

Lorászko Balázs<sup>1</sup>

## A KATONAI REPÜLÉS LEHETSÉGES SZEREPE A KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAOKTATÁSBAN<sup>2</sup>

*A mai matematikaoktatás fejlődésének egyik fontos eleme az úgy nevezett valóságközeli feladatok megjelenése. Az ilyen feladatok alapját az életből vett események jelentik, segítségükkel a matematika tanítása érdekesebbé és eredményesebbé válik: a tanulók felismerik a matematika nélkülözhetetlenségét a különböző szakmákban, valós életből vett problémákkal szembesülnek, az egyes témák érdekessége pedig felkelti és fenntartja a motivációt a problémamegoldás iránt. Erre remek példát nyújt a katonai repülés, alább pedig egy kész feladatcsomag elemzésén keresztül ismerhető meg a módszer és hasznossága.*

### **THE POSSIBLE ROLE OF MILITARY AVIATION IN SECONDARY EDUCATION OF MATHEMATICS**

*The appearance of realistic tasks is an important step of the development of teaching mathematics in secondary schools. These tasks are based on true events coming from real life. This helps the education of mathematics become more interesting and more efficient. Students realise the importance of mathematics in different jobs, they face with real problems and the excitement of these subjects helps them become interested in solving these problems. Military aviation is a perfect example for all of it and in this research a complete package of tasks is being presented and by this all the benefits of the realistic tasks can be seen.*

## BEVEZETÉS

A minőségi matematikaoktatás szükségessége megkérdőjelezhetetlen. Mindennapjainkat a számok világában éljük – kiszámoljuk, mennyi idő múlva kell elinduljunk ahhoz, hogy elérjük a 12 óra 15 perckor induló autóbust, amely az 1205-ös vonalon közlekedik 101-es járatszám alatt és a 13-as kocsiállásról indul, folyamatosan műveleteket végzünk előbb a zsebpénzünkkel, majd a fizetésünkkel, végül a nyugdíjunkkal, egészen addig, amíg végül „meg lesznek számlálva a napjaink”. Nincs olyan szakma, amelyhez ne lenne szükség alapvető matematikára, éppen ezért rendkívül fontos, hogy a diákok úgy hagyják el az iskolát, hogy stabil matematikai alapokkal rendelkeznek. Eközben az is lényeges, hogy a mélyebb matematikai előismereteket követelő szakirányú képzéseket is előkészítse az általános- és középiskola, tehát nem elegendő osztani és szorozni megtanítani a diákokat. Szintén a matematika alapozza meg a tanulóknak a döntés képességét és a logikát, így ennek a tárgynak az életre nevelésben is kiemelt szerepe van.

A célok világosak, a megvalósítás azonban koránt sem egyszerű. A felgyorsult világunkhoz képest az oktatás, és különösen a matematikaoktatás, jelentős hátrányban van: a tananyag, a tanórák előírt menete, a feladatgyűjtemények részben elavultak, éppen ezért észlelhető egy komoly szakadék a diákok és az iskola között. Noha az utóbbi időben észrevehető némi törekvés

<sup>1</sup> Matematika és fizika tanárszakos hallgató, Eötvös Loránd Tudományegyetem, matek.elte@gmail.com

<sup>2</sup> Lektorálta: Dr. Békési László ny. mk. ezds; főiskolai tanár, Nemzeti Közszolgálati Egyetem Katonai Repülő Tanszék, bekesi.laszlo@uni-nke.hu

a jobb megjelenésű tankönyvek irányába (különösen az alsósoknak írt könyvek lettek színesebbek, „lazábbak”), maga a tartalom lényegében változatlan maradt. A több ezer éves egyiptomi papiruszok feladatai ma is szerepelhetnek a tankönyvekben, ami egyrészt a matematika zsenialitását hirdeti, másrészt felvet bizonyos kérdéseket.

A „gondoltam egy számra” típusú feladatok színesen is rendkívül szárazak. Hiába kap a tanuló egy ábrát, rajta egy emberi fej mintázó alakzattal és felette egy kérdőjellel, ettől még nem lesz érdekesebb a feladat, és csak a matematika iránt különösen fogékony diákokat ösztönzi gondolkodásra. A többség fejében ott kering egy nehezen kiírható kérdés: „kit érdekel, milyen számra gondolt a szerző?”.

Más esetben a szituáció, amelybe a feladatot helyezték, nem igazán életszerű: „két testvér az életkoruk arányában osztotta fel a kerti munkát”. A feladat célja egyértelmű, jó gyakorló példa az arányos osztásra. Ugyanakkor fel kell ismerni, hogy a mai gyerekek sokkal kevesebb időt töltenek a szabadban, és a kinti gyerekek nagy része sem fogja ezt az időt a kert felásásával tölteni. Az „életkor arányában” történő munkamegosztás pedig etikai kérdések sorozatát veti fel: vajon tényleg a nagyobb gyerek fog többet dolgozni, vagy elképzelhető, hogy a kisebb fiút fogja dolgoztatni, mivel ő a nagyobb és megteheti? Ez a gondolat azért érdekes, mert a tanórán az a megszokott eljárás, hogy egy matematikai feladatnak egyetlen helyes megoldása lehet. Az életben azonban nagyon sok befolyásoló tényező akad, ezért nem árt a diákokat a problémák alaposabb körüljárására felé terelni. Jelen példában az életkor aránya lehet egyenes vagy fordított arányosság szerinti.

