

Farkas Márton<sup>1</sup> – Vanek Bálint<sup>2</sup>

## NYERS GPS ADATOK FELDOLGOZÁSI MÓDSZEREINEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA<sup>3</sup>

*Jelen cikk a műholdas pozíció-, sebesség- és időmeghatározás témakörével foglalkozik. Egy szimulációs program segítségével egy adott útvonalhoz, adott időtartományban lehetséges GPS adatok képzése. Ezekhez az adatokhoz kapcsolódnak képzett tényleges adatok is, melyeket felhasználva lehetőség nyílik a különböző feldolgozási módszerek közötti pontosság vizsgálatára. Két féle kalkulációs módszerrel, a legkisebb négyzetek módszerével és Kálmán-szűrővel történik az adatok elemzése MATLAB környezetben. A GPS rendszer minél pontosabb felhasználásához és minél több területen történő alkalmazásához elengedhetetlen a pozicionálás alapjainak megismerése, mely később lehetővé teszi az adatfeldolgozás módszereinek fejlesztését, vagy az elkészült algoritmusok valós idejű mikroszámítógépes alkalmazását.*

### COMPARISON OF VARIOUS METHODS OF PROCESSING RAW GPS DATA

*The article is about position, speed and time determination by satellites. The use of a simulation program made possible to constitute GPS data for a given trajectory and a given timeframe. This data relates to generated real data. The use of this data allowed the comparison of accuracy of various processing methods. The analysis of the data is made in MATLAB environment by two calculation methods. The first one is the method of Least Squares and the second one is a method based on Kalman filter estimation. In order to use the GPS system most accurately and in as many fields as possible, it is necessary to know the basics of positioning. This enables the further development of data processing methods, or the real-time micro-computer application of the algorithms.*

## GPS RENDSZER ALKALMAZÁSA NAGY PONTOSSÁGÚ RENDSZEREKNÉL

A polgári elérhetőségű GPS rendszer pontossága növelhető kiegészítő rendszerek alkalmazásával. A projekt célja ezen módszerek megismerése és megértése, így lehetővé téve a rendszer későbbi alkalmazását pilóta nélküli robotrepülőgépen. A következőekben két olyan rendszert ismertettünk, ahol lehetséges a GPS műholdak jeleit más rendszerek segítségével pontosítani.

### Valós idejű kinematikus (RTK - Real Time Kinematic) helyzetmeghatározás

A polgári használatban leginkább elterjedt GPS rendszerek pontossága általában 10 méter. Ennél sokkal nagyobb pontosságot igénylő felhasználási esetekben szükség van a centiméteres vagy annál kisebb eltérésű pozíció ismeretre.

Az RTK rendszer ezt a pontosságot egy vagy több bázis állomás telepítésével éri el, melyek szintén veszik a GPS műholdak jeleit. Mivel a bázis egy helyben áll sokkal pontosabb adatokat kap,

<sup>1</sup> okleveles közlekedésmérnök, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, martonfarkas8@gmail.com

<sup>2</sup> tudományos főmunkatárs, MTA SZTAKI, vanek@sztaki.hu

<sup>3</sup> Lektorálta: Dr. Ludányi Lajos ny. okl. mk. alez; főiskolai tanár, Nemzeti Közszolgálati Egyetem Katonai Repülő Tanszék, ludanyi.lajos@uni-nke.hu



mint egy mozgó vevő. A jelek feldolgozása után az adatokból meghatározhatóak a hiba értékek, és ezek segítségével a szükséges korrekciós értékek is. Az így kapott értékeket rádiós kommunikáció segítségével másodpercenként akár húszszor is elküldhetik a járműveken lévő mozgó egységeknek, melyek felhasználják azokat a saját vevőjükből származó pozíciójuk pontosítására.

Ez a rendszer csak úgy érheti el a kellő pontosságot, ha a műholdakból érkező vivőjel fázisát méri, nem pedig a jel által sugárzott információkat használja fel. Így már egy frekvencián mérve is elérhető az egy méteres hibahatár.

### **Inerciális navigációs rendszer és GPS rendszer integrálása (INS/GPS)**

Az inerciális navigációs rendszer a mozgó test gyorsulásait figyelve kalkulálja ki az aktuális helyzetet. Ez lehetővé teszi, hogy külső kapcsolat nélkül képes legyen meghatározni a sebességet valamint a pozíciót. Bármennyire is pontos eszközöket használunk, mindig elő fog fordulni valamekkora hiba a mérések során, amik a nagy mérési időtartamok alatt összeadódnak. A sok kis eltérés összességében akkora hibát eredményezhet, hogy a valós és a számított pozíció között egy óra alatt akár több száz méteres eltérés is kialakulhat. Emiatt szükséges más navigációs rendszerek kiegészítő alkalmazására. Az egyik ilyen lehetséges rendszer a műholdas helymeghatározás.

A két rendszer integrálása a következőképpen történik. Az inerciális rendszer eltéréseiből származó pontatlanságot a GPS minden frissítési időpillanatban korrigálja. A GPS frissítési időközében az INS folyamatosan kalkulálja a pozíciót. Ha a GPS vevő elveszíti a jelet, akkor abban az időtartományban az INS segítségével számítható marad a pozíció.

Ezt az integrált rendszert alkalmazzák repülőgépeken, rakétákon és kísérletek vannak földi eszközöknél is. Az INS/GPS rendszerek integrálása az irányítás automatizálásában hatalmas szerepet játszik, hiszen a pozíció, a sebesség és a gyorsulás pontos ismerete határozza meg a biztonságos helyzetváltást.

## **A GPS RENDSZER ÁLTALÁNOS BEMUTATÁSA**

Az űrkorszak a Sputnik 1 fellövésével kezdődött, ami a hidegháborúnak is egy új frontot nyitott. Az USA és a Szovjetunió is a rákövetkező 10 évet az űrbéli versengésre fordította. A viaskodás egyik fontos eredménye az lett, hogy az űrbéli kommunikációs- és navigációs-rendszerek lehetőségét hamar felismerték és megkezdték a fejlesztését. [1]

A jelenlegi szabatos műholdas helymeghatározó rendszerek közvetlen előzménye az USA haditengerészete számára 1961-ben kifejlesztett TRANSIT műholdas navigációs rendszer. Ennek polgári felhasználása 1967-ben kezdődött s 1994-ig, a rendszer megszűnéséig tartott.

A rendszer alapvető feladata tengerészeti navigáció volt, de hasznosították geodéziai célokra is, elsősorban olyan globális feladatok megoldására, mint a NAD83 nevű észak amerikai, vagy a WGS84 nevű globális dátum létrehozása. A TRANSIT rendszer geodéziai hasznosítását hosszú észlelési idő, utófeldolgozás és viszonylag alacsony, 1 m körüli pontosságok jellemezték. A TRANSIT rendszerben a mérés alapelve az volt, hogy a vevő a földi pont és a műhold távolságának megváltozását határozta meg egy megadott időintervallumra Doppler csúszások segítségével. Ezért ezekre a műholdakra a geodéták rendszerint „doppleres” jelzővel hivatkoztak.



A TRANSIT-tal egyidejűleg a Szovjetunióban is kifejlesztettek egy műholdas navigációs rendszert (GLONASS). [4]

A TRANSIT sikerének köszönhetően több űrbázisú navigációs-rendszer fejlesztési program kezdődött. A haditengerészet és a légierő két fejlesztése lett kombinálva a GPS rendszerbe. A koncepció felépítésénél a konstruktőröknek az alábbi jellemzők mellett kellett dönteni:

- **Aktív vagy passzív rendszer:**  
A passzív rendszerrel a jel sugárzásával, azt „hallgatva” a felhasználó meghatározhatja a pozíciót. Az aktív ezzel szemben interaktív, de csak egy adott számú felhasználót tud kezelni, ellentétben a passzívval, amelynél ez a szám korlátlan. Másik fontos tényező, hogy a hadsereg passzív rendszer esetén nem adja ki a pozícióját rádiójelekben.
- **Pozícionálási módszer: Doppler, hiperbolikus, vagy háromszögelés**  
A Doppler alapú pozícionálás, a Doppler-hatás alapján működik, azaz a hullámforrás és a megfigyelő közötti sebesség különbségen alapul.  
A hiperbolikus pozícionálás alapja, hogy két rádióforrás azonos fázisú jelet sugároz és a vevő a jel vételkor az átvitel idejét számítva, meghatározza a pozícióját. Az egyenlő fázis különbségek hiperbolikus felületeket határoznak meg.  
Az 1970-es években az óra-technológia odáig fejlődött, hogy idősinkronizált jelet lehetett küldeni a műholdakról. Tehát az ésszerű módszer a háromszögelés, mely szerint legalább három ismert helyzetű jelforrástól mért távolság meghatározza a vevő helyzetét.
- **Pulzus- vagy folytonos hullámjelek:**  
A pulzus jelek lehetnek idővel összehangoltak, tehát minden egyes műholdnak lehet egy elkülönített kibocsátási ideje. Szórt spektrumú a jelközlés, habár lehetővé teszi szimultán jelek közlését egy rádiófrekvencián. A GPS volt az első felhasználása ennek a jel továbbítási koncepciónak (CDMA).
- **Vivőfrekvencia:**  
Az L-sáv egy kompromisszum volt. A GPS-hez 20 MHz-es spektrumra volt szükség, és az L-sáv viszonylag zavartalan volt a '70-es évek elején. Magasabb frekvenciákon hiba jelentkezik, mert az ionoszférán való tükröződéskor a jel nem jut le a felszínre.
- **A műholdak helyzete és pályája:**  
A pontos pozícionáláshoz egyszerre négy vagy több műholdat szükséges látni bármely helyen és időpillanatban. Ezt a lefedettséget gazdaságosan kellett elérni:
  - alacsony földkörű pályára (LEO): 2000 km keringési magasság alatt, 10-20 percig látható, magas Doppler értékkel. Az atmoszféra ellenállása is jelentős. Körülbelül 100-200 műholdra lenne hozzá szükség. De olcsóbb a pályára juttatás, és kevesebb energiával lehetne működtetni.
  - közepes földkörű pályára (MEO): 5000-20000 km keringési magasságon. Egy nap alatt 2-4 alkalommal járja be a pályáját a műhold és pár óráig látható egy térség felett. Nagyobb költsége van a pályára juttatásnak, viszont 24-36 műhold elegendő a lefedettséghez.
  - geostacionárius pályára: 36000 km-es keringési magasságon túl az egyenlítő körül keringve elegendő lenne pár darab műhold, de nagy a költsége a pályára juttatásnak és nagyobb magasságokon rosszabb a lefedettség.

