

# Szemcsés anyagok – csővezetékben – folyadékárammal való szállításának méretezése

## 2. rész: A nyomásvesztés számítása

**FAITLI JÓZSEF** ■ Miskolci Egyetem, Nyersanyagelőkészítési és Környezeti Eljárástechnikai Intézet

■ ejtfaitj@uni-miskolc.hu

Érkezett: 2011. 04. 04. ■ Received: 04. 04. 2011. <http://dx.doi.org/10.14382/epitoanyag-jsbcm.2012.1>

### Design of transport of particulate materials by fluid flow in pipelines

#### Part 2: Calculation of the pressure loss

Bulk state construction materials, such as sand, gravel and the mixed concrete can be transported in pipes by fluid flow. The most important technical parameter of a transport system is the pressure loss at the designed mixture flow rate. The pressure loss determines the energy need, therefore determines the operational costs. In the previous part the fine suspension – coarse mixture flow model and the two basic devices: the tube viscometer and the hydraulic test loop developed by the Institute of Raw Materials Preparation and Environmental Processing of the University of Miskolc were summarized. In this 2<sup>nd</sup> part the empirical and mathematical method of specifying the type of mixture flow, the pressure loss calculation method and an example are shown.

## Bevezetés

A szemcsés állapotú építő anyagok, mint pl. a homok-kavics, vagy a bekevert beton szállíthatók csővezetékben folyadékáram segítségével. A szállítás legfontosabb paramétere a megválasztott keverékáramlási sebességhez tartozó nyomásvesztés, ami a szállítás energia igényét közvetlenül meghatározza. A dolgozat első részében (Építőanyag 2011/1-2) összefoglaltuk a Miskolci Egyetem, Nyersanyagelőkészítési és Környezeti Eljárástechnikai Intézetében kidolgozott finom szuszpenzió – durva keverékáramlás modellt és a két alapvető kísérleti berendezést, a csőviszkózimétert és a hidraulikus szállítási mérőkört, amellyel vizsgálatokat kell végezni az adott anyaggal, konkrét méretezés esetén. A második részben a szilárd-folyadék csőáramlás jellegének a meghatározására szolgáló kísérleti és matematikai módszert, a nyomásvesztés számításának módját és egy mintapéldát mutatunk be.

## A keverékáramlási jelleg meghatározása a nyomásvesztés görbe matematikai elemzése alapján

A korábbiakban ismertettem, hogy adott anyag esetén a finom szuszpenzió - durva keverékáramlás közötti határ szemcseméretet úgy kell meghatározni, hogy szűken osztályozott szemcsefrakciókból készített keverékek nyomásvesztés görbéit kell megmérni. A nyomásvesztés görbe alapján a következő módszer segítségével eldönthető a keverékáramlás jellege. Bevezetjük a következő mennyiséget, a  $\phi$  járulékos veszteség számot, ami egy dimenzió nélküli szám, függ a keverékáramlási sebességtől és a vízhez képest a szemcsék okozta járulékos szállítási energia igény növekedéssel arányos :

$$\phi = \frac{\Delta p - \Delta p_v}{C_T \Delta p_v} \quad (5)$$

A tiszta víz nyomásvesztését ( $\Delta p_v$ ), – minden mért pont esetén – azonos sebességhez kell kiszámítani. A szállítási koncentráció ( $C_T$ ) a mérésből ismert, így a  $\phi = f(v)$ , függvénykapcsolat ábrázolható.

## A durva keverékáramlás tipikus $\phi = f(v)$ függvénye

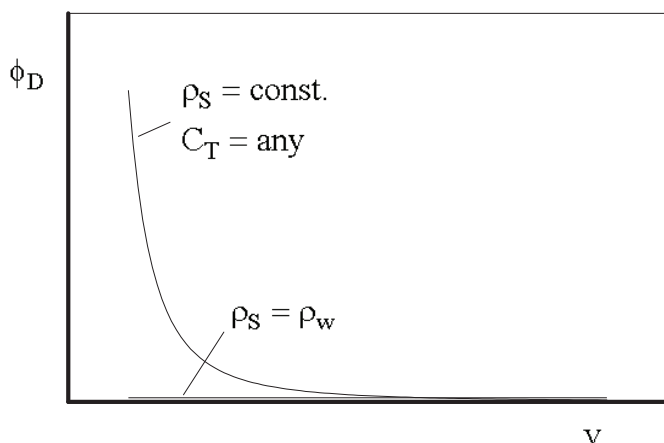
A durva keverékáramlásra vonatkozó, már hivatkozott Durand típusú összefüggések mindegyike [12] esetén a  $\Delta p - \Delta p_v$  járulékos nyomásvesztés a szállítási koncentráció első hatványával arányos. Ez azt jelenti, hogy a  $\phi$  járulékos nyomásvesztés szám nem függ a koncentrációtól, azaz adott anyag különböző koncentrációjú keverékeinek a  $\phi = f(v)$  függvénye azonos görbére esik és ez a görbe hiperbolikus alakú, és  $\phi$  a sebesség növekedésével 0-hoz tart. A függvény alakja és egy mért példa látható a 11. ábrán.

