

## **SZOJKA–III OLDALIRÁNYÚ MOZGÁS SZABÁLYZÓINAK ELŐZETES TERVEZÉSE PÓLUS ÁTHELYEZÉS MÓDSZERÉVEL**

A cikkben a Szojka–III pilótánélküli repülőgép — [8] szakirodalomból ismert repülésmechanikai matematikai modelljei alapján, a [3] cikkben publikált számítógépes előzetes tervezéssel meghatározott repülésszabályozó rendszer működési problémáinak megoldására — a pólus áthelyezés tervezési módszerrel meghatározott zárt szabályozó tervezést és az analízis eredményeit mutatom be.

### **BEVEZETÉS**

Modern szabályozástechnikában a szabályozók tervezésére ismert számos módszer, amelyek lehetővé teszik azok előzetes tervezését. A megtervezett szabályozó lehet optimális, vagy nem optimális. A szakirodalom [pl.: 1, 2, 4] ajánl olyan kritériumokat, amelyek — a követelmények kompromisszumát figyelembe véve — a gyakorlatban is eredményesen alkalmazhatók. Ezek a szabályozási kör optimális működésének lineáris integrálkritériumai. Közös jellemzőjük, hogy optimálisnak azt a dinamikus szabályozási folyamatot jelölik meg, amelyre nézve egy bizonyos, általunk célszerűen választott integrál funkcionál (célfüggvény, működési index) szélső értéket ér el [1, 10, 11]. Ha a tervezés során a célfüggvényt minimálni kell, akkor a kiválasztott célfüggvényt költségfüggvénynek (költségfunkcionálnak) nevezzük. Egy meghatározott állapotváltozás elérése minimális anyag, energia, üzemanyag fogyasztás vagy költség ráfordításával történik, tehát a rendszer olyan irányítása, amelyben az állapotváltozóknak és az előírt időfüggvényeknek az eltéréséből képzett egyszerű, vagy súlyozott négyzetes időintegrál minimális. Ilyen például a repülőgépek kormányzása minimális üzemanyag felhasználásával, vagy a szabályozók minőségi követelményeinek (kis túllendülés, rövid szabályozási idő, kis lengés szám, stb.) teljesítése. Ha a célfüggvényt maximálni szükséges, akkor hasznfüggvénynek (hasznfunkcionálnak) nevezzük [6, 11].

A pilóta nélküli repülőgépek robotpilótáival szemben támasztott elsődleges és alapvető követelmény a funkcionális stabilitás. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a robotpilóta előzetes tervezése során első lépésben folytonos-folyamatos

működésű rendszert terveznek, amely nem feltétlenül optimális működésű. A [3] cikkben LQR optimális szabályozó tervezési módszerrel tervezett oldalirányú szabályozó pólusainak áthelyezése a szabályozó lassú működése miatt indokolt. A gyakorlatban a zárt szabályozási rendszerek számára olyan szabályozót igyekeznek tervezni, amely biztosítja a domináns póluspár hatásának érvényesülését. Ennek megfelelően célszerű olyan szabályozó tervezési módszert választani, vagy a korábban alkalmazottat olyanra módosítani, amely lehetővé teszi a szabályozó minimális lépésben történő megtervezését. A pólus áthelyezés módszere segítségével megtervezett szabályozó ugyan nem lesz optimális, de egyszerűsége folytán — a gyakorlatban — könnyen és gyorsan alkalmazható.

A Szojka–III pilótanélküli repülőgép alapvetően kis magasságon, alacsony repülési sebességgel végrehajtott távirányított repüléseket végez. A repülőgép méreteit, tehetlenségi nyomatókát, a statikus stabilitási tényezőket, valamint a dinamikus modellek állapotegyenleteit az [8] szakirodalom tartalmazza. Az analíziseket az 1. táblázat szerinti repülési üzemmódokon végeztem el.