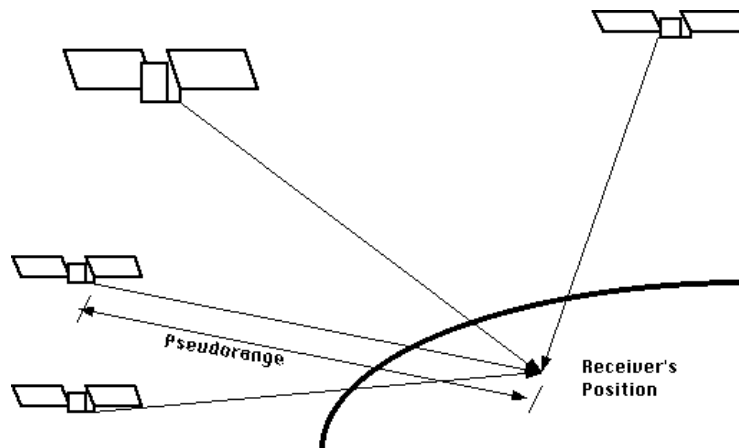
Ezek alapján a választás egy MEO összeállítású 24 műholdból álló rendszerre esett. A fejlesztés körülbelül 10 milliárd dollár volt, évi 500 millió dollár működtetési és karbantartási költségek mellett.

A fejlesztés során négy fontos technológia szempontot kellett teljesíteni:

- stabil űrplatformok irányítható pályákon;
- nagyon pontos órák;
- szórt spektrumú jeladás;
- integrált áramkörök.

A pozíció meghatározásához három távolság mérésére van szükség, három különböző objektumról. A GPS-nél az objektumok az ismert helyzetű műholdak, amik a világűrben 4 km/s-os sebességgel keringenek. A műholdak pozíciói mindig pillanatnyi időben értelmezettek, de ezeket akár 24-48 órával is előre lehet becsülni pár méteres pontossággal. A távolság a mérőeszköz és a műhold között abból az időtartamból számítható, ami alatt a jel a műholdtól a vevőig leér. Ezt a precíziós mérést az teszi lehetővé, hogy a jeleket pontos időzítéssel indítják, és az órák a műholdakon szinte tökéletesen szinkronizáltak. Ezeket felhasználva elérhető a jelek szélessávú (szórt) sugárzása. A mikroelektronikai fejlesztéseknek köszönhetően idővel a vevők egyre könnyebbek, kompaktabbak lettek.

Hogy mérni lehessen a tranzit időt a műholdtól a vevőig, szükséges a műhold és a vevő óráinak szinkronizálása. Ezt az olcsó quartz oszcillációs technológia vevőkbe történő beépítése tette lehetővé. Az eltérés a vevő órájában kihat a pillanatnyi mérésakor mindegyik műholdhoz tartozó tranzit időre. A mért távolságok így vagy rövidebbek, vagy hosszabbak lesznek. Ezeket a távolságokat nevezzük pszeidotávolságoknak (1. ábra). A vevő óra eltérése így válik a negyedik ismeretlenné, amelyet becsülni kell a három pozíció mellett. Emiatt szükséges legalább négy műhold jelének egyidejű vétele és így jön létre a négydimenziós pozíció a három térbeli pozícióból és az időből. [1]



1. ábra Pszeidotávolság

## GPS-hez kapcsolódó koordináta-rendszerek

### Az ECI inercia-rendszer

A Földközéppontú inercia-rendszer (Earth Centered Inertia) a bolygóközi mozgások tervezésekor fontos. Egy megválasztott fix időpontban tekintjük a Nap körül keringő és a tengelye körül forgó

Föld aktuális középpontját. Egy távoli fixcsillaghoz képest képezzük az orientációt. A klasszikus mechanika alaptörvényei vannak jelen, így a Newton–Euler egyenletek is érvényesek.

### Az ECEF koordináta-rendszer

Az Earth Centered Earth Fixed koordináta-rendszer origója a Föld középpontja, a koordináta-rendszer együtt mozog a Földdel (kering a Nap körül és forog a tengelye körül), a  $Z_{\text{ecef}}$ -tengelye a Föld forgástengelye, amely merőleges az egyenlítő síkjára.  $X_{\text{ecef}}$ -tengelye a Greenwichi Observatóriumon keresztülhaladó főmeridián (nulladik hosszúsági kör) síkjának és az egyenlítő síkjának metszéspontja, az  $Y_{\text{ecef}}$ -tengely pedig ezekkel jobbsodrású rendszert alkot.

### ENU koordináta-rendszer

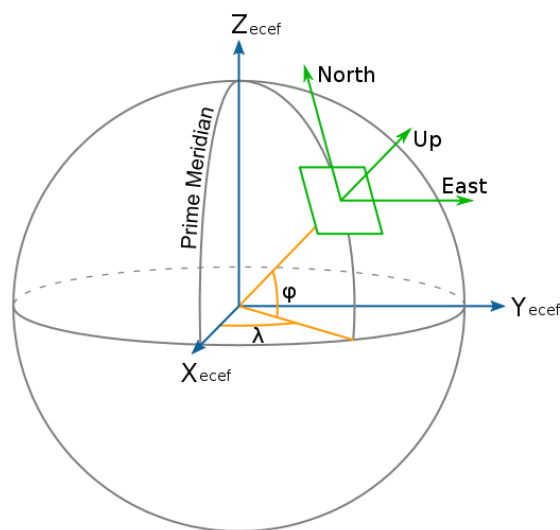
A helyi koordináta-rendszer (ENU: East North Up – Kelet Észak Fel) az egyik legalapvetőbb koordináta-rendszer. A definíció szerint ez a koordináta-rendszer egy úgynevezett „lapos föld” rendszer, ami lineáris  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  koordinátákat használ a pozíció meghatározásához, felhasználva a kiindulási pont koordinátáit. Mivel a Föld felszíne íves, a koordináta-rendszer pedig egy síkhoz viszonyít minden eltérést, nagy távolságokon már nem ad kellő pontosságú értékeket. Ezért ezt a rendszert kisebb területeken történő mozgáshoz használják.

Ebben a koordináta-rendszerben tehát, a kiindulási ponthoz képest irányváltás jelenik meg keletre, északra és felfelé mutató irányokban. [6]

### Földrajzi koordináta-rendszer (LLH)

A Föld gömb felületén egy pont megadható egy szélességi értékkel, egy hosszúsági értékkel és az aktuális magassággal. A szélességi fok ( $\varphi$ ), a vizsgált pontot a Föld középpontjával összekötő egyenes és az egyenlítő síkja által bezárt szög, északi irányban pozitív, déli irányban negatív. A hosszúsági fok ( $\lambda$ ), a vizsgált pontot a Föld középpontjával összekötő egyenesnek bezárt szöge a főmeridián síkjával. A harmadik dimenzió értékét pedig a magasság adja meg. Ezt az értéket általában az átlagos tengerszint feletti magassággal vagy a geoidhoz (a Föld elméleti alakja) való viszonyítással adják meg.

A földi koordináta-rendszerek értelmezéséhez ad segítséget a 2. ábra.



2. ábra Koordináta-rendszerek (ECEF, ENU, LLH) [6]



## A GPS RENDSZERREL TÖRTÉNŐ POZÍCIÓ-, SEBESSÉG- ÉS IDŐ- BECSLÉS (POSITION-VELOCITY-TIME PVT ESTIMATION)

A vevő pozíciójának és sebességének meghatározásához tartozó matematikai lépések kiindulópontja a pszeudotávolság mérése, amelyet a vevő minden mérési időpillanatban minden látható műholdhoz rögzít. Ezeknek az adatoknak a rögzítésében zavaró tényezők is közrejátszanak, amelyekkel kalkulálni kell az adott feltételeknél a lehető legpontosabb pozícionálás érdekében.

