SZTOCHASZTIKUS MÓDSZEREK A REPÜLÉSTUDOMÁNYBAN, MAGYAR KUTATÁSOK ÉS EREDMÉNYEK

Dr. Gedeon József ny. tud. főmunkatárs
Budapesti Műszaki Egyetem
Közlekedésmérnöki Kar
Járműváz- és könnyűszerkezetek tanszék

A sztochasztikus folyamatok természetes paramétereire alapozott, NAPAM fantázianevű adatfeldolgozási és modellezési rendszert fejlesztettünk ki a járművek dinamikai vizsgálatára. A rendszer sajátosságai: egységes eljárások a különböző alkalmazási területekre; középérték helyett középérték függvény számítása; természetes paraméterekben felírt kiegyenlítő függvények használata; közvetlen tér–idő spektrum konverzió és a gerjesztés számításokhoz komplex spektrum vektor használata.

Bíztató kezdeti eredményeket sikerült elérni a sztochasztikus felületek és a sztochasztikus tranziensek elemzésében is.

BEVEZETÉS

Napjainkban a természettudományokban is, az ipari kutatásban is növekszik a sztochasztikus elemzési és modellezési módszerek fontossága. Elméletük és gyakorlati alkalmazásuk kidolgozásában a matematikusok mellett sok repülőszakember is részt vett, elsősorban a turbulencia kutatás területén. Aligha tévedünk, ha azt állítjuk, hogy ez volt a korai matematikai felismerések első sikeres alkalmazási területe, és hogy a határréteg és a szélcsatorna turbulencia elemzések a sztochasztikus folyamatok elméletét is sok új felismeréssel gazdagították.

Magyar kutatók is találhatók a turbulencia szakértők között. Először is Kármán Tódort, a modern repüléstudomány egyik nagy alakját kell megemlítenünk. Számos új eredménye között tanulmányunk tárgykörében elsősorban a tőle származó és róla elnevezett spektrumképletet kell megemlíteni. A negyvenes évek elején, az Aerodinamikai tanszéken kezdte munkásságát Kovásznay László. Már 1943-ban az akkori NACA modellekkel egyenértékű hődrótos műszert készített. 1947 után az amerikai Johns Hopkins egyetemen kapott tanszéket. Iskoláját haláláig a turbulencia kutatás vezető munkahelyei közé sorolták. Budapesten, a Repülőgépek tanszéken kezdte munkáját Györgyfalvy Dezső is. Érdeklődése a vitorlázógépek teljesítménymérése révén fordult a turbulencia kérdései felé. 1956 után először a Johns Hopkins egyetemre került Raspet professzor mellé. Raspet halála után a Cesna, majd a Boeing gyárban dolgozott. Ő vezette a Boeing-gyár határréteg elszívásos repülési mérésekkel foglalkozó kutatócsoportját [12].

A HAGYOMÁNYOS ELEMZÉSI MÓDSZEREK

A sztochasztikus folyamatok matematikai elméletét átgondolva és a sztochasztikus mechanika bőséges szakirodalmát lapozgatva egy angol szakfolyóirat rajzos reklámja jut a szerző eszébe. A képen vakok állnak körül egy nagy elefántot és tapintással próbálják megtudni, milyen is az elefánt. Aki a lábát simogatja, azt fatörzsre emlékezteti. Az ormányát kezében tartó kígyóra gondol, míg a farkát fogó a kenderkötelet emlegeti. Különböző részleteket megismernek, de látás híján nem tudnak teljes és egységes képet alkotni.

Kissé hasonló a helyzetünk, ha a turbulencia finomszerkezetét vagy a fel- leszállópálya egyenetlenségeit akarjuk a hagyományos eljárásokkal elemezni. A sztochasztikus folyamatok klasszikus elméletének alapjait ugyanis a valószínűségszámításra és a matematikai statisztikára szokták visszavezetni (lásd, pl.: Karlin és Taylor [13]). A szorosabb értelemben vett statisztikai elemzés területén ezen alapelvek az eljárások teljes és megbízható bizonyítását adják ugyan, de az egyszerű statisztikai számítások a regisztrátumok teljes információtartalmát nem tudják feldolgozni. Ezért feltétlenül szükség van korreláció vizsgálatra és spektrumszámításra is (lásd, pl.: Bendat és Piersol [2, 3]). Érdekes a helyzet a korreláció függvényekkel. Ezek statisztikai jellegűek, de a valószínűségszámítás alapösszefüggéseit statisztikailag egymástól független véletlenszám sorozatokra alapozták és bizonyították. A véletlenszám sorozatok autokovariancia függvénye zéruspontján kívül azonosan zérus. A statisztikai tételek folytonos függvényekre is kiterjesztve érvényesek maradtak ugyan, de nincs bizonyítva, hogy ezekre nem lehet erősebb összefüggéseket is találni.

