control System Based on TPR. *Acta Avionica*, 17. (2015), 1. 14. Elérhető: <https://acta-avionica.tuke.sk/ojs/index.php/aavionica/article/view/893/891> (A letöltés dátuma: 2021. 01. 14.)
- Beneda Károly – Simongáti Győző – Veress Árpád: *Járművek hő- és áramlástechnikai berendezései*. Budapest, 2010. Elérhető: www.vrht.bme.hu/letoltes/Tanszeki_letoltheto_anyagok/Tantargyak_anyagai/Jarmuvek_Ho_es_Aramlastechnikai_Berendezesei/1/Jh%C5%91%C3%A1g1_SGY_A4%209.0.pdf (A letöltés dátuma: 2021. 01. 14.)
- Greitzer, Edward M.: Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors – Part II: Experimental Results and Comparison With Theory. *Journal of Engineering for Power*, 98. (1976), 2. 199–211. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3446139>
- Paduano, James D. et al.: Modeling For Control of Rotating Stall. *Automatica*, 30. (1994), 9. 1357–1373. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90001-9)
- Sundström, Elias – Bernhard Semlitsch – Mihai Mihăescua: Acoustic signature of flow instabilities in radial compressors. *Journal of Sound and Vibration*, 434. (2018), 221–236. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.07.040>
- Xue, Xiang – Tong Wang: Experimental Study on Inducement and Development of Flow Instabilities in a Centrifugal Compressor with Different Diffuser Types. *Journal of Thermal Science*, 29. (2020), 434–444. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11630-020-1223-4>
- Yang, Zhao – Xi Guang – Wang Zhiheng – Zhang Pengfei: Numerical investigation of deep surge in a centrifugal compressor with vaned diffuser and large plenum. *Journal of Power and Energy*, 234. (2019), 2. 143–155. DOI: <https://doi.org/10.1177/0957650919854571>
- Zhang, Lei – Ruiyang He – Songling Wang – Qian Zhang: A Review of Rotating Stall in Vaneless Diffuser of Centrifugal Compressor. *Journal of Thermal Science*, 29. (2020), 323–342. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11630-020-1261-y>
- Zheng, Xinqian – Zhenzhong Sun – Tomoki Kawakubo – Hideaki Tamaki: Experimental investigation of surge and stall in a turbocharger centrifugal compressor with a vaned diffuser. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 82. (2017), 493–506. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2016.11.036>