### Vevőkészülék pozíciójának és az óra eltérésnek a becslése

A kiindulási egyenlet [2] alapján:

$$\rho^k(t) = r^k(t, t - \tau) + c[\delta t_u(t) - \delta t^k(t - \tau)] + I^k(t) + T^k(t) + \epsilon^k(t) \quad (1)$$

- $k$ : a műhold egyedi azonosítója
- $\rho^k(t)$ : a  $k$ -adik műhold pszeudotávolsága [m]
- $t$ : a jelfogadás ideje [s]
- $r^k(t, t - \tau)$ : valós vagy geometriai távolság a vevőkészülék  $t$  időpontban (a jel fogadási ideje) és a jelet sugárzó  $k$ -adik műhold ( $t - \tau$ ) időpontban (az átjátszás ideje) között [m]
- $\tau$ : a jel átviteléhez szükséges idő (néha késésnek hívják) a műhold és a vevőkészülék között [s]
- $c$ : fénysebesség vákuumban [m/s]
- $\delta t_u(t)$ : a vevőkészülék órájának eltérése a GPS időhöz viszonyítva a fogadás idejében [m]
- $\delta t^k(t - \tau)$ : a  $k$ -adik műhold órájának eltérése a GPS időhöz viszonyítva a jelkibocsátás idejében [s]
- $I^k(t)$ : a  $k$ -adik műholdhoz tartozó a Föld ionoszférája által okozott késleltetés [m]
- $T^k(t)$ : a  $k$ -adik műholdhoz tartozó a Föld troposzférája által okozott késleltetés [m]
- $\epsilon^k(t)$ : a  $k$ -adik műholdhoz tartozó véletlen, modellbe nem beépíthető távolsági hiba. Tartalmazza például a műhold pozíciójának bizonytalanságát, az óra eltérést, a vevőkészülék zaját és többutas terjedését (a vevő környezetében levő tárgyakról való jelvisszaverődés).

Az 1. egyenlet jobb oldalán lévő összes kifejezés a  $\delta t_u$ -t kivéve tartalmazza a  $k$  kitevőt. Ez azt jelenti, hogy bármely adott időben ezek a kifejezések különbözőek az egyes műholdakra. Azonban a  $\delta t_u$  kifejezés azonos az összes műhold mérésére – ez egy általános modellezési hiba minden mérésnél.

Ezt a tényt felhasználva az 1. egyenlet egyszerűsíthető az időre vonatkozó tagok elhagyásával és a hibák összevonásával, melyet  $\tilde{\epsilon}_T^k$ -val fejezünk ki ( $T$  a teljes pszeudotávolság-hiba). Tehát az egyes műholdaktól kapott, javított pszeudotávolság-mérések ezután egyszerűsíthetők a 2. egyenletre:

$$\rho_c^k = r^k + c\delta t_u + \tilde{\epsilon}_T^k \quad (2)$$

- $\delta t_u$ : a vevőkészülék órájának eltérése [s]
- $r^k$ : vevőkészülék valós távolsága [m]

Az  $\tilde{\epsilon}_T^k$  nagysága és statisztikai természete befolyásolja a pozíció-sebesség-idő megoldás pontosságát. Minél kisebb és minél kevésbé korrelált, annál jobb a megoldás pontossága. Így először a GPS pszeudotávolság-mérések történnek meg, azért hogy csökkentsük az  $\tilde{\epsilon}_T^k$  nagyságát



és a lehető legkevésbé korrelálttá tegyük. A műholdak egy olyan üzenetet közvetítenek, mely segítségével megbecsülhető a  $\delta t^k$ ,  $I^k$  és a  $T^k$ , és ezután ezek eltávolíthatóak az  $\tilde{\epsilon}_T^k$  értékből. Tehát feltéve, hogy a műhold órája, az ionoszféra és a troposzféra okozta változások korrekciói meghatározottak, az  $\tilde{\epsilon}_T^k$  ezen korrekciók maradványértékeiből és nem modellezett hibákból fog állni. Ezen korrekciók kapcsolatát jelzi a c alsó index a távolságmérésekben.

Az ECEF koordináta-rendszerben a vevőkészülék helyzetét vizsgálva a jelfogadás időpontjában  $x_u=[x, y, z]$ , a műhold pozícióját vizsgálva a jelátvitel pillanatában  $x^k=[x^k, y^k, z^k]$  adódik. Belőlük a valós (vagy geometriai) távolság kifejezhető:

$$r^k = \sqrt{(x^k - x)^2 + (y^k - y)^2 + (z^k - z)^2} = \|x^k - x_u\| \quad (3)$$

A számítás elvégzéséhez szükség van arra, hogy a vevőkészülék és a műhold helyzete egyazon koordináta-rendszerben legyen kifejezve. A legáltalánosabban elterjedt ilyen referenciarendszer a GPS alkalmazásokra a WGS84 (World Geodetic Survey 1984), Föld-középpontú, Földet rögzítettnek tekintő koordináta-rendszer. Megjegyzésként említve, hogy WGS84 standard a felszint geoidnak definiálja, amely helyi földfelszíni referenciaként általánosan használt. A paramétereket, melyek a GPS-műholdak pontos pályáját írják le, egy navigációs adatüzenetben közvetítik, mely a WGS84 standardot használ. Ezt az információt a vevőkészülék használja arra, hogy kiszámolja a műhold pozícióvektorait ( $x^k$ ), a jelátvitel időpontjában. Ha ezt behelyettesítjük a 2. egyenletbe és egyszerűsítjük a vevőkészülék órájának teljes hibáját a  $b=c\delta t_u$  kifejezéssel, akkor a következő egyenlethez jutunk:

$$\rho_c^k = \|x^k - x_u\| + b + \tilde{\epsilon}_T^k \quad (4)$$

- $b$ : vevőkészülék óraeltérése
- $\tilde{\epsilon}_T^k$ : teljes pszeudotávolság-hiba

A 4. egyenlet megadja a  $k$ -edik műhold korrigált pszeudotávolság-méréseit figyelembe véve a vevőkészülék pozícióvektorának  $x_u=[x, y, z]$  WGS84 pozíciókoordinátáit. A hibátényező valamilyen szinten minimalizálható különböző technikákat használva, de teljesen sosem eliminálható. Az egyenlet ismeretlenjei a készülék pozíciójának három koordinátája és az óra mérési hibája, az óraeltérés. Tehát, ha adott legalább 4 pszeudotávolság-mérés, akkor ezt a 4 ismeretlent megbecsülhetjük

A vevőkészülék pozíciójának és az óra elmozdulásának becslésére a standard eljárás, hogy először linearizáljuk a pszeudotávolság-méréseket (4. egyenlet) egy a vevőkészülék pozíciójára és az óra eltérésére adott hozzávetőleges nyers becslés körül és aztán iteráljuk, amíg a különbség a becslés és a mérések között 0 lesz. Ebből az következik, hogy némi információra szükség van az vevőkészülék eredeti pozíciójáról, mert ezt a megoldást nem befolyásolja az eredeti (vagy hozzávetőleges) becslés. Ha az eredeti durva becslés a vevőkészülék pozíciójára és az óra eltérésre vonatkozóan  $x_0 = [x_0, y_0, z_0]$  és  $b_0$ , akkor a megfelelő becsült pszeudotávolság a  $k$ -edik műholdra nézve:

$$\rho_0^k = \|x^k - x_0\| + b_0 \quad (5)$$

Ezt követően az eredeti becslésen alapuló becsült pszeudotávolságok  $\rho_0^k$  és a mért, de korrigált pszeudotávolságok  $\rho_c^k$  a 4. egyenletből lineáris egyenletekkel összevonhatóak. Ez történhet a

valós vevőkészülék-pozíciót ( $x_u=[x, y, z]=x_0 + \delta x$ ) és a vevőkészülék óraeltérését ( $b = b_0 + \delta b$ ) kifejezve. Azaz azt feltételezzük, hogy a valós vevőkészülék-pozíció és az óra eltérése egyenlő a hozzávetőleges becslés értékével, melyre egy lineáris korrekciót alkalmaztunk (egy korrekciót, mely alapvetően elég nagy lehet). Ezeket a kapcsolatokat felhasználva, kifejezhetőek (a pszeudotávolság korrekciójának kifejezésével) a 4. és 5. egyenletekben található becslt és korrigált pszeudotávolság-kifejezések és megadhatóak a keresett négy ismeretlenhez. A becslt és mért pszeudotávolságok közti eltérés adja a kiindulópontot:

$$\delta \rho^k = \rho_c^k - \rho_0^k \quad (6)$$

$$\delta \rho^k = \|x^k - x_u\| + b + \tilde{\epsilon}_T^k - [\|x^k - x_0\| + b_0] \quad (7)$$

$$\delta \rho^k = \|x^k - x_0 - \delta x\| + b_0 + \delta b + \tilde{\epsilon}_T^k - \|x^k - x_0\| - b_0 \quad (8)$$

A 8. egyenlet Taylor-sorozat kifejtését alkalmazva kapjuk, hogy

$$\delta \rho^k = -\frac{(x^k - x_0)}{\|x^k - x_0\|} * \delta x + \delta b + \tilde{\epsilon}_T^k = -L_{unit}^k * \delta x + \delta b + \tilde{\epsilon}_T^k \quad (9)$$

ahol

$$L_{unit}^k = \frac{(x^k - x_0)}{\|x^k - x_0\|} \quad (10)$$

- $L_{unit}^k$ : a láthatósági egységvektor, a vevőkészülék becslt helye és a  $k$ -edik műhold közötti irány