Még szembetűnőbb a különbség a spektrumoknál. A spektrális sűrűségfüggvény tulajdonképpen a Fourier-sorba fejtés kiterjesztése nemperiódikus függvényekre. Ilyen formában a saját alkalmazási területén a tapasztalat szerint jól használható, de nem bizonyított, hogy a spektrális analízis egyetlen lehetséges vagy a legjobb módszere. Nagyon figyelemre érdemes ebből a szempontból például Abarbanel munkája [1] és annak számos irodalmi előzménye. Ezek a szerzők a nemlineáris differenciálegyenlet rendszerek elméletére és a káoszelméletre alapozva értek el jó eredményeket a többdimenziós fázistérben definiált attraktoroknak a regisztrátum alapján való identifikálásában.

A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI

A kutatási program nem előzmények nélkül indult. A szerző 1944 nyarán még, mint egyetemi hallgató, másodmagával dolgozott Kovásznay professzor — akkor az Aerodinamikai Intézet adjunktusa — síklap határréteg mérésein. Később, 1957-ben a BME Repülőgépek tanszék akadémiai kutatási programja keretében vitorlázógépek leszállási igénybevételeit kellett mérni és elemezni. Erre a sztochasztikus tranziens jellegű terhelési esetre akkori adottságaink csak egy egyszerű statisztikus értékelést tettek lehetővé (Gedeon [5]). Nyilvánvaló lett azonban, hogy a további fejlesztéshez elengedhetetlen a sztochasztikus mérések értékelési módszereinek jelentős bővítése.

Később Csáki professzor tanszékével és kutatócsoportjával együttműködve lehetőségünk nyílt repülési regisztrátumból kísérleti analóg spektrumfüggvény meghatározására is. Ez sok elvi és gyakorlati tanulsággal szolgált, de a grafikus spektrumfüggvény további felhasználása pontatlan és rendkívül költséges volt. Ezért a rendszeres munkába való bevezetése nem volt lehetséges.

Bendat professzor és Dodds kutatómérnök 1977. évi prágai és 1978. évi budapesti tanfolyamain nyílt alkalmunk a korszerű sztochasztikus adatfeldolgozás és járműdinamika közvetlenebb megismerésére. Az itt megismert módszerek egyes áramlástani kutatási eredményekkel való kiegészítéséből indult ki saját adatfeldolgozó/elemző rendszerünk megalapozása.

A NAPAM RENDSZER MATEMATIKAI ALAPJA ÉS MÓDSZEREI

Sztochasztikus adatfeldolgozó rendszerünk eredete Kovásznay professzor 1976-ban publikált alábbi kettős tételére vezethető vissza. Megállapítása szerint [4]:

— A Wiener–Hincsin képletből következik, hogy a spektrális sűrűségfüggvény zérusértéke

$$G(\Omega)_{\Omega\to 0} = G(0) = \frac{2}{\pi}\sigma^2 L \qquad (1)$$

Képletünkben σ a szórás és a Prandtl-iskola által bevezetett L integrál lépték a ς térbeli eltolás függvényében felírt R(ς) autokovariancia függvényből az

$$L = \lim_{\varsigma_1 \to \infty} \left| \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\varsigma_1} R(\varsigma) d\varsigma \right| \tag{2}$$