A harmadik esetben a szituáció életszerű, csak elavult. Ilyen az összes „három barát úttörőtáborba indult” kezdetű feladat, illetve az életkorhoz nem passzoló témaválasztás. Egy tízéves tanuló életkorából fakadóan nem lehet fogékony felnőtt problémákra, de hasonlóan hiba a 17–18 éves diákokkal tündérmesés feladatokat megoldatni. Persze ez a problémakör viszonylag könnyen kiküszöbölhető a feladatok szövegének alkalmas átfogalmazásával.

A három probléma együttes kezelésére alkalmasak a komplex modellezési feladatok. Ennek során a tanulók egy valós életből vett szituációval találkoznak, amiből saját maguk készítenek egy szituációs, egy valós, majd pedig egy matematikai modellt, amelyben számolnak. Végül az eredményeket visszaillesztik az egyes modellekbe, és alkalmazzák a valós helyzetre.

Az ilyen típusú feladatoknál a valóságközeliség az első szempont. Azért nem nevezzük valóságos vagy „valódi” feladatoknak őket, mert a valóság sokszor rendkívül bonyolult, és a gondolkodás menetén és értékén nem ront néhány tényező figyelmen kívül hagyása. A modellezési lépések már a tanulóra várnak, ahol további szempontokat, úgy nevezett feltételrendszereket alkotnak. Az életből vett szituáció nem minden esetben tartalmaz elegendő paramétert, így a feladatmegoldás során a tanulók döntenek el, milyen feltételek megléte esetén végzik a szükségesnek vélt számításokat. Egy egyszerű példa: „Eszter minden héten 100 forint zsebpénzt kap január 1-je óta, hány forintja van január 31-én?”. A modellezés során figyelembe kell venni, hogy nem tudjuk sem azt, hogy Eszter a hét melyik napján kapja a pénzét, sem pedig azt, hogy a hét melyik napjára esik a feladatban megjelölt január 1-je és 31-e. Ezeket a feltételeket a diákoknak kell meghatározniuk (valós modell), végül az így bevezetett feltételekkel végeznek egy (vagy több) egyszerű szorzást: a figyelembe vett hetek számát kell szorozni 100 forinttal

(ez lesz a matematikai modell).

A modellezési feladatok következménye, hogy a tanulók eltérő eredményeket kaphatnak, köszönhetően az eltérő feltételrendszernek. Olyan kérdés esetén is előfordulhat ez, mint a „lehetséges-e” típusúak. Az egyik modell vezethet megerősítő eredményre, miközben egy másik éppen az ellenkezőjét igazolja. Az eredmények helyességét az alkalmazott modell ismeretében lehet megállapítani. Az ilyen, nem egyetlen egyértelműen helyes megoldással rendelkező kérdéseket nevezzük nyitott feladatoknak.

A módszer célja, hogy a diák jobban motiválható legyen a gondolkodásra. Ezáltal nő az igénye a problémamegoldásra, a hibakeresésre, miközben a feladatok megoldása során nem használ kevesebb matematikát, mint a hagyományos példák megválaszolása közben. Másodlagos cél lehet, hogy a tanulók megismerjenek érdekes és tanulságos szituációkat: lehet ez egy fontos történelmi esemény vagy egy elismerésre méltó szakma (pl. katonák, rendőrök, tűzoltók munkája is bemutatható ilyen feladatokon keresztül, de érdekes feladatok készíthetők a szemétszállítás és az utcaseprés témakörén belül is).

Fontos megemlíteni, hogy bár rendkívül hasznosak a modellezési feladatok, nem vehetik át a teljes matematikaoktatás gyakorlati részét. Nem a valóságközeliség a kizáró ok, hiszen a hagyományos feladatok új köntöst kaphatnak a tartalom változása nélkül, ugyanakkor a matematika tanításának nagyon jól felépített tematikája van, amit nem lehet és nem is szabad csak modellezési feladatokkal lefedni. Kellenek a zárt feladatok is, ahol (ahogy egyébként megszokott) egyetlen feladatnak egyetlen helyes megoldása van, és szükségesek a definíciók, a tételek és a bizonyító matematika megalapozása is.

A modellezési feladatok hátrányai között meg kell említeni, hogy rendkívül időigényesek. Egy-egy egyszerűbb kérdés is teljes tanórákat vehet el, ezért a jelenlegi időkeretek nem is teszik lehetővé a modellezési feladatok túl sűrű alkalmazását. Ugyanakkor néhány valóságközel feladatcsomag megoldatása egész életre szóló élmény lehet a tanulóknak, és akár még a pályaválasztásban is segítheti őket.

## A KATONAI REPÜLÉS SZEREPE EGY VALÓSÁGKÖZELI FELADATCSOMAGBAN

A repülés, és különösen annak katonai alkalmazása, az első repülőeszközök megjelenése óta foglalkoztatja az embereket. Nem múlik el úgy nap, hogy valamelyik tudományos televíziós csatorna ne közvetítene repüléssel foglalkozó dokumentumfilmet. A katonai repülés (a maga titokzatosságával) még érdekesebb, mi sem igazolná ezt jobban, mint a teltházas kecskeméti repülőnapok és pápai nyílt napok sikere a fiatalok és az idősebbek körében egyaránt. A 2013 januárjában Szentendrén, a Magyar Honvédség Altiszti Akadémiáján megtartott pályaválasztási tanácsadáson a diákok által feltett kérdések majdnem mindegyike is a harci repülőgépek vezetésével volt kapcsolatos, noha az ott ülő diákok az altisztképzés lehetősége miatt látogattak akkor a bázisra. Ugyancsak népszerűek a repülő- és légi harc szimulátorok, ezen hobbinak különösen a fiatalság fiú tagjai hódolnak.