Ha egynél több műhold mérési adatai elérhetőek, akkor a fenti egyenlet az alábbi formában összevonva is leírható:

$$\delta \rho = \begin{bmatrix} \delta \rho^1 \\ \delta \rho^2 \\ \dots \\ \delta \rho^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(L_{unit}^1)^T & 1 \\ -(L_{unit}^2)^T & 1 \\ \dots & 1 \\ -(L_{unit}^K)^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\epsilon}_T^1 \\ \tilde{\epsilon}_T^2 \\ \dots \\ \tilde{\epsilon}_T^K \end{bmatrix} \quad (11)$$

- $K$ : a vevőkészülék által generált műholdmérések összes száma,  $K \geq 4$

$K$  értékének azért kell nagyobb vagy egyenlőnek lennie 4-gyel, hogy mind a négy ismeretlenre megoldható legyen. A felső  $T$  index mutatja a mátrixtranszponálást. A 11. egyenlet leírható a  $G$  mátrix segítségével, melyet geometriai mátrixnak hívunk:

$$\delta \rho = G \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta b \end{bmatrix} + \tilde{\epsilon}_T \quad (12)$$

ahol

$$G = \begin{bmatrix} -(L_{unit}^1)^T & 1 \\ -(L_{unit}^2)^T & 1 \\ \dots & 1 \\ -(L_{unit}^K)^T & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

A geometriai mátrixban található láthatósági vektorok közösen meghatározzák a pozícióbecslés geometriájának minőségét.  $G$  mátrixot a DOP-értékek (pontosságígulás) kiszámítására használjuk, melyek jó indikátorai a becslt helyzet pontosságának, erről később esik szó.



Mielőtt ezeket az egyenleteket megoldanánk a becsült korrekciós értékekre,  $\delta x$  és  $\delta b$ , fontos, hogy tisztázzunk néhány problémát a 11. egyenlettel kapcsolatban. Az első, hogy az iterációs megoldás elvégzési sorrendje függeni fog a vevőkészülék-műhold rendszer geometriájától, amely hatással van a  $G$  mátrix rangjára. Problémák akkor léphetnek fel, ha a  $G$  nem minden oszlopa lineárisan független (vagy közel lineárisan független egymástól). Ez akkor történhet meg, ha minden műhold egy három dimenziós tér ugyanabban a síkjában vagy ahhoz nagyon közel található. Például, képzeljük el, hogy egy vevőkészülék észak felé tart magas városi épületek között. Az épületek az út-irány keleti és nyugati oldalán helyezkednek el. Ilyen magas épületek közt navigálva egy síkban (észak és dél) jó rálátás van az égre (a vevő szempontjából), viszont rossz a merőleges irányban (kelet és nyugat), ahol az épületek műholdak jelentős mennyiségét blokkolják, melyek rendes esetben méréseket biztosítanak. Ilyen feltételek mellett elképzelhető, hogy a használt műholdak egy síkhoz közel kerülnek, tehát olyan helyzetet teremtenek, ahol a  $G$  oszlopai nem lineárisan függetlenek egymástól (vagy ehhez közel vannak). Ez komolyan ronthatja a pozícióbecslést.

A második probléma azokkal a hibákkal kapcsolatos, amelyek akkor keletkeznek, amikor a jelátviteli késés ( $\tau$ ), nincs forgás szerint korrigálva. Ez az a kis szögelmозdulás (kb. 72  $\mu\text{rad}/\text{sec}$ ), amely az alatt történik, amíg a jel eljut a műholdból a vevőkészülékig. Ennek a mozgásnak a kompenzálása megtörténhet a műholdpozíció-vektor ( $\tilde{x}^k$ ) eredeti becslésének egy kis összeggel való visszafelé forgatásával, hogy meghatározzuk az  $x^k$  helyes értékét. A műhold pozícióját a következő egyenlet adja meg:

$$x^k = \begin{bmatrix} \cos(\omega_E \tau) & \sin(\omega_E \tau) & 0 \\ -\sin(\omega_E \tau) & \cos(\omega_E \tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \tilde{x}^k \quad (14)$$

- $\tau$ : hozzávetőleges jelátviteli késés
- $\omega_E$ : Föld forgási sebessége

Optimális esetben ezt a korrekciót iterálni kellene, ahogy az változik a műhold helyzetének korrigálásával. Azonban a gyakorlatban egy korrekció is majdnem mindig elegendő, hogy a hibát elfogadható mértékűre csökkentsük.

Ha az  $\tilde{\epsilon}_T$  vektorban lévő hibák átlaga 0 és korrelálatlanok, akkor a  $\delta x$  és  $\delta b$  optimális becslése (11.) (a legkisebb négyzetek elve alapján) a következő egyenlet alapján kapható meg:

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta b \end{bmatrix} = (G^T G)^{-1} G^T \delta \rho \quad (15)$$

Jegyezzük meg, hogy ez az egyenlet csak akkor oldható meg a legkisebb négyzetek elve segítségével, ha a megoldás jól meghatározható (pl.  $k > 4$ ). Ha a mérések száma a minimálisan szükséges négy, akkor az eredmény lineáris egyenletek megoldásával kapható meg. Ettől függetlenül ennek az egyenletnek a megoldása a mi eredeti becslésünkhöz ad korrekciókat ( $\delta x$  és  $\delta b$ ), melyek most már újra alkalmazhatók az eredeti kiindulóponton. Az új kezdőpont a következő iterációhoz:

$$x_{0|new} = x_{0|old} + \delta x \quad (16)$$

$$b_{0|new} = \delta b \quad (17)$$

A fenti lépések (5-től kezdve) ezután ismétlődnek, amíg a korrekcióvektorok 0-hoz nem konvergálnak.

Ezen a ponton két fontos dolgot kell megemlíteni. Először is, amikor az 5. egyenletet kiszámoljuk a  $b_0$  értéke általában 0. Ez abból a tényből ered, hogy az óra mérési hibáját minden egyes iterációs lépésben a becsült pozíció alapján számoljuk. Ezért, ha a pozíció becslése elérte az óra mérési hibájának értékét, ebben az iterációs lépésben a  $\delta b$  lesz a legjobb becslés. Másodszor, amikor a 15. egyenletben a  $\delta x$  és  $\delta b$  becsléseit a legkisebb négyzetek módszerével generáljuk, akkor azt feltételezzük, hogy minden pszeudotávolság-mérés ugyanolyan minőségű. Ez szinte sosem igaz. Gyakran az alacsonyabban lévő (vagy emelkedő vagy süllyedő) műholdak nagyobb atmoszféra okozta hibákat tartalmaznak és ezek a pozícióbecslést pontatlanabbá teszik. [2]

### A vevőkészülék sebességének és az óracsúszásának a becslése

A sebességbecslés a 2. egyenlet deriváltjának a legkisebb négyzetek elvével való megoldásával generálható. Azaz,

$$\dot{\rho}_c^k = \dot{r}^k + \dot{b} + \dot{\epsilon}_T^k \quad (18)$$

Ez a kiindulópont a sebességegyenlet meghatározásához. Ha hasonló logikát követünk, mint a helymeghatározás esetében, akkor ez az egyenlet átírható a műhold és vevőkészülék közti relatív sebességekre és láthatósági egységvektorokra. Az egyenlet ekkor így fejezhető ki:

$$\dot{\rho}^k = [v^k - v_u] * L_{unit}^k + \dot{b} + \dot{\epsilon}_T^k \quad (19)$$

- $\dot{\rho}^k$ : a  $k$ -adik műhold pszeudotávolság-aránya [m/s]. Azért tűnt el a  $c$  alsó index, mert a pszeudotávolság-arány mérések nem korrigálhatók a felhasználás előtt
- $v^k$ : a  $k$  műhold sebességvektora (általában navigációs adatokból számolva, [m/s])
- $v_u$ : vevőkészülék sebességvektora (ismeretlen, [m/s])
- $L_{unit}^k$ : a műhold és a vevőkészülék közti láthatósági egységvektor a 10. egyenletből
- $\dot{b}$ : a vevőkészülék óracsúszása (ismeretlen, [m/s])
- $\dot{\epsilon}_T^k$ : az ismeretlen pszeudotávolság-arány hibák összege [m/s]

Ezt az egyenletet megváltoztathatjuk az alábbi lépésekkel annak érdekében, hogy iteráció nélkül kapjunk egy egyenletet a vevőkészülék sebességére és az óracsúszására vonatkozóan. Először csoportosítsunk minden ismert vagy mért értéket egy oldalra

$$\dot{\rho}^k - (v^k * L_{unit}^k) = -(v_u * L_{unit}^k) + \dot{b} + \dot{\epsilon}_T^k \quad (20)$$

Ezt a geometriai mátrix segítségével átírva

$$\dot{\rho}^k + G_k \begin{bmatrix} v^k \\ 0 \end{bmatrix} = G_k \begin{bmatrix} v_u \\ \dot{b} \end{bmatrix} + \dot{\epsilon}_T^k \quad (21)$$

- $G_k$ : a  $G$  mátrix  $k$ -adik sora

Feltéve, hogy elegendő mérés áll rendelkezésre, egyenletrendszer alakíthatunk és oldhatunk meg a legkisebb négyzetek elvét alkalmazva a  $v_u$  és  $b_k$  változókra:

$$\begin{bmatrix} v_u \\ \dot{b} \end{bmatrix} = (G^T G)^{-1} G^T * T \quad (22)$$

ahol



$$T = \dot{\rho}^k + G_k \begin{bmatrix} v^k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

A 22. egyenletet használva és megoldva, a vevőkészülék sebességét és óracúsúzását közvetlenül meghatározhatjuk, ahogyan az később az adatok elemzésénél is látható lesz.