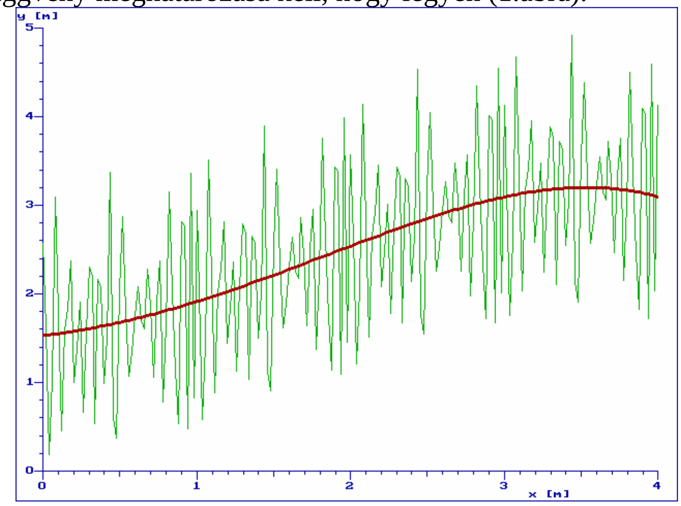
képlettel számítható. Ha a spektrumot az n lengésszám függvényében számítjuk, akkor értelemszerűen

$$G(n)_{n \to 0} = G(0) = 4L\sigma^2 \tag{3}$$

— Az (1), (2) és a (3) összefüggések alapján állítható, hogy az L integrál lépték nem egy speciális turbulencia jellemző, hanem minden stacionárius sztochasztikus folyamat a σ szórással egyenrangú, azzal komplementer paramétere.

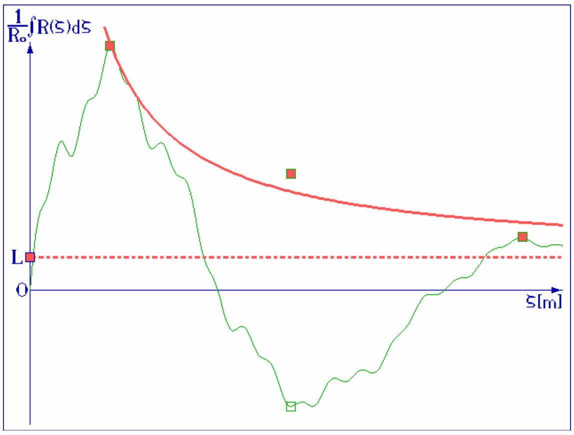
A Kovásznay-tételből kiindulva már kezdetben foglalkoztunk a spektrális sűrűségfüggvények természetes paraméterekkel felírt függvénnyel való kiegyenlítésével és a spektrum közvetlen tér-idő transzformálásával [6, 7].

Az integrál lépték számítás gyakorlati problémái vezettek arra a felismerésre, hogy a feldolgozás és elemzés első lépése egy alkalmasan választott jellegű középérték függvény meghatározása kell, hogy legyen (1.ábra).



1.ábra
A középérték függvény meghatározása

Az L integrál lépték az autokovariancia függvényből a (2) képlettel számítható. A gyakorlatban a numerikus-integrálásnál oszcilláló függvénygörbét kapunk eredményül (2. ábra). Mivel a numerikus-integrálás csak a számított autokovariancia függvény hosszában végezhető, az irodalomban elterjedt az első maximumot tekinteni L értékének. A NAPAM rendszerben — ha elegendő hosszú a regisztrátum, akkor extrapolálással közelítjük meg L várható értékét. Eddigi tapasztalataink szerint az első maximum a valószínű érték 200–300%-a is lehet.

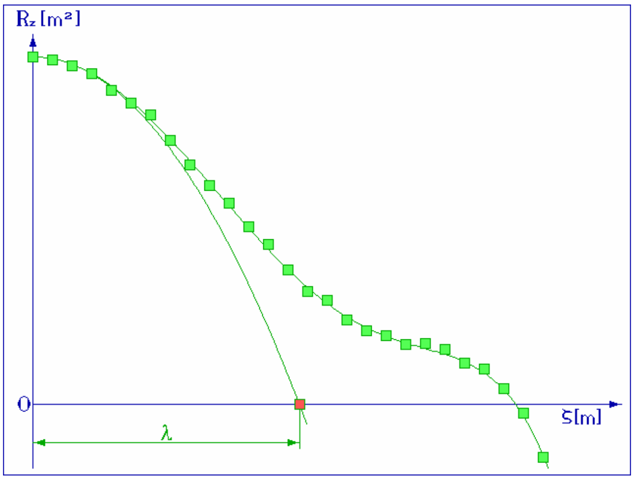


2. ábra
Az L integrál lépték számítása

A λ Taylor-léptéket definíció képlete szerint az autokovariancia függvény zérus helyen mért görbületéből lehet meghatározni.