Azon felül, hogy a téma foglalkoztatja a fiatalokat, meg kell említeni a katonai repülésben rejlő

kimeríthetetlen mennyiségű matematikát: szinte bármelyik anyagrészt lefedhető ezzel a témával, a koordináta-geometriától a függvénytan elemein át a trigonometriáig, fiatalabbak esetében a logisztikai műveletekben rejlő alaplétektől az optimalizációs feladatokig. Az egyes repülési szituációk (kezdve a repülőút megtervezésével) kiválóan alkalmasak modellezési feladatnak, miközben a számítások során alapvető műveleteket is gyakorolhatnak. Egy légi ütközet modellezése lehet kiterjedt koordináta-geometriai feladat, kezdve az észlelő radarok működési elvétől egy találatot kapott repülőgép zuhanásán át a becsapódásáig, vagy akár a Gripenek beszerzése kapcsán született tanulmányokból készíthető többféle optimalizációs feladat: a tanulmányok kidolgoznak egy-egy elméletet, és ehhez kellő mennyiségű adatot is közölnek. Ebből a diák csak az adatokat kapja meg, és a tanulmány végkövetkeztetését saját magának kell végiggondolni, amelyben segíthet a tanári irányítás.

Ezen a ponton fontos megjegyezni, hogy a középiskolák többségében nem célirányú szakképzés folyik: a gimnáziumokban nem képezünk sem mérnököket, sem vadászpilótákat, de még csak logisztikusokat vagy matematikusokat sem. Ennek megfelelően nem cél a valóság minden részletre kiterjedő modellezése, amivel majd a felsőoktatásban vagy a pilótaképzés során találkozhatnak, hanem a probléma megértése, a feladatban szerepet játszó lényeges és elhanyagolható tényezők felismerése és osztályozása, majd pedig a választott modellben való feladatmegoldás a cél. Ugyanakkor, mint már elhangzott, a valóságközeliség révén bepillantást nyernek egy-egy szakma rejtelseibe, és ezáltal eldönthetik, érdekes-e számukra ez a hivatás. Mindenesetre a modellek pontossága elmarad a szakirányú képzésen tanított, illetve a szakmai jegyzetekben található modellekétől.

A következő feladatcsomagot az alábbi elvek szerint építettem fel:

- a feladatcsomag 17–18 éves tanulóknak íródott, akik kellő matematikai előismerettel rendelkeznek, akik pályaválasztás előtt állnak, és akik kellően kitartóak hosszabb feladatok végrehajtására;
- a feladatokat a Magyar Honvédség iraki szerepvállalása köré építettem, így az egyes feladatokat a téma kapcsolja össze, míg a kérdések vegyes matematikai ismereteket követelnek. Ez fejleszti a komplex gondolkodást és segít feleleveníteni esetleg feledésbe merült matematikai módszereket;
- a diákoknak először meg kell tervezniük egy Kecskemét–Bagdad repülőutat, majd optimalizálniuk kell az útvonalat a repülőgép hatótávolsága és az érintett légterek függvényében;
- modellezniük kell a repülést, annak emelkedési és ereszkedési fázisaival együtt, majd újabb modellt kell készíteniük a bagdadi leszállásra;
- ezután egyszerűbb számításokkal meg kell adják a végleges repülőút paramétereit;
- a feladatcsomag tovább bővíthető mind tematikusan, mind alkérdések megfogalmazásával. Pl.: kísérő vadászgépek megrendelése, majd légtérsértés, légi ütközet, kutatásmentés, természetesen mind-mind matematikai tartalommal;
- a feladatok megoldása során a tanulói munka legyen változatos: egyéni, páros és csoportos feladatmegoldás egyaránt szerepeljen, frontális tanári értékelés mellett. Legyenek otthoni feladatok, akár adatgyűjtés. Néhány feladat igényeljen számítógépes-internetes munkát (erre vonatkozóan javaslat is szerepeljen a feladatcsomag tanárok számára

írt részében), illetve a válaszadás is legyen érdekesebb a megszokottnál (pl. repülési napló kitöltése);

- az egyes feladatlapon szerkezete és megjelenése újszerű kell legyen, igazodva a mai „színes” világhoz.

A feladatcsomag írása természetesen adatgyűjtéssel kezdődött, amely során komoly kihívás a források hitelességének ellenőrzése. A feladatok írása közben a szakirodalomban szereplő adatok mellett gyakorló pilóták véleményét is kikértem, bár hasznosnak bizonyultak a saját tapasztalataim is (2008-ban tettem pilótavizsgát). Ezek után állt össze a feladatcsomag, amelyet ki kellett próbálni a használat előtt, majd a több diákcsoporttal végzett kísérlet tapasztalatait is figyelembe véve készült el a végső változat. Mivel ez a feladatcsomag részben erre a konferenciára íródott, ezért még nem jelent meg nyomtatásban, és mielőtt erre sor kerülne, több neves matematikatanár végzi ezekben a napokban is az utolsó lektorálást, de ugyancsak hasznosak lesznek ennek a konferenciának a tapasztalatai is. Ez a folyamat azért lényeges, mert így a diákok és tanáraik egy kipróbált, több korosztály és szakember szemlélete alapján is ellenőrzött feladatcsomaggal dolgozhatnak. Utólagos észrevételek természetesen a megjelenés után is várhatók, amikor több iskola osztályai is végigcsinálták már a feladatokat.