A Szojka–III repülőgép vizsgált repülési üzemmódjai 1 táblázat

	Oldalirányú mozgás				
	Repülési üzemmódok				
	1.	2.	3.	4.	5.
Repülési sebesség, $[km/h]$	110	130	150	170	190
Repülési magasság	$H = 400$ m				
Felszálló tömeg	$m = 135$ kg				

A Szojka—III dinamikája (1) alakban a [8] irodalom alapján adott.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}; \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (1)$$

A repülőgép mozgásának vizsgált állapotvektori oldalirányú mozgás esetén a következő alakban adható meg:

$$\mathbf{x}_o^T = [\omega_x \quad \gamma] \quad (2)$$

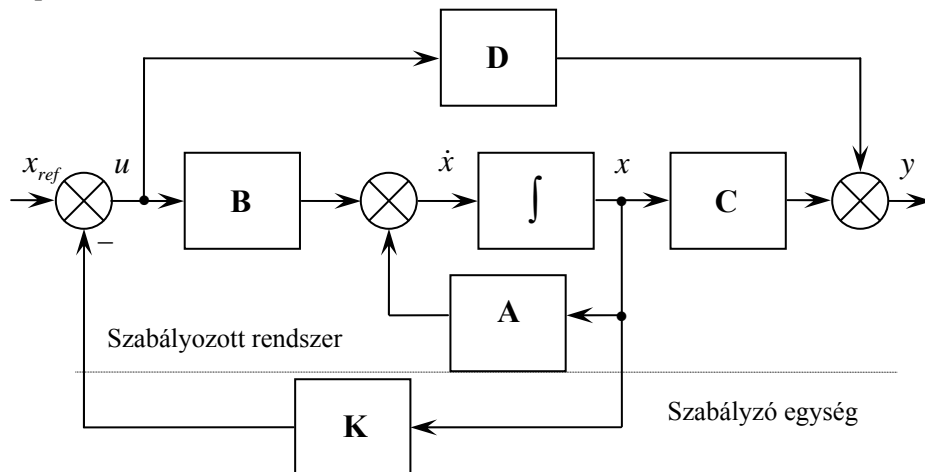
A repülőgép oldalirányú mozgása a csűrőlapok segítségével befolyásolható, a kitérésekkel arányos jelek, mint bemeneti paraméterek értelmezhetők:

$$\mathbf{u}_o = [\delta_{KR}] \quad (3)$$

Az optimális vezérlési törvény  $x_{ref.} = 0$ , és  $\mathbf{D} = 0$  esetén:

$$\mathbf{u}_{opt}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (4)$$

alakú, és a szabályozási rendszer a 1. ábrán látható. A (4) egyenletben a  $\mathbf{K}$  az állapot-visszacsatolási mátrix [5, 12].



1. ábra A teljes állapot-visszacsatolású szabályozási rendszer

## A REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ ELŐZETES TERVEZÉSE PÓLUS ÁTHELYEZÉS MÓDSZERÉVEL

A korszerű, állapottér tervezési módszerek közé tartozik a pólus áthelyezés módszer. A nyitott szabályozási rendszer (1) alakban adott  $\mathbf{A}$  vezérlési törvény (4) alakú, vagyis a pillanatnyi állapotot az irányítójel határozza meg.

A módszer lényege egy olyan szabályozó tervezése, ami biztosítja, a zárt rendszer előírt működési tartományán belüli stabilis működést. A vezérlési törvény zérusértékű referencia jel ( $x_{ref} = 0$ ) esetén  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$  alakú, vagyis a pillanatnyi állapotot az irányítójel határozza meg. A  $\mathbf{K}$  állapot-visszacsatolási mátrix megválasztásával biztosíthatjuk, hogy a zárt rendszer pólusai a komplex sík ( $s$  tartomány) bal oldalán legyenek.