Itt egy konkrét mérés eredményeit is ábrázoltam az elméleti függvényalak mellett, ahol jellemzően 0,9 mm-es szemcseméretű erőműi salakból készített durva keverékek különböző koncentrációjú (17–42% tartományban), mért  $\phi = f(v)$  értékei láthatók. A mért pontok jó közelítéssel egy görbére esnek. Habár nincs ipari jelentősége, de szélső értéként vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a szállított szilárd anyag sűrűsége megegyezik a vízéval ( $\rho_s = \rho_v$ ). Ilyenkor a durva keverékáramlás  $\phi$  értéke minden sebességhez 0. A finom szuszpenzióáramlás esetén ez nem így van és ez lényeges különbség. A módosított Durand egyenlet rendezése után adódik a következő összefüggés, amelyből jól látszik a  $\phi = f(v)$  függvénykapcsolat hiperbolikus jellege. Az n és K anyagtól függő paramétereket ennek a függvénynek a mért adatokra való illesztésével határozhatjuk meg.

$$\phi = \frac{1}{C_E^{0,75}} \left( \frac{\rho_s}{\rho_v} - 1 \right)^{1,5} K \left( \frac{\sqrt{gD}}{v} \right)^n \quad (6)$$

**Dr. FAITLI József**

(1965) egyetemi docens, a Miskolci Egyetem Nyersanyagelőkészítési és Környezeti Eljárástechnikai Intézetének oktatója. 1989-ben a Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetemen szerzett bányagépész- és villamos mérnök diplomát, amelyet követően az Eljárástechnikai Tanszéken helyezkedett el és amelynek jelenleg is oktatója. Hosszabb külföldi tanulmányutakat (Louvain-la-neuve, Belgium, Tempus ösztöndíj, 7 hónap, 1991, Chicago, USA, Fulbright ösztöndíj, 12 hónap, 1993–94.) követően 1998-ban szerzett PhD oklevelet, mechanikai eljárástechnika tudományterületen. Fő oktatási és kutatási területe a többfázisú áramlások, szemcsemozgás, mintavételezés, porleválasztás, stb... Tudományos publikációinak száma 75.



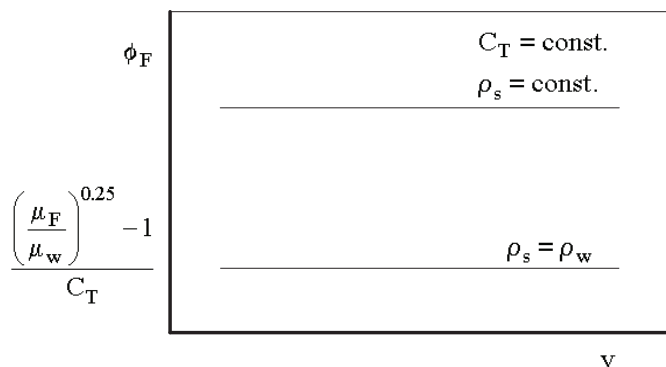
Vizsgált anyag: Mátrai Erőművi salak,  $2243 \text{ kg/m}^3$  szemcsesűrűség,  $0,9 \text{ mm}$  80%-os szemcseméret,  $53 \text{ mm}$ -es csőátmérő.

11. ábra A durva keverékáramlás  $\phi = f(v)$  függvénye  
Fig. 11. The  $\phi = f(v)$  function of coarse mixture flow

## A finom szuszpenzióáramlás tipikus $\phi = f(v)$ függvénye

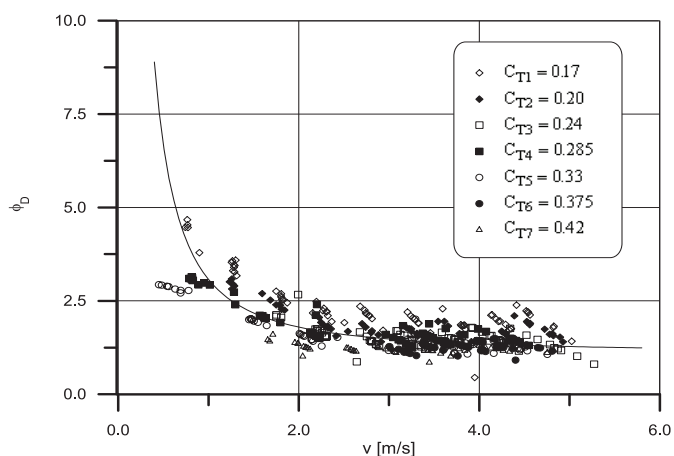
Finom szuszpenzióáramlásban a nagyon kisméretű szemcsék a lamináris határretegbe kerülve megváltoztatják az áramló közeg folyási viselkedését. Nagyszámú mérést végeztünk cső- és rotációs viszkoziméterben finom szemcsés anyagokból készített szuszpenziókkal. Általánosságban megállapítható, hogy finom szemcséket keverve a vízhez az így keletkező finom szuszpenzió viszkozitása a koncentráció növekedésével elkezd nőni. Egészen 20 tf% koncentrációig a folyási jelleg általában nem változik meg, a szuszpenzió is Newtoni viselkedésű, az abszolút viszkozitás kismértékben, – közel lineárisan – növekszik. Jellemzően 20 tf% koncentráció felett a folyási jelleg megváltozik, pl. a pernyék minden mért esetben Bingham – plasztikusá válnak – nem-Newtoni lesz és a szuszpenzió belső súrlódása, azaz a viszkozitás (merevségi tényező, konzisztencia index a folyási modelltől függően) exponenciálisan megnő [11].