A feladatcsomag megjelenése eltér a szokásos példatárak szerkesztésétől. Itt egy-két kérdés egy egész oldalt kitölt, függetlenül attól, hogy A/4-es vagy A/5-ös méretben gondolkodunk. Bármennyire is lényegtelennek tűnik, mégis nagyon fontos a színes ábrás megjelenés és a fényképes illusztráció. A mai diákok már egy rendkívül inger gazdag világban élnek: az olvasás helyett inkább filmet néznek, ahol a képzelőerő szerepe sokkal mérsékeltebb, hiszen készen kapják a látványt. Hasonlóan igaz ez a játékokra: régebben papírrepülőt hajtogattak vagy repülő makettel szaladgáltak a gyerekek, ma már sokkal elterjedtebb a számítógépes és a konzolos szimulátor, ami megint csak a fantáziát helyettesíti. Ezt lehet helyteleníteni, ugyanakkor az eredményes oktatásnak lépést kell tartania a diákokkal, ezért ma már nem célszerű csak „száraz” feladatokkal előállni. A képen szereplő katonai repülőgép felkelti a tanulók figyelmét, előhozhat repülőnapos emlékeket vagy felidézheti valamelyik játék szimulátor élményét. Az adatokat közölhetjük táblázatosan, de a diákok kezébe adhatunk egy újságcikket is elemzésre. Előzetes gyűjtőmunkaként kiadható, hogy a kiválasztott repülőgép műszaki adatait a diákok maguk gyűjtsék össze, feltüntetve az adatok származási helyét is. (Koránt sem azonos paramétereket írnak le a különböző források, és a hitelesség ellenőrzése lehet csoportos feladat is.)

Ugyanez érvényes a feladatmegoldásra is: ma már léteznek nagyon jó, interneten elérhető programok, amelyeket nem szabad figyelmen kívül hagyni. A tanárok és más szakemberek is napi szinten használják a jobbnál jobb internetes programokat, miért ne segíthetnék a tanulókat is az értelmes internethasználatban? A feladatlapon közölt honlap javaslat egyáltalán nem megszokott a példatárakban, itt és néhány hasonló feladatgyűjteményben viszont már megjelenik.

A másik újdonság ebben a feladatcsomagban az adatok egyedi formában történő visszakerése, esetünkben például a repülési napló kitöltése. A feladatmegoldás érdemben nem különbözik a hagyományos példákétól (pl. számítsd ki, mikor száll le a repülőgép Bagdadban), viszont a diákok így inkább érezhetik a matematika gyakorlati alkalmazásának jelentőségét, ráadásul egy olyan dokumentumot tölthetnek ki, amelyhez eddig csak a nagyon érdeklődők fértek hozzá

vagy a tévében láthatták. Másodlagos cél, hogy felkészítsük a tanulókat bizonyos élethelyzetek megoldására, hiszen a többségük úgy kerül ki a gimnáziumokból, hogy addigi életében egyszer sem töltött még ki adóbevallást vagy egy-egy szakmához kötődő formanyomtatványt.

A feladatok bővítésének lehetősége minden matematikafeladat esetében jelen van, ugyanakkor a nyitott feladatok könnyebben továbbgondolhatók, mint a zártak. A tematikus kibővítés ebben az esetben lehet például egy logisztikai feladat: szervezzünk meg egy teherautó konvojt, amely a mátyásfülki Logisztikai Ellátó Központból (továbbiakban: LEK) indul üresen, majd a pusztavacsi harcanyagraktárból veszi fel a szükséges felszerelést, végül a kecskeméti repülőbázisra érkezik. Itt is rengeteg részlet számítható, a választ pedig kérhetjük egy jegyzőkönyvben, amit a konvoj parancsnoka kell kitöltsön a LEK parancsnoka felé. A szituáció érdekesebbé tehető egy egyszerű szerepjáttékkal: a tanulók legyenek a konvojparancsnokok, ha pedig több számítást is el akarunk végeztetni, a kérdés kiadható csoportmunkában, ahol minden tanuló egy-egy teherautó parancsnoka, ahol ugye az egyes teherautók különböző fogyasztást produkálnak, és eltérő menettulajdonságokkal rendelkeznek. (Ez egyébként egy szintén létező feladatcsomagom.) Hasonlóan feltehetünk rakodásra vonatkozó kérdéseket: adott felszerelést hogyan helyezünk el a repülőgépben, figyelve az egyenletes súlyeloszlásra?