A vezérlési törvényt (4) behelyettesítve a (1) egyenletbe kapjuk a zárt rendszer állapotegyenletét:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}(t) \quad (5)$$

Legyen  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$ , akkor a karakterisztikus egyenlet:

$$\begin{aligned}\Phi_s = |s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}| &= (s - s_1) \cdot (s - s_2) \cdot (s - s_3) \cdot \dots \cdot (s - s_n) = \\ &= s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0\end{aligned}\quad (6)$$

és

$$\Phi(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^n + \alpha_1 \mathbf{A}^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} \mathbf{A} + \alpha_n \mathbf{I} \quad (7)$$

A Cayley-Hamilton tétel alapján egy  $n$ -ed rendű kvadratikus mátrix  $m \geq n$  hatványa kifejezhető a  $k < n$  hatványok lineáris kombinációjaként [7]:

$$\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = \tilde{\mathbf{A}}^n + \alpha_1 \tilde{\mathbf{A}}^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} \tilde{\mathbf{A}} + \alpha_n \mathbf{I} = 0 \quad (8)$$

$n = 3$  közelítést alkalmazva:

$$\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = \Phi(\mathbf{A}) - \alpha_2 \mathbf{B}\mathbf{K} - \alpha_1 \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}^2 - \alpha_1 \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{K} - \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{A}^2 \mathbf{B}\mathbf{K} \quad (9)$$

$$\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = 0$$

így:

$$\Phi(\mathbf{A}) = \mathbf{B}(\alpha_2 \mathbf{K} + \alpha_1 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}^2) + \mathbf{A}\mathbf{B}(\alpha_1 \mathbf{K} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}) + \mathbf{A}^2 \mathbf{B}\mathbf{K} \quad (10)$$

A (14) egyenletről kifejezhető a  $\mathbf{K}$  állapot-visszacsatolási mátrix:

$$\mathbf{K} = [0 \ 0 \ 1] \cdot [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2 \mathbf{B}]^{-1} \cdot \Phi(\mathbf{A}) \quad (11)$$

Tetszőlegesen választott  $n$  esetén a  $\mathbf{K}$  állapot-visszacsatolási mátrix [7, 9]:

$$\mathbf{K} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \cdot [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{B}]^{-1} \cdot \Phi(\mathbf{A}) \quad (12)$$

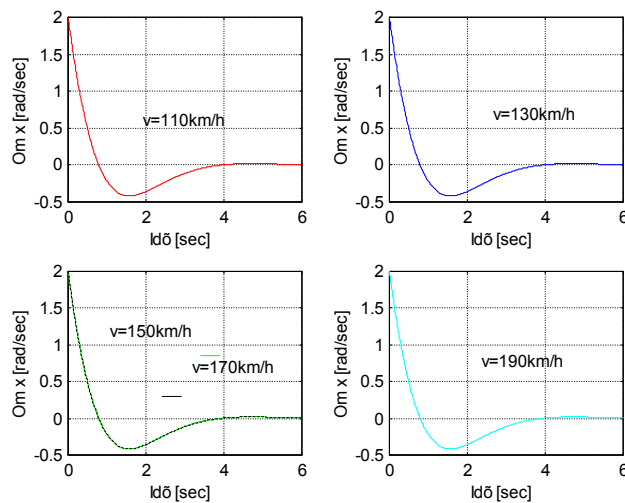
A Szojka–III pilóta nélküli repülőgép oldalirányú mozgás szabályzóinak előzetes tervezésekor az új pólusok helyét a komplex síkon a  $p = (-1 \pm j)$  pontokban határozom meg. A választott pólus biztosítja, hogy a rendszer átmeneti függvényei előjelváltó lengéssel érik el állandósult állapotukat. A választott pólushoz tartozó minőségi jellemzők (csillapítási tényező, tranziens idő stb.) a [2] irodalomban található módon előre kiszámíthatók. A választott pólushoz tartozó minőségi jellemzők teljesítik a 2. táblázatban található minőségi követelményeket és biztosítják az átviteli függvények elvárt jellegű (előjelváltó lengéses) időbeli lefolyását.

Oldalirányú mozgás		
Bedöntési szög stabilizálás csillapítási tényezője	0,6 ≤ ξ < 1,2	
Bedöntési szögstabilizálás pontossága (statikus hiba)	Turbulencia mentes légkör esetén	±1°
	Turbulencia esetén	±10°
Írányszög-stabilizálás pontossága (statikus hiba)	Turbulencia mentes légkör esetén	±0,5°
	Turbulencia esetén	±5°
Erősítési tartalék	> 8dB	
Fázis tartalék	> 60°	