A finom szuszpenzióáramlás  $\phi = f(v)$  függvényét, elméleti úton akkor tudjuk egyszerűen meghatározni, ha a finom szuszpenzió



Vizsgált anyag: Fehérvárcsurgói üveghomok,  $x_{80} = 25 \mu\text{m}$ ,  $\rho_s = 2644 \text{ kg/m}^3$ , csőátmérő  $D = 16 \text{ mm}$ .

12. ábra A finom szuszpenzióáramlás  $\phi = f(v)$  függvénye  
Fig. 12. The  $\phi = f(v)$  function of fine suspension flow



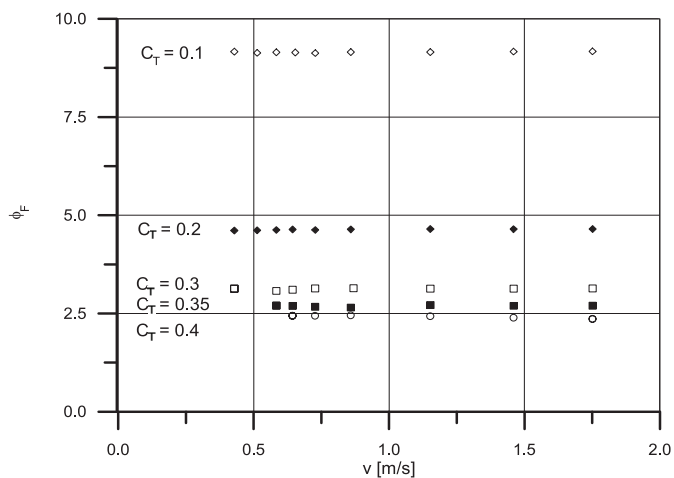
Newtoni folyási viselkedésű és a csőáramlásra jellemző Reynolds szám a  $Re = 2300 \dots 100\,000$  tartományba esik. Ez a legfontosabb tartomány az ipari alkalmazás szempontjából, mivel a sűrű zagyos ( $C_T \approx 35 \text{ tf} \%$ ) pernye – salakszállító csővezetékben a finom szemcsék arányának megfelelően a hordozó finom szuszpenzióáramlás koncentrációja kisebb 20 tf%-nál, ez a közeg még Newtoni folyadék. Ezen a Reynolds szám tartományon, Newtoni folyadékokra a Blasius egyenlet segítségével számíthatjuk az (f) Fanning féle csősúrlódási tényezőt.

$$f = \frac{0,0791}{Re^{0,25}} \quad (7)$$

A Blasius egyenlet segítségével kifejezhetjük a finom szemcsék jelenléte miatti  $\phi$  járulékos veszteség számot:

$$\phi_F = \frac{\Delta p_F - \Delta p_v}{C_T \Delta p_v} = \frac{\left(1 + C_T \frac{\rho_s - \rho_v}{\rho_v}\right)^{0,25} \left(\frac{\mu_F}{\mu_v}\right)^{0,25} - 1}{C_T} \quad (8)$$

Az összefüggésből jól látszik, hogy a leszűkített tartományon a finom szuszpenzióáramlás  $\phi = f(v)$  függvénye vízszintes



egyenes, mivel  $\phi$  nem függ a  $v$ -től. Az egyenes függőleges pozíciója attól függ, hogy a szemcsék miatt a finom szuszpenzió viszkozitása ( $\mu_p$ ) mennyire nő meg. Ha a szemcsék sűrűsége megegyezik a vízzel (határeset), a viszkozitás várhatóan akkor is megnő,  $\phi$  nem 0, szemben a durva keverékáramlással. A 12. ábrán a függvény elméleti alakja és egy mért példa látható.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a  $\phi = f(v)$  függvény alkalmas a monodiszperz szemcséket tartalmazó szilárd-folyadék keverékek csőáramlásának a minősítésére. Ha ez a függvény hiperbolikus jellegű és nagy sebességek esetén 0-hoz tart, a csőben durva keverékáramlás, ha a függvény vízszintes egyenes (elméleti úton csak a megadott tartományon vizsgál-tam), akkor finom szuszpenzióáramlás valósul meg a csőben.

### A finom szuszpenzióáramlás nyomásvesztésének számítása

Tiszta folyadékok és a finom szuszpenzióáramlás esetén, az adott csőhosszra eső nyomásvesztést a közeg reológia-ja alapján lehet számítani. Az eddigi ipari munkáim során, a következő négy folyási modell valamelyikével jellemezhető anyagokkal találkoztam, szerencsére a vizsgált anyagok nem mutattak viszkoelasztikus és időben jelentősen változó tulajdonságokat.

Folyási modell neve	Anyagegyenlet	Folyási paraméterek
Newtoni	$\tau = \mu \left( \frac{du}{dr} \right)$	$\mu$ - abszolút viszkozitás
Bingham - plasztikus	$\tau = \tau_o + \eta \left( \frac{du}{dr} \right)$	$\tau_o$ - nyugalmi határfeszültség $\eta$ - merevségi tényező
Hatványfüggvényel jellemezhető $n > 1$ - pszeudoplasztikus, $n < 1$ - dilatáló	$\tau = K \left( \frac{du}{dr} \right)^m$	$K$ - konzisztencia index $m$ - hatványkitevő
Reáplasztikus	$\tau = \tau_o + K \left( \frac{du}{dr} \right)^m$	$\tau_o$ - nyugalmi határfeszültség $K$ - konzisztencia index $m$ - hatványkitevő

