This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

A kör négyszögesitése.

Ki ne hallott volna a kör négyszögesítéséről? A ki a mathematikához épenséggel nem ért, még az is tudja, hogy volt a mathematikusoknak egy problémájok, a mellyel ezeren meg ezeren próbálkoztak; de a melynek megoldása mindez ideig nem sikerült. Közmondásossá vált már a lehetetlenség jelzésére, hogy olyan absurdum, mint a kör négyszögesítése. De ezzel is úgy vagyunk, mint a legtöbb közmondással. Használják, mert mindenki használja; de valójában a lényegét csak kevesen ismerik. Azért talán nem végzek feleslegés munkát, ha most, mikor nehány éve e problema a mathematikai tudományban teljesen kielégítő megoldásban részesült, mikor a königsbergi egyetem egyik tanára, Lindemann, a nagy franczia mathematikus Hermite kijelölte úton indulva, a legszigorúbban bebizonyította, hogy a kör négyszögesítése lehetetlen: futólagos pillantást vetek a probléma alakulására és közzéteszem a dolog lényegét.

Sokan vannak közöttünk, a kik még emlékeznek négyszögesítőkre, a kik hazánkban is épen úgy termettek, mint a külföldön; a kik nálunk is épen olyan nagy hangon hirdették, hogy megtalálták az évezredes probléma megoldását, mint külföldön; a kik nálunk épen úgy hálálkodtak a Mindenhatónak, hogy megengedte érniök, hogy az emberiségnek a kör négyszögesítésével szolgálatot tehettek. Hogy fogalmunk legyen arról a hangról, a mellyel fölfedezésüket a négyszögesítők hirdették, ide iktatom Nagy András-nak a kör kiegyenesítéséről írt füzetecskéjének bevezető sorait. A füzetet Csurgón írta a szerző 1830-ban és Székes-Fehérvárott nyomatta Számmer Pál betűivel; az ábrákat a szerző maga metszette. Így kezdi munkáját:

»Ez az egynehány sorú munka, a mely tíz esztendő alatt sem terjedhetett többre, azért ha érdemel munka nevet, mivel nekem sok munkámba került. A tzímje, a melly a kör kieggyenesíttése elhiszem, hogy a tudós olvasót, ha nevetségre nem is, legalább egy kis mosolyodásra indítja, mivel azon állítás ellen, hogy a körbe nincs semmi egyenesség is, még senki sem szólott. De ellenben fel kell azt is tennem, kivüle is kik megtudják, hogy én már öreg vagyok, hogy minekelőtte munkácskámat megolvasnák és rólla előre balul nem itélnek, azt tartván, az öreg Sólon halgatóival, a mit Póts András azokról írásban hagyott:

De az okosabb rész így szóllott azonba
Nem is cselekedte ezt az öreg potomba.

Ha tehát én idétlen létemre is egy oly igazságformát találtam, melly eddig nem volt, szabad-e azt nékem egy gyáva félelemből tovább is rejtegetni? azt tartanám nem szabad, még abban az esetben is, ha ennek elesni kellene, mert hát ha el nem esne, azonban én megszünnék élni, akkor ez az igazságok országa kárával örökre is a természet mélységében maradna«.

Azt kérdezhetné a tisztelt olvasó, hogy miben áll az ilyen előljáró beszéddel hirdetett mélységes igazság a Nagy András kvadraturájában? Abban, hogy a szerző azt állítja, hogy a kör szerinte csupa egyenesekből áll, a melyek mind akkorák, mint az átmérő 112-ed része;

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

úgy hogy az átmérő 112-ed részét 352-szer viheti rá a kerületre és még fennmarad annak $^9/_{10}$ része.

A magyar körnégyszögesítők közül megemlíthetjük még Enyedi Sámuel-t, Horváth Ádám-ot (1807), Matyasovszky László-t (1801), Horváth János-t.