A hangolt rendszer állapot-visszacsatolási mátrixai a következők lettek:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_{o1p} &= [0,0556 \quad -0,0772]; \\
 \mathbf{K}_{o2p} &= [0,0571 \quad -0,0552]; \\
 \mathbf{K}_{o3p} &= [0,0559 \quad -0,0415]; \\
 \mathbf{K}_{o4p} &= [0,0536 \quad -0,0323]; \\
 \mathbf{K}_{o5p} &= [0,051 \quad -0,0259]
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

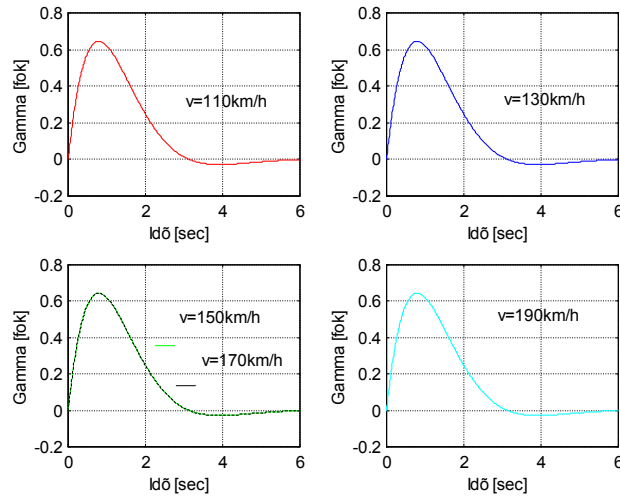
A 2. ábrán látható, hogy a súlyfüggvények a sebességtől függetlenül együtt futnak. Egy előjelváltó lengés után nulla értéket vesznek fel, a tranziens idő  $t_{tr} \cong 3 \text{ sec}$ .



2. ábra. Az orsózó szögsebesség súlyfüggvényei

Az ábra alapján elmondható, hogy az orsózó szögsebesség súlyfüggvény értékei a vizsgált üzemmódokon sebességtől függetlenül együtt futnak, a tranziens idő  $t_{tr} \cong 2,7 \text{ sec}$ .

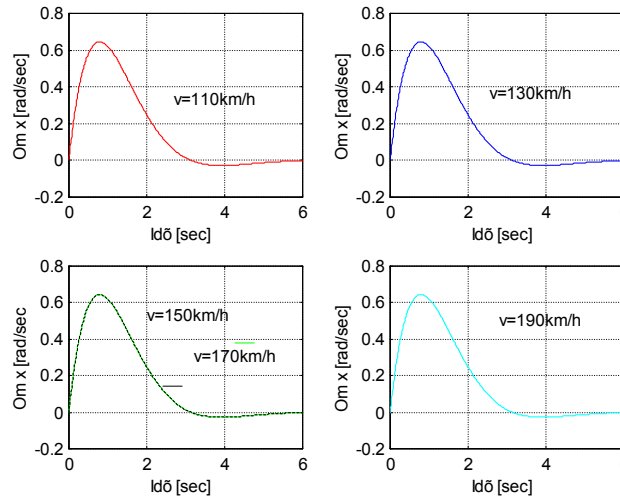
A 3. ábra alapján elmondható, hogy a bedöntési szög súlyfüggvény értékei a vizsgált üzemmódokon sebességtől függetlenül egybeesnek, a tranziens idő  $t_{tr} \cong 2,8 \text{ sec}$ .



3. ábra. A bedöntési szög súlyfüggvényei

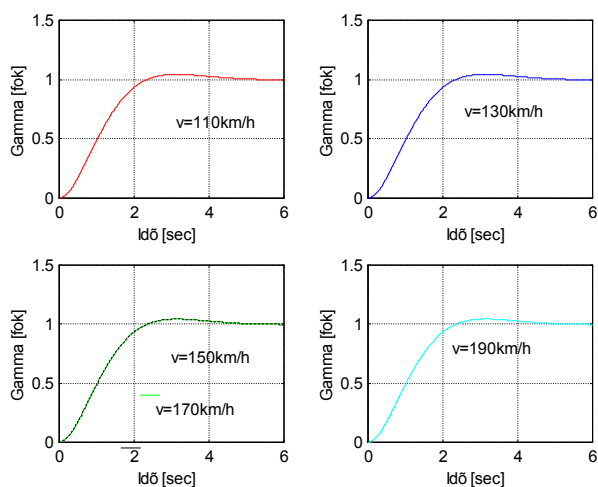
A súlyfüggvények egy előjelváltó lengés után érik el állandósult értéküket. A 2. és a 3. ábráról egyértelműen megállapítható, hogy a vizsgált oldalirányú állapotváltozók stabil működésűek.