A PhD értekezésemben részletesen foglalkoztam a különféle reológiai modellek esetén a nyomásvesztés számításával, amelyeket a RHEOLOGY programba be is programoztam. A program segítségével a felírt folyási modellek esetén újra számoltam a csősúrlódási diagrammokat (pl. Moody diagram). Azért, hogy a dolgozat kerek egész legyen, röviden foglaljuk össze azt, amire az ipari gyakorlatban szükség van. A legbonyolultabb folyási modell a reáplasztikus, amely három folyási paramétert tartalmaz és a felírt modellek lefelé visszaegyszerűsíthetők. Ha a reáplasztikus modellben pl. az  $m = 1$ , akkor a modell visszaegyszerűsödik a Bingham folyásra, természetesen ekkor a  $K$  helyett célszerű az  $\eta$  merevségi tényező megnevezés. Ha a Bingham folyásban eltűnik a  $\tau_o$  nyugalmi határfeszültség, vissza jutottunk a Newtoni folyadékokhoz és ekkor az  $\eta$  helyett  $\mu$ -vel jelöljük és viszkozitásnak nevezzük a jellemző folyási paramétert. A nyomásvesztés számítására két módszer alkalmazása elegendő. Newtoni folyadékok esetén célszerű a klasszikus áramlástan alapján számítani a nyomásvesztés-

get, míg nem-Newtoni folyadékok esetén a Hanks módszer [5] – általam bevezetett – iterációs megoldását alkalmazhatjuk mind a három reológiai modell esetén. A következőkben nem jelölöm az  $F$  (finom szuszpenzióáramlás) indexet, de a korábbiakból következik, hogy a tiszta folyadék, vagy a monodiszperz finom szuszpenzióáramlás vagy a széles mérettartományú polidiszperz esetben a hordozó finom szuszpenzióáramlás esetén is ugyanígy kell számítani, csak az adott anyag fizikai paramétereit kell alkalmazni. A Darcy és Weisbach [6] egyenletből számíthatjuk a nyomásvesztéséget.

$$\Delta p = 2f \frac{v^2 \rho}{D} \tag{9}$$

Az egyenletben az  $f$  Fanning féle csősúrlódási tényező szerepel, a feladat ennek a meghatározása a reológiai paraméterek és az áramlás jellege (lamináris-turbulens) alapján. Newtoni közegek esetén az áramlás jellegének az eldöntésére először a Reynolds számot kell kiszámítani:

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu}$$

ha a Reynolds szám kisebb, mint 2320, akkor az áramlás lamináris a csősúrlódási tényező pedig:

$$f = \frac{16}{Re}$$

Ha a Reynolds szám nagyobb, mint, 2320 az áramlás turbulens, akkor a Colebrook egyenlet használható a teljes csőerdesség és Reynolds szám tartományon.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log \frac{D}{2k} + 3.48 - 4 \log \left( 1 + 9.35 \frac{D}{2k Re \sqrt{f}} \right) \tag{10}$$

### A nyomásvesztés számítása nem-Newtoni közegek esetén

A számítást célszerű Hanks módszerének iterációs megoldásával elvégezni. A módszer reáplasztikus folyadékokra érvényes, azonban  $m = 1$  behelyettesítéssel Bingham – plasztikus és  $\tau_o = 0$  behelyettesítéssel hatványfüggvényes folyásra is alkalmazhatjuk. Ha  $m = 1$  és  $\tau_o = 0$  egyidejű behelyettesítésével végezzük a számítást, nagy pontossággal visszkapjuk a korábban ismertetett klasszikus áramlástan – Newtoni folyadékokra – vonatkozó értékeit. A PhD értekezésben elvégzett nagyszámú számítással ezeket ellenőriztem. Első lépésben az áramlásra jellemző két dimenzió nélküli számot kell kiszámítani, amelyek a három folyási paraméter miatt lényegesen bonyolultabbak:

Reynolds szám:

$$Re_{PL} = 8 \left( \frac{m}{1+3m} \right)^m \left( \frac{D}{2} \right)^m v^{2-m} \rho \frac{1}{K} \tag{11}$$

Hedström szám:

$$He_m = \frac{D^2 \rho}{\tau_o} \left( \frac{\tau_o}{K} \right)^{\frac{2}{m}} \tag{12}$$

Hasonlóképp a Newtoni folyadékokhoz, ez esetben is a lamináris-turbulens átmenethez tartozó – határ-dimenzió nélküli számot kell kiszámítani, hogy el tudjuk dönteni a vizsgált

csőben milyen az áramlás, mivel itt is teljesen más a számítás módja a két esetben. A „hatványfüggvényes” Reynolds szám lamináris-turbulens határértéke a következő egyenletből számítható:

$$(Re_{PL})_C = \frac{6464m}{(1+3m)^m} (2+m)^{\frac{2+m}{1+m}} \frac{\left[ \frac{(1-x_{0C})^2}{1+3m} + \frac{2x_{0C}(1-x_{0C})}{1+2m} + \frac{x_{0C}^2}{1+m} \right]^{2-m}}{(1-x_{0C})^m} \quad (13)$$

$x_{0C}$  a nem nyírt dugó (a csőáramlás belső része, ahol a feszültség kisebb, mint a nyugalmi határfeszültség ezért itt nem mozdulnak el a folyadékrétegek egymáshoz képest, kialakul a dugó), dimenzió nélküli sugara és ennek az átmenetben érvényes értéke  $x_{0C}$ , amelyet a következő egyenletből kell iterációval kiszámítani, a Hedström szám és a reológiai paraméterek alapján.