A légi ütközet lehetősége további feladatok sorozatát hordozza. Például: adott távolságból kilőtt rakéta esetén mennyi ideje van az F-16-os pilótájának a katapultálásra? Kedvelt filmjelenet, hogy a navigátor katapultál, ezután a pilóta küzd a zuhanó géppel, majd mintegy 15 másodperccel később ő is katapultál, végül egyszerre és egymás mellé esnek a vízbe. Ilyen és ehhez hasonló filmjeleneteket is levetíthetünk, majd elemezhetjük a látottakat. Természetesen egy ilyen projekt rendkívüli tanári teljesítményt követel: a film részletét elő kell készíteni, a jelenethez tartozó számításokat el kell végezni (ideértve a zuhanó repülőgépre vonatkozó adatgyűjtést is), illetve fel kell készülni az esetleges további tanulói kérdések megválaszolására, a vetítéshez pedig technikai eszközöket kell biztosítani. Mindez tekinthető feleslegesnek, hiszen a kérdést ugyanúgy fel lehet szólni is tenni: hová esik a pilóta, ha a másodpilóta után 15 másodperccel katapultál egy adott sebességgel és adott szöggel a föld felé zuhanó gépből? A diákok dolgozhatnak a füzetükbe, így az eszközigény minimális. A feladat így is valóságközelí, sőt, talán még érdekes is marad. Ugyanakkor néhány tanóra ilyen módon (pl. a filmvetítéssel) történő izgalmassá tételével elérhető a tanulók érdeklődő hozzáállása, amiből hosszú távon profitálhat mind a tanár, mind pedig a diák. Hasonlóan levetíthető egy repülőnap vagy egy hadgyakorlat részlete (pl. egy rövid bemutató vagy csak egy érdekes, kötelékrepülést szemléltető jelenet, amelyből számításokat lehet végezni).

A feladatcsomaghoz tanári változat is készült, amelynek részletes bemutatására itt (terjedelmi okokból) nincs lehetőség. A tanári változat tartalmaz részletes megoldást, továbbgondolást és a feladatok levezénylésére vonatkozó instrukciókat és háttérismeretet. A feladatcsomagot felhasználó tanárokat nem cél kutatómunka elé állítani, mivel abban az esetben fennáll a lehetőség, hogy többen inkább nem oldatják meg a feladatcsomagot.

## A FELADATCSOMAG BEMUTATÁSA, ELEMZÉSE

### 1. feladatlap

A Magyar Honvédség iraki szerepvállalása 2003-ban kezdődött. Hazánk katonái elsősorban logisztikai feladatokat láttak el Irakban, a misszióknak pedig fontos része volt a légi szállítás: a technikai eszközöket, a felszerelést, sőt, még a katonákat is repülőgéppel kellett Bagdadba szállítani.

Ezek a szállítások a Magyar Honvédség An-26-os típusú szállítógépével történtek (kis képen), amelyek a kecskeméti katonai repülőtéren állomásoztak, de napjainkban is ott szolgálnak. A repülőgép néhány paramétere alább látható.

Hosszúság	23,8 méter
Fesztávolság	29,2 méter
Optimális repülési magasság	4000 – 6000 méter
Utazósebesség	440 km/h
Maximális repülési sebesség	540 km/h
Leszállósebesség	260 km/h
Függőleges emelkedési sebesség	480 m/perc
Függőleges ereszkedési sebesség	344 m/perc
Tehertér hossza	11,5 méter
Tehertér szélessége	2,4 méter
Tehertér magassága	1,9 méter
Üres tömeg	15 400 kg
Maximális felszállótömeg	24 000 kg
Ülések száma a tehertérben	39
Üzemanyagtartályok összterfoga	7316 liter
Maximális üzemanyagmennyiség	7100 liter
Hatótávolság teljes terheléssel	1240 km
Maximális hatótávolság	2600 km



### 1. feladat

Tervezz meg egy repülőutat a kecskeméti repülőtérről a bagdadi repülőtérré.

- Használd a Daft Logic – Google Maps Distance Calculator programot, amely segít meghatározni a légvonalbeli távolságot két pont között:  
[www.daftlogic.com/projects-google-maps-distance-calculator.htm](http://www.daftlogic.com/projects-google-maps-distance-calculator.htm)
- Hasonlítsátok össze az eredményeket az osztályban. Mindenki ugyanazt a távolságot kapta? Ha nem, akkor ennek mi lehet az oka?
- Módosítsd úgy a repülőutat (továbbra is a programot használva), hogy elkerüld Szíria légterét, ahol napjainkban fegyveres konfliktusok zajlanak. Milyen hosszú lesz így az út?
- Képes-e teljesíteni ezt az útvonalat egy meggakolt, de nem teljes terheléssel repülő An-26? Ha nem, akkor mit kellene tenni ahhoz, hogy végre tudjuk hajtani a bevetést?

### 2. feladat

Rajzold meg (akár számítógéppel) a végső útvonalat, feltüntetve az igénybe vett repülőtereket és a köztük vezető (egyenes) utakat.

1. ábra A feladatcsomag első feladatlapja

Az első feladatlapra egy bevezető szöveg teremti meg az alaphangulatot, amelyből a katonai repülésben kevésbé jártas tanulók is megismerik a Magyar Honvédség iraki szerepvállalásának alapvető körülményeit. A bevezető nem tér ki a Honvédség vízi úton történő szállításra, mivel az a feladat szempontjából nem hangsúlyos, ugyanakkor a tanári melléklet egy hosszabb ismeretöt tartalmaz a misszióról.