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}\sigma}{\left[-\left(\frac{d^2 R(\varsigma)}{d\varsigma^2}\right)_{\varsigma=0}\right]^{1/2}} \tag{4}$$

Mivel a digitális regisztrátumok és a belőlük számított autokovariancia függvény is mintavételezéssel, pontonként adják meg a függvényértéket, a differenciáláshoz az R(ς) autokovariancia függvényt először ki kell egyenlíteni egy alkalmasan választott páros függvénnyel (3. ábra). Ezután lehet a számítást a (4) képlet alapján elvégezni. λ értékét a számítással „rajzolt” belső simuló parabola a vízszintes koordináta tengellyel való metszése adja.



3. ábra
A λ Taylor lépték számítása

SPEKTRUMOK

Repülőgépek vagy gépjárművek dinamikai vizsgálatánál a lengéseket vagy a dinamikai terheléseket a spektrális sűrűségfüggvénnyel lehet számítani. Ennek kiegyenlítésére célszerű a természetes paraméterekkel felírt függvénytípust használni. A NAPAM programok turbulencia méréseknél a Kármán-spektrumot, út/terepprofil méréseknél az ebből általánosított

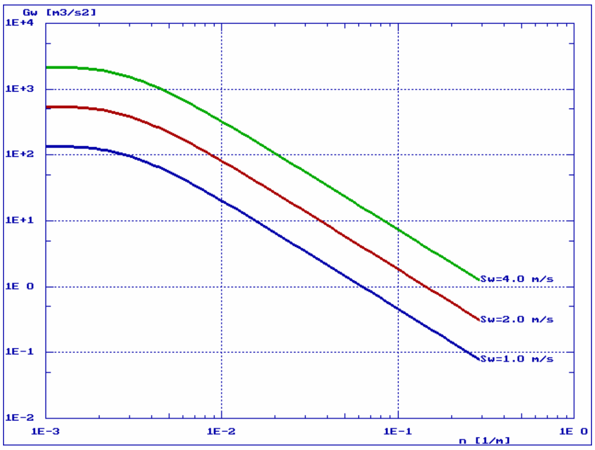
$$G(n) = 4L\sigma^2 \frac{1 + A(CLn)^2}{\left[1 + (CLn)^2 / (1 - \beta Ln)\right]^{\alpha}} \tag{5}$$

kiegyenlítő függvényt használják. A képletben az α kitevő elméleti értéke turbulenciánál 11/6, út- vagy terepprofilnál valószínűleg 2. Az A csúcstényező elméleti értéke turbulenciánál 8/3; útprofilnál még nincs elegendő adatunk várható értékének meghatározására. A β frekvenciahatár tényező az eredeti Kármán-képletben nem szerepel, illetve zérus, de szükséges lehet a spektrum nagyfrekvenciás részének jobb kiegyenlítésére. A C állandó nagysága az α kitevő és az A csúcstényező függvénye, amelyet az ismert

$$\sigma^2 = \int_0^\infty G(n)dn \qquad (6)$$

összefüggésből lehet meghatározni. Turbulenciánál β=0 esetén C=8.4132

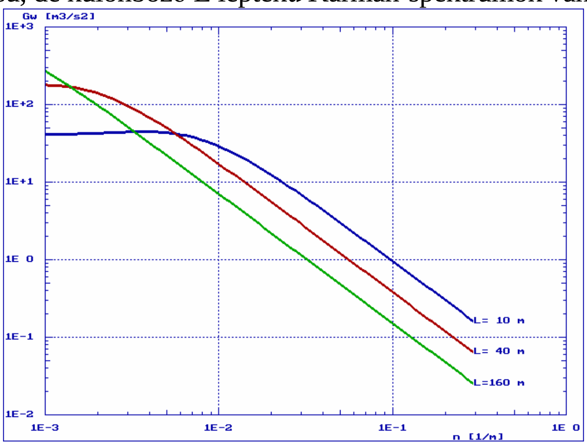
Azonos L léptékű, de változó σ szórású Kármán-spektrumok láthatók a 4. ábrán. Hasonló képet mutat a különböző időjárási helyzetekben mért légköri turbulencia spektrumok összehasonlítása.