$$He_m = \frac{3232}{m} (2+m)^{\frac{2+m}{1+m}} \left[ \frac{x_{0C}}{(1-x_{0C})^{1+m}} \right]^m \left( \frac{1}{1-x_{0C}} \right)^m \quad (14)$$

Ha  $Re_{PL} < (Re_{PL})_C$  az áramlás lamináris, ha nagyobb turbulens. Lamináris tartományon először  $x_{0C}$ -t kell kiszámítani a következő két egyenletből iterációval. Nem fejezhető ki egyszerűbben a két egyenlet, ráadásul egy számítási segéd mennyiséget  $\psi$ -t is használni kell. Két egyenlet, két ismeretlen:

$$Re_{PL} = 2He_m \left( \frac{m}{1+3m} \right)^2 \left( \frac{\psi}{x_0} \right)^{\frac{2-m}{m}} \quad (15)$$

$$\psi = (1+3m)^m (1-x_0)^{1+m} \left[ \frac{(1-x_0)^2}{1+3m} + \frac{2x_0(1-x_0)}{1+2m} + \frac{x_0^2}{1+m} \right]^m \quad (16)$$

Ha  $\psi$  ismert, akkor a csősúrlódási tényező már egyszerűen számítható a lamináris tartományon:

$$f = \frac{16}{\psi Re_{PL}} \quad (17)$$

Reáplasztikus folyadékok, simafalú csőben való, turbulens áramlásának az energia igényét, azaz a nyomásvesztésnek a számítására Hanks a Prandtl-Van Driest féle keveredési hossz turbulencia hipotézis alapján dolgozta ki a számításra alkalmas módszert. A módszer alapján nem lehet közvetlenül a nyomásvesztést kiszámítani adott sebességhez, hanem az  $R$  reáplasztikus turbulencia paraméter változtatásával, azaz  $R = R_C$  értékről ( $R_C$  a lamináris-turbulens átmenetben érvényes turbulencia paraméter) kiindulva  $R$  értékét fokozatosan növelve, minden egyes értékhez ki lehet számítani az  $f$  Fanning csősúrlódási tényezőt, azaz először a csősúrlódási tényező diagramot kell meghatározni. Abból a hagyományos módon a Reynolds és Hedström szám alapján –  $f$ -et leolvastva – lehet a nyomásvesztést adott sebességhez kiszámítani. A RHEOLOGY programban a Hanks módszert a következő iterációs algoritmusba helyeztem, amellyel adott sebességhez közvetlenül ki tudjuk számítani a nyomásvesztést. Iterálásra

az intervallum felezéses módszert alkalmaztam. Első iterációs lépésként az alsó iterációs határ  $R = R_C$ , a felső iterációs határ egy nagy szám, célszerűen  $R = 10^{15}$  és a közép érték a kettő átlaga. A cél az, hogy megtaláljuk azt az értéket, amikor  $Re_{PL} - R_{PL,iteráció} < \epsilon$ , azaz az eltérés kisebb, mint az iterációs pontosság. Mindig annak az intervallumnak a felére kell léptetni az iterációs  $R$  paramétert, ahol a szélső és középső értékhez az eltérés ( $Re_{PL} - R_{PL,iteráció}$ ) előjele azonos. Az iteráció előtt célszerű  $R_C$ -t és  $B$ -t kiszámítani az alábbi egyenletekből.

$$R_C = \left( \frac{1+3m}{m} \right) \left[ (Re_{PL})_C \left( \frac{f_C}{16} \right)^{\frac{2-m}{m}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad f_C = \frac{16}{\psi (Re_{PL})_C} \quad (18)$$

$B$  kísérleti paraméter, amely a csőfalnak a keveredési úthosszra gyakorolt hatását veszi figyelembe.  $B$ -t a következő empirikus egyenletből számíthatjuk ki.

$$B = \frac{22}{m} \left[ 1 + \frac{0.00352 He_m}{(1+0.000504 He_m)^2} \right] \quad (19)$$

Az iteráció folyamán a korábbiakban leírt módszer szerint felvesszük  $R$  értékét. Az adott  $R$  értékhez a számítás menete az alábbi. A következő egyenletekből kiszámíthatjuk  $x_0$ -t, majd  $\Phi - t$ .

$$R^2 = \frac{2He_m}{\frac{2-m}{x_0^m}} \quad (20)$$

$$\Phi = \frac{R - R_C}{\sqrt{8B}} \quad (21)$$

A dimenzió nélküli reáplasztikus folyási egyenlet a következőképp írható fel (22. egyenlet). A folyási egyenletben jól felismerhetők az egyes részek, az első a nyugalmi határfeszültséget, a második a viszkózus folyást, míg a harmadik a turbulencia hatását írja le.  $\zeta(x, x_0, R)$  a dimenzió nélküli nyírási sebesség (a sebesség gradiens osztva a fal menti sebesség gradiens értékkel). Sajnos  $\zeta$  nem fejezhető ki ebből az implicit egyenletből, adott  $x$  értékhez  $\zeta$ -t iterációval kell meghatározni.  $x$  a dimenzió nélküli radiális koordináta ( $x = 2r/D$ ), értéke a cső középvonalánál 0, a belső nem nyírt dugó szélén  $x_0$ , a cső falánál pedig 1.

$$x = x_0 + (1-x_0) \zeta^m + \frac{2L}{8D} R^2 (1-x_0)^2 \zeta^2 \quad (22)$$

$L$  a módosított – reáplasztikus – turbulens keveredési úthossz.