A szöveg alatt egy adattábla és két fénykép látható, utóbbi mindenképpen figyelemfelkeltő. Itt a kép csupán illusztráció, de könnyen írható hozzá valódi feladat is: „Becsüld meg, milyen

távolságra repül egymástól a három An-26-os repülőgép az alsó képen.”. A fotók melletti táblázatban szerepel a gép hossza és fesztávolsága, ezek alapján már elvégezhető a kért becslés.

Az adatokat tartalmazó táblázat érdekessége, hogy nem mesterséges. Egy repülőgépet ismertető adattábla a valóságban is ilyen (pl. szakkönyvek vagy szakmai folyóiratok oldalain is ilyen táblázatok olvashatók), vagyis nem könnyítjük meg a tanulók helyzetét a számukra felesleges adatok eltávolításával, viszont nem is került a táblázatba indokolatlan adat. A feladatsomag megoldása során fel nem használt információ pedig lehetőséget biztosít a további kérdések fel-tételéhez, így például a fentebb említett rakodási probléma átgondolásához.

A feladatlap alsó harmadában szerepelnek a kérdések. Ezek között megtalálható a már említett internethasználatot igénylő feladat (1/a kérdés a Daft Logic programmal), és az ebből származtatott optimalizációs kérdések (1/c és 1/d). A hibakereső gondolkodást fejleszti az 1/b kérdés, hiszen az egyes tanulók vélhetően nem azonos koordinátájú pontok között végzik el a távolság-mérést. Aktuális elem az 1/c kérdésben a szíriai konfliktusra utaló megjegyzés, az 1/d feladat-ban pedig egyszerűen össze kell hasonlítani a kapott távolságot az An-26-os hatótávolságával, ami az eredmények ellenőrzésére vonatkozó igényeket fejleszti.

A 2. feladat egyszerű modellt kér a fent kiszámítottak figyelembe vételével. A rajz készülhet térképre rajzolva vagy a füzetbe is, vázlat formájában, mindkettő megfelel a feladat kritériuma-inak. Ugyancsak lehetőséget kap a tanuló, hogy számítógépen dolgozzon, és ott vezesse fel a választott útvonalat egy térképre.

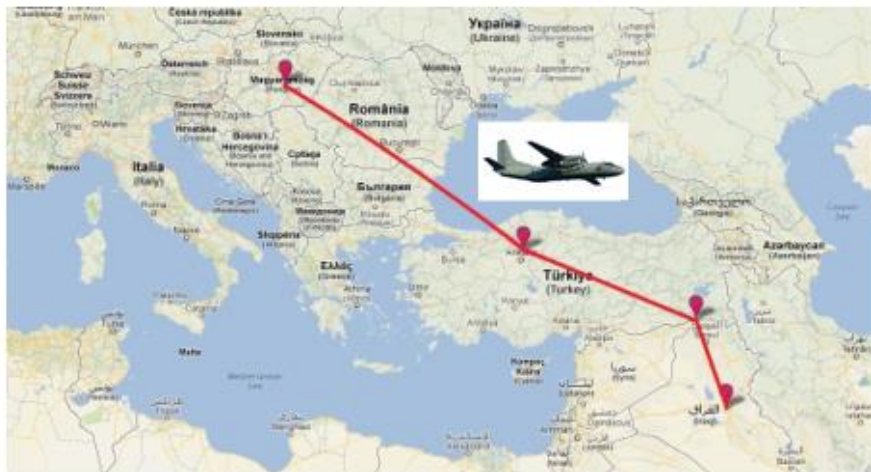
A bevezető megjelenése fokozható egy valós vagy valóságközeli újságcikk beszúrásával, ami fel-válthatná a szöveget. Ehhez a szakmai folyóiratoktól a napilapokig bárhol érdemes böngészni.

A tanári változatban szerepel a Daft Logic program részletes használati útmutatója, benne a program hibás használata során várható eredményekkel (pl. a tanuló mérföldben méri a távol-ságot kilométer helyett). Ugyancsak rögzítésre került minden érintett repülőter koordinátája, segítő a térképen nehezebben tájékozódókat. Emellett minden kérdésre a várható legbővebb megoldáshalmaz került közlésre, felhasználva a diákokkal végzett próbamegoldások eredmé-nyeit is.



## 2. feladatlap

Láttuk, hogy ha nem üres a tehertér, akkor a Kecskemét – Bagdad távolság nagyobb, mint az An-26-os hatótávolsága, tehát a repülőgéppel le kell szállni Törökországban, üzemanyagot vételezni. Az is kiderült, hogy ezt a leszállást praktikus Ankarában végrehajtani, mert Ankara körülbelül félúton található, és kis kitéréssel el lehet érni a város repülőterét.



### 1. feladat

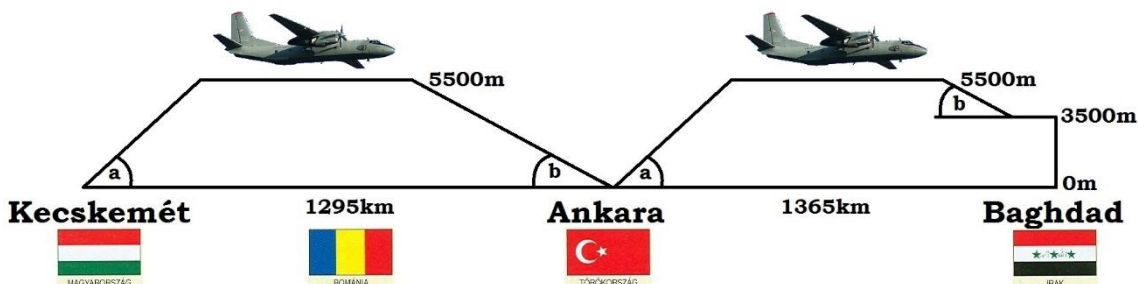
Készíts egy modellt, ami jól jellemzi magát a repülést.