4. ábra

Kármán-spektrumok állandó L léptéknél változó σ szórással

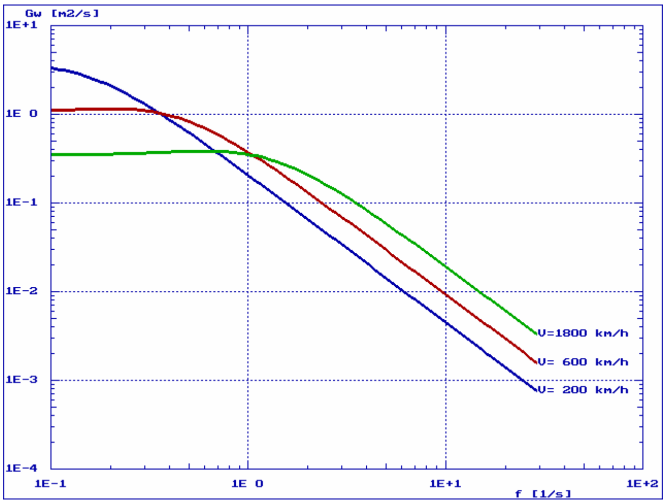
Azonos σ szórású, de különböző L léptékű Kármán-spektrumok vannak az 5. ábrán.



5. ábra

Kármán-spektrumok állandó σ szórásnál változó L léptékkel

A természetes paraméterek használatának egyik nagy előnye a járművekre ható térbeli gerjesztési spektrumok közvetlen idő transzformációja (6. ábra) [7].



6. ábra
Kármán-turbulencia spektrum tér-idő transzformációja

A térben stacionárius gerjesztésen V sebességgel áthaladó járműre ható zavarás G(f) időbeli spektrumát a (2) egyenlet analógiájára

$$T = \lim_{\tau_1 \to \infty} \left| \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\tau_1} R(\tau) d\tau \right| \tag{7}$$

képlettel definiált T időléptékkel a (5) spektrumképlet közvetlenül transzformálható

$$G(f) = 4T\sigma^2 \frac{1 + A(CTf)^2}{\left[1 + (CTf)^2 / (1 - \beta Tf)\right]^\alpha} \tag{8}$$

alakba. Adott V sebességnél az időlépték az integrál léptékből az egyszerű

$$T = \frac{L}{V} \tag{9}$$

osztással számítható.

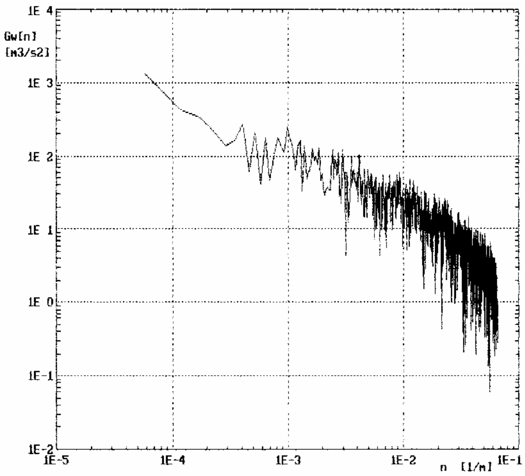
További újítás volt több szabadságfokú mechanikai lengőrendszerek gerjesztés számításánál a szokásos spektrum mátrix helyett a komplex spektrum vektor gerjesztő függvény használata (Gedeon [8]). Elgondolásunk helyességét honvédségi terepjárművekkel végzett kísérletek is bizonyították (Laib és Gedeon [14]).

Később pontonként $G_i(n_i)$ alakban adott tetszőleges alakú spektrumfüggvény közvetlen transzformálhatóságát is sikerült bizonyítani (Gedeon [10]). Az egyszerű transzformáció képletpár:

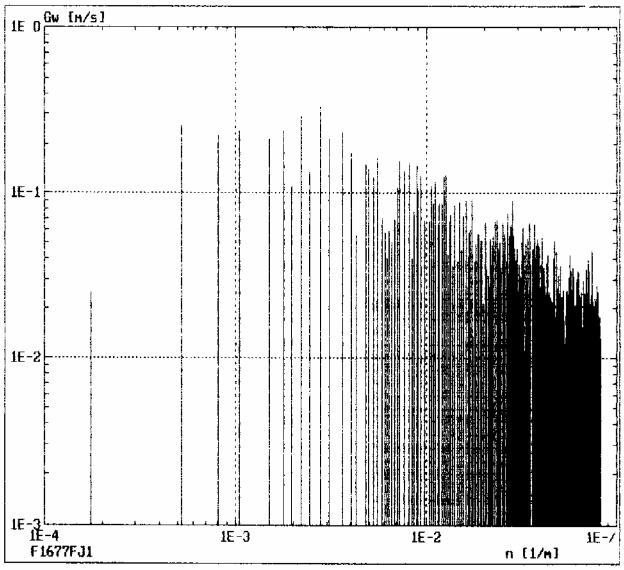
$$f_i = n_i V \qquad (10)$$

$$G_i(f_i) = \frac{G_i(n_i)}{V} \qquad (11)$$

Ez az igény tulajdonképpen azzal kapcsolatban merült fel, hogy a tapasztalat szerint a spektrális sűrűségfüggvények egyáltalában nem az elméletben feltételezett folytonos és sima jelleget mutatják (7. ábra). Olyannyira, hogy szükségesnek látszott annak tisztázását megkísérelni, valóban folytonosak-e a spektrumfüggvények. Ezért megkíséreltük egy ismeretlen frekvenciasorozatú diszkrét amplitúdó spektrum meghatározására alkalmas eljárás kifejlesztését. A 8. ábrán a kísérleti programmal számított vonalas légköri turbulencia spektrum látható. A módszerrel elért kezdeti eredmények biztatók (Gedeon [10, 11]), mert a kapott spektrumok szórása a közvetlenül számított értéket elfogadható hibahatáron belül megközelíti, de az eljárás még finomításra szorul. Továbbfejlesztésével a spektrumok finomszerkezetének tisztázása és számítási egyszerűsítések is remélhetők.



7. ábra
Mért légköri turbulencia spektrális sűrűségfüggvény



8. ábra
Légköri turbulencia vonalas amplitudó spektruma

A többéves kutatómunka során még sok további problémát is vizsgáltunk (pl. a sztochasztikus felületek elemzése és modellezése, sztochasztikus tranziensek reguláris-instacionárius folyamattal modellezése). Hely és idő hiányában ezekkel kapcsolatban legyen szabad eddig megjelent publikációinkra hivatkozni. Ezekben elvi elgondolásaink és eredményeink mellett tévesnek bizonyult feltételezéseinkről is beszámoltunk.

ALKALMAZÁSOK

Az elméleti fejtegetések után jogosan merül fel a kérdés: hol és mire lehet a sztochasztikus elemzések eredményeit felhasználni? Milyen gyakorlati feladatokat lehet sztochasztikus modellekkel megoldani? Ezért befejezésül tekintsük át röviden az alkalmazási lehetőségeket.

Az, hogy a repüléstudomány kezdettől fogva élen járt a sztochasztikus módszerekben, nem volt véletlen, sem egy divatirányzat utánzása. Példának elegendő a határréteg problémát és a laminár profilokat megemlíteni. Alkalmazásukkal néhány évtized alatt a vitorlázógépek siklószámát 1:30-ról 1:50 körüli értékekre lehetett növelni. A németek a második világháború idején nem vették komolyan ezt a lehetőséget. A hibás meglátásért drága árat fizettek. Sebességben és emelkedési teljesítményben az amerikai vadászgépekkel nagyjából egyenértékűek voltak ugyan az Me–109-esek, de akciósugárban messze nem. A csatornapartról csak kb. Londonig tudták kísérni bombázóikat, míg a Mustangok Angliából közel Berlinig portyáztak. A nagy különbség nem a motorszerkesztők hibája volt, hiszen a német DB 605 motoron, fékpadon teljes gáznál 180g/LEóra, akkoriban csúcsteljesítménynek számító fogyasztást mértem. És a hatósugár kérdésében érdemes még valamiről elgondolkodni. Az amerikai Tunderbolt és Mustang laminárprofilos vadászgépek 1943-ban kb. 600km-es gyakorlati akciósugárral jelentek meg az európai frontokon. Ezt az értéket tudták jó nyolc hónap alatt 1800–2000km-re javítani. Nem állítottak alapvetően új típusváltozatot szolgálatba, „csak” megtanulták a típust pontosan beszabályozni, és gazdaságosan repülni.