$$L = 0.36 \frac{D}{2} (1-x) \{ 1 - \exp[-\Phi(1-x)] \} \quad (23)$$

A térfogatáramot a sebességprofil integrálása alapján lehet meghatározni, ez Hanks modelljében is megfigyelhető, bár a dimenzió nélküli mennyiségek használata miatt nehezen. Az integrálást a dugó szélétől a csőfalig kell elvégezni ( $x_0 \dots 1$ ). Az integrál tényleges kiszámításánál az okoz nehézséget, hogy az

integrálban szerepel a  $\zeta$ , amit nem tudunk explicit kifejezni, csak iterációval kiszámítani. A megoldás a numerikus integrálás, azaz az  $(x_0 \dots 1)$  tartományt felbontjuk  $N$  részre és minden  $x_i$  értékhez kiszámítjuk az  $x^2\zeta$  függvényt, majd az integrál, vagyis a függvény alatti terület – nagy pontossággal – nem más, mint az így kapott téglalapok összege.

$$Re_{PLiteráció} = (1 - x_0)^{\frac{2-m}{m}} \left( \frac{m}{1+3m} \right)^m R^2 \left[ \int_{x_0}^1 x^2 \zeta(x, x_0, R) dx \right]^{2-m} \quad (24)$$

Az adott iterációs lépésben felvettük  $R$  értékét, amelyhez most kiszámítottunk egy  $Re_{PLiteráció}$  értéket, ami ha az iterációs pontosságon belül megegyezik az ismert  $Re_{PL}$  értékkel, akkor megvan a megoldás. A megtalált  $R$  érték alapján már ki tudjuk a csősúrlódási tényezőt, azaz valójában a nyomásvesztéséget számítani a következő összefüggésből.

$$R = \left( \frac{1+3m}{m} \right) \left[ Re_{PL} \left( \frac{f}{16} \right)^{\frac{2-m}{m}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (25)$$

### A durva keverékáramlás nyomásvesztésének számítása

A durva keverékáramlás nyomásvesztését a módosított Durand egyenletből számíthatjuk. Ha a szemcsés anyag monodiszperz, akkor abból egy szemcse, ha polidiszperz, de a határszemcsénél kisebb szemcséket nem tartalmaz, akkor a 80%-os szemcse alapján kell a süllyedési végsebességet és az ellenállástényezőt kiszámítani, úgy, hogy ez az egy szemcse a vízben süllyed. Ha a polidiszperz szemcsehalmaz finom szemcséket is tartalmaz, akkor a határszemcseméretnél nagyobb durva frakció 80%-os szemcséje a jellemző szemcse és az ellenállástényezőt úgy kell kiszámítani, mintha ez az egy szemcse süllyedne a finom szuszpenzióban. Megjegyezzük, hogy az  $n$  és  $K$  anyagtól függő paramétereket a félüzemi mérésekből is ezekhez a jellemző szemcsékhez kell meghatározni. A módosított Durand egyenletet erre a durva keverékáramlás a finom szuszpenzióáramlásban esetre írjuk fel, azaz az  $F$  finom szuszpenzióáramlás indexet használjuk a megfelelő helyeken a  $v$  víz, vagy  $f$  folyadék helyett.

$$\Delta p = \Delta p_F \left[ 1 + C_{TD} \frac{K \left( \frac{\rho_S}{\rho_F} - 1 \right)^{1.5}}{C_E^{0.75}} \left( \frac{\sqrt{gD}}{v} \right)^n \right] \quad (26)$$

### Mintapélda

A modell alkalmazásának a bemutatására elvégeztem egy számítást, amelyhez a szükséges adatokat egyszerűen felvesszük. A feladat legyen egy 1:1 tömegarányú homokvíz keverék, 100 mm átmérőjű és 100 m hosszú vízszintes csővezetékben megvalósuló hidraulikus szállítás nyomásvesztésének a kiszámítása. Tételizzük fel, hogy a vett mintán elvégeztük a fizikai anyagvizsgálatokat és megállapítottuk, hogy a homok szemcsesűrűsége  $\rho_s = 2600 \text{ kg/m}^3$  (piknométeres méréssel), 30