- Segíts a modellhez: a repülés tartalmaz egy emelkedési szakaszt, egy repülést állandó magasságon, majd egy süllyedést, amelynek végén a repülőgép eléri a repülőteret. Milyen ábrát készítenél ezután?
- Tudjuk, hogy Bagdad légtere veszélyes, ezért a gépek itt egy különleges leszállást hajtanak végre. A város előtt csökkentik a magasságot 5500 méterről 3500 méterre, majd a reptér fölé érkezve egy kis sugarú spirálban ereszkednek egészen a leszállópályáig. Módosítsuk a modellt, ennek figyelembe vételével!

2. ábra A feladatcsomag második feladatlapja

A második feladatlapon megjelenik a kiválasztott végleges útvonal, és ezen az oldalon látható a tényleges repülés modellezését kérő feladat. Itt a megoldásnak várt modell a tanári mellékletben szerepel, hiszen a diákok maguk tervezik a saját modelljüket. A frontálisan vezetett kiértékeléskor a tanár kivetítheti vagy másolatban kiadhatja az alábbi modellt, de nem zárható ki annak a lehetősége, hogy valamelyik tanuló jobb modellt alkot.

A feladat érdekessége, hogy az 1/b kérdésben megjelenik egy sajátos manőver, ami a bagdadi leszállásokat jellemzi. Ezzel a leszállással egy későbbi feladat még foglalkozik, itt annyi a jelentősége, hogy az Ankara – Bagdad szakaszon az ereszkedési fázist módosítani kell a manőver figyelembe vételével, vagyis a tanuló nem kaphat két hasonló trapézt.



3. ábra A második feladatlap 1/b kérdésének egy lehetséges modellje



A harmadik feladatlap a végleges repülési terv elkészítését követeli. Itt kell elvégezni a legtöbb alapvető számítást, majd az eredményeket egy formanyomtatványban kell rögzíteni. Hasonló a negyedik feladatlap megjelenése, amely alább látható.

#### 4. feladatlap

A repülés megtervezése után végre eljött az indulás napja. Mi most a pilóták és a másodpilóták vagyunk. Kötelességünk a repülőutat dokumentálni, majd a helyesen kitöltött repülési naplót Kecskemétre hazatérve leadni a bázison.

##### 1. feladat

- a) Mindenki válasszon párt magának, majd osszuk ki a pilóta és másodpilóta szerepeket. Gyakorlati szempontból mindegy, ki a pilóta és ki a másodpilóta, a feladatok mindvégig azonosak lesznek. Töltsük ki az alábbi repülési naplót:

FLIGHT LOG		Page:	1/2	Date:	
		Engine on:	7:48	Take off:	
		Engine off:		Landing:	
Pilot: Aircraft: AN-26 Co-Pilot: No.: HUNAF 603		Total:		Flight time:	
Time UTC	Event No.	Event	Latitude (DEG)	Longitude (DEG)	
	1	Engine on	46,917148N	19,749920E	
7:51	2				
	3	Take off			
	4	Reaching 5500 m	-	-	
	5	Leaving 5500 m	-	-	
	6	Landing in .....	40,129049N	32,994561E	
	7	Engine off			

- b) Egyeztessük az eredményeket pilótatársunkkal. Ha eltérés adódik, feltétlenül ellenőrizzük, hol lehet a hiba.  
c) Szorgalmi házi feladatként meg lehet keresni, milyen koordináták felett következik be a 4-es és az 5-ös esemény.

4. ábra A feladatcsomag negyedik feladatlapja

A feladatlap páros munkát kér, olyan formában, mint ahogy az a pilóták esetén elvárható: a tanulók egymás munkáját ellenőrzik, de a számításokat önállóan végzik. Az eredményeket egy repülési naplóban rögzítik, amely valós nyomtatvány alapján készült.

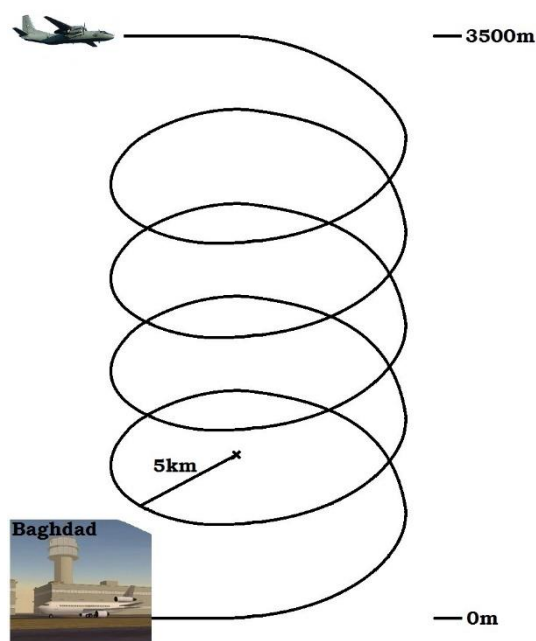
A repülési napló esetében is érvényes a valóságközeliség, vagyis nem cél egy létező dokumentum újrakiadása, hanem egy ahhoz nagyon hasonló, lényegét tekintve nem eltérő táblázat közlése a fontos. Esetünkben nem vesszük figyelembe a várható időjárást és az időjárás következményeit (pl. alternatív úti cél), így ezeket a cellákat eltávolíthatjuk. Ellenben érdekesség, hogy a pilóta és másodpilóta neve helyére a tanulók a saját nevüket írhatják, és a naplót a feladatmegoldás napjára dátumozhatják. Ennek nincs matematikai tartalma, egyszerűen az érdeklődést hivatott fenntartani. Hasonló jelentőségű, hogy a dokumentumban rögzítésre került a repülőgép