A folyamat lépései összefoglalva. Először számoljuk ki a  $G$  mátrixot pontosan úgy, ahogyan a helyzet-meghatározásnál. Építsük fel a műhold sebességmátrixát ( $V_S$ ), melyhez a műhold navigációs adatai (ephemeris információ) által meghatározott műhold sebességvektorokat használunk.

Konvertáljuk át a vevőkészülék Doppler frekvenciaméréseit pszeudotávolság-arányokká. Ez csak akkor szükséges, ha Doppler frekvenciamérést használunk. Lehetséges egy pszeudotávolság-arány mérés közvetlen eredményének használata is, ha ez rendelkezésre áll. A Doppler frekvenciamérés pszeudotávolság-aránnyá való konvertálása egyenesen következik ebből és a következő összefüggéssel történik:

$$\dot{\rho}_c^k = \frac{cD}{f} \quad (24)$$

- $D$ : a mért Doppler frekvencia
- $f$ : a nominális jel átviteli frekvencia
- $c$ : a fénysebesség

Alternatív módon a pszeudotávolság-arány kiszámítható a vivőfázis-mérések egy rövid időintervallumon belüli differenciálásával is.

Számoljuk ki a  $T$  vektort az egyedi műhold pszeudotávolság értékekből, sebességekből és geometriából. Ezután becsljük meg a vevőkészülék sebességét és az óracúsúzást közvetlenül a mátrixok 20. egyenletbe való behelyettesítésével.[2]

### Idő becslése

A számítás, ami ahhoz szükséges, hogy megbecsüljük azt az időt, amikor a vevőkészülék mérései megtörténtek, már részben kész van. Azaz a vevőkészülék órájának eltérését ( $b$ ) már kiszámoltuk a helymeghatározás során. Amire szükség van még, az annak meghatározása, hogy mi az az abszolút idő, amihez ezt az eltérést viszonyítanunk kell. Ezt a műhold navigációs adat-üzenetében lévő adat segítségével elvégezhetjük. A navigációs adatáramlásban belül van egy GPS időbélyegző minden egyes közvetített jelben. Ezt az információt alapvetően a vevőkészülék a pszeudotávolság-mérések végzésére használja, de arra is használható, hogy beállítsuk a vevőkészülék óráját. Így a pontos GPS idő, amikor a vevőkészülék rögzítette a pszeudotávolság- és Doppler-méréseket, a következő módon fejezhető ki

$$t = t_{ref} + b \quad (25)$$

- $t$ : a jel fogadási ideje
- $t_{ref}$ : az eredeti GPS referencia idő, melyet a műhold navigációs üzenetéből kapunk meg
- $b$ : a vevőkészülék órájának eltérése. A referencia idő GPS hetekben és a hét adott másodpercében van megadva, mely könnyen átváltható akár UTC-re vagy akár helyi időre. [2]



## Ionoszféra-hibák hatása a becslésre

Az ionoszféra-hibák jelentősek lehetnek, főként erős naptevékenység idején. Sok esetben ez a hiba elég nagy lehet ahhoz, hogy nagymértékben behatárolja a pozicionálás hatékonyságát bizonyos alkalmazásokban. Hogy jobban megértsük a tipikus ionoszféra-hibák nagyságát (ahol az 5 m-nél nagyobb pszeudotávolság-hiba nem ritka) vegyünk alapul a jól ismert Klobuchar-modellt [3]. A modell alapján a különböző frekvencián készített mérések kombinálásával az ionoszféra okozta ( $I^k$ ) pszeudotávolság-hibák minden egyes frekvencián becsülhetők. A közeljövőben több frekvencián lesznek elérhetőek a műhold jelek a civil felhasználóknak (pl. GPS L2 és L5). Tehát, az ionoszféra-hiba becsült értékeit ( $I^k$ ) elhagyhatjuk az 1-es egyenletből.

Vegyünk a  $k$  műhold által készített két következő mérést:  $\rho_{f_1}^k$  és  $\rho_{f_2}^k$ , ahol az  $f_1$  és  $f_2$  a két pszeudotávolság mérésének frekvenciája. Ezek bármely, ugyanazon műhold által közvetített frekvenciák kombinációi lehetnek, melyek hamarosan elérhetőek lesznek. Ez a két pszeudotávolság-mérés használható arra, hogy közvetlenül megfigyeljük vagy megbecsüljük az ionoszféra által okozott távolsághibát, és így javítsuk a pszeudotávolság-mérést. Az ionoszféra által okozott késés egy bizonyos frekvencián, legyen  $f_1$ , a következő egyenlettel becsülhető:

$$I_{f_1}^k = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (\rho_{f_2}^k - \rho_{f_1}^k) \quad (26)$$

Ebben az esetben  $f_1=L1=1575.42$  MHz és  $f_2=L2=1227.60$  MHz:

$$I_{f_1}^k = 1.546 \times (\rho_{f_2}^k - \rho_{f_1}^k) \quad (27)$$

Ahogy az 1. egyenletnél tárgyaltuk, ezek a mérések nem küszöbölnek ki más rendszerhibákat (úgy mint a troposzféra által okozottakat). Továbbá, két zajt tartalmazó pszeudotávolság-mérés kombinálása a mérési zaj növekedését idézheti elő. Azonban ha elimináljuk az ionoszféra-hibák gyakran nagy értékét, akkor ennek a technikának a használata majdnem mindig pozitív a helymeghatározás pontosságát figyelembe véve. [2]

## A műhold-vevőkészülék geometriájának hatása a becslésre (DOP)

A műhold-vevőkészülék geometriájának nagy hatása lehet a műholdakból kinyert pozíciósebesség-idő becslések pontosságára. Azaz az egyes műhold-vevőkészülék geometriák nagyobb pontosságú eredményt adnak, mint mások. Ezért szükséges egy műhold-vevőkészülék geometriák összehasonlítására alkalmas módszer. Az általánosan használt eljárás ennek a hatásnak a mérésére a pontosságígulás (Dilution of Precision - DOP), amely megmutatja annak az értékét, hogy melyik műhold-vevőkészülék geometria mennyire rontja a becslések pontosságát. Ahogy az korábban említésre került, a DOP-ról lévő információink a geometriai mátrixban ( $\mathbf{G}$ ) találhatóak. A DOP-mátrixot ( $\mathbf{H}$ ) a  $\mathbf{G}$  mátrixból a következőképp számítjuk:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} = \begin{bmatrix} H_{11} & - & - & - \\ - & H_{22} & - & - \\ - & - & H_{33} & - \\ - & - & - & H_{44} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Ha a műhold és a vevőkészülék koordinátái kelet-észak-fel (East-North-Up ENU) koordinátákban vannak kifejezve, akkor a  $\mathbf{H}$  mátrix diagonálisában lévő értékek gyökét a következőképp

hívjuk: kelet DOP  $EDOP = \sqrt{H_{11}}$ , észak DOP  $NDOP = \sqrt{H_{22}}$ , függőleges DOP  $VDOP = \sqrt{H_{33}}$ , idő DOP  $TDOP = \sqrt{H_{44}}$ . Ezeket a DOP értékeket néha kombináljuk, hogy új DOP-okat kapjunk, mint például a teljes geometriai DOP  $GDOP = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33} + H_{44}}$ , a háromdimenziós pozíció DOP  $PDOP = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33}}$  és a kétdimenziós vízszintes helymeghatározó DOP vagy  $HDOP = \sqrt{H_{11} + H_{22}}$ . Megjegyzendő, hogy sok szárazföldi alkalmazásban, amikor feltételezhető, hogy a vevőkészülék a földön van és a magassága korlátozott, a HDOP javulni fog.

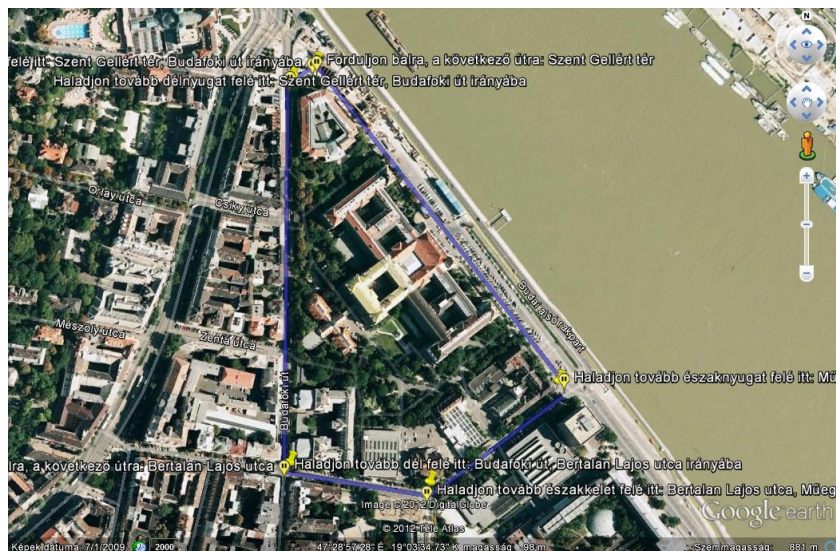
A DOP értékeket tekinthetjük úgy, mint a kapcsolat a pszeudotávolság-hibák és a pozíció-sebesség-idő becslési hibák között. Mivel a DOP-ok változnak, ahogy a műhold-vevőkészülék geometria is változik az idő előrehaladtával, ez azt okozza, hogy a pszeudotávolság-mérés hibájának adott szintje különböző szintű becslési-hibákban fog megjelenni. Tehát a DOP-érték egy általános jelzőszám arra, hogy a vevő eredménye milyen minőségű. [2]

## Szimulációs adatok elkészítése és az adatfeldolgozási módszerek összehasonlítása MATLAB környezetben

### Szimulációs program alkalmazása

A tetszőleges útvonalhoz tartozó szimulációs adatok létrehozásához a [2] mellékletében található egy GNSS Simulator nevű program, melyet felhasználva adott útvonalhoz a program szimulált műhold láthatóságokat és az azokhoz tartozó adatokat generálja.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem körül egy szimulált utat tettünk. Megadva az érinteni kívánt pontokat, a program szimulál ehhez az útvonalhoz GPS adatokat. Ezek a nyers adatok, amelyeket a mobil eszközök, a számítógépek tovább analizálnak, megkapva a pozíciót és a sebességet.