tömeg%-ban tartalmaz 50  $\mu\text{m}$ -nél finomabb szemcséket és az ennél nagyobb durva frakció 80%-os szemcsemérete  $x_{D80} = 1,9 \text{ mm}$  (a kézi szítással kapott empirikus eloszlás függvény alapján). Megjegyezzük, hogy a példában a finom szemcsék is  $2600 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű homok szemcsék. Iszapokra is alkalmazható a modell, természetesen a megfelelő tulajdonságok figyelembe vételével. A megadott tömeg koncentrációt számítsuk át térfogati koncentrációra. Az 1:1 tömegarány, 0,278:1 térfogataránynak felel meg, a szállítási térfogati koncentráció  $C_T = 27,8\%$ . A finom szuszpenzió-durva keverékáramlás modell szerint két részre kell a szilárd anyagot bontani, a határ szemcseméretnél – ami homokra 50  $\mu\text{m}$  – kisebb és nagyobb, finom – ill. durva frakcióra. Vegyünk 1 liter mennyiséget ebből a keverékből és – a megadott adatok alapján – adódik, hogy az 1 liter keverék megoszlása a következő: 0,722 liter víz, 0,0834 liter finom szemcsefrakció és 0,1946 liter durva szemcsefrakció. Ebből a finom szuszpenzióáramlás szállítási térfogati koncentrációja  $C_{TF} = 10,4\%$ , ami  $C_{TD} = 19,46\%$  szállítási térfogati koncentrációjú durva szilárd anyagot szállít. Ahhoz, hogy a tényleges számítást el tudjuk kezdeni, – az adott anyagokra – ismernünk kell egyrészt a finom szuszpenzióáramlás reológiáját, amit célszerű a csőviszkóziméterben, kb. 100 l mintán megmérni. Vagy esetleg rotációs viszkoziméterben 50 ml mintán, de azt inkább csak ellenőrzés céljára szoktuk elvégezni. Másrészt ismernünk kell az  $n$  és  $K$  durva keverékáramlási paramétereket, amelyeket a nagy hidraulikus mérőkörön lehet kb. 400 l mintán megmérni. Legyen a  $C_{TF} = 10,4\%$  koncentrációjú finom szuszpenzió Newtoni reológiájú, és az abszolút viszkozitás  $\mu_F = 26 \text{ mPas}$ .  $K$  legyen 81,  $n$  pedig 3, ahogy homokokra Durand eredetileg meghatározta. A szemcsesűrűség és a koncentráció alapján a finom szuszpenzió sűrűsége  $\rho_F = 1166 \text{ kg/m}^3$ .

Válasszuk meg az áramlás zagysebességét. Konkrét méretezésnél ez alapvető fontosságú, mivel a durva keverékáramlás nyomásvesztés-görbe minimum pontjánál van az energetikai minimum, de egyúttal ez már veszélyesen kis sebesség a lerakódás szempontjából. A zagy sebessége legyen  $v = 3 \text{ m/s}$ , ami elég nagy, de például hidraulikus mederkotrásoknál még nagyobbat is alkalmaznak a nagyobb kapacitás miatt. A finom szuszpenzió Newtoni folyási viselkedésű ezért a klasszikus áramlástan alapján számíthatunk, a Reynolds szám  $Re = 13453$ , az áramlás turbulens, a Fanning csősúrlódási tényező  $f = 0,0072$ , amelyet a 10. Colebrook egyenletből számítottunk iterációval,  $k = 0$ , azaz sima falú cső behelyettesítéssel. Acél csövekben a homok lecsiszolja a csövet, a simafalú csőnek van a legnagyobb ipari jelentősége. A finom szuszpenzióáramlás nyomásvesztésége a 9. Darcy egyenletből:  $\Delta p_F = 1,5 \text{ bar} / 100 \text{ m}$ . Ellenőrzés céljából elvégeztük ugyanezt a számítást a RHEOLOGY programmal a közölt Hanks módszer iterációs megoldásával is,  $m = 1$  és  $\tau_0 = 0$  behelyettesítésével azonos paraméterekre. A Hedström szám természetesen  $He_B = 0$ , mivel  $\tau_0 = 0$ , a lamináris-turbulens határ plasztikus Reynolds szám  $(Re_{PL})_C = 2100$ . Európában 2320 az elterjedt lamináris-turbulens átmeneti Reynolds szám Newtoni folyadékokra, viszont az USA-ban ugyanez 2100. Az iterációval megkeresett turbulencia paraméter  $R = 1152$ , a Reynolds szám  $Re_{PL} = 13453$ , a Fanning csősúrlódási tényező  $f = 0,0072$ , azaz a Hanks módszer által kapott eredmények pontosan megegyeznek a Newtoni folyadékokra vonatkozó számítás eredményeivel.

Mielőtt a durva keverékáramlás nyomásvesztését kiszámítanánk meg kell határoznunk az  $x_{D80}$  szemcse közegellenállási tényezőjét. Az  $x_{D80} = 1,9$  mm méretű és  $\rho_s = 2600$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű szemcse,  $\mu_F = 26$  mPas viszkozitású és  $\rho_F = 1166$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű Newtoni folyadékban sülyed a gravitációs erőter hatására. A sülyedési végsebesség kiszámítása alapvető fontosságú a mechanikai eljárás technikában, Newtoni közegek esetére a számítás módja megtalálható a szakirodalomban [6]. A kiszámított szemcse körüli áramlást jellemző Reynolds szám  $Re_x = 6,55$  azaz a szemcse körül a lamináris határregeken kívül az áramlás átmeneti lamináris-turbulens, – ez az átmeneti tartomány – a sülyedési végsebesség  $v_0 = 0,076$  m/s és az ellenállástényező  $C_E = 5,18$ . A teljes nyomásvesztés egy 26. módosított Durand egyenlettel számíthatjuk:  $\Delta p = 1,84$  bar / 100 m.