Az orsózó szögsebesség átmeneti függvények időbeli lefolyása a 4. ábrán látható.



4. ábra. Az orsózó szögsebesség átmeneti függvényei

Az 5. ábrán látható, hogy a bedöntési szög átmeneti függvényei  $t_{tr} < 2,1$  sec idő elteltével (sebességtől függetlenül) érik el állandósult értéküket ( $\gamma(\infty) = 1$ ).



5. ábra. A bedöntési szög átmeneti függvényei

A 3. táblázatból látható, hogy a függvények sajátértékei az előre meghatározott értéket vették fel minden üzemmódon. A 2. – 5. ábrák alapján elmondható, hogy a komplex konjugált gyökpárok dinamikája határozta meg a válaszfüggvények tranziens folyamatainak időbeli lefolyását.

Oldalirányú mozgás minőségi jellemzői, pólus áthelyezés módszer 3. táblázat

Sajátérték ( $\lambda$ )	Csillapítási tényező ( $\xi$ )		Sajátlengések körfrekvenciája ( $\omega$ ) [rad/sec]
	Valós érték	Előírt érték	
1. üzemmód: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg			
-1±i	0,707	$0,6 \leq \xi \leq 1,2$	1,41
2. üzemmód: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg			
-1±i	0,707	$0,6 \leq \xi \leq 1,2$	1,41
3. üzemmód: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg			
-1±i	0,707	$0,6 \leq \xi \leq 1,2$	1,41
4. üzemmód: v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg			
-1±i	0,707	$0,6 \leq \xi \leq 1,2$	1,41
5. üzemmód: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg			
-1±i	0,707	$0,6 \leq \xi \leq 1,2$	1,41

## KÖVETKEZTETÉSEK

A vizsgálatok eredményeként elmondható, hogy:

- a pólus áthelyezés módszer alkalmazásának eredményeképpen meghatározott  $\mathbf{K}_{o1p} - \mathbf{K}_{o5p}$  állapot-visszacsatolási mátrixok biztosítják az előírt irányítástechnikai követelményrendszernek való megfelelést.
- a pólus áthelyezés módszere segítségével megtervezett szabályozó ugyan nem optimális, de egyszerűsége folytán — a gyakorlatban — könnyen és gyorsan alkalmazható.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Csáki F.: Szabályozások dinamikája, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- [2] Csáki, F. – Bars R. Automatika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
- [3] Szegedi P.: A SZOJKA-III pilóta nélküli repülőgép repülésszabályozójának tervezése LQR módszerrel, Repüléstudományi Közlemények, 2005. (megjelenés alatt).
- [4] Kuo, B. C. Önműködő szabályozó rendszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- [5] McLean, D.: Automatic Flight Control Systems, Prentice Hall, International Ltd, 1990.
- [6] Szabolcsi, R. Szabályozási rendszerek optimális méretezése négyzetes integráلكritériummal, Haditechnika, 1996/3, (2–4), 1996.
- [7] Ogata, K. Modern Control Engineering, Prentice–Hall International Ltd., 1990.
- [8] SZOJKA-III/TV kooperációs fejlesztés tudományos technikai adatai, IV. fejezet, Zelong Instr., Brno, 1993.
- [9] Ogata, K. Designing Linear Control Systems with MATLAB®, Prentice–Hall, International Inc., 1994.
- [10] Tuschák, R. Szabályozástechnika 5. Füzet. Optimális irányítási rendszerek, kézirat, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.
- [11] Tuschák, R. Szabályozástechnika, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1994.
- [12] Hangos, K. – Bokor, J. – Szederkényi, G. Computer controlled systems, Veszprémi Egyetemi Kiadó, Veszprém, 2002.