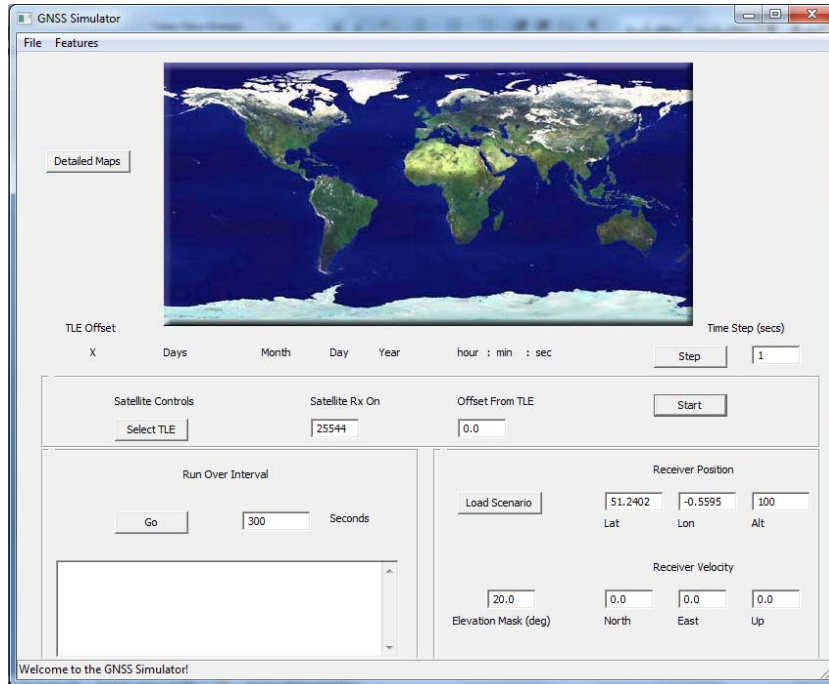
3. ábra A szimuláció útvonala

A 3. ábrán a tervezett séta útvonala látható.

A programnak szüksége van az útvonalhoz tartozó adatokra: az aktuális mozgást hat ponttal

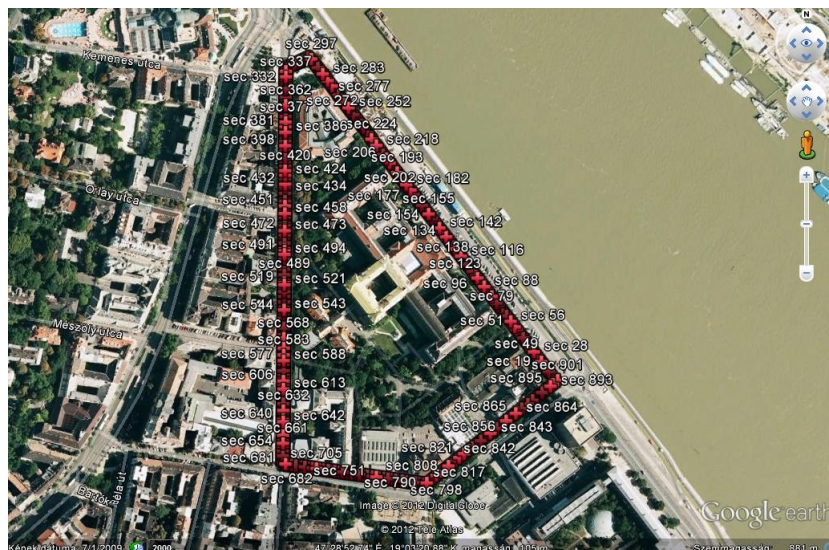
lehetett leírni, a kiindulási ponttal, négy irányváltási ponttal és egy érkezési ponttal, ami megegyezett a kiindulási ponttal.

Az adatoknál meg kellett adni az időintervallumot, amely között az adott mozgás történik, a szélességi és hosszúsági fokokat, a magasságot, a sebességet, ami 1 m/s volt, a magasság változást, ami a domborzati viszonyok miatt 0 m volt, valamint a bejelentkezési időt, azaz, hogy milyen időközönként kerüljenek az adatok rögzítésre. Ez az érték 1 másodperc volt.



4. ábra Szimulációs program felülete

A programba betöltve (4. ábra) az elkészített útvonalat elkészül két .dat fájl, amik tartalmazzák a szimulált értékeket és kapunk egy .kml fájl is, amit Google Earth-ben megnyitva megjelennek a konkrét pontok, amelyek a rögzítés időpillanatához tartozó pozíciók (5. ábra).



5. ábra A szimulált pontok térképen megjelenítve



## GPS szimulációs adatok feldolgozása MATLAB környezetben legkisebb négyzetek módszerével és Kálmán-szűrővel

### Adatstruktúra

A [2] harmadik fejezete foglalkozik részletesen az adatok feldolgozásával, a hibák kalkulációjával.

Ehhez készült egy MATLAB környezetű program [2], amiben a felhasználó választhat földi, egy- és kétfrekvenciás mérések, illetve űrbeli vevő esetek elemzései közül.

Az alkalmazás betölti a szimulációs fájlt.

Az alábbi adatok találhatóak meg a szimulációs fájlban:

- a valós pozíció ECEF koordináta-rendszerben;
- a valós pozíció LLH koordináta-rendszerben;
- a szimulált pozíció ECEF koordináta-rendszerben;
- a szimulált pozíció LLH koordináta-rendszerben;
- a szimulált pozíció ENU koordináta-rendszerben;
- látható műholdak száma;
- a szimulált VDOP értéke;
- a szimulált GDOP értéke;
- a szimulált valós sebesség;
- a szimulált becsült sebesség;
- az aktív műholdak azonosítója.

Külön rögzítésre kerülnek az első pont ECEF koordinátái, melyeket később még referencia-pontként felhasználunk.

Ezek után belépünk az első iterációs hurokba, ami annyiszor fut le, ahány időponthoz tartozó adatsor szerepel a fájlban. Majd a második iterációba belépve az egy időponthoz tartozó adatok számítására kerül sor. Ez annyiszor fut le ahány aktív, látható műhold szerepel az adott időpillanathoz tartozó sorban.

Egyenként beolvasásra kerül a pszeudotávolság, a műhold X, Y, Z pozíció-, és sebesség-koordinátái, a Doppler értéke.

### Adatfeldolgozás a legkisebb négyzetek módszerével

#### Pozíció megoldás

Először meghatározunk maximális iterációs számot, amely nem feltétlenül fut végig, ezt a későbbiekben még részletesen tárgyaljuk. Ezután ismét egy aktív műhold számú iteráció kezdődik, amelyben beolvasásra kerül az adott műholdhoz tartozó pszeudotávolság. A műhold rögzített pozíciójának értékét a Föld forgásából származó eltérés miatt pontosítani kell. Az idő alatt, amíg a jel leérkezik a vevőhöz a bolygó forgási szögsebességéből származik egy eltérés. Meghatározzuk a műhold eredeti pozíciójának és a vevő pozíciójának a különbségeként előálló mátrix normáját. Ez a feltételezett pszeudotávolság, amit elosztva a fénysebességgel megkapjuk azt az időt, ami a jelátvitelhez szükséges a műholdról a vevőre. Ezt megszorozva a Föld forgási sebességével megkapható az a szögeltérés, ami a jelközlés ideje alatt történt. Ebből képezhető



egy rotációs mátrix, amit megszorozva a műhold rögzített pozíciójával rendelkezésünkre áll a műhold helyzete a jelkibocsátás időpontjában.

A pontosított műhold pozíció és a vevő pozíciójának különbségeként előálló mátrix normája megadja a feltételezett pszeudotávolságot. A műhold és a vevő pozíciójának különbségének és feltételezett pszeudotávolság (vevő pozíció és a Föld forgásával pontosított műhold pozíció különbségéből képzett mátrix normálja) hányadosából megkapható a láthatóság egységvektora.

Ennek felhasználásával elkészíthető a geometria mátrix, majd a korrekció is számolható. A korrekciós mátrix első három értéke a vevő pozícióhoz hozzáadva megadja a becsült pozíciót. A negyedik elem a mátrixból a vevő órahibája.