## Jelölések

A	- csőkeresztmetszet
B	- empirikus konstans a turbulens keveredési úthossz modellben
$C_E$	- szemcse körüli áramlásra jellemző ellenállástényező
$C_T$	- szállítási térfogati koncentráció
$C_u$	- helyi térfogati koncentráció
D	- a cső belső átmérője
(-du/dr)	- a nyírás sebesség gradiense
f	- Fanning csőszűrlődési tényező
g	- gravitációs gyorsulás
H	- magasság
$He_m$	- reálplasztikus folyadékok Hedström száma,
K	- konzisztencia index, hatványfüggvényes folyadékok reológiai paramétere
K	- a durva keverékáramlásra jellemző anyagi paraméter
k	- csőérdesség (egyenértékű a monodiszperz homok szemcseméretével, ami hasonló áramlási ellenállást fejt ki a csőben, Nikuradze kísérlet)
L	- keveredési úthossz a turbulencia modellben
m	- hatványkitevő, hatványfüggvényes folyadékok reológiai paramétere
$\Delta p$	- áramlási nyomásvesztés
r	- csőszűrlődési együttható
R	- reálplasztikus turbulencia paraméter
Re	- Reynolds szám
$Re_{PL}$	- reálplasztikus Reynolds szám
v	- keresztmetszeti átlagsebesség
x	- dimenzió nélküli sugár koordináta, $2r/D$
$x_0$	- dimenzió nélküli nem nyírt dugó koordináta, $\tau_0/\tau_w$
$\eta$	- Bingham folyadékok merevségi tényezője
$\zeta$	- dimenzió nélküli nyírás sebesség gradiens
$\mu$	- Newtoni folyadékok abszolút viszkozitása
$\rho$	- sűrűség
$\tau$	- nyíró feszültség
$\tau_0$	- Bingham folyadékok nyugalmi határfeszültsége
$\phi$	- a szemcsék miatti járulékos áramlási veszteség szám
$\Phi$	- reálplasztikus turbulencia paraméter
$\Psi$	- reálplasztikus folyadékok lamináris áramlási függvénye

## Indexek

f	- folyadék
v	- víz
s	- szemcse
-	- szuszpenzió vagy zagy (a teljes anyagrendszer)
F	- finom szuszpenzió áramlás
D	- durva keverékáramlás
C	- a lamináris – turbulens átmenetben érvényes érték
w	- a fal menti érték

## Felhasznált irodalom

- [1] Böhm J. – Debreczeni Á. – Fajtli J. – Gombkötő I. – Meggyes T.: *High-concentration hydraulic transport of tailings*. In Land Contamination and Reclamation, Vol.15 Num. 2; p. 195 - 217, ISSN:0967-0513, 2007.
- [2] Gombkötő I. – Fajtli L.: *Application of paste technology for tailings handling*. In Proceedings of XXIV International Mineral Processing Congress, p. 3522 – 3529, XXIV International Mineral Processing Congress, Beijing 2008, ISBN: 978-7-900249-54-8/TD.1, 2008.
- [3] Govier, G. W. – Aziz, K.: *The flow of complex mixtures in pipes*. Van Nostrand Reinhold, 1972.
- [4] Durand R. - Condolios E.: *Deuxième Journée de l'hydraulique*. Soc. Hyd. de France, Grenoble. 1952.
- [5] Hanks R.W.: *Low Reynolds number turbulent pipeline flow of pseudohomogeneous slurries*. Hydrotransport 5, Hannover BHRA Fluid Engineering. 1978.
- [6] Tarján I.: *A mechanikai eljárás technika alapjai*. Miskolci Egyetemi Kiadó. 2006.
- [7] Tarján I. - Debreczeni E.: *A hidraulikus szállítás és hidromechanizáció vizsgálata és bányászati alkalmazása* (Examination of the hydraulic transport and hydromechanization and applications in mining) Doctoral Thesis Miskolc. 1989.
- [8] Tarján, I. – Fajtli, J.: *The Measurement of the Transport Concentration of Suspension Flows by Pressure Measurements on Vertical Pipes*. Mineral Economy Journal (Gospodarka Surowceni Mineralnymi) Tom 11 - Zeszyt 4, pp. 467-478. 1995.
- [9] Tarján I. – Fajtli J.: *The Distinction of the Fine Suspension Flow from the Coarse Mixture Flow by Measuring of the Pressure Loss on a Horizontal Pipe*. Mineral Economy Journal (Gospodarka Surowceni Mineralnymi) Volume 14 - Number 3, page 61-71. 1998.
- [10] Wasp, E. J. – Kenny, J. P. – Gandhi, R. L.: *Solid-liquid flow Slurry Pipeline Transportation*. Trans. Techn. Publications, Clausthal, 1977.
- [11] Fajtli J. – Gombkötő I.: *Flow Properties of Fine Suspensions at High Concentrations*. microCAD 2005, International Scientific Conference, Miskolc. 2005.
- [12] Fajtli J.: *Calculation Process for the Determination of Head Loss of Steady-state Solid Liquid Mixtures Flow in Horizontal Pipelines*. Ph.D. értekezés, Miskolc, pp.1-148. 1998.
- [13] Fajtli J.: *Pressure Loss Calculation Model for Well-Graded Solid-Liquid Pipe Flows on the Basis of Systematic Pilot Plant Investigations*. Intellectual Service for Oil and Gas Industry: Analysis, Solution, Perspectives Co-Proceedings of Ufa State Petroleum Technical University and University of Miskolc, Ufa. 2000.
- [14] *Mátrai Erőműi salak – pernyék csővezetéki szállításának kísérleti vizsgálata*. Műszaki szakértői tanulmányok. 1996. 1997. 1998.
- [15] *Astech pernyeminta reológiai vizsgálata*. Műszaki szakértői tanulmány. 2009.
- [16] *Török pernyeminta fizikai anyagvizsgálata*. Műszaki szakértői tanulmány. Miskolc. 2011.

Ref.: <http://dx.doi.org/10.14382/epitoanyag-jsbcm.2012.1>

Fajtli József: Szemcsés anyagok – csővezetékben – folyadékárammal való szállításának méretezése. 2. rész: A nyomásvesztés számítása. Építőanyag, 64. évf. 1–2. szám (2012), 2–7. p.