De nézzük meg, miben áll a négyszögesítés feladata. A geometria minden kétséget kizárólag bebizonyította, hogy egyik kör kerülete épen annyiszorosa az átmérőjének, mint a másiké, azaz, hogy a kerület és átmérő között állandó viszony van. E viszonyszám meghatározása már a mathematikai tudományok keletkezése idejében foglalkoztatta a kutatókat. Ez volt az egyik probléma, a mely végig húzódott az egész tudománytörténeten. A másik probléma pedig az volt, hogy a kör sugarából megszerkeszszenek oly négyzetet, a melynek a körrel egyenlő területe van. Az elsőt nevezhetnők *számításbeli* problémának, a másikat pedig *szerkesztésbeli* feladatnak. E két feladat mindig karöltve járt egymással. Az, a ki megtalálni vélte a keresett viszonyszámot, a π-t, az már meg is szerkesztette a négyzetet; mert hiszen ha akkora háromszöget szerkesztünk, a melynek alapja a kör kerülete és magassága a sugár, akkor e háromszög területe egyenlő a kör területével. Mivel pedig minden háromszög átalakítható egy, vele egyenlő területű négyzetté, következésként a kör is átalakítható egy vele egyenlő területű négyzetté. Ha tehát a π szám megvolna egész pontosan, akkor a négyzet is megvolna egészen pontosan. De más kérdés, hogy, ha már megvan a π, meg lehet-e szerkeszteni a négyzetet?

Avagy más szóval, megszerkeszthető-e a kör kerülete a sugárból? A szerkesztés alatt geometriai értelemben ugyanis olyan eljárást értünk, a melyben vonalzón és körzőn kivül más fajta eszközt nem használunk. Geometriai értelemben véve a dolgot, valamit megszerkeszteni annyit tesz, mint a feladatot a következő 5 lépésre vezetni vissza:

1. Két pont közt vonuló egyenest megszerkeszteni.
2. Két egyenes vonal metszőpontját meghatározni.
3. Kört szerkeszteni.
4. Kör metszését egyenessel meghatározni.
5. Két kör metszését meghatározni.

Ha a feladatot csupa effajta feladatra tudjuk visszavezetni, akkor a szerkesztést elvégezhetjük; ha azonban olyan eszközre volna szükségünk, mely a körzőtől és vonalzótól különbözik, még akkor is megszerkeszthető ugyan az illető idom, de a geometriai szerkesztés fogalma alá ez a szerkesztés nem sorozható. Így pl. az ellipszist meghúzzák a kertészek úgy, hogy két czölöpöt vernek a földbe és egy zsineget feszítenek ki, úgy hogy két végpontja a czölöpökön megerősíttessék. A feszülő zsinórba illesztett czölöppel leírják az ellipsist. Vannak eszközeink más fajta görbe vonal megszerkesztésére is, sőt találtak olyan görbe vonalat is, melynek segítségével a kör kerületét is meghatározhatták. E görbe vonal az úgynevezett quadratrix volt, melyet Hippias a szög három részre osztására és Dinostratos a kör kerületének meghatározására alkalmazott. De a quadratrix megszerkesztéséhez körző és vonalzó nem volt elégséges.

Már a legrégibb mathematikai iratban, a melyet a British múzeumban őriznek, Ahmes könyvében, a mely Kr. előtt 1700 és 2000 év között készült, meg van a kör négyszögítésének feladata. Ahmes utasítása szerint, ha köralakú terület nagyságát akarjuk meghatározni, meg kell rövidítenünk az átmérőjét annak $^1/_9$ részével és a megmaradó $^8/_9$ résszel négyzetet kell szerkesztenünk. E négyzet területe egyenlő lesz a körével. E szerkesztésből következnék, hogy a π-vel jelölt szám, a mely a kör kerületének és átmérőjének viszonyszáma, Ahmes szerint 3·1604 . . . volna. Természetesen Ahmes utasítása nem felel meg a valóságnak; de ha meggondoljuk, hogy Ahmes az egyenlő

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

szárú háromszög területét úgy számítja ki, hogy az alapjának mértékszámát a szárának mértékszámával megszorozza és e szorzatot 2-vel osztja, és hogy a trapéz területének számításában is hasonló tévedést követ el: látjuk, hogy a kör területének számítása még aránylag elég pontos volt. A hiba a területszámításnál 0·6 % volt.

A kör rektifikácziójának nyomaira már a bibliában is bukkanunk. A Királyok Könyvében le van írva az a kerek edény, a melynek átmérője 10 rőf és kerülete 30 rőf. A Talmudban is meg van írva, hogy a mi 3 egység a kerületben, az 1 egység az átmérőben. A Talmudban több helyen is előfordul a kör számítása és még az a tétel is be van bizonyítva, hogy a kerület és átmérő közt állandó viszony van.