Itt kerül figyelembe vételre a fentebb meghatározott maximális 10 iteráció. Ha a pozíciókorrekciók normája kisebb, mint 0,001 méter akkor az iteráció megszakad. Ekkor meghatározható a GDOP (Geometric Dilution of Precision, Geometriai Pontosság Hígulás) értéke.

Meghatározás szerint a GDOP fordítva arányos a meghatározandó pontról a műholdakra menő irányok egységvektorai által határolt gúla köbtartalmával.

Ha tehát a gúla köbtartalma kicsi, következésképpen a GDOP nagy, a helymeghatározás pontossága pedig alacsony. A fordított esetben, amikor a gúla köbtartalma nagy, a GDOP pedig kicsi, a pontmeghatározás pontossága megnő. Számíthatóak különböző DOP értékek, például EDOP (kelet), NDOP (észak), VDOP (vertikális), TDOP (idő).

A DOP értékek fejezik ki a pszeudotávolságok és a pozíció-, sebesség-, időbecslés hiba közötti kapcsolatot.

A végleges pozíciókat mentve, illetve átalakítva más koordináta rendszerekbe is (LLH, ENU) a pozíció megoldás lezárul. A pozíció hiba a kiszámított pozíció és a valós pozíció különbségének normájával kapható.

### Sebesség megoldás

A számításához szükségesek a műholdak sebessége és az egyes műholdakhoz tartozó Doppler értékek. Ezek beolvasásra kerülnek az algoritmus elején. Kiszámítjuk a pszeudotávolság arányt a Doppler értékének és a hullámfrekvenciának a hányadosaként, megszorozva a fénysebességgel. Szükség van egy segédvektorra ( $T$ ), amelyet már a matematikai lépéseknél is ismertettünk, 23. egyenlet.

Ennek felhasználásával számítható a sebességmegoldás egyenlete, 22. egyenlet.

A kapott mátrix első három eleme a sebességkorrekció ( $v_u$ ), a negyedik pedig az óracúszás értékét ( $\dot{b}$ ) adja meg, ami abból adódik, hogy a vevő órája nem fut olyan pontossággal, mint a műhold atomórája.

A kapott sebességkorrekciókat (ECEF-koordináták) a vevő koordinátaához adva kapjuk a sebességvektorokat ECEF rendszerben. Ebből átszámítható helyi koordináta-rendszerbe (ENU) a sebesség és megkapható a felszíni sebesség, azaz a vevő tényleges haladási sebessége.

### *Adatfeldolgozás kiterjesztett Kálmán-szűrő (Extended Kalman Filter-EKF) használatával*

A Kálmán-szűrési technika a Gauss-féle legkisebb négyzetek módszerén alapul. A módszer alap gondolata szerint:



- ha valamely mennyiségek meghatározására méréseket végzünk, és a mérések száma nagyobb, mint amennyi a megoldáshoz feltétlenül szükséges, akkor az elkerülhetetlen mérési hibák miatt a mérések ellentmondanak egymásnak
- az ellentmondásokat úgynevezett kiegyenlítéssel szüntetjük meg úgy, hogy minden méréshez egy-egy javítást rendelünk
- a végtelen sok javítási rendszer közül azt választjuk, amelyben a javítások a legkisebbek

A Kálmán szűrési módszer dinamikus rendszerek állapotának becslésére alkalmas. A rendszert leíró paraméterek becsült értéke egyrészt az adott időpontban végzett mérés, másrészt a korábbi mérések alapján végzett előrejelzés együttes figyelembe vételével határozható meg. [5]

A pozíció-sebesség-idő becslés kiterjesztett Kálmán-szűrő használatával is lehetséges. Alapjában véve az EKF-alapú megoldás nem sokban különbözik a korábban tárgyalt legkisebb négyzetek módszerével történő megoldástól. Ez azért van, mert ahogy fentebb is olvasható az EKF nagy vonalakban nem több mint egy súlyozott, rekurzív legkisebb négyzetek elvét használó becselő módszer. Egy jelentős különbség a fent tárgyalt legkisebb négyzetek módszerével történő megoldás és az EKF-fel történő megoldás között az, hogy az EKF használatához valamennyi ismeret szükséges a vevőkészülék dinamikájáról, ennek ismeretében kell a szűrőt inicializálni. Ha ezek a kezdeti értékek nem helyesek, akkor problémák merülhetnek fel a használatban. Azonban, ha ezek az inicializált értékek egy EKF-számítás megalapozott eredményei, akkor gyakran jobbak lesznek, mint a legkisebb négyzetek módszerének eredményei. [2]

A Kálmán-szűrő használata változtat a legkisebb négyzetek módszerénél alkalmazott algoritmuson. A beolvasott fájlban szereplő adatok megegyeznek a fejezet elején felsoroltakkal. A szűréshez szükségesek kiindulási értékek a vevő valós pozíciója és sebessége, valamint definiálunk egy állapotvektort, amelyben szerepel a pozíció  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  értéke, az óraelterés, a sebesség  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  értéke és az óracúsúsás. Ezek a kiindulási állapotban az első koordináták, amelyeket az előbb határoztunk meg.

Ezt követően belépünk egy ciklusba, amely annyiszor fut le, ahány időpontot vizsgálunk. Ebben az állapotvektort frissítjük minden időpillanatban, amelyhez szükséges az időváltozás meghatározása. Ezt megszorozva egy nyolcad rendű egységmátrixszal ( $\Phi$ ) és az előző időpontbeli állapotvektorral meghatározható az adott pillanatbeli állapotvektor ( $x$ ), valamint meghatározásra kerül a kovariancia mátrix ( $P$ ). Beolvasásra kerülnek a pszeudotávolságok a műhold pozíció és sebesség értékek, valamint a Doppler értéke, egy belső iterációs ciklusban, amely annyiszor ismétlődik, ahány műhold látható abban az időpillanatban.

A műhold pozíciója ismét pontosításra kerül a Föld forgása miatt. A feltételezett pszeudotávolság előáll a vevő pozíció és a pontosított műhold helyzet különbségének a normálásával, amihez még hozzáadódik az óraelterés. A megfigyelt és feltételezett távolság különbsége így számítható, aminek felhasználásával a láthatósági egységvektor is kalkulálható. A feltételezett Doppler arány számítható a vevő által rögzített óracúsúsásból, a műhold sebességéből és a láthatósági egységvektorból. A mért Doppler arány pedig ismét a fénysebesség és a mért Doppler érték szorzata elosztva a jel frekvenciájával. Képezzük a mért és a feltételezett Doppler különbségét.

A láthatósági egységvektorból ismét előáll a geometriai mátrix, és ezzel a műholdszámokon alapuló ciklus lezárul.

Az állapotmátrix és a kovariancia mátrix frissítésének érdekében először képezzünk egy mátrixot, amelynek a főátlójában kétszer szerepel a geometriai mátrix.

$$H = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (29)$$

Majd a pszeudotávolság különbséget ( $\delta\rho^k$ ) és a Doppler különbséget ( $\delta d^k$ ) egy vektorba rendezzük.

$$z = \begin{bmatrix} \delta\rho^k \\ \delta d^k \end{bmatrix} \quad (30)$$

Ezután készítsünk egy egységmátrixot ( $R$ ), amelynek rendje a műholdszám kétszerese.

$$R = E\{k, k^T\} \quad (31)$$

A következő lépésben meghatározzuk a Kálmán-erősítésmátrixot ( $K$ ).

$$K = P * H^{-1} * (H * P * H^{-1} + R)^{-1} \quad (32)$$

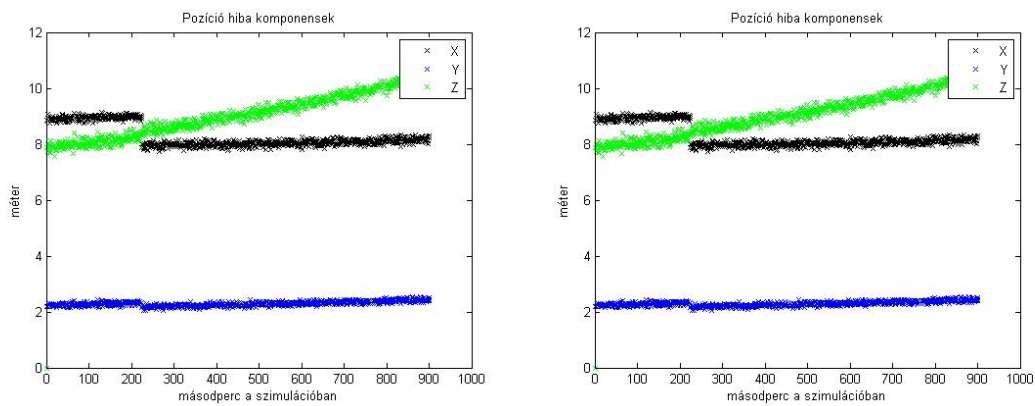
Végül frissíthető az adott időpillanatbeli állapotmátrix ( $x_t$ ) és kovariancia mátrix ( $P_t$ ). [2]

$$x_t = x_{t-1} + K * z \quad (33)$$

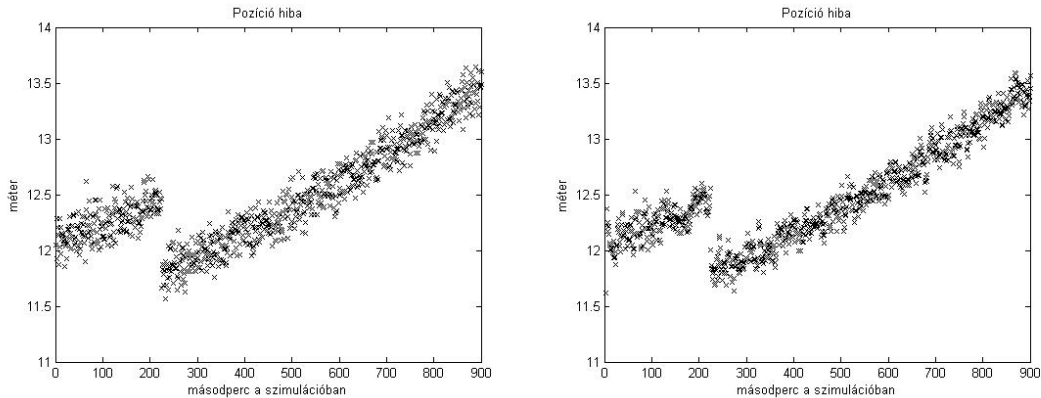
$$P_t = (E\{8,8\} - K * H) * P_{t-1} \quad (34)$$