Repülőiparunk és légierőnk jelenlegi helyzetében saját új konstrukciók kifejlesztésére sem igény, sem lehetőség nincsen. Annál fontosabb viszont a karbantartás/javítás kultúrája és a géptípusok adta lehetőségek teljes és biztonságos kihasználása. Nem lehetetlen a folyamatosan fejlesztett géptípusokon kisebb, de értékes hazai újítások bevezetése sem. Ezekre a gyakorlati lehetőségeket nem kis részben szellemi infrastruktúránk fejlettsége adja meg.

KÖSZÖNETNYíLVÁNÍTÁS

A dolgozatban ismertetett kutatások egy részét az OTKA T025075 sz. megbízásával támogatta. Köszönetet kell mondanunk a DLR Institut für Physik der Atmosphare (NSzK) légkörfizikai kutatóintézetnek is légköri turbulencia méréseik regisztrátumaiért. A vizsgálatokhoz nélkülözhetetlen számítógép rendszerünket dr. Horváth Sándor docens hozzáértésének és gondos munkájának köszönhetjük.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] ABARBANEL, H.D.I.: Analysis of Observed Chaotic Data Springer, New York, 1996.

[2] BENDAT, J.S., PIERSOL, A.G.: Random Data: Analysis and Measurement Procedures Wiley-Interscience, New York, 1971.

[3] BENDAT, J.S., PIERSOL, A.G.: Engineering Applications of Correlation and Spectral Ananlysis Wiley-Interscience, New York, 1980.

[4] FAVRE, A., KOVÁSZNAY, L.S.G., DUMAS, R., GAVIGLIO, J., COANTIC, M: La turbulence en mécanique des fluides Gauthier-Villars, Paris, 1976.

[5] GEDEON, J.: Belastungsmessungen bei der Landung von Segelflugzeugen Aero Revue, 1959. 11. sz.; 735-739.
[6] GEDEON J.: Vitorlázó repülőgépek igénybevétele leszálláskor. Járművek, Mezőgazdasági Gépek, 1958. 5-6. sz.; 152-160. l.
[7] GEDEON, J.: The Role of the Scale Parameter in Service Load Assessment and Simulation Proc. of the 13th ICAS Congress; ICAS-82-2.8.3; Seattle, 1982; Vol. 2, 1339-1349. l.
[8] GEDEON, J.: A léptékparaméter mint a járművek üzemi terhelésének egyik jellemzője Periodica Polytechnica, Transportation Engineering; 1983. máj., 377-387. l.
[9] GEDEON, J,: Contribution to the Theory of Stochastic Processes Periodica Polytechnica, Transportation Engineering, 1990. 1-2. sz., 143-153. l.
[10] GEDEON, J,: On Some Basic Problems of Stochastic Modeling Periodica Polytechnica, Transportation Engineering, 1993. 1. sz., 89-100. l.
[11] GEDEON, J.: Advanced Natural Parameter Methods for Vehicle Dynamics Proc. of the 5th Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies; Budapest, 1996; 41-50. l.
[12] GEDEON, J.: Analysis of Low-Level Atmospheric Turbulence 6th Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies; Budapest, 1998. (Sajtó alatt)
[13] GEORGE-FALVY, D.: In Quest of the Laminar-Flow Airliner: Flight Experiments on a T-33 Jet Trainer Boeing Commercial Airplanes, Seattle, 1988.
[14] KARLIN, S., TAYLOR, H. M.: Sztochasztikus folyamatok Gondolat, Budapest, 1985.
[15] LAIB, L., GEDEON, J.: A terepen mozgó járművek mozgásának elemzése Járművek, Mező-gazdasági Gépek, 1989. 8. sz.; 285-289. l.

The natural parameter based NAPAM method and program system has been developed for dynamic analysis of vehicles. The method is characterized by the following peculiarities: the use of unified assessment procedures for different applications; substitution of a suitable mean function for the usual mean value of the record; natural parameter formulae for the smoothing of the raw spectral density functions; direct space-time spectrum conversion of the input spectrum functions and the use of complex spectral vector functions. Promising results have been obtained in the analysis of stochastic surfaces and transients, too.