típusa és azonosítója, amely a korábbi képeken szereplő An-26-oshoz tartozik, ezzel is tartva a valóságközeliséget, illeszkedve a kerettörténethez.

Az 1/b kérdésben kért egyeztetés csak azonos modellek esetén követelhető meg.

A most bemutatott feladatcsomag utolsó feladatlapja először a bagdadi leszállás modellezését kéri, majd a második feladat szövege: „Egyenletes 260 km/h sebességgel repülve az ereszkedés pontosan 8 percig tart, végül a gépünk éppen azonos állásban landol, mint ahogyan a repülőteret megközelítette. Hány fordulót tett meg a leszállás megkezdése és a talajfogás között? Mekkora szöget zárt be a talajjal ereszkedés közben?”

Az első feladathoz tartozhat egy újságcikk: többen is megírták már a kis sugarú spirálban süllyedő An-26-os történetét. A rendelkezésre álló adatok alapján készíthető modell alább látható.



5. ábra A bagdadi leszállás modellje az eddig közölt adatok alapján

A leszállás közbeni fordulók száma az ismert sebességből és leszállási időből ívhossz-számítással is megadható, ami viszont meghaladja a középiskolai oktatásban elvárható szintet. Azonban a modellezési képességek fejlődésének a csúcса, ha a tanulók felismerik, hogy az így kapott spirál kiteríthető egy derékszögű háromszöggé, ahol a repülőgép által repült ív lesz az átfogó, a függőleges magasság lesz a rövidebb befogó, a hiányzó hosszabb befogó pedig az  $n$  darab 5 km sugarú körív hossza lesz. Ebből a Pitagorasz-tétellel könnyedén számolható az  $n$  értéke, amelyre végül  $n = 1$  adódik, az ereszkedési szög pedig trigonometrikus összefüggésekből kapható meg.

Ez a feladat is továbbgondolható, például a szélirány függvényében, amikor  $n$  darab forduló helyett  $n + 0,5$  darab forduló szükséges, illetve kerestethetünk forrást arra vonatkozóan, hogy az An-26-os leszállását mennyire befolyásolja a kedvezőtlen szélirány. De meghatározhatunk egy biztonsági zónát is, figyelembe véve a vállról indítható ellenséges légvédelmi rakéták hatósugarát.

A katonai repülés iránt kevésbé fogékony lány diákok érdekében belefoglalmazhatunk orvosi-



egészségügyi kérdéseket, de akár a repülőbázis étkeztetésének problémáit is rájuk bízhatjuk. A valóságtól némiképpen elrugaszkodva megkérdezhetjük, mikor szolgálják fel a gépen az ebédet, a fiú pilóták által elkészített repülési napló adatainak ismeretében.

Persze ennél szerencsésebb, ha elfogadjuk, hogy nem lehet minden téma minden tanulónak érdekes, és egyszerűen egy másik feladatcsomaggal próbáljuk a többiek érdeklődését felkelteni. Ugyanakkor nem lehet cél a diákok folyamatos szórakoztatása, ezzel is foglalkozik az oktatás-módszertan.

## ÖSSZEFOGLALÁS

A katonai repülésben rejlő kimeríthetetlen matematika számos lehetőséget hordoz valóságközeli és modellezési feladatok írására. A téma érdekessége változatos kérdéseket biztosít, a bemutatott feladatcsomagban pedig láthatóvá vált, milyen színesen lehet tálalni egyszerű kérdéseket is. Az izgalmasabb feladatok megmutatják a diákoknak a matematika „hasznát”, vagyis alkalmazhatóságát különböző szakmákban, emellett a modellezés révén fejlődik a problémamegoldó képességük, a komplex gondolkodásuk, illetve rendszereződik a fejükben a már tanult matematikai ismerethalmaz. Végül a feladatok megoldása közben megismerik a katonai hivatás szépségét és a benne rejlő lehetőségeket.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] NICCOLI Riccardo: Repülők. Magyar Könyvklub, Budapest, 2001.
- [2] GUNSTON Bill: Korszerű harci repülőgépek fegyverzete. Zrínyi Kiadó, Budapest, 1995.
- [3] <http://honvedelem.hu> (2013.01.05.)
- [4] SZÓRÁD Tamás: Taktikai leszállás, e-dok. url: <http://airbase.blog.hu> (2013.01.05.)
- [5] AMBRUS Gabriella: Valóságközeli matematika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2007.
- [6] AMBRUS Gabriella: Titanic a Balatonon és más modellezési feladatok matematikából. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2012.