ORVOS-TERMÉSZETTUDOMÁNYI

ÉRTESITŐ

AZ ERDÉLYI MUZEUM-EGYLET ORVOS-TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAKOSZTÁLYÁNAK SZAKÜLÉSEIRŐL ÉS NÉPSZERŰ ELŐADÁSAIRÓL.

II. TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAK.

IX. kötet. 1887. III. füzet.

A GALILEI-FÉLE TÁVCSŐ LÁTÓTERÉNEK ELMÉLETE ÉS HÁRMAS DECENTRÁLÁS ALKALMAZÁSA A KETTŐS LÁTÓCSŐ HIBÁINAK REDUKÁLÁSÁRA.

Dr. Farkas Gyula egyet. tanártól.

Innen-onnan háromszáz éve lesz annak, hogy a dioptrica geometriája Kepler ereje által kiserkedt.[1] Azóta sok jeles kezének nyomát viseli, de azért még ma is vannak hézagai. Ezek közül való a lencserendszerek látóterének elmélete, mely az olyan egyszerű öszszetétel esetében is, minő a közönséges Galilei-féle távcsőé, úgy szólván teljesen hiányzik.

Mintegy száz évvel ezelőtt, Euler méltatta először figyelemre,[2] de csak futólag, vagy legalább erre vall egészen téves felfogása, mely hosszú időn át a közfelfogást is fogva tartotta. Szerinte a fél látószög tangense a pupilla félátmérőjének és a két lencse egymástól való távolságának hányadosa által volna meghatározva. Ezen Euler-féle látótér a tárgynak azon pontjaival definiálható, melyekből fősugár, azaz irányatartó sugár jut mozdulatlan szembe. Nyilvánvalólag önkény szerinti definitio.

1872-ben erélyesen lépett fel ez ellen az akkorta még általánosan elterjedt félszeg definitio ellen egy orosz egyetemi tanár, Lubimoff,[3] és egyszersmind valamely másikkal helyettesítette,

---

[1]) Dr. J. Pristleys Geschichte der Optik. Aus dem englischen übersetzt, und mit Anmerkungen und Zusätzen begleitet von Georg Simon Klügel 1775.

[2]) Lettres à une princesse d'Allemagne sur quelques sujets de physique et philosophie 1768—1772.

[3]) Pogg. Ann. XXVIII. 1872. — Carl Rep. VIII. 1872.

mely a tárgynak azon pontjaival definiálható, a melyekből mozdulatlan szem pupillájának centrumán át jut fénysugár a szembe. Szintén önkényes definitio.

Lubimoff értekezése nem volt hatás nélkül. Viszhangra talált Bredichin, szintén orosz tudós és Bohn tanár értekezésében.

Bredichin[1]) kimutatja, hogy az Euler-féle meghatározás fogyatékossága már Lubimoff előtt figyelem tárgya volt. Utal nevezetesen Lloyd[2]) és Mossotti[3]) munkájára és Brandesnek[4]) a Gehler-féle lexiconban a telescopokra vonatkozó czikkére. Ezek szerint részint ugyanaz volna a látótér, mint a Lubimoff szerinti, részint pedig a tárgy azon pontjaival van definiálva, melyekből egyáltalán sugár éri a pupillát. Mossotti még egy „Campo della chiarezza completa"-t is definiál. Ezt azon tárgyi pontokkal jelöli meg, melyekből a pupilla minden pontjához jutnak sugarak. A mellett a szem mindig mozdulatlanul vagyon feltételezve.

Bohn[5]) a különböző, kerülő útakon járó definitiokat az imént általam is használt direct definitiokra reducálja, és ez által szabadosságukat közvetetlenül demonstrálja, azután két műszeren eszközölt szorgos méréseinek eredményeit közli és az említett definitiokkal összehasonlítja. Egyikök sem felel meg kielégítő módon ezen méréseknek, de még legközelebb jár hozzájuk a Lubimofftól is használt definitio. Megjegyzendő azonban, hogy mint ezen mérések leirásából bizton kiérezhető, intézésök alatt a szemteke nem volt mozdulatlan, és valójában a Bohn által észlelt látóteret a tárgynak azon pontjai definiálják, melyek a virtualis képen mint fixatio pontok láthatók.

I.

A látótér elmélete.

Annak, hogy a látótér valódi nagysága iránt szabatos tájékozottságot szerezhessünk, egy biztos módja van, meghatározni az objectiv első fősíkjának azt a részét, melyen át adott tárgyi pontból sugarak jutnak a szembe.

---

[1]) Carl Rep. IX. 1873.
[2]) A treatise on light and vision 1831.
[3]) Nuova teoria degli stromenti ottici 1857.
[4]) Gehler Lex. IV. I. 1827.
[5]) Carl Rep. IX. 1873.

Ez a feladat fog itt megoldatni, még pedig úgy fixatio, mint mozdulatlan szemtartás esetére nézve. Mielőtt azonban magához a feladathoz fognánk, melyet előbb csak centricus rendszerre vonatkozólag fogok tárgyalni, röviden előre bocsátom az ily rendszernek alapformuláit.

1. A kép helyzetének és a nagyításnak formulái centricus rendszerre vonatkozólag benfoglaltatnak a Möbius[1]) és aztán a Bessel-féle[2]) általános formulákban. Möbius nem vette számba a lencsék vastagságát, és ezt a hiányt pótolta Bessel. De, ha a Möbius-féle kifejezésekben előforduló távolsági értékeket kellőképen interpretáljuk és a lencsék optikai centrumai helyett megfelelő módon a Gauss-féle[3]) főpontokra vonatkoztatjuk, melyek itt összeesnek a Listing-féle[4]) csomópontokkal, akkor a Bessel-féléket pótolják.

A következő jelölésekkel fogok élni:

F az objectiv fő focustávola.

f az ocular fő focustávola.

U egy tárgyi pont távola az objectiv első fősíkjától.

u a megfelelő virtualis képé az ocular második fősíkjától.

V a tárgyi ponté a cső opticai tengelyétől.

v a megfelelő virtualis képé ugyanattól.

h az ocular első fősíkjáé az objectiv második fősíkjától.

A Möbius-féle általános formulákból csekély fáradsággal kiolvashatók ezen relatiók:

$$\left[(f+h)\,F+(F-f-h)\,U\right]\left[(F-h)-(F-f-h)\,u\right]=F^2f^2,$$

$$\left[(f+h)\,F+(F-f-h)\,U\right]v^2=\left[(F-h)-(F-f-h)\,u\right]V^2,$$

melyek azonban sokkal összevontabban is irhatók, és pedig

$$h=\frac{FU}{U-F}-\frac{fu}{u-f}, \tag{1}$$

$$(U-F)fv=(u-f)\,FV, \tag{2}$$

mi mellett tekintetbe veendő, hogy a virtualis kép létrejövetelének feltétele van, és ez:

---

1) Crelle Journal V. 1830. Részben H. Klein, Theorie der Elasticität, Akustik und Optik 1877.

2) Astr. Nachr. XVII9. 1841. Abhandlungen von F. W. Bessel, herausgegeben von R. Engelmann III. 1876.

3) Beitrag zur physl. Optik 1845.

4) Dioptrische Untersuchungen 1841.

(3) $$(f+h)\,F+(F-f-h)\,U>o.$$

A következőkben gyakorta merül fel egy három tagú alak, nevezetesen

$$\left(\frac{1}{h}+\frac{1}{f}-\frac{1}{u}\right)h,$$

még pedig olyképen, hogy a zárjelnek harmadik,

$$-\frac{1}{u}$$

tagja helyett néha más áll. Ennélfogva majd használni fogom a következő rövidítést:

(4) $$\left(\frac{1}{h}+\frac{1}{f}-\frac{1}{z}\right)h=g(z),$$

mire nézve megjegyzem, hogy a mint az (1) és (2)-nek összevetéséből könnyű kiolvasni, $g(u)$ nem más, mint az úgy nevezett látszólagos nagyítás, azaz

(5) $$g(u)=\frac{v}{u}:\frac{V}{U}.$$

Ha az oculár vastagsága oly csekély, hogy főpontjait összeesőknek tételezhetjük fel és a reális kép síkjának átdöfését a cső opticai tengelyével A, az oculár opticai centrumát B, az objectiv második fősíkjának, mint tárgynak virtuális oculár képéhez és a cső opticai tengelyéhez tartozó közös pontot C, az objectiv második főpontját D, végül a tárgy virtuális képsíkjának a cső opticai tengelyével való átdöfését E jelöli, akkor a D, A, B, C és A, B, C, E conjectiv pontsorok homolog pontsort képeznek,

$$(DABC)=(ABCE).$$

Az (1) alatti egyenlet ezen még egyszerűbb alakúval volna helyettesíthető. Azonban részint az általánosság teljességének, részint a közvetetlenségnek megőrizése végett a fentebbit fogom használni kizárólagosan, vagyis az (1) alattit, mely azt fejezi ki, hogy a realis képnek az objectiv második fősíkjától való távolsága kisebbítve ugyanannak az oculár első fősíkjától való távolságával egyenlő a cső elméleti hosszúságával.

2. Egyelőre folyvást centricus rendszert tételezve fel, tehát feltéve, hogy a négy főpont és a szem forgási centruma egy egyenesben feküsznek, előbb a fixatio esetét, aztán a nyugodt szemállás esetét fogom tárgyalni.

Az objectiv első fősíkjának azt a részét, melyet az (U, V) csúcsú sugárkupnak a szembe jutó része vág ki abból, az objectivnek az (U, V) pontra vonatkozó hasznos részének fogom nevezni. Továbbá az objectiv valóságos kerületének az objectiv első fősíkjára eső merőleges vetületét fogom mindenkor az objectiv kerülete alatt érteni.

A már előbb kitüztem feladat nyilvánvalólag így is formulázható: meghatározni az objectivnek hasznos részét egy tetszőleges (U, V) tárgyi pontra vonatkozólag.

Ezen feladattal szemben, a tapasztalattal megegyezőleg, az oculár átmérőjét elég nagynak fogom feltételezni arra, hogy a hasznos rész nagysága ezen átmérőtől független legyen. Az ocular valóban mindig oly nagy, hogy nagyobbitásával a szembe jutó sugárkéve nem változik.

A következő további jelöléseket fogom használni:

R az objectiv fél átmérője,

r a pupilla fél átmérője,

a a szem forgási centrumának távolsága az oculár második fősíkjától.

b ugyanazé a pupilla centrumától,

Φ az (U, V) pontnak az objectiv első főpontjához és a cső opticai tengelyéhez tartozó látószöge,

φ az (u, v) pontnak a szem forgási centrumához és a cső opticai tengelyéhez tartozó látószöge,

T a hasznos rész területének nagysága.

Legkényelmesebben jutunk el a hasznos rész ismeretéhez a következő módon.

Az a kúp, melynek csúcsa (u, v) fixatiopont s alapja a pupilla, az oculár második fősíkjából egy ellipsist vág ki, a melynek kis és nagy féltengelye s centrumának az oculár második főpontjától való távolsága az analyticai geometria tanai szerint

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} p' &= \frac{ru}{\sqrt{(u+a-b\cos\varphi)^2-r^2\sin^2\varphi}}, \\ q' &= \frac{(u+a-b\cos\varphi)\,ru}{[(u+a-b\cos\varphi)^2-r^2\sin^2\varphi]\cos\varphi}, \\ s' &= \left[a-\frac{r^2u}{(u+a-b\cos\varphi)^2-r^2\sin^2\varphi}\right]\operatorname{tg}\varphi, \end{aligned}\right.$$

kifejezések által vagyon meghatározva. Képzeljük ezen ellipsist merőlegesen az oculár első fősíkjára vetítve. Az a kúp, melynek alapját ez a vetületi ellipsis, csúcsát az (U, V) ponthoz tartozó reális kép teszi, az objectiv második fősíkjábúl egy, a maga alapjához hasonló ellipsist vág ki, melynek kis és nagy féltengelye s centrumának az objectiv második főpontjától való távolsága

$$(7) \qquad p = g(u)p', \quad q = g(u)q', \quad s = g(u)s' + \frac{u+a}{u} h \operatorname{tg} \varphi.$$

Minek kiegészítésére megjegyzendő, hogy az ellipsis nagy tengelye, vagy nagy tengelyének meghosszabbítása az objectiv második főpontján megy át. Vetítsük most ezen ellipsist merőlegesen az objectiv első fősíkjára.

Ez által az ellipsis által befogott sík területnek és az objectiv kerülete által befogott sík területnek közös része képezi az objectivnek az (U, V) ponthoz tartozó hasznos részét, a mi a leirt geometriai származásnak az (U, V) pontból az objectivre eső sugárkúp opticai transformálódásával való egybevetése által könnyen igazolható.

Hogy ha az $a-b$ különbséget csak néhány millimeternyinek tételezzük fel, mi által (minthogy $a-b$ a pupillának az oculár második fősíkjától való távola akkor, mikor a pupilla centruma a cső tengelyében van) a gyakorlattal megegyezőleg cselekszünk, úgy mivel u több deciméternyi értékű, az

$$u + a - b \cos \varphi \pm r \sin \varphi$$

kifejezés helyett igen nagy megközelítéssel egyszerűen u irható, s ezáltal p, q, s kifejezései nagy mértékben egyszerűsödnek. Azon kivül s kifejezésében az s' szögletes zárójelének második tagja az első mellett szintén számafogyott kis érték, úgy, hogy igen nagy megközelítéssel

$$(8) \qquad p = g(u)r, \quad q = g(u)\frac{r}{\cos \varphi}, \quad s = g(-a)a \operatorname{tg} \varphi.$$

Mindazok a következtetések, melyeket itt vonandó vagyok, tényleg épen úgy állanak a megközelítő, mint a teljes értékű kifejezésekre vonatkozólag.

Legyen még a megelőző formulákhoz sorozva

$$(9) \qquad \operatorname{tg} \varphi = g(u) \frac{u}{u+a} \operatorname{tg} \Phi,$$

mely identicus az (5) alattival.

Ellipsis alatt a következendőkben mindenkor csak azt az ellipsist fogom érteni, mely a hasznos rész iménti meghatározásában foglaltatik, és melynek meghatározására (6) és (7) illetőleg (8) szolgál kapcsolatban azon megjegyzéssel, hogy főtengelye a cső opticai tengelye felé irányul.

Az s-nek kifejezései első tekintetre elárulják, hogy minél messzebb fekszik a tárgyi pont a cső optikai tengelyétől, annál messzebb fekszik attól az ellipsis centruma is. Továbbá q kifejezései is közvetetlenül mutatják, hogy minél messzebb fekszik a tárgyi pont a cső opticai tengelyétől, annál nagyobb q, vagyis az ellipsis nagy tengelye. De bizonyos Φ értéke mellett az ellipsis centruma oly távol van a csőtengelytől, hogy az ellipsis egészen az objectiv kerületén kivül esik és ezzel külsőleg érintkezik, vagyis

$$(10) \qquad R + q = s.$$

Ekkor nincs hasznos rész. Azonban ezen egyenlet úgy is értelmezhető, mint azon (U, V) pont meghatározása, melyből csak egy sugár jut a szembe. Mihelyt Φ nagyobb, mint az, mely ezen egyenletet kielégíti, már az ellipsis állandóan az objectiv kerületén kivül esik és egy sugár sem jut a szembe. Tehát a figyelembe veendő ellipsis raj sorában a (10) alatti egyenlethez tartozó képezi a határt, s ennek a főtengelye legnagyobb.

Mikor pedig az (U, V) pont a csőtengelyen fekszik, ugy $\Phi = o$, tehát $\varphi = o$ lévén, az ellipsis körré válik és átmérője a szerint, a mint a teljes vagy a megközelítő kifejezéseket használjuk

$$\frac{2ur}{u+a-b}\, g(u) \text{ illetőleg } 2rg(u).$$

Hogyha tehát az objectiv félátmérője nagyobb, mint az utóbbi érték fele,

$$(11) \qquad R > g(u)r,$$

akkor az egész, körré vált ellipsis az objectiv kerületén belül esik, és így ekkor az (U, V) tengelypontból a pupilla minden pontja kap sugarat. Ezt a (11) alatti egyenlőtlenséget mindenkor fenállónak tekintem, valamint hogy a használatban levő műszerekre nézve tényleg mindig fen is áll, melyek ellenkező esetben, vagyis ha még a tengely menti pontokból sem juttatnának a pupilla minden pontjához sugarakat, szinte a hasznavehetetlenségig fogyatékosak volnának és az ily szerkezet legfeljebb csak akkor volna illetékes, ha elkerülhetetlen volna, a mi pedig épenséggel nem áll.

Most tegyük fel, hogy V-nek értéke o-tól kezdve folyvást növekedik, vagyis egymásután a tárgynak oly pontjait vegyük figyelembe, melyek a csőtengelytől mindegyre távolabb feküsznek. Az ellipsis, melynek centruma a tengelytől folyvást távolodik, egy ideig még az objectiv kerületén belül marad, míg nem

$$R - q = s, \tag{12}$$

a midőn az ellipsis és az objectiv kerülete belülről érintkeznek. Jelölje V-nek ide tartozó értékét V_1. Azalatt, hogy V a kezdő o értéktől V_1 értékig növekedett, folyvást az egész pupillához jutottak sugarak. Mivel pedig V-nek növekedtével φ és φ-nek növekedtével a pq szorzat is folyvást növekedik, ennélfogva $V=o$-tól $V=V_1$-ig a hasznos rész területe folyvást növekedik, minthogy ezen határok között a hasznos részt az ellipsis egész területe szolgáltatja. Azaz o és V_1 közt annál több fénysugár jut a szembe, minél távolabb vagyon az (U, V) pont a tengelytől.

Ezen túl már az ellipsisnek csak egy része képezi a hasznos részt. Legyen az ellipsisnek, a maga síkjához tartozó egyenlete

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1. \tag{13)α}$$

Akkor az objectiv kerületét képező körnek egyenlete

$$x^2 + (s-y)^2 = R^2, \tag{13)β}$$

és így az ellipsis és az objectiv kerület által befogott területek közös részét, tehát a hasznos rész területét

$$T = pq \text{ arc cos } \frac{y}{q} + R^2 \text{ arc cos } \frac{s-y}{R} - sx \tag{13)γ}$$

fejezi ki, s ezen hasznos rész kerületének fő vagyis symmetria tengelye

$$\eta = R + q - s \tag{13)δ}$$

hosszúságú. Hogy most ezen, V_1-en túli V értékekhez tartozó hasznos részek változásaival is megismerkedhessünk, képezzük T-nek φ szerinti differentialquotiensét. A (13)α és (13)β alattiakra való tekintettel találjuk

$$\frac{dT}{d\varphi} = \frac{d(pq)}{d\varphi} \text{ arc cos } \frac{y}{q} + \frac{dx}{d\varphi}(R - s \pm q) - \frac{ds}{d\varphi}x, \tag{14}$$

a hol x mindig positivnak tekintendő, és q-nak a positiv vagy negativ előjel adandó, a szerint, a mint y positiv vagy negativ, míg y pedig positiv vagy negativ, a szerint, a mint a hasznos rész főtengelyének és csúcsponti tengelyének metszéspontja az ellipsis és objectiv kerület centrumai közé, vagy azok közén kivül esik.

Mikor $V = V_1$, tehát mikor fenáll (12) és így az ellipsis és az objectivkerület belsőleg érintkeznek, akkor nyilvánvalólag

$$x = o, \quad y = -q,$$

minélfogva ekkor a (14) alatti kifejezés (12) kapcsán a következővé válik

$$\frac{dT}{d\varphi} = \pi \frac{d(pq)}{d\varphi}.$$

Itt a jobb oldal positiv értékkel bir. Továbbá a (14) által meghatározott

$$\frac{dT}{d\varphi}$$

differentiálquotiens folytonos függvénye φ-nek (és pedig még y-nak o értékénél is, melynél q-nak előjele hirtelen ellenkezőre változik, mert mikor $y = o$, akkor (13)α-ból folyólag

$$\frac{dx}{d\varphi} = o,$$

és így ha nem is q, de q-nak (14)-ben foglalt factora a jelváltozáskor eltünik). Következőleg létezik V-nek bizonyos, a V_1-nél nagyobb értéke V_2, melyen innen T-nek differential quotiense még positiv, és így azalatt, hogy V a V_1 értékén túl bizonyos V_2 értékig növekedik, a hasznos rész is még mindegyre növekedik. Ezen V_2 értéknél maximumot ér el, melyen túl fogy, mert a (10) alatti egyenletnek előbb-utóbb be kell állania, ekkor pedig T eltünik. Itt most az a kérdés merül fel, hogy valjon folyvást tart-e a fogyás a (10) alatti egyenlet beálltáig, vagyis a hasznos rész eltüntéig, vagy nem-e hogy addig még bizonyos számú minimumok és maximumok váltakoznak. Már V-nek azon értékeire vonatkozólag, melyek nagyobbak, mint az

$$y = o, \quad x = p$$

esetnek megfelelő, könnyű tisztába jönni. Ugyanis, ha a hasznos résznek csúcsponti átmérőjét, azt, a mely a kerülék és objectiv kerület két közös pontját köti össze, ξ jelöli, akkor (13)α és (13)β szerint

$$\xi = 2x.$$

Ennek és az η főtengelynek φ szerinti differentialquotiense, ha rövidség kedveért csak a (8) alatti megközelítő kifejezések vétetnek számba,

$$\frac{d\xi}{d\varphi} = -2\frac{s-y}{x}y\cos\varphi,$$

$$\frac{d\eta}{d\varphi} = \frac{q\sin^2\varphi - s}{\sin\varphi\cos\varphi}.$$

Mikor V nagyobb, mint a mondott esetben, vagyis nagyobb azon V_3-nál, a mely az

$$y = o, \quad x = p$$

esethez tartozik, akkor y folyvást positiv. Másrészt $s - y$, x és $\cos\varphi$ mindig positiv. Tehát mialatt V ezen V_3 értéken túl növekedőleg változik, ξ fogy. Hasonlóképen η is fogy, mert a műszer szükségképeni arányai mellett

$$q\sin^2\varphi < s$$

és $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ positivok. Ennélfogva tehát, mialatt $V > V_3$ és nől, a hasznos résznek úgy fő, mint csúcsponti tengelye kisebbedik. Ehhez járul, hogy az ellipsis excentricussága folyvást növekedik. Olyan három adat, melyek kétségen kivül helyezik, hogy V-nek V_3-n túl való növekedésével a hasznos rész folyvást fogy. Hátra van a V_2 és V_3 közti V értékekre vonatkozó változás vizsgálata. V-nek V_1 és V_3 közötti értékeire nézve a (14) alatti kifejezésben y negativ, és így q-nak negativ előjele jő tekintetbe. Ekként maximum vagy minimum szükséges feltételét a V_2 és V_3 közötti V értékekre nézve

$$\frac{d(pq)}{d\varphi}\operatorname{arc\,cos}\left(-\sqrt{1-\frac{x^2}{p^2}}\right) + \frac{dx}{d\varphi}(s+q-R) - \frac{ds}{d\varphi}x = o$$

egyenlet képezi (T differentialquotiensének folytonosságánál fogva a végtelenség esete ki van zárva). Ezen egyenletben x-hez a (13)α és (13)β egyenletekből y eliminatiója által kikerülő positiv érték tartozik. Hogy az egész V_2 és V_3 közti értékfolyamban csak egy gyöke akadhat, annak belátásához legrövidebb úton függvénytani megfontolások vezetnek, mi mellett figyelembe veendő, hogy a baloldal a V_2 és V_3 közti értékekre nézve egyértelműleg vagyon definiálva. Tehát mialatt V a maximumos V_2 értéken túl növekedik, azalatt a hasznos rész területe folyton fogy.

Az eddigi eredmények közetkezőleg foglalhatók össze:

A hasznos részt az objectiv kerülete s egy ellipsis által befogott területek közös része teszi. Az ellipsis kis és nagy tengelyének fele s centrumának a csőtengelytől való távolsága a (6) és (7), nagy megközelítéssel a (8) alatti kifejezések által van meghatározva, nagy tengelye a csőtengely felé irányul. Mialatt szemünket a látótérnek valamely tetszőleges küllőjén, annak külső végpontjától a belsőig, vagyis a látótér kerületétől annak centrumáig végig jártatjuk, az alatt a hasznos részt képező közös terület egy ideig növekedik, majd maximumot ér el, és ezt eléri, még mielőtt az egész ellipsis az objectiv belsejébe esnék, tehát még mielőtt a pupilla minden pontjához jutnának sugarak. Ezen túl folyvást fogy a hasznos rész, s ezen fogyása közben áll be azon pillanat, melyben az ellipsis egészen az objectiv kerületének belsejébe csúszik, minekutánna folyvást annak belsejében is marad. Az ellipsis teljes területe folyvást fogy, és centruma folyvást közeledik az objectiv kerület centrumához. Végül, midőn a látótér centruma képezi a fixatio pontot, a kerülék excentricusságának, mely szintén folyvást fogy, eltünésével az objectiv kerületével concentricus köröcskévé fajul.

A mi most a fixationak megfelelő látótér nagyságát illeti, annak megitélése végett a hasznos rész azon nagyságának ismerete szükséges, mely elég arra, hogy a fixatio pont látható legyen. Erre nézve a tapasztalathoz kelle folyamodnom. Különböző méretek szerint készült Galilei-féle látócsövek objectivjeinek külső felületét finom túsréteggel vontam be, mely igen intensiv fényből sem bocsátott át annyit, a mennyi fényérzet keltésére elégséges. Ezután egészen közel az üveg keretéhez hegyes tű fokával mintegy 0,5 milliméternyi keskenységű gyürűt karczoltam ki a kemény túsrétegből. Hogy szemem forgási centruma a cső opticai tengelyében legyen, ezt úgy értem el, hogy a szilárd helyzetű cső előtt szememet oly helyzetbe juttatám, miként az egész gyürű, mint mindenütt egyenlően világos keret jelent meg előttem. Ekkor úgy a szemem forgási centruma, mint pupillájának centruma a cső tengelyében feküdt. Most szememet a virtualis kép távolához accomodálva, a gyürűn többször egymásután végig jártattam. A kellőleg megvilágított tárgyból mindig láthattam vékony gyürűs területű részt.

Ezen észleletek azt mutatják, hogy azon hasznos résznek főtengelye, mely még elégséges fixatio pont látásához, az objectiv félátmérőjéhez képest mindig igen kicsiny, minélfogva a (10) alatti egyenlet, mely $T = o$, illetőleg $\eta = o$-nak, vagyis azon fixatio pontnak felel meg, melyből csak egy sugár éri a szemet, csakis számba vételre nem érdemes különbözettel nagyobb Φ értéket szolgáltat, mint a mekkora a látótért tényleg megilleti. Ez a (10) alatti egyenlet, a (8) alatti megközelítő értékekre és a (9) alatti kifejezésre való tekintettel, részletesebben kiirva a következő:

$$(15)\quad g(-a)\,g(u)\frac{ua}{u+a}\operatorname{tg}\Phi = g(u)r\sqrt{1+\left[g(u)\frac{u}{u+a}\operatorname{tg}\Phi\right]^2}+R,$$

a mely egyenletben a gyökkifejezésnek mindenkor csak pósitiv értéke lévén számításba vonandó, vele tg Φ értéke egyértelműleg vagyon meghatározva. Megközelítőleg

$$\operatorname{tg}\Phi = \frac{u+a}{g(u)u}\cdot\frac{R+g(u)r}{g(-a)a}$$

A mondottak alapján a látható fixatiopontok által definiált fél látószöget a (15) alatti egyenlet kellő szabatossággal határozza meg.

Miként már említettem, Bohn méréseinek ismertetéséből kitetszőleg, ezek a fixatiós látótérre vonatkoztak. Ennélfogva az a távolság értéke gyanánt közepes 15 mm. használva, összehasonlítottam a (15) alatti egyenletet Bohn táblázatával, és azzal tökéletesen összhangzónak találtam, mely körülmény egyrészt jelzett észleleteim helyessége mellett tanuskodik, és másrészt ezekkel párhuzamosan bizonyítja, hogy a hasznos résznek még elégséges nagysága az objectiv méreteihez képest igen kicsiny.

3. Most a mozdulatlan szemtartás esetét tárgyalom. Midőn úgy a forgási centrum, mint a pupilla centruma a cső opticai tengelyé-

ben fekszik és folyvást is abban vesztegel, ugyanazzal az eljárással, a melyet az előbbeni czikkben alkalmaztam, azt találom, hogy

az (U, V) tárgyi ponthoz tartozó hasznos részt az objectiv kerülete és egy oly kör által befogott területek közös része teszi, melynek félátmérője, illetőleg centrumának a csőtengelytől való távolsága

$$(16)\qquad \begin{cases} p = g(u)\dfrac{ur}{u+a-b}, \\ s + g(u)\, g(b-a)\dfrac{(a-b)\,u}{u+a-b}\operatorname{tg}\Phi, \end{cases}$$

és így nagy megközelítéssel

$$(17)\qquad p = g(u) r, \qquad s = g(u)\, g(b-a)\,(a-b)\operatorname{tg}\Phi.$$

Ekkor aztán természetesen csak tengelymenti pontok képezhetnek fixatiopontot s a tárgy többi pontjai mindenkor csupán mellékpontokul szerepelnek.

Minthogy az objectiv félátmérője (11) szerint mindenkor nagyobb, mint p-nek (17) alatti értéke, ennélfogva jelen esetben

a tengelytáji pontokhoz egyenlő nagyságú hasznos rész tartozik, melyet a (16), nagy megközelítéssel a (17) alatti p értékű félátmérővel biró kör egész területe képez, s így bizonyos V értékig a hasznos rész állandóan ugyanazon nagyságú, ezen túl pedig formuláink szerint annál kisebb, minél távolabb van a (V, U) tárgyi pont a tengelytől, vagyis minél nagyobb V, míg bizonyos nagyságú V értéknél teljesen elenyészik, s azon túl már nem jut sugár a szembe.

Azon V értéken túl, melynél körünk az objectiv kerületével belülről érintkezik, a két kör által befogott terület közös része képezi a hasznos részt, és ezen hasznos rész kerületének főátmérője, vagyis symmetria tengelye (17) szerint

$$(18)\qquad \eta = R + g(\mathrm{u})\,[r - g(b-a)\,(a-b)\operatorname{tg}\Phi].$$

A mely pontokból csak egy sugár jut a szembe, azokra nézve $\eta = o$, tehát ezeket a pontokat

$$(19) \qquad \operatorname{tg} \Phi = \frac{R + g(u)r}{g(u)\, g(b-a)\,(a-b)}$$

kifejezés határozza meg. Ha ebben

$$a - b = o$$

irjuk, miáltal aztán

$$g(b-a)\,(a-b) = h$$

leszen, akkor azon formulához jutunk, melylyel és melynek additiv részeivel Bohn a maga kisérleti adatait összehasonlította,

$$* \qquad \operatorname{tg} \Phi = \frac{R}{g(u)h} + \frac{r}{h}$$

formulához. Ennek teljes értéke azt a látóteret jelöli meg, illetőleg mivel (19)-ben $a = b$ irtuk, közelíti meg, melyhez mindazon pontok tartoznak, melyekből egyátalán sugár jut a szembe. Ezen * formula első tagja a Lubimoff által is definiált látótérre, második tagja az Euler-félére vonatkozik, tehát $r = o$ által a Lubimoff-félébe, $R = o$ által pedig az Euler-félébe megy át. Bohn mérései szerint a teljes formula tetemesen nagyobb, annak Euler-féle része tetemesen kisebb értéket képviselne, mint kellene és legközelebb járna a valósághoz a Lubimoff-féle rész, mely azonban átlagával szintén jóval nagyobb, sem mint hogy a mérésekkel megegyezőnek volna tekinthető. Azonban, mint már két izben említettem, ezen mérések leirása arra készt következtetni, hogy Bohn nem nyugodt szemtartással, hanem fixatioval észlelte a látótért, minélfogva az észleleteivel való közvetetlen összehasonlítás voltaképen csak az előbbi czikkben tárgyaltaknál volt helyén, mely a fixatiora vonatkozott és mely valóban teljesen kielégítőleg megegyezik azon mérések eredményével. Minthogy ezen esetben is csak a tapasztalás dönthet, erre nézve is a kisérlethez fordultam és ugyanazon észleleti módot alkalmaztam, mint a fixatiora vonatkozólag. Az eredmény itt is ugyanaz, mint amott volt, a még elégséges nagyságú hasznos rész főátmérője az objectiv félátmérőjéhez képest számba vételre nem érdemes mértékben kicsiny. Ennélfogva kimondható, hogy a centrális nyugodt szemállásnak megfelelő látószöget a (19) alatti kifejezés kellő szabatossággal határozza meg.

II.

A kettős cső hibái és hármas decentrálás alkalmazása e hibák reductiójára.

A kettős cső használata egy igen jelentékeny hátrányossággal jár, melynek jellemzésére legalkalmasabb a Helmholtz által bevezetett stereoscopi parallaxis vagy stereoscopi különbség fogalma.[1]) Hogy a két különböző szemhez tartozó két kép identicus pontjai fedjék egymást, e végből a két szemtekével más nagyságú horizontál forgást kell közölni, mint a természetes nézésnél. A krystálylencsék accomodatiójának és a szemtekék elhelyezkedésének megszokott összműködésében zavar áll be, mert a szemtekéket távolabbi pontra vonatkozólag kell beigazítani, mint a minőre az accomodatio vonatkozik és ezen szokatlan szervi működést igen kellemetlen érzés kiséri, a szemek fájdalmas erőltetésének érzete.

Most majd mindenekelőtt a stereoscopi különbség nagyságának és a szemek erőltetésének formuláit fogom felállítani, aztán megmutatni, hogy ezen hátrányosságból szükségképen más kettő származik. Az egyik abban áll, hogy ösztönszerűleg nem a tiszta látótávolra, hanem jóval nagyobbra állítjuk be a műszert. A másik abban, hogy a látótér nagysága is szenved.

Végül egy hármas decentratio esetét fogom tárgyalni, mely majd lehetővé teszi, hogy ezek a hibák segéd üvegek alkalmazása nélkül, milyenekül pl. egy prismapárt szokás használni, teljesen kiküszöbölődjenek a nélkül, hogy valamely új fogyatkozás lépjen helyükbe.

1. Feltéve, hogy a rendszer centricus, tehát a lencsék főpontjai valamint a szemteke forgási centruma mind két csőnél egy-egy egyenesbe esik, a cső optikai tengelyébe, és feltéve, hogy a két optikai tengely párhuzamos, számítsuk ki a stereoscopi különbséget a tárgynak azon pontjaira vonatkozólag, melyek a két cső opticai tengelye által meghatározott síkban feküsznek. Könnyű belátni, hogy minden más pontra nézve ugyanez a stereoscopi különbség.

A mondott sík a tárgysíkot egy egyenesben metszi: egy ezen

---

[1]) Handbuch der physl. Optik. 1867.

egyenesben fekvő tetszőleges tárgyi pontnak a két opticai tengelytől való távolsága legyen V_1 illetőleg V_2. Ha az opticai tengelyeknek egymástól való távolsága $2c$, akkor V_1 és V_2 különbsége nyilvánvalólag $2c$ és így $V_2 > V_1$ tételeztetvén fel

$$(20)\alpha \qquad V_2 = V_1 + 2c.$$

Az (5) alatti formula szerint a V_1 és V_2-hez tartozó v_1 és v_2 értéket

$$(20)\beta \qquad v_1 = g(u)\frac{u}{U}V_1, \quad v_2 = g(u)\frac{u}{U}V_2$$

kifejezések képviselik, melyekben v_1 és v_2 identicus képi pontoknak a két különböző opticai tengelytől mért távolaik. Vonatkoztassuk mindkettőt ugyanazon egy coordináta tengelyre, még pedig arra, a mely a két opticai tengely közét ezekkel párhuzamosan felezi és ezen új tengelyre vonatkozólag legyenek v_1' és v_2' a távolságok. Akkor aztán

$$(20)\gamma \qquad v_1' = v_1 + c, \quad v_2' = v_2 + c.$$

A két v_1' és v_2' távolság nem egyenlők egymással, azaz a tárgyi pontnak két képe nem fedi egymást és egymástól való távolságuk, $v_1' - v_2'$ teszi a stereoscopi különbséget, melyet jelöljön $2k$. A (20)α, (20)β, (20)γ-ra való tekintettel

$$(21) \qquad 2k = \left[1 - g(u)\frac{u}{U}\right]2c.$$

Ez a stereoscopi különbség kifejezése.

A végből, hogy a két virtuális kép két-két identicus pontjának a reczehártyákon megjelenő reális képei ugyancsak a reczehártyáknak is identicus pontjaira essenek, a fixatio vonaloknak más irányt kelle vállalniok, mint a minővel birnának akkor, ha a két fixatio pont közt nem volna stereoscopi eltérés. Még pedig a fixatio vonalok tényleges iránya olyan, mely rendes nézésénél egy távolabbi pontot illetne meg. Legyen w_1 az a szög, melyet az egyik szemnek fixatio vonala képez azzal a fixatiovonallal, a mely a fixatio pontot a maga látszólagos helyzetében természetes nézés esetén illetné meg. Tehát w_1 nem egyéb, mint a fixatio vonalnak a maga természetes irányától való elhajlása. A másik szemre nézve jelölje w_2 a fixatio vonal enemű elhajlását. Vonatkoztassuk a virtualis kép síkjának pontjait poláris coordinátákra, melyeknek alapvonala a két cső opticai tengelyén átfektetett síknak a képsíkkal való metszésvonala, sarkpontja pedig a kellőleg egyesített képek centruma. Még pedig a radius vectort jelölje ϱ a szögcoordinátát Θ. Akkor w_1, illetőleg w_2 számára a következő kifejezéseink vannak:

$$(22)\quad \begin{cases} \operatorname{tg} w_1 = \dfrac{k\sqrt{(u+a)^2+\varrho^2\sin^2\Theta}}{(c-\varrho\cos\Theta)^2-k(c-\varrho\cos\Theta)+(u+a)^2+\varrho^2\sin^2\Theta}, \\ \operatorname{tg} w_2 = \dfrac{k\sqrt{(u+a)^2+\varrho^2\sin^2\Theta}}{(c+\varrho\cos\Theta)^2-k(c+\varrho\cos\Theta)+(u+a)^2+\varrho^2\sin^2\Theta}. \end{cases}$$

A fixatio vonaloknak a maguk természetes irányától való eltérítése a szemek erőltetésével jár, és a mennyiben ezen erőltetésből származó kelletlen érzés annál nagyobb, minél nagyobb a fixatio vonalnak tényleges és természetes iránya által befogott szög, a (22) alatti kifejezések, mint a szemeknek a látótér tetszőleges (ϱ, Θ) pontjához tartozó erőltetésének formulái jöhetnek tekintetbe.

Ha a fixatiónak megfelelő virtualis kép területét, azt, a mely a kettős csőben a stereoscopi különbség legyőzése, tehát az identicus pontok fedezkedése után jelenik meg a két szem előtt, τ-val jelöljük, és w_1 vagy w_2 értékét w képviseli, úgy az egyes szemeknek az egész fixatiós látótérhez tartozó átlagos erőltetését

$$(23)\alpha \qquad E = \frac{1}{\tau}\int w d\tau$$

kifejezés határozza meg, melyben az integratio az egész τ látóterületre kiterjesztendő.

Erre a τ területre vonatkozólag meg kell jegyeznem, hogy ez nem egészen azonos az egyes szemekhez tartozó látóterületekkel, hanem valamivel, noha igen csekélylyel, nagyobb azoknál, de olyképen, hogy a τ területnek csak egy részét látja mindkét szem és egy részét csak a bal, egy részét csak a jobb szem láthatja. Az a rész, a melyet mind két szem lát, ugyan annyival kisebb egy-egy szem teljes látóterénél, a mennyivel az összes látótér nagyobb. Ugyanis a két szem nem egészen ugyanazt a tárgyat látja, minthogy a két tárgyi látótér centruma $2c$ távolságban vagyon egymástól, úgy hogy az a két kör, melyek egyike az egyik, másika a másik szem tárgyi látóterének kerületét képezi, nem concentricus körök, hanem metszik egymást és ugyanazon arányban metszik egymást a virtualis képek kerületei is, minek utánna t. i. ezen virtualis képek stereoscopi különbsége a szemek kellőleges beigazításával legyőzetett és identicus pontjaiknak fedezkedése eléretett. Még pedig, ha egy-egy szem látóterületének nagysága a virtualis képen τ_0, míg a binoculárius látótér nagysága, vagyis azé, a mely a két szem által közösen látható τ', úgy

$$\tau' = \left(1 - \frac{\psi + \sin\psi}{\pi}\right)\tau_0$$

a hol ψ-nek meghatározására

$$\sin\frac{\psi}{2} = \frac{c}{U}\cos\Phi$$

szolgál, míg itt Φ a fixatiós látótérhez tartozó fél látószöget jelenti. Ellenben τ értékében azon részek is benfoglaltatván, a melyek csak egy-egy szem által láthatók,

$$\tau = \left(1 + \frac{\psi + \sin\psi}{\pi}\right)\tau_0,$$

a hol ψ-nek az értéke ugyanaz, mint az előbbeni kifejezésben. De, mihelyt a tárgynak az objectivektől való távolsága legalább is azon minimalis nagysággal bir, melynél a műszer czélja kezdődik, már $U \operatorname{tg}\Phi$ oly nagy c értékéhez képest, hogy igen nagy megközelítéssel

$$\tau = \tau' = \tau_0,$$

minélfogva a (23)α alatti integratio τ helyett igen nagy megközelítéssel τ_0-ra terjeszthető ki. Minthogy a τ_0 körterület félátmérője $u \operatorname{tg}\varphi$, ha (9)-re való tekintettel

$$(23)\beta \qquad \varrho_0 = g(u)\frac{u^2}{u+a}\operatorname{tg}\Phi$$

irjuk, úgy mindezek alapján igen nagy megközelítéssel

$$(23)'\beta \qquad E = \frac{1}{\varrho_0^2\pi}\int_0^{\varrho_0}\int_0^{2\pi} w\varrho\, d\varrho\, d\Theta,$$

a hol mint előbb, w a (22) alatti w_1 és w_2 értékek bármelyikét jelenti.

Félreértés elkerülése végett hangsúlyozom, hogy w_1, w_2 és E üggvények alatt, midőn ezeket a szemek erőltetésének kifejezései gyanánt tekintem, nem akarok egyebet érteni, mint a mit tényleg képviselnek, oly függvényeket, melyek értékének és a szemek erőltetésének nagysága együttesen növekednek vagy fogynak. Tehát attól, hogy az erőltetés a virtuális látótér tetszőleges (ϱ, Θ) pontjára vagy átlagosan az egész látótérre vonatkozólag a w_1, w_2 és E függvényekkel mily törvény szerint van összerendelve, egészen eltekintek. Ugyanis e függvényeknek abból az egyetlen tulajdonságából, melylyel a szemek erőltetésének növekedése vagy fogyására következtetni engednek, számot tevő itéletek alkotásához fogok jutni.

2. A szemeknek a stereoscopi különbségből származó erőltetését csökkenteni, két természetes mód kinálkozik, melyek mindegyikét mindenki ösztönszerűleg a lehetőségig ki is aknázza, a melyekkel azonban a nélkül, hogy kielégítőleg czélhoz juttatnának, más két hátrányosság áll okozati kapcsolatban.

Ugyanazon észlelőnél, ugyanoly U távolságú tárgyra nézve és ugyanazon müszer mellett, E a következő mennyiségekkel változik:

$$h,\ u,\ \Phi,\ a,\ r$$

és w_1 vagy w_2 ugyanazon $(\varrho,\ \Theta)$ pontra vonatkozólag a következőkkel:

$$h,\ u,\ a.$$

Ezek azonban részint a (15) alatti, részint az (1) alatti relatiok alapján a következőkre reducálódnak;

$$h,\ a,\ r$$

illetőleg

$$h,\ a.$$

Mindannyian oly mennyiségek, melyeknek változtatása bizonyos határok közt az észlelőtől függ.

Könnyen meggyőződhetni a felől, hogy a következő differentialquotiensek

$$\frac{du}{dh},\ \frac{dw}{da},\ \frac{dE}{dh},\ \frac{dE}{da}$$

mindig negativ értékűek. Ekként, a szemek erőltetése úgy az egyes fixatio pontokra, mint átlagosan a mindenkori látótér egészére vonatkozólag, a cső elméleti hosszának nagyobbításával, valamint a szemeknek az oculároktól való távolításával csökkenik.

Minthogy h növesztése csökkenti az erőlködést, a cső hosszát az észlelő lehetőleg nagygyá növeszteni iparkodik és növeszti anynyira, a mennyire csak ez a kép türhető tisztasági fokának elveszése nélkül lehetséges. Ekkor már a kép az észlelőnek tiszta látó távolságán jóval túl esik, mert h-nak növekedésével a kép távolt képviselő u érték gyorsan növekedik. Ugyanis h-nak növekedését $\triangle h$-val és u-nak megfelelő változását $\triangle u$-val jelölvén, (1)-ből folyólag

(24) $$\triangle u = \frac{(u-f)\,(u+\triangle u-f)}{f^2}\,\triangle h.$$

Ha most u a tiszta látótávolságot és $\triangle h$ a cső hosszának a stereoscopi különbség csökkentése végett eszközölt megnagyobbítását jelenti, úgy $\triangle u$ értéke, legalább normális szemre vonatkozólag, mindig nagy számot tesz, mert u az f-hez képest mindig nagy, emennek 5—10-szerese, úgy, hogy már nehány milliméternyi $\triangle h$ is u-nak értékén igen jelentékeny változást okoz.

Erről a hátrányról is könnyű kisérletileg meggyőződést szerezni. Ha csak az egyik csőn át nézünk valamely tárgy felé, és ekkor a műszert tiszta látótávolságunkra beigazítjuk, úgy, hogy a kép lehető tisztán jelenjék meg előttünk, azután mindkét szemünkkel egyidejűleg nézzük a két csövön át ugyanazt a tárgyat, önkénytelenül meghosszabbítjuk a csöveket, még pedig annyira, a mennyire ez a képnek zavaros elmosódása nélkül lehetséges. Ha most ismét csak egyik szemünkkel tekintünk az egyik csővön át a tárgy felé, oly kevéssé kielégítőnek fogjuk találni a kép tisztaságát, hogy szinte kényszerítve érezzük magunkat a cső hosszának visszaigazítására.

A cső hosszának növesztése egy más hiányosságot is okoz. Ugyanis (15)-től folyólag a

$$\frac{d\Phi}{dh}$$

differentiálquotiens mindig negativ értékű, tehát a cső hosszának növelése a látószög csökkentésével jár. Erről is könnyen szerezhető tapasztalati meggyőződés.

Mint látók, a-nak növelése is gyengíti az erőltetést. Ez azonkivül a kép tisztaságának is előnyére van. Ennélfogva szemünket nem hogy szorosan az oculár közelében tartanók, sőt attól telhetőleg távol tartjuk. Olyan egyének, a kiknek különösen érzékeny szemeik vannak, a-nak szükséges hosszúságát egy-két centiméternyivel is meg szokták toldani, hogy csak a stereoscopi eltérés fájdalmas hatását enyhítsék. De (15) szerint a

$$\frac{d\Phi}{da}$$

differentiálquotiens is mindig negativ. Tehát a látóterület az a-nak növelésével is szenved. Másrészt pedig a-nak azon korlátolt növelése, melylyel a látótér még túlságos kicsinynyé nem válik, épenséggel nem pótolja azt a veszteséget, melyet h-nak imént jelzett megnagyobbításánál fogva szenved a kép tisztasága.

A mi végre a pupilla félátmérőjét r-et illeti, ettől csupán az átlagos erőltetés értéke E függ, és pedig csak annyiban, a menynyiben az integrál határvonalát, vagyis a látótér kerületét befolyásolja. Eltekintve h és α-nak befolyásától, nyilvánvaló, hogy r-nek az átlagos erőltetés enyhítését czélzó változtatása is a látótér kisebbítésével járna.

3. Most áttérek a decentratio esetének tárgyalására.

Már 1861-ben észre vette Giraud-Teulon, franczia physiolog, hogy az oculárok decentrálása lehetővé teszi a stereoscopi különbség eliminálását.[1])

Azonban, ha a decentrálás csak az oculárokra vonatkozik, tehát csupán abban áll, hogy az oculárok opticai tengelyei beljebb feküsznek, mint az objectivek opticai tengelyei, más két fogyatkozás köszönt be. Az egyik a műszer előállításának körülményességében áll, a másik pedig abban gyökeredzik, hogy a binoculár látótér szerfölött megkisebbedik, vagyis azon τ' területrész, melyről szólva láttuk, hogy a centrális rendszernél igen keveset különbözik az egy-egy szemhez tartozó τ_0 látóterülettől, ezen Teulon-féle decentrálás esetében jóval kisebb, mint τ_0, miként majd a következendő tárgyalás folyamán ki fog derülni. Giraud-Teulon a decentrálás elméletét nem közli és nem is említi, hogy azt kidolgozta volna, a mi ugyan a látótérnek szabatos meghatározása nélkül nem is volt eszközölhető. Javaslata féloldalú maradt, és tán épen azért feledésbe is ment.

Mindenekelőtt a lineáris decentrálás elméletét fogom előterjeszteni és aztán az elmélet alapján módját ejteni annak, hogy míg egyrészt a stereoscopi különbség és az előbbiekben kimutatott két következménye, úgy mint a képnek túlságos távoltolódása és a látótér megkisebbedése elkerültessék, addig másrészt a két most jelzett baj is elmellőztessék, úgy mint az előállítás nehézsége és a binoculáris és teljes látótér arányának leszállása.

A közönséges objectivek helyébe olyanok lépnek, melyeknek optikai tengelyük kerületük centrumán kivül esik. Ezek már meglévő achromaticus közönséges planconvex lencsékből leköszörülés ál-

---

[1]) Comptes rendus LII. 1861.

tal nyerhetők, de közvetetlenül is minden nehézség nélkül előállíthatók. Az ilyen objectiveket excentricusoknak fogom nevezni, tehát itt az excentricus jelző csak a lencseszegélynek az opticai tengelyen kivül fekvő centrumára vonatkozik, nem pedig a törő felületek viszonyára, melyek, úgy mint az achromaticus összetétel egyik tagjának convex és concav felülete és másik tagjának convex felülete, görbülési centrumaikat szokás szerint egy egyenesbe ejtik, mely egyenesre a sík felület meg merőleges.

Jelöljük egy ilyen excentricus objectiv opticai tengelyét A-val, geometriai tengelyét, vagyis azt, a mely kerületének csentrumán az A opticai tengelylyel párhuzamosan halad át B-vel. Egy egészen közönséges oculár opticai tengelyét jelölje C, s azon egyenes, mely a szemteke forgási centrumán A-val párhuzamosan halad át legyen D-vel jelölve. Ez utóbbit röviden a szem tengelyének fogom nevezni. Mind a négy tengelyről felteszem, hogy párhuzamosak és azon kivül egy síkban is feküsznek, de, hogy általában véve egyik sem esik össze egy másikkal. Sorrend szerint a B, C, D tengelyeknek az A tengelytől egy irányfelé számított positiv távolságaik legyenek.

$$O_v, \quad O_r, \quad O_s,$$

mely jelek könnyebb emlékezetben tartás végett az objectiv, oculár, oculus szók kezdő és végbetűikből állanak. Vectorok ezek, melyeknek negativ érték ellenkező oldal felé való irányulását fogja jelenteni. Ezen vectoroknak általában véve o-tól való különbözőségében áll a hármas decentrálás, melyet azért nevezek linearis decentrálásnak, minthogy conplanaris vectorokra vonatkozik.

A mi most a kettős cső decentrálásának viszonyát illeti, felteszem, hogy a decentrálás síkjai összeesnek, hogy a decentrálás vectorai számértékre nézve egyenlők és a kettős cső symmetria tengelyére való vonatkozásban a két rendbeli decentrálás symmetrice van elosztva. Ha tehát az egyik cső decentráló vectorait accentusos O betük, a másikéit accentus nélküliek jelölik, úgy az O és O' vectorok mindannyian conplanarok, továbbá

$$-O_v = O'_v, \quad -O_r = O'_r, \quad -O_s = O'_s.$$

Most a stereoscopi különbséget, melynek jelölésére, mint előbb $2k$ szolgáljon,

$$(25)a \qquad 2k = \left[1 - g(u)\frac{u}{U}\right] 2c - \frac{u}{f}\, 2O_r$$

kifejezés képviseli, a melyben $2c$ a két objectiv opticai tengelyének A és A'-nak egymástól való távolsága, és O_r az objectiv A tengelyétől az A' tengelylyel ellenkező oldal felé számított vectort jelent, a többi betük régi jelentésükkel birnak. Miként már előre is látható volt, a stereoscopi eltérésre az objectiv excentricussága és a szemek tengelyeinek decentrálása nem gyakorol befolyást, — a $(25)\alpha$ alatti formula az O_v és O_s vectoroktól független.

Minthogy a stereoscopi különbség eltünését az O_r vector olyan megválasztása eszközli, melynél $k = o$ ekként; e végből

$$(25)\beta \qquad O_r = \left[1 - g(u)\,\frac{u}{U}\right]\frac{f}{u}\,c$$

tartozik lenni. Mivel pedig (1)-ből folyólag, mely itt is érvényes,

$$g(u)\,\frac{u}{U} = \frac{u-f}{U-F}\,\frac{F}{f},$$

így O_r kivánatos értéke az u képtávolon kivül, mely állandó lehet, lényegesen függ a változó U tárgytávolságtól is. Azonban, mint már más helyen is megjegyeztem, azon U távolság, melynél a műszer czélja kezdődik, oly nagy, hogy nagy megközelítéssel

$$1 - g(u)\,\frac{u}{U}$$

helyébe maga az egység irható. Ha tehát egyszermindenkorra

$$(25)\gamma \qquad O_r = \frac{f}{u}\,c$$

szabja meg O_r értékét, a mely kifejezés egész szigorúsággal csak végtelen távoli tárgyra vonatkozólag tüntetné el a stereoscopi különbséget, ez utóbbi mégis minden oly távolságra nézve észrevehetetlenül csekély, a melynél a műszer használata egyáltalában indokolt. Már pedig ha u alatt az észlelőnek tiszta látótávolságát értjük, $(25)\gamma$-nek jobb oldala elég kicsiny arra, hogy az O_r decentrálás gyakorlatilag megvalósítható legyen. Mivel azonban O_r értéke egy bizonyos látótávolsághoz képest véglegesen megszabandó, ugyanazon egy műszer nem mindenkinek a szeméhez fog hozzá illeni. De különböző tiszta látótávolságú egyéneknek máskülönben is különböző méretek szerint készült műszereket kell használniok, és így ezen hátrányos körülmény nem új fogyatékosság, melyet talán csakis az O_r decentrálás okozott volna.

Az a kérdés merül itt most fel, hogy nem-e káros arányban áll a binoculár látótér, vagyis a két szem látóterének közös része a monoculár látótérhez, továbbá, hogy vajjon a decentrálás nem módosítja-e hátrányosan már maguknak a monoculár látótereknek a nagyságát is. Ha pedig úgy volna, miként használható a másik két decentrálás a hiba elmellőzésére.

Ha úgy mint előbb, egy-egy szem látóterének nagysága τ_0 és a közös látótér nagysága, vagyis a binoculár látótér τ', akkor most kissé hosszadalmas geometriai szemlélődésből folyólag τ_0 és τ' közt ez a relatio áll fenn:

$$(26)\alpha \begin{cases} \tau' = \left(1 - \dfrac{\psi + \sin\psi}{\pi}\right)\tau_0 , \\ \sin\dfrac{\psi}{2} = \left[\dfrac{O_s}{g(-a)a} + \dfrac{O_r}{g(-a)f} - \dfrac{u+a}{g(u)u}\,\dfrac{O_v}{g(-a)a} + \dfrac{c}{U}\right]\cos\Phi , \end{cases}$$

a hol Φ a még később meghatározandó látószög felét jelenti, vonatkoztatva úgy, mint eddigelé az objectiv első főpontja és opticai tengelyére. A tárgy U távolságának nagyságánál fogva ψ kifejezésében a jobb oldal utolsó tagja itt is számba vételre nem érdemes keveset számít. Azonban a többi tagok számba veendők. A Giraud-Teuton-féle javaslat csak az oculár decentrálására vonatkozott, tehát e szerint a javaslat szerint

$$O_s = o\,,\quad O_v = o$$

volna, és ekkor ψ-nek értéke mindig oly tetemes, hogy ennek következtében τ' a τ_0-nak csak kicsinykis részét teszi ki, holott mi még két vector felett rendelkezünk szabadon, u. m. O_s és O_v fölött a végből, hogy ψ-nek értékét elnyomjuk, és ezáltal τ' értékét τ_0-é teljes közelébe emeljük.

Ezen vectorok közül az egyiket, O_v vectort úgy választom, hogy a csőveknek a szokott kényelmes szerkezet legyen adható, vagyis, hogy az objectivek geometriai tengelyei, B és B' összeessenek a megfelelő oculárok tengelyeivel, a mit

$$O_v = O_r$$

tehát (25)γ-re való tekintettel

$$(26)\beta \qquad O_v = \frac{f}{u}\,c$$

tevése által érek el.

Már most beirva (26)α-ba O_r és O_v helyett fenti értékeiket, és egyszersmind a

$$\frac{c}{U}\cos\Phi$$

tagot kicsinységénél fogva törölve, azt találjuk, hogy a ψ-nek eltünése, tehát τ'-nak τ_0-nyira való megnövesztése végett

$$(26)\gamma \qquad O_s = \left[\frac{u+a}{u}\;\frac{f}{g(u)a} - 1\right]\frac{a}{u}c$$

tartozik lenni. Ennek a követelménynek szintén gyakorlatilag is eleget tehetünk, mert O_s-nak emez értéke a gyakorlati megvalósításra elég kicsiny. Igaz ugyan, hogy O_s nagysága is lényegesen függ a tárgy távolságától, mert

$$g(u) = \frac{u-f}{u}\;\frac{U}{U-F}\;\frac{F}{f}.$$

De ez a függés ismét észrevehetetlenül csekély változásokkal kapcsolatos, legalább a gyakorlatban tényleg érvényesülő U távolságok határai közt, melyekre való tekintettel számot tevő hiba nélkül

$$g(u) = \frac{u-f}{u}\;\frac{F}{f}$$

tehető, azaz $g(u)$-nak minden tárgy távolsággal szemben a végtelen távoli tárgyhoz tartozó látszólagos nagyítás értéke tulajdonítható.

Ekként a hármas decentrálás által úgy a stereoscopi különbség, mint a binoculár látótér aránylagos csökkenése ki vagyon küszöbölve. Hátra van még annak a megvizsgálása, hogy vajjon a decentrálás nem csökkenti-e az egyes szemeknek megfelelő és most már egy binoculár látótérré teljesen összeolvadó látóterek nagyságát.

Erre vonatkozólag legyen elég a látótérnek a decentratio síkjába eső átmérőjét, illetőleg a decentratio síkjába eső látószöget meghatározni, a mennyiben főkép ennek a megváltozása érdemel figyelmet.

Fixatiós látótérre vonatkozólag a (8) alattival analog kifejezéseink a következők:

$$(27)\left\{\begin{aligned} p &= g(u)r\,, \qquad q = g(u)\,\frac{r}{\cos\varphi}\,, \\ s &= O_v + \frac{h}{f}\,O_r - \frac{h+f}{f}\,O_s - g(-a)a\,\mathrm{tg}\,\varphi\,. \end{aligned}\right.$$

Ezen értékek képezik sorrendjük szerint azon ellipsis kis és nagy fél tengelyét és az objectiv geometriai tengelyétől számított centrumtávolát, a melynek az objectiv kerületével való metszése határozza meg a hasznos részt, azonban csak a decentrálás síkjára vonatkozólag. A φ szög itt az objectiv geometriai tengelyével s a fixatio vonallal zárt szöget jelenti. A φ-hez tartozó fél látószög kifejezése pedig

$$(28) \qquad \operatorname{tg} \Phi = \left[\frac{O_s}{u} - \frac{O_r}{f} - \frac{u+a}{u} \operatorname{tg} \varphi\right] \frac{1}{g(u)}.$$

A látótért meghatározó Φ szöget itt is az a φ érték szolgáltatja, melynél csak egy sugár jut a szembe, tehát az, melyet

$$(29) \qquad q + R = \pm s$$

egyenlet ád ki, melyben s-nek positiv vagy negativ előjel adandó, a szerint, a mint értéke positivnek vagy negativnek üt ki: a látótér horizontál átmérőjének egyik végpontját a positiv, a másikat a negativ előjel illeti meg. Betéve ide q és s-nek (27) alatti és aztán $\operatorname{tg} \varphi$-nek (28) szerinti értékét, könnyű lesz észrevennünk, hogy az eredő egyenlet, mely Φ-nek meghatározását czélozza, igen nagy megközelítéssel ugyanaz, mint a (15) alatti, minélfogva tehát a decentrált rendszerhez tartozó látótér csak igen keveset különbözhetik a centricus rendszer látóterétől.

A (27), (28), (29) kifejezések fixatiós látótérhez tartoznak. Mindezek a nyugodt szemállást megillető kifejezésekké válnak, ha bennök

$$q = p = g(u)r$$

tétetik és a helyébe

$$a - b$$

iratik.

Hogy ugyanazon műszer különböző pupilla távolságú, de különben megközelítőleg egyenlő tiszta látótávolságú egyének által legyen czélja szerint használható, e végből a csuklós szerkezet itt is jó szolgálatot tesz.