A görögöknél természetesen korán jelentkezett e probléma, hiszen a görögök mathematikai ismeretei, a melyek legelőbb Thales-nél és Pythagoras-nál magaslottak ki, egyiptomi eredetűek. A görögöket különösen foglalkoztatta a feladatnak szerkesztés útján való megoldása, mert mindenben a pontos megoldást keresték, nem a megközelítőt. Így pl. egyik legelterjedtebb problémájok volt a koczka megkettőzése, az úgynevezett *deloszi probléma*, a melynek eredetéhez két monda is fűződik. Az egyik szerint Minos király Glaukus nevű fiának koczkaalakú emléket állíttatott, a melyet az építők 100 láb hosszúra, ugyanilyen szélesre és magasra készítették. A király kicsinynek találta az emléket és megparancsolta, hogy kétszerezzék meg. Így merült fel a kérdés, hogy mekkora legyen az új koczka oldala? Egy másik monda szerint a deloszi orákulum az istenek haragjának lecsillapítása végett megparancsolta, hogy Apollo oltárát, mely koczkaalakú volt, meg kell kettőztetni. Megkettőztették; de az istenek nem voltak ezzel megelégedve, mert az új oltár nem volt koczkaalakú. Plató-tól tudakozták a megkettőzés módját, a ki azt válaszolta, hogy az isteneknek nem is az a czéljok, hogy az oltárt megkettőzzék, hanem az, hogy a görögök a geometriával behatóbban foglalkozzanak. Kielégítő feleletet Plato sem tudott adni. A ki a geometriában csak kissé járatos, tudja, hogy itt az a kérdés, melyik az a szám, a melynek köbe annyi, mint 2? Ez a szám

$$\sqrt[3]{2} = 1{\cdot}25992\ \ldots\ ;$$

tehát közelítőleg a feladat teljesen megoldható. Ha a koczka élének 1,26-szorosát vesszük, a hiba, a mit elkövetünk, kisebb 1 tízezredrésznél; tehát 100 láb hosszú koczkánál csak $^1/_{100}$-ad láb. Ha ez a pontosság nem elégít ki bennünket, akkor még több tizedes jegyet vehetünk tekintetbe; szóval: a feladat tetszés szerinti pontossággal megoldható. Ez a megoldás azonban a görög mathematikusokat ki nem elégíthette, mert náluk a törtszám és irrationalis között áthidalhatatlan üreg volt. Az irrationalisban bizonyos titokzatosságot láttak olyannyira, hogy az, a ki az irrationalis számot először felismerte, az istenek haragját vonta magára, mert e titokzatosat látnia nem lett volna szabad. Innen van, hogy a kör kerületének az átmérőhöz való viszonyában is azok, a kik a numerikus problémával foglalkoztak, rationalis számot (törtszámot) kerestek és azok, a kik a szerkesztési feladattal foglalkoztak, azt hitték, hogy a feladatot visszavezethetik az említett öt elemi konstrukczióra.

Hippokrates-szel, a ki a két kör alkotta holdak segítségével akarta a kört átalakítani egyenlő területű négyzetté, egyidőben foglalkozott a feladattal Antiphon, a ki már több alapossággal látott a dologhoz. Antiphon ugyanis a körbe írt szabályos sokszögből kiindulva, azt állította, hogy ha a szabályos sokszög oldalainak számát megkétszerezi és ezt az eljárást folytatja, végül egy oly sokszöghöz jut, a mely a körrel összeesik. Természetesen ez az okoskodás hibás, mert nincs az a kis egyenes rész, a mely a körrésszel egybeesnék, hiszen az egyenes csak legfölebb

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

két pontban metszheti a kört; de ez a gondolatmenet rávezet arra, hgy a kör egyenlő területű azon háromszöggel, a melynek alakja a kör kerülete, magassága pedig a sugárral egyenlő.

Bryson egy lépéssel tovább ment, mint Antiphon. Nem elégedett meg azzal, hogy a körbe írt négyzetből kiindulva, a körívek felezésével a szabályos nyolczszöget, stb. állította elő, mint Antiphon, hanem azt állította, hogy egyúttal a kör köré is kell négyzetet rajzolnunk, a melynek nagyobb kerülete van, mint a körnek. Ebből kiindulva, előállította a szabályos körülírt nyolczszöget, 16 szöget stb. és azt hitte, hogy a kör a körülírt és a beírt szabályos sokszögnek számtani közepe.

Ezzel meg volt jelölve az út, a melyen Archimedes haladt. Archimedes ugyanis kiszámította a körülírt szabályos hatszög oldalát. Ebből kiszámította a körülírt tizenkétszöget stb. (illetőleg mindenütt a kerület viszonyát a sugárhoz, az előforduló irrationalis számok helyett mindig nagyobbat téve). Így találta, hogy a körülírt hatszög kerülete kisebb, mint a sugárnak $^{1836}/_{265}$-öd része, a 12-szögé kisebb, mint $^{3672}/_{571}$-ed része, a 24-szögé kisebb, mint a sugár $^{58752}/_{9297}$-ed része stb. Igy folytatva az eljárást a 96-szögig, azt találta, hogy a kör kerülete *kisebb, mint átmérőjének $3\,^{1}/_{7}$-szerese.*

Most még arról kellett gondoskodnia, hogy egy másik határértéket is kapjon a kör részére. E végből kiindult a beirt szabályos hatszög kerületéből, innen áttért a szabályos 12-szögre stb., míg végre azt találta, hogy a szabályos 96-szög kerülete az átmérőnek $3\,^{10}/_{71}$-szeresénél nagyobb; annál inkább állt tehát az, hogy a *kör kerülete nagyobb az átmérő $3\,^{10}/_{71}$-szeresénél.* E szerint a π két érték közé került: kisebb, mint $3\,^{1}/_{7}$ és nagyobb, mint $3\,^{10}/_{71}$.

A görög mathematikusok majdnem mindenütt Archimedes $3\,^{1}/_{7}$-ét használják, csak Ptolemaeus alkalmazott egy jobb megközelítést, a $3\,^{17}/_{120}$-ot. Archimedes eljárása módjának a geometriában igen nagy fontossága volt. A kör kerületét két sorozat útján közelíti meg. A beírt sokszögek kerülete folyton növekvő sorozat, a körülirtaké folyton csökkenő. E két sorozatban nem érjük el ugyan sohasem a kör kerületét, mert akár meddig menjünk is, mindig sokszög kerületét kapjuk; de a kör kerületét Archimedes eljárásával tetszésszerinti pontossággal megközelíthetjük; mert a beírt és körülírt sokszögek kerületei közt a különbség mindinkább kisebbedik, minél távolabb haladunk a sorozatban.

Archimedes eljárásmódját alkalmazta ő maga már más görbe vonalak tárgyalására, a XVII. században pedig a mathematikai tudományok fellendülését e módszer alkalmazása és kibővítése idézte elő. Newton és Leibnitz nagy alkotásának, az infinitesimalis számításnak ez az archimedesi módszer a kiinduló pontja.

Archimedes módszeréhez a rómaiak nagyon keveset tettek, sőt egyesek alig értettek. Így pl. Vitruvius, a ki Augustus korában élt az archimedesi szám helyett $3\,^{1}/_{8}$-ot használ és egy későbbi író a kör területének meghatározására olyan eljárást alkalmaz, a melyből a π-re 4 származik.

Az indiai mathematika méltó követője a görögnek, sőt sok tekintetben, különösen a számtani részben a görög mathematikát felülmulja. A legrégibb indiai mathematikai munkában, a Kulvasutrusban már megtaláljuk a problémánk nyomait. A Kulvasutrus tartalmazta azon geometriai szabályokat, a melyeket az isteni tiszteleten követni kellett. Olyan pontosan volt előírva az istentisztelet módja, hogy ilyen geometriai szabályokra okvetetlenül szükség volt. Az indiaiak áldozása szerződés volt az istenekkel és ha az áldozó a szerződés föltételeit pontosan meg nem tartotta, az isten sem teljesítette az ő kivánságát. Ezért kellett pontosan előírni, minő alakja legyen az oltárnak, milyen legyen a környéke stb. A Kulvasutrusban nem is azon feladatra bukkanunk, hogy a

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

körrel egyenlő területű négyzetet állítsunk elő, hanem arra, hogy a négyzettel egyenlő területű kört szerkesszünk. Erre azt az eljárásmódot ajánlja, hogy keressük meg, mennyivel nagyobb a négyzet átlójának fele az oldalának felénél. E különbséget osszuk el 3 egyenlő részre és ilyen harmadrészt adjunk a négyzet féloldalához. Ez az így megnövesztett féloldal lesz a kör sugara. Ebből az eljárásból a π-re a valódinál 5—6 %-kal kisebb értéket kapunk, míg az Archimedes száma 1—2 ezredrésszel nagyobb a kelletinél. Ettől az első megközelítéstől jelentékenyen különbözik az, a mit a Kr. utáni hatodik században élő Aryabattánál találunk. Aryabatta ugyanis azt állítja, hogy a kerület az átmérőhöz úgy aránylik, mint 62,832 : 20,000, a mi π-re 3·141592-öt adna, a mi még Ptolemaeus megközelítését is felülmulja, Aryabatta számához az Archimedes megjelölte úton jutott, folytatva Archimedes eljárását egész a 384 szögig. Az indiaiaknak a π kiszámítása sokkal könnyebb volt, mint a görögöknek. Az indiaiak találták ugyanis ki a tizes számrendszert; a számírásnak azon módját, a mely a számítást mondhatnók lehetővé teszi. A görögök számításai nehézkesek voltak, törtjeik pl. úgy, mint az egyiptomiaknak, a mai értelemben nem voltak, csakis úgynevezett törzstörtekkel számoltak, azaz olyanokkal, a melyek számlálója 1. A számításuk is igen nehézkes volt. A mai számjegyek arab eredetűek és nem egyebek mint az arabs abc kezdőbetűiből alkotott jelek. A helyérték feltalálása és ezzel a számolások megkönnyítése, a helypótló jegy alkalmazása, szóval a tizes számrendszernek bevezetése az indiaiak érdeme. Innen van, hogy a π számot is nagyobb pontossággal határozhatták meg, mint a görögök.

A khínaiak, a kiknek egész műveltsége elszigetelten fejlődött, a legrégibb időben nem sokat hagytak ránk, legalább is nem olyat, a mit kellő tudományos kritikával lehetne használni. A khínaiak mathematikájára vonatkozó ismereteinkhez sok szó fér, és ha erre alkalmazzuk Konfuczius azon mondását, hogy az igazi tudomány abban áll, hogy tudjuk, hogy mit tudunk és tudjuk, hogy mit nem tudunk, akkor a khínaiakra vonatkozó tudományunkat tudománynak nem mondhatjuk; mert maguk a khínaiak közvetítik a rájuk vonatkozó ismereteinket és e khínai tudósok nagy szeretettel csüngnek a multon és alkalmazzák Konfuczius azon mondását, hogy újat nem írt, hanem csak a régieket szerette, magyarázta és terjesztette. Ők is a régihez fordulnak mindig és ezt oly szenvedéllyel teszik, hogy gyakran réginek mondják azt is, a mi nem az. A legrégibb khínai iratokban a π-re 3-at alkalmaztak; de a későbbiekben, a VI-ik századból eredő Csu-csung-cse irónál már megtaláljuk az archimedesi $^{22}/_{7}$-et. Később Liu hwny π helyett $^{157}/_{50}$-et használt, a mi az archimedesi számnál is rosszabb.

Az európai mathematikai irodalomban a legelső számot tevő író Cusa Miklós bibornok volt. Azt állította, hogy tisztán körző és vonalzó segítségével meg tudja szerkeszteni a körrel egyenlő területű négyzetet. A bibornoknak elhitték, hogy a feladatot megoldotta, mígnem Regiomontanus 1464- és 1465-ben írt leveleiben, melyek 1533-ban nyomtatásban is megjelentek, ki nem mutatta, hogy Cusa-nak nincs igaza. Cusa eljárása ugyanis abban állott, hogy meghosszabbította a kör átmérőjét a beírt négyzet oldalával. Az így keletkezett hosszúságra, mint átmérőre kört, s ebbe egy egyenlő oldalú háromszöget rajzolt. Ez egyenlő oldalú háromszögről azt állította, hogy annak kerülete akkora, mint az adott köré. A Cusa-féle szerkesztésben keletkezett egyenlő oldalú háromszög kerülete 5—6 ezredrésszel kisebb mint a kör kerülete, tehát a megközelítés rosszabb, mint az Archimedes-féle $^{22}/_{7}$. A XVI. században Van-Eyck egy olyan kvadraturát talált, mely sokkal pontosabb volt, mint az Archimedes-féle. Hogy a Van-Eyck-féle eljárás hibáit kimutassa,

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

Metius Péter kénytelen volt az Archimedes megjelölte úton haladva, a π-t nagyobb pontossággal kiszámítani. Így találta Metius e számot $3^{16}/_{113}$. Skaliger József, a jónevű nyelvész, a ki a geometria elemeiben is járatlan volt, Archimedest kigunyolta és a saját új körmérését fennen hirdette. Longomontanus annyira meg volt győződve arról, hogy az általa talált 3·14185 a helyes értéke a π-nek, hogy hálát adott Istennek, hogy megengedte érni késő korában a feladat megoldását.

Vieta volt az első, a kinek az a gondolata támadt, hogy a π számot végtelen műveletsorozattal fejezze ki. Eljárása nem követelt mást, mint a négyzetgyökvonás végtelen sorozatát. A maga felállította képlettel 10 tizedesre meghatározta a π számot. π-nek 3·1415926535 és 3·1415926536 között kell lennie. Adrianus Romanus a Vieta 10 számjegyéhez másik 5-öt csatolt, kiszámítva azon szabályos sokszög kerületét, melynek 1073 millió 741824 oldala van. Még nagyobb munkát végzett Ludolf van Ceulen, a ki 35 tizedes pontossággal határozta meg a π-t. Ludolf olyan büszke volt számítására, hogy síremlékére is rávésette a 35 tizedesjegyig kiszámított π-t, a melyet még mai napig is sokan Ludolfi számnak mondanak. Inkább mondhatnák Archimedesi számnak, a ki az útját jelölte meg a számításnak.

Elvi jelentőségű fölfedezéseket tettek Snellius és Huyghens, a kik kimutatták, hogy nem is szükséges a beírt és körülírt sokszögek kerületeit kiszámítani, hanem lehet más idomokat találni, a melyekből szintén megközelítő sorozatot találhatunk a π-re. Huyghens azonban világosan kijelentette, hogy nem arra törekedett, hogy a körrel egyenlő területű négyzetet szerkesszen, sőt hogy e szerkesztést lehetetlennek tartja; de a lehetetlenségét bebizonyítani nem tudja.

Az infinitesimalis számítás feltalálása után a feladat egészen megváltozott.

Az analízis igen sok esetben vezet rá olyan végtelen sorozatú műveletekre, a melyek a π értékét megadják. Így már Wallis előállította a π negyedrészét végtelen sok szám szorzatával.

Leibnitz pedig a sorok vizsgálatában jutott rá arra a sorozatra, mely a $\frac{\pi}{4}$-et végtelen sok szám összegéből állítja elő.

Találtak még más sorokat is, melyek a π kiszámítására szolgálnak, a melyek segítségével a π-t az eddiginél még nagyobb pontossággal lehetett meghatározni. Sharp Abraham angol számoló 1700 körül Halley utasításai szerint a π-t 72 tizedesre számította ki. Később Machin londoni tanár 100 tizedesre számította ki. 1819-ben Lagny Párizsban 127 tizedesre számította ki. Vega 140-re és Zacharias Dase, a híres hamburgi számoló 200 tizedesre, végre a legújabb időben 500 tizedesre számították ki a π-t.

Hogy minő felesleges a pontosság tekintetéből 100 tizedesre kiszámítani a π-t, azt illusztrálja Schubert példája, mely szerint, ha a Föld középpontja körül egy golyót képzelnénk, a melynek sugara akkora, mint a Syrius távolsága, mely $134^{1}/_{2}$ billió (milliószor millió) kilométernyire van tőlünk, és ezt a rengeteg golyót kitöltenők mikróbokkal úgy, hogy minden köbmilliméterre billió mikrób jutna és e mikróbokat azután egy irányba helyeznők úgy, hogy két mikrób távolsága annyi volna, mint a Syrius távolsága ide, és e mikróboktól így elfoglalt egyenesre, mint átmérőre kört rajzolnánk, a melynek kerületét a 100 tizedes jegyre meghatározott π-vel számítanók ki, akkor a hiba legfeljebb a milliméter milliomod része lenne.

A számításnak praktikus haszna tehát épenséggel nincs. Egyedüli tudományos hasznot lehetett várni attól a szabályosságtól, a mely esetleg a tizedes jegyekben nyilvánul. Ilyen szabályosság nem fordult elő, tehát az eredmény inkább negativ, mint pozitiv volt.

This work is licensed under a Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

Az infinitesimalis számítás feltalálása óta is foglalkoztak többen megközelítő szerkesztéssel. Maga Euler is talált egy ilyen megközelítő szerkesztést. Legelterjedtebb volt a Dürer-féle, a mely megegyezett Vitruvius szerkesztésével, továbbá a Kochansky-féle, a melyet 1685-ben közöltek.

A Kochansky-féle szerkesztés pontosabb, mint az Archimedes számán alapuló. A hiba $^{3}/_{100000}$-nél kisebb.

A kör négyszögesítésének feladatát végig kisértük a mathematikai fejlődés egyes momentumain, kiemelve a fontosabb mozzanatokat. Látjuk, hogy csak egy dolog volt még hátra: megmutatni, hogy a szerkesztés körző és vonalzó segítségével lehetetlen. Már Gregory bizonyította, hogy a szerkesztés nem lehetséges, de Huyghens kimutatta, hogy Gregory bizonyítása hibás. Nézzük meg, miben áll a kérdés mathematikai fogalmazása? Ismeretes, hogy körző és vonalzó segítségével csak olyan egyenletek gyökeit lehet megszerkeszteni, a melyek másodfokúnál nem magasabbak és a melyek másodfokú egyenletekre visszavezethetők. A körzővel és vonalzóval való szerkeszthetőség ily pontos fogalmazása után nem maradt más hátra, mint fölvetni a kérdést, lehet-e a π szám valamely algebrai egyenlet gyöke. Lindemann kimutatta, hogy ez nem lehetséges. Ezzel be volt bizonyítva, hogy a π-nek szerkesztés útján való *meghatározása lehetetlen*. Nem az első eset ez a mathematikai tudományok történetében, hogy valamely probléma megoldásának lehetetlensége egész mathematikai szigorúsággal bebizonyíttatik. E tekintetben a mathematika minden más tudomány közül kiválik. Évszázadokon át keresték az algebrai egyenletek megoldásait. A másodfokú egyenletet megoldotta már Diophantus, a harmad- és negyedfokút megoldották az algebrai ismeretek kezdetkorában, a XVI. században, a magasabb fokúak megoldását sokáig hiába keresték, míg a jelen század elején egy fiatal svéd mathematikus, Abel ki nem mutatta, hogy e megoldások általánosságban lehetetlenek és hogy csak a másod-, harmad- és negyedfokú egyenletek azok, a melyek minden esetben összeadás, kivonás, szorzás, osztás hatványozás és gyökvonás műveletei segítségével megoldhatók.

Gauss-nak jutott az a szerencse, hogy kimutathatta, hogy a körosztási problema általánosságban körző és vonalzó segítségével meg nem oldható és kimutatta, hogy mely esetekben lehetséges a megoldás. És ime, itt van Lindemann tétele, a mellyel meg lőn mutatva, hogy a kör kvadraturája szerkesztés útján meg nem oldható. Csak a filozófia az, mely e tekintetben a mathematikával versenyezhet. Kant megvizsgálja az emberi értelmet és szigorú kritikával megállapítja a megismerés határait, megállapítja azt az birodalmat, a melyen belül a kutató ész nem hatolhat. Dubois-Reymond felírja a természettudományi kutatás határaira az ignorabimust. De egy tudomány sem versenyezhet a mathematikával problémáinak világosságában és a kutatásnak objektivitásában. Részünkről a mathematikai kutatás legmagasztosabb haladásának tekintjük, hogy nem csak azt állapítja meg, a mit megoldania lehet, hanem saját módszereivel megállapítja azt is, hogy mit nem lehet megoldania. A kör négyszögesítése ilyen feladat. A körnégyszögesítők, miként a perpetuum mobile keresői, a kiknek nagy része még a tudomány elemeiben sem volt járatos, ezt nem tudták és a jövőben sem fogják tudni. Az ő fejök felett a tudomány haladása elvonúl, a nélkül, hogy rájok fényt árasztana és biztosan tovább fog élni e misztikus feladat, miként más előítélet és babona. De a tudomány nem szünhetik meg küzdeni a sötétség ellen, mert a küzdelem edzi meg erejét, a küzdelem jelöli meg haladásának útját.

Dr. Beke Manó.