### A két feldolgozási mód közötti különbségek egy szimulációs fájl elemzésének segítségével

Egy konkrét esetre lefuttatva az algoritmusokat megvizsgálható a felszíni helyzetváltoztatás, idő függvényében a magasságváltozás, az óraeltérés, a látható műholdak száma, GDOP értéke, a sebesség értékek, az óra csúszás. Ezek közül most azokra térünk ki, melyek a két feldolgozási elv során eltéréseket mutatnak.

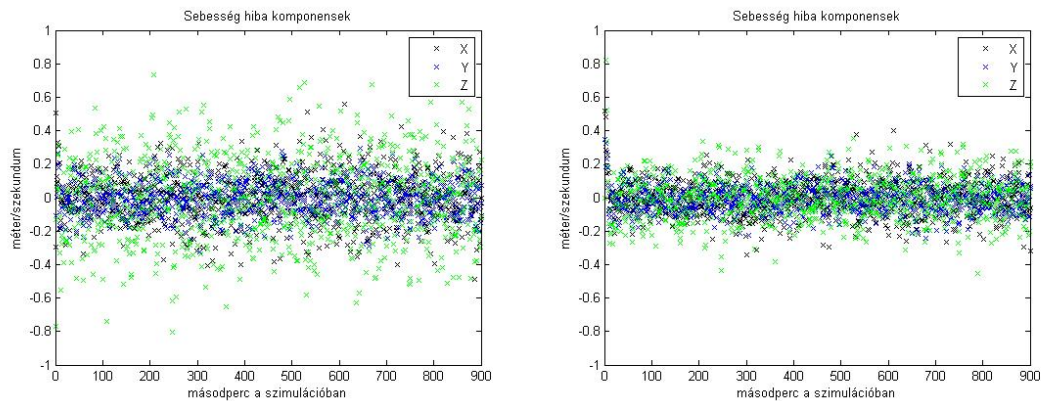


6. ábra Pozíció hiba X, Y, Z irányú komponensekre lebontva legkisebb négyzetek módszerével (balra) és Kálmán-szűrő felhasználásával (jobbra)

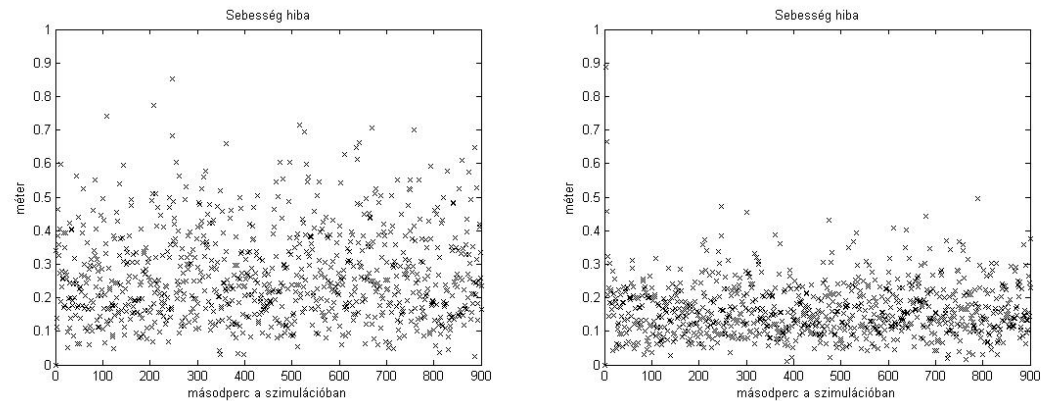


7. ábra Pozíció hiba legkisebb négyzetek módszerével (balra) és Kálmán-szűrő felhasználásával (jobbra)

A pozicionálási pontosság a két módszerrel közel azonos a Kálmán-szűrővel valamelyest kisebb hiba jelentkezik. Az átlagos hiba a szimuláció időtartamára 12,4578 méter, míg a legkisebb négyzetek módszerével ez az érték 12,4709 méter. Azért lehetséges az értékekben egy ugrás, mert abban az időpillanatban egy műhold kilépett a megfigyelésből. Ez azért eredményezhet pontosság javulást, mert a megfigyelési horizont szélén levő műholdak már inkább rontják pozicionálás minőségét, és amikor ez a műhold kilépett, akkor a többi látható műhold kisebb hibájú helyzetmeghatározásra volt képes.



8. ábra Sebesség hiba X, Y, Z irányú komponensekre lebontva legkisebb négyzetek módszerével (balra) és Kálmán-szűrő felhasználásával (jobbra)



9. ábra Pozíció hiba X, Y, Z irányú komponensekre lebontva legkisebb négyzetek módszerével (balra) és Kálmán-szűrő felhasználásával (jobbra)



A sebesség értékeken már jobban látható a különbség. A 8. ábrán a három komponens szórása sokkal kisebb. Az értékek leginkább -0,2 és 0,2 m/s között jelentkeznek Kálmán-szűrős feldolgozással, míg a legkisebb négyzetek módszerével ezek a számok -0,3 és 0,3 m/s. Ezt igazolja a 9. ábra is, ahol az időpillanatra vett teljes sebesség hiba látható. Az átlagos hiba a legkisebb négyzetek módszerével 0,2659 m/s, Kálmán-szűrővel pedig 0,1659 m/s.

Tehát az általunk alkalmazott Kálmán-szűrővel történt adatfeldolgozásról elmondható, hogy pontosabb becsléseket kaphattunk ugyanazon rögzített adatokból. Az is fontos információ, hogy a Kálmán-szűrős algoritmus több mint kétszer gyorsabban fut le a legkisebb négyzetek módszeréhez képest. A mikroszámítógépek használatával történő valós idejű feldolgozás a korlátozott számítási kapacitás miatt célszerű a minél gyorsabban lefuttatható, kis számításigényű algoritmusok használata.

## ÖSSZEGZÉS

A GPS rendszer felhasználása széles körben vált elterjedtté. A haditechnikában és a polgári területeken is újabb GPS technológiát alkalmazó fejlesztések kerülnek napvilágra. A minél pontosabb használhatóság érdekében az általunk ismertetett adatfeldolgozási lépéseket és módszereket folyamatosan fejlesztik. Nagy szerepet játszanak a fejlődésben a különböző kiegészítő rendszerek alkalmazásai, melyekkel kombinálható a GPS-es műholdas helyzetmeghatározás. Így elérhető a pozícionálás hibáinak csökkentése. A célunk egy ilyen pontosabb helyzetmeghatározó rendszer pilóta nélküli robotrepülőgépen való alkalmazása.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] PRATAP MISRA, PER ENGE: Global Positioning System: Signals, Measurements And Performance. Lincoln (MA), Ganga-Jamuna Press, 2001. ISBN: 0970954409
- [2] SCOTT GLEASON, DEMOZ GEBRE-EGZIABHER: GNSS Applications And Methods. Norwood (MA), Artech House Publishers, 2009. ISBN: 1596933291
- [3] JOHN A. KLOBUCHAR: Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (3), (1987), pp. 325-331.
- [4] DR. SÁRKÖZY FERENC: Műholdas helymeghatározás I., e-dok. url: [http://www.agt.bme.hu/tutor\\_h/terinfor/t35a.htm](http://www.agt.bme.hu/tutor_h/terinfor/t35a.htm) (2013.03.09.)
- [5] TAKÁCS BENCE: Mobil térképező rendszerek áttekintése, e-dok. url: [http://www.agt.bme.hu/public\\_h/mobil/mobil2.htm](http://www.agt.bme.hu/public_h/mobil/mobil2.htm) (2013.03.09.)
- [6] [http://www.agt.bme.hu/public\\_h/mobil/mobil2.htm](http://www.agt.bme.hu/public_h/mobil/mobil2.htm) (2013.03.09.)
- [7] The Digital Imaging and Remote Sensing Image Generation, Coordinate Systems, e-dok. url: [http://www.dirsig.org/docs/new/coordinates.html#\\_the\\_scene\\_east\\_north\\_up\\_scene\\_enu\\_coordinate\\_system](http://www.dirsig.org/docs/new/coordinates.html#_the_scene_east_north_up_scene_enu_coordinate_system) (2013.03.09.)