

A BACKMAN-FÜGGVÉNY ALKALMAZÁSA HAZAI FATERMÉSI TÁBLÁINKRA

IFJ. GÁL JÁNOS

Az Erdő 1976. 5. számában jelent meg Király László és Gémesi József cikke a Backman-függvény alkalmazásáról, Kiss Rezső kocsanystölgy fatermési táblájára. A téma iránti érdeklődésemet e tanulmány ébresztette fel. Zárzóként a szerzők megjegyzik, hogy a függvényt szeretnék kipróbálni a többi fafajra is.

Ennek elvégzéséhez az szükséges, hogy a függvény paramétereit minden fafajra meghatározzuk. A szerzők által a cikkben megadott egyszerű függvény-illesztési módszer abból a szempontból kedvező, hogy a számítás zsebszámológéppel is könnyen elvégezhető, hátránya azonban, hogy a szabadon választható illesztési pont megválasztása és az illeszkedés ellenőrzése nagyon munkaigényes.

Ezen a problémán kíván segíteni az általam kidolgozott, regresszióanalízisen alapuló módszer, amely a paraméterek meghatározását szolgálja.

Mint ismeretes, a függvény alakja

$$y = e^{a + b \ln t + c \ln^2 t} \quad (1)$$

ahol y valamely állományjellemző,

t életkor,

a, b, c paraméterek

Mindkét oldal e alapú logaritmusát képezve, az

$$\ln y = a + b \ln t + c \ln^2 t \quad (2)$$

alakú összefüggéshez jutunk.

Bevezetve az

$$X = \ln t \quad (3)$$

$$Y = \ln y \quad (4)$$

jelöléseket, egy másodfokú parabola egyