ÉRTESITŐ

AZ ERDÉLYI MUZEUM-EGYLET

ORVOS-TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAKOSZTÁLYÁBÓL.

II. TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAK.

XII. kötet. 1890. *II. füzet.*

A MADÁRREPÜLÉS ÁLTALÁNOS ELMÉLETE.

(Második közlemény.)

Dr. Martin Lajostól.

Első közleményemnek csak az volt a feladata, hogy megmutassam, hová visz a számitás, ha azon elvből kiindulunk, melyre Prechtl annak idején repülési elméletét megalapította. Prechtl ugyanis számos megfigyeléseiből azt a következtetést vonta le, hogy a madár gyorsabban végezi a szárnyfelemelést, mint a lecsapást, s erre támaszkodva, számítását úgy rendezi be, mintha a repülés előnye munkafejlesztés tekintetében csak is a szárnyfelemelés meggyorsításában volna keresendő. Igaz, hogy Prechtl ezt a meggyorsítást csak nagyon szerény határok közt alkalmazza; de ha ezen elve csakugyan helyes volna, rögtön feltólja magát a kérdés: meddig mehetünk a meggyorsítással? Multkori számításom bebizonyítja, hogy a szárnyfelemelés meggyorsítása bizonyos határhoz van kötve, melyet a szárny tehetlenségi nyomatéka kiszab, ugy hogy azon túl menni már nem előnyös. volna de lehet.

é hol[y] / igaz

Prechtl hypothesise nem alkalmas kiindulási pont a repülés elméletének a lefejtésére, s épen annyi joggal mint ő tette, lehetne az ellenkező hypothesisből kiindulni s azt állítani, hogy a madárrepülés előnye megkivánja, hogy a szárnylecsapás meggyorsíttassék. S az eredmény, melyre ezen elv vezetne, egészen analog, t. i. hogy a tehetlenségi nyomaték itt is határt szab. épen úgy mint az emelős ökrénél a[...] erős túlhaladó munkát végezni lehet. —

De nem is egy olyan elv ez, hogy rajta a madárrepülés elméletét föl lehetne épiteni. Sokkal természetesebb a mi eljárásunk, ha a repülési problema megfejtésénél inkább az esésmérséklő (Fallschirm) elvéből kiindulunk. Lássuk azt.

helyes

A madár, ha szabadon ringatja magát a levegő ölében, a szabadesés törvényének van mindig alávetve. Ha szárnyát mereven kifeszítve tartja, úgy mint minden test, lefelé indul, csakhogy az esés gyorsasága a levegő növekedő ellenállása miatt bizonyos véges határhoz van kötve, melyen túl már nem növekedhetik; s mihelyt a madártest ezt a határt elérte, egyenletes gyorsasággal halad tovább a mélységbe. A két szárny itt tehát esésmérséklő módjára hat s nem engedi meg, hogy a gravitatio állandó acceleratiója a mozgás végsebességét a végtelenig növeszsze.

Ugyanaz történik, ha a madár két szárnyával fel és alá csapdos. Vizsgáljuk ezt közelebbről. Szemléljük először a szárnylecsapást. Minden ilyen lecsapásnál a szárnyfelület pontjai különböző gyorsaságokkal mozognak ugyan, még pedig a forgási tengelyhez közelebb fekvő pont kisebb, a távolabb fekvő nagyobb gyorsasággal, mindenik t. i. forgási sugarával megfelelően fog haladni; de lesz és van minden szárnynak egy bizonyos pontja, a nyomási pont, mely a szárnyra ható összes ellenállás támadó pontja. S már most mindegy: akár azt teszszük fel, hogy a szárnyfelület különböző pontjai, mindenik a saját forgási sugarával megfelelő, tehát hol kisebb hol nagyobb gyorsasággal mozognak, akár azt teszszük fel, hogy a szárny minden pontja egyformán mozog a nyomási pont gyorsaságával; mind két esetben az ellenállás egy és ugyanaz. A levegő ellenállása igen de nem a szárny-é!

Ha most a nyomási pont gyorsasága a lecsapásnál oly nagy, mint az, mely létre jő, ha a madár, kifeszített szárnyát mereven tartván, a szabadesésnek engedi magát; akkor világos, hogy a lecsapó szárny akkora mesterséges ellenállást fog fejleszteni, mint a szabadesésnél s hogy ennélfogva a szabadesés gyorsasága, mely a madárban már megvolt a lecsapás kezdetén, továbbra már nem növekedhetik. talán áll.
S ha a szárny egy ennél valamivel még nagyobb gyorsasággal lecsap, a felfelé hajtó ellenállás a szabadesés gyorsaságát csökkenteni, esetleg megsemmisítni, sőt körülmények közt irányát ellenkezőre megfordítni fogja. Nem való szinün. tekintetbe véve hogy a levegő a szárny felső ~~teljesen egyenlő felületére nem az alsó~~ szinte nyomást gyakorol – és a mi fő a föld vonzó ereje alig legyőzhető fig. a ... irányban ellenkezésben!

Szemléljük most a tüneményeket a szárnyfelemelésnél. Ha a szárny felfelé halad, az a nyomás, melyet a levegő a szárny alsó lapjára a lecsapásnál gyakorolt volt, megszünik s helyette egy új nyomás fejlődik, melyet a levegő a szárny felső lapjára gyakorol s a testet lefelé megindítani igyekszik. A gravitatio ugyanazon irányban hatván, világos, hogy az ama lefelé ható nyomással egyesűl, s a testet most egyesült erővel lefelé hajtják. De ama nyomás megszűnik, mihelyt a szárny felemelését elvégezte. Ez a nyomás 4/5-el kisebb a szárny szelepes [illegible]

Ha tehát a madár két szárnyát fel és alá mozgatja, a levegő váltakozva majd a szárnyak alsó- majd felső lapjára hat. Legyen P. a vertikális nyomás, ha a szárnyak lecsapnak, Q a vertikális nyomás, ha azok felemeltetnek, végre legyen G a madártest összes súlya; akkor ezen P, Q és G erők combinatiója fog a repülés módja felett határozni. A P és G ellenkező, a Q és G ellenben egyenlő irányuak; a G erő soha sem szünetel, a P erő ébred, ha a szárny kezd lecsapni, a Q erő ébred, ha a szárny felfelé kezd indulni.

Valahányszor a szárnyak lecsapnak, P—G az eredő erő, mely a G súlyu tömegben:

(1) . . . $p = \frac{P-G}{G} g$ acceleratiót ébreszt; ez eltart a míg a P eltart, tehát eltart a lecsapás végeig.

Valahányszor a szárnyak felfelé járnak, Q + G az eredő erő, mely a G súlyu tömegben:

(2) . . . $q = \frac{Q+G}{G} g$ accleratiót ébreszt, mely addig eltart, mig a Q eltart, tehát eltart a felemelés végeig.

Ezen p és q acceleratiók constansok vagy variabilisek, a szerint, a mint a P és Q erők constansok vagy variabilisek; ezek megint függnek azon gyorsaságoktól, melyekkel a motor a szárnyakat fel és alá vezeti. Tekintve most azt, hogy minden motor, legyen az akár szervi test, akár mesterséges gép, ha teljes actióba jő, egyenletes mozgást felvesz: fel kell tennünk, hogy ama gyorsaságok tehát a P és Q erők s következésképen a p és q acceleratiók is constansok. de nem egy

Legyen most t a lecsapás és t_1 a szárnyfelemelés időtartama; a p acceleratio t ideig tartván:

$$(3)\ \ldots \left\{\begin{array}{l} h = \dfrac{pt^2}{2} \text{ oszlopmagasságot hoz létre; a q accele-} \\ \qquad\qquad \text{ratio } t_1 \text{ ideig tartván:} \\ h_1 = \dfrac{qt_1^2}{2} \text{ oszlopmagasságot hoz létre.} \end{array}\right.$$

Kisérjük most figyelemmel a repülés lefolyását. Ha a repülő test az első lecsapás kezdetén: h_0 magasságban volt, akkor a test a lecsapás végén h_0+h; a rákövetkező felemelés végén: h_0+h-h_1; az ezt követő lecsapás végén: h_0+h-h_1+h; a következő felemelés végén: $h_0+h-h_1+h-h_1$; tehát ha a szárny ezt a játékot fel és alá n-szer ismétli, az n-dik játék végén:

(4) . . . $H = h_0 + n\,(h-h_1)$ magasságban lesz; és ha $H>h_0$ emelkedés, ha $H<h_0$ tapasztaltatik, leereszkedés, ha végre $H=h_0$ lebegés történt. A lebegés föltétele szerint tehát kell hogy legyen:

(5) . . . $n\,(h-h_1) = o$. Eztetszőleges n-nél csak úgy teljesül, ha:

(6) . . . $h=h_1$, azaz ha a (3), (2) és (1)-re visszapillantunk, ha

(7) . . . $(P-G)\,t^2 = (Q+G)t_1^2$; vagy G szerint rendezvén, ha

(8) . . . $Pt^2-Qt_1^2 = G\,(t^2+t_1^2)$.

Vizsgáljuk ezt az egyenletet. A jobb oldala, $\frac{g}{2}$ megszorozva, nem egyéb, mint azon munka, melyet a gravitatió t és t_1 időkben végez; a baloldal megint nem egyéb, mint a P és Q erők munkája. A P és Q erő, azaz a levegő ellenállása a szárnyakra, amaz egyenlet szerint tehát épen annyi munkát végez, mennyit a gravitatio ugyanazon időkben végez. A két munka egyenlősége vezet most a számitás első forduló pontjára.

A P és Q erőket a motor fejleszti, s amazok munkáját tulajdonképen ő végzi. Ebből látni való, hogy a motor munkája mindig a gravitatióéval egyenlő; s az elébbi annál nagyobb vagy annál kisebb, mennél nagyobb vagy kisebb az utóbbi. Munkamegtakaritási szempontból tehát igyekeznünk kell, hogy a gravitatio munkája minimum legyen.

Hogy a minimumot meghatározzuk, vegyük tekintetbe, hogy a lecsapás t; a felemelés t_1; egy játéka a szárnynak tehát: $t + t_1$

időt vesz igénybe, s ha a szárny másodperczenként n ilyen fel és alá tartó játékot végez, az egyenlet állani fog:

(9) . . . $n(t+t_1) = 1$; ebből nyerjük:

(10) . . . $t_1 = \frac{1}{n} - t$. Ennélfogva a (8)-ra visszapillantván:

(11) . . . $G\,(t^2+t_1^2) = G\left[2t^2 - \frac{2t}{n} + \frac{1}{n^2}\right]$. Ezen munka minimum akkor, ha:

(12) . . . $t = \frac{1}{2n}$, de akkor a (10) számbavétele mellett:

(13) . . . $t_1 = t$. Ez azt mondja, hogy lecsapás és felemelés egyenlő időkben végeztetnek, mivel pedig az utak, melyeket a szárny le és felmenéskor végez, egyenlők, következik, hogy a szárny fel- és lemenéskor egyenlő gyorsaságokkal halad. haladna ha a nyomás az két felé egyenlő volna a levél, szárny [illegible] kör fel a levegő [illegible] lépen és [illegible] a [illegible] megrövi[illegible] igazítása [illegible] debb.

Az eredmény lényegesen eltér Prechtl feltevésétől, mely a szárnyfelemelés lehető meggyorsitásában keresi a repülés előnyét. Tartsuk meg a (13) által kifejezett feltételt, s lássuk a következéseit:

D, így is van

Ha a (7)-ben $t = t_1$, nyerjük:

(14) . . . $P - G = Q + G$; s ha az (1) és (2)-re visszatérünk, összehasonlítás után:

(15) . . . $p = q$ nyeretik; szárnylecsapás és felemelés tehát egyenlő, habár ellenkező irányu accelerátiókat hoznak létre:

Ha a (8)-ban $t = t_1$ tétetik, abból:

(16) . . . $P - Q = 2G$ következik. Ezen egyenlet mutatja, hogy a szárnynyomások különbsége a lebegő test kétszeres sulyával egyenlő.

Most már annyira haladott a lefejtés, hogy azt a munkát is meghatározhatjuk, melyet a mozgató gép a lebegés fentartására fordít. Legyen A a keresett munka, akkor ez állani fog azon munkák öszszegéből, melyeket a szárny fejleszt a másodperczenként végrehajtott szárnycsapások és szárnyfelemelések alatt. Még pedig P a nyomás lecsapáskor és h az út, melyet a támadó pont az alatt megtesz, tehát: Ph a munka, mely a csapás megtételére szükséges; másfelől Q a nyomás felemeléskor és h_1 az út, melyet a támadó pontja megtesz, tehát Qh_1 a munka, mely a felemelés megtételére szükséges.

Miután a szárny másodperczenként n-szer le- és feljár, a Ph és Qh_1 munkák n-szer ismételtetnek, ennélfogva a motor munkája:

(17) . . . $A = n\,(Ph+Qh_1)$ vagy ha h és h_1 a (3), (2) és (1) szerint kifejeztetnek, tekintve hogy $t = t_1$:

(18) . . . $A = \frac{t^2ng}{2}\left[\frac{P\,(P-G)}{G} + \frac{Q(Q+G)}{G}\right]$. Ámde a (14)-et számba vévén, ez átmegy ebbe:

(19) . . . $A = \frac{ngt^2}{2G}(P-G)\,(P+Q)$. De most, ha a (16)-hoz mindkét oldalon 2Q hozzáadatik, ered:

(20) . . . $P + Q = 2\,(Q+G)$ azaz $= 2\,(P-G)$. Ezt a (19)-ben substituálván, nyerjük:

(21) . . . $A = \frac{ngt^2}{G}(P-G)^2$. Visszamenvén a (12)-re, szerinte:

(22) . . . $nt^2 = \frac{1}{4n}$ s ennélfogva végre a lebegés munkája:

(23) . . . $A = \frac{(P-G)^2}{4nG}g$. A munka függ tehát a P nyomástól, a G súlytól és a másodperczenként végrehajtott szárnycsapások számától. Már ezen formula is egy nevezetes körülményre vezet. P nyomás függ ugyanis a nyomási pont gyorsaságától, ez megint egyenes viszonyban áll a szárnycsapások számával (ha ugyanis felteszszük, hogy a szárny kilengései mindig egyenlők maradnak), ha tehát az n-et növesztjük, nő vele a P is; de ezen P függ még a szárny területétől s ez megint a szárny méreteitől, ezek függetlenek az n-től. Már most tegyük föl, hogy mi a szárny méreteit kisebbítjük, ha az n megnövekszik, akkor oda vihetjük a dolgot, hogy a P értéke constansnak marad, mihez csak az kell, hogy a szárnyat kisebbitsük olyan mértékben, a mely mértékben az n megnövesztése a P-t megnövesztené; egy szóval nem lehetetlenség, ha variabilis n-nél constans P-t teszünk fel. Legyen tehát P constans, akkor $\frac{(P-G)^2}{4G}$ constans; ha azt C-nek nevezem, a feltevés alatt (23) ebbe menend át:

(24 . . . $An = C$.

Ez fontos egy egyenlet — — még egyszer mondom: fontos egyenlet; mert azt bizonyítja, hogy az ember saját erejével, melyet a természet neki adott, repülni képes. Mert most már csak az a kérdés, mivel az A nem egyéb, mint az ember munkaképessége, (melyet hosszabb időn át képes kifejteni) és n a megkivántató szárnycsapások száma, valjon bir-e az ember olyan repülő gépet előállítani, mely megengedi, hogy a szárnyai $n = \frac{C}{A}$ csapásokat tegyenek. Talán nem csalódom, ha azt mondom, hogy ilyen gép feltalálása a jelen korszak feladata.

De térjünk vissza a (23) alatti egyenletre. Hogy azt még más irányban megvizsgálhassuk, fejezzük ki a P-t G-ben. A végre tegyük fel, hogy

(25) . . . $Q = P/m$; akkor (16) ebbe menend át:

$$2G = P - Q = \frac{m-1}{m} P\text{; ebből:}$$

(26) . . . $$\begin{cases} P = \dfrac{2m}{m-1} G \text{ és} \\ Q = \dfrac{2}{m-1} G\text{. Végre lesz:} \\ P-G = \dfrac{m+1}{m-1} G\text{. Ezt a (23)-ba bevezetvén, nyerjük:} \end{cases}$$

(27) . . . $$A = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 \cdot \frac{Gg}{4n}$$

Ezt az egyenletet most több irányban kell tanulmányoznunk.

Mindenek előtt a még határozatlan m-mel kell foglalkoznunk, melynek sajátságos s az egész repülési elméletre nézve fontos jelentése van; nyomozzuk azt.

Először az m értéke független a gyorsaságtól, melylyel a szárny fel és alá jár. Mert, tegyük fel, hogy egy bizonyos alaku szárny, ha v sebességgel csapdos, P és Q; és ha megint v_1 sebességgel csapdosna, P^1 és Q^1 nyomásokat fejleszt minden le és felmenésnél, akkor állanak az arányok:

(28) $$\begin{cases} P : P_1 = v^2 : v_1^2 \\ Q : Q_1 = v^2 : v_1^2; \end{cases}$$

ennélfogva álland az új arány:

(29) . . . $P : Q = P_1 : Q_1$ ebből látjuk, hogy ha $m = \frac{P}{Q}$ akkor $m = \frac{P_1}{Q_1}$. Az m értéke tehát független a gyorsaságtól, melylyel fel és alá jár a szárny.

Másodszor az m független a szárny nagyságától. Mert ha van egy r sugaru s egy másik hozzá hasonló R sugaru szárny, melyek lecsapáskor P és P^1 felemeléskor Q és Q^1 nyomásokat fejlesztenek, akkor állanak az arányok:

$$(30) \ldots \begin{cases} P : P_1 = r^2 : R^2 \\ Q : Q_1 = r^2 : R^2 \text{; ebből következik:} \end{cases}$$

$$31) \ldots P : Q = P_1 : Q_1 \text{ azaz: } \frac{P}{Q} = m = \frac{P_1}{Q_1}$$

Harmadszor az m mindig >1. Mert P—G, ha lebegésről van szó, mindig igenleges, tehát a (26)-ra visszapillantván, $\frac{m+1}{m-1} > 0$; ez csak úgy lehetséges, ha $m - 1 > 0$ azaz ha $m > 1$. Ebből megint új következtetést vonhatunk le. Az m ugyanis nem egyéb, mint a P/Q hányados értéke, miután $m > 1$ tehát $P > Q$. Ámde P az alsó lapnak, Q a felsőnek az ellenállása; ez tehát $<$ mint amaz. Másfelől a szárny nem egyéb, mint valamely fölületnek egy kiszelvénye; ennek egyik lapja convex, másik lapja concav. A tapasztalás mutatja, hogy a convex lap ellenállása mindig $<$ mint a concavé; ennélfogva belátható, hogy a szárnynak használt kiszelvény a convex oldalát mindig felfelé, a concavot pedig lefelé fordítja.

Negyedszer az m értéke függvénye a szárny görbülésének. Mert a P és Q vertikalis nyomások kifejeztetnek ilyszerü egészletek által:

$$(32) \ldots \begin{cases} P = \iint v \, dx dy \\ Q = \iint u \, dx dy \text{ ahol } v = f(xyzpq), \text{ és } u = f(xyzpq), \end{cases}$$

mely függvényekben még bizonyos constansok (pl. a sebesség) közösen előfordulnak. Az m értéke tehát ki van fejezve ez által:

$$(33) \quad . \quad . \quad . \quad m = \left\{ \frac{\iint F(x\,y\,z\,p\,q)\ d\,x\,d\,y}{\iint f\ (x\,y\,z\,p\,q)\ d\,x\,d\,y} \right.$$

.Ha a formulákban p és q helyett p^1 és q^1-t teszünk $\left(\text{ahol } p = \frac{\partial z}{\partial x}\ q = \frac{\partial z}{\partial y}\right)$, annak az az értelme, hogy mi a fölület formáját vagyis görbülési viszonyait megváltoztatjuk. Ámde a p és q megváltoztatása megváltoztatja a két egészletet, következésképen az m értékét is, azaz m a görbülés függvénye, tehát a mint a görbülés megváltozik, megváltozik m is.

Ezek után térjünk vissza (27) a. egyenletünkre. Látjuk, hogy abban A m G g és n szerepelnek; g közülök egy ismeretes constans; A a munkaerő, mely a motortól függ, ha ez adva van, az m szerinte kiszámítható; G a teher, melyet lebegve tart a két szárny, végre n a szárnycsapások száma másodperczenként. A (27)-ben van tehát négy tetszőleges, avagy határozatlan mennyiség. Minthogy ezek meghatározására csak a (27) a. egyenlet áll rendelkezésünkre, s ezen feltétel a meghatározásra nem elégséges, látni való, hogy a feladat e szerint határozatlan; hogy megoldhassuk, még két új feltétel szükséges.

Ilyen feltétel volna pl. ha a szárnyfelületet úgy kiválasztjuk, hogy m maximum, azaz, ha a szárnyat azon felületek sorából választjuk, melyekre nézve a legnagyobb értéket kapja. Ezen kérdéssel most nem foglalkozhatom; foglalkoztam volt vele még 1862-ben, a mikor alkalmam volt székfoglaló értekezésemet a magy. tud. Akadémiának bemutatni. Az ötletből kerestem volt ugyanis a szárnyfölület azon legelőnyösebb alkotóit, melyek a szárnytengelyre merőleges síkokban feküsznek. Az alkotók, mint akkori számításom bizonyítja, logari spiralisok; a szárnyfelület tartozik tehát a logari sarkfelületekhez. Az alkotó egyenletében egy constans fordul elő s a most szóban forgó m annak a függvénye. A függvényesség még nincs meghatározva, az 1862-ben megkezdett, de, fájdalom, rajtam kivül fekvő okok miatt befejezetlen maradt munkám kétségkivül arra vezetett volna..

De bármiként álljon is a dolog, annyi bizonyos, hogy a szárny alakjával az m is meg van határozva, ha tehát még egy feltétel hozzá járul, a (27)-ben csak két mennyiség marad határozatlan, melyek közül az egyik függő, a másik függetlennek tekintendő. Ha azonban ezt a tárgyat egész általánosságban felkaroljuk, akkor fel kell tennünk, hogy a négy elem közt akármely kettő adva van s a másik kettő meghatározandó. Ily értelemben felfogván a dolgot, következő hat combinatio merül fel.

Először, ha A és m határozatlan. Ez azon eset, ha a G súly s a szárnycsapások száma ismeretes s ezek szerint meghatározandó a munkaerő s a szárny alakja. Most a (27) átmegy ebbe:

(34) . . . $A = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 A_0$, a hol a constans $A_0 = \frac{Gg}{4n}$. Ebből látni való, miután m mindig > 1, hogy A mindig $> A_0$, és $A = A_0$, ha $\frac{m+1}{m-1} = 1$, azaz ha $m = \infty$. De akkor $Q = \frac{P}{m} = 0$ és (16 szerint) $P = 2G$, a melyből a szárnyterület meghatározandó. Különben A igen gyorsan közeledik A_0 felé, ha m a számsort: 1, 2, 3, 4, 5 . . . . átfutja, mert $\left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2$ akkor $= \infty, 9, 4, {}^{25}/_9, {}^{9}/_4, \ldots$ úgy, hogy nem is szükséges, hogy az m értékével igen magasra felmenjünk. Egyébiránt a (34)-ből nyerjük:

$$(35) \quad . \quad . \quad m = \frac{\sqrt{A} + \sqrt{A_0}}{\sqrt{A} - \sqrt{A_0}} = \frac{1 + \sqrt{\frac{A_0}{A}}}{1 - \sqrt{\frac{A_0}{A}}}$$

Másodszor, ha A és G határozatlanok, akkor az az eset fordul elő: hogy adva van a szárny formája (de nem a területe) s a szárnycsapások száma, kerestetik a munkaerő s a súly. Most a (27)-ből lesz:

(36) . . . $A = \mu G$, hol a constans $\mu = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 \cdot \frac{g}{4n}$. Az egyenlet kimutatja, hogy a munkaerő a sulylyal egyenes arányban áll. Másfelől mivel A munkát, G súlyt jelent, világos, hogy a μ utat fejez ki, melyet a G súly leír, ha A munka ráfordíttatik. A P és Q most a (26)-ból hozandó le.

Harmadszor, ha A és n határozatlanok, akkor az eset most azt kivánja, hogy a munka és a szárnycsapások száma meghatároztassék, ha a súly s a szárny alakja ismeretes. Ezen eset visszavezet a (24) a. egyenletre, melyben azonban $C = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 \cdot \frac{Gg}{4}$ Továbbá a szárny területe a (26) alatti egyenletek elsejéből lefejtendő.

Negyedszer, ha m és G határozatlanok, akkor adva vannak a munkaerő: A, s a szárnycsapások száma: n; meghatározandó a szárny alakja s a lebegve tartandó súly. Ezen esetben a (27)-ből nyerjük:

(37) . . $G = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 G_0$, hol a constans $G_0 = \frac{4An}{g}$, vagy ha m szerint felbontunk:

(38) . . $m = \frac{\sqrt{G_0} + \sqrt{G}}{\sqrt{G_0} - \sqrt{G}} = \frac{1 + \sqrt{\frac{G}{G_0}}}{1 - \sqrt{\frac{G}{G_0}}}$. Ebből látni való, mi-

után m mindig > 1, tehát > 0, hogy $G < G_0$ és hogy ezen G_0 súly azon határ tehát, mely felé a G súly közeledik, ha m a ∞ felé halad. Másfelől összehasonlítván a (38)-at az első esetbeli (35)-el, feltévén, hogy az *m mind* a két egyenletben egyenlő értékű, ha ezt a közös m-et aztán a két egyenletből kirekesztjük, ered:

(39) . . . . $\frac{1 + \sqrt{\frac{G}{G_0}}}{1 - \sqrt{\frac{G}{G_0}}} = \frac{1 + \sqrt{\frac{A_0}{A}}}{1 - \sqrt{\frac{A_0}{A}}}$, mely egyenlet a neve-

zők eltávolítása s a szorzások végrehajtása után végre a nevezetes egyenletre vezet:

(40) . . . $A.G = A_0 G_0$. Másfelől mivel m mindig > 0, ennélfogva a (39)-ben úgy

$\sqrt{\frac{G}{G_0}} < 1$ valamint: $\sqrt{\frac{A_0}{A}} < 1$, azaz $G < G_0$ és $A_0 < A$; ha ezt a két egyenlőtlenséget összeszorozzuk:

(41) . . $GA_0 < G_0 A$ új egyenlőtlenséget nyerjük, melyből végre:

$\frac{G}{G_0} < \frac{A}{A_0}$ következik; a (40)-ből megint lesz:

$\frac{G}{G_0} = \frac{A_0}{A}$. Ebből látni való, hogy GG_0A és A_0 fordított viszonyban állanak egymáshoz; továbbá látni való, hogy

$$\frac{A_0}{A} \text{ mindig } < \frac{A}{A_0}$$

Ötödször, ha m és n határozatlanok, azaz ha a szárny alakja és csapásainak a száma adott munkaerő és súlynál meghatározandók, akkor a (27) ebbe megy át:

$$(42) \quad . \quad . \quad . \quad n = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 . \, n_0, \text{ a hol a constans } n_0 = \frac{Gg}{4A} \text{ ; ha m}$$

szerint felbontunk, nyerjük:

$$(43) \quad . \quad . \quad m = \frac{\sqrt{n} + \sqrt{n_0}}{\sqrt{n} - \sqrt{n_0}} = \frac{1 + \sqrt{\frac{n_0}{n}}}{1 - \sqrt{\frac{n_0}{n}}} \text{ ; miután m mindig} > 0,$$

következik, hogy $n > n_0$; és ezen n_0 azon határérték, mely felé n közeledik, ha m a ∞ felé halad; ezen constans tehát nem egyéb, mint a szárnycsapások minimuma. Másfelől összehasonlítván a (43)-at (38) és (35)-el, azon nevezetes egyenlőségekre jutunk:

$$(44) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{n_0}{n} = \frac{G}{G_0} = \frac{A_0}{A} \text{ azaz a szárnycsapások száma a}$$

súlyhoz fordított, a munkaerőhöz egyenes viszonyban áll. Ennélfogva mivel n_0 a szárnycsapások minimuma: G_0 a súly maximuma, A_0 pedig a munkaerő minimuma.

Hatodszor, ha G és n határozatlanok, azaz, ha a súly és a csapások száma adott munkaerő és szárnyalaknál meghatározandó, akkor a hányados (27 szerint)

$$(45) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{G}{n} = \gamma = \text{constans, hol } \gamma = \frac{4A}{g}\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 . \text{ A G}$$

és n egyformán s egyenlő mértékben növekednek.

Jelen közleményemnek a czélja: megmutatni azt, hogy a repülés elmélete bizonyos alapelveken nyugszik, melyek az esésmérséklő elméletéből folynak. A számítás, kerülve minden specializálást, egész végig általánosságban van tartva, tehát mindenkor érvényes. S a legfeltűnőbb körülmény az, hogy szerinte a munkaerő adott súlynál s szárnycsapásoknál a (27) szerint kiszámítható a nélkül, hogy a szárny formáját és területét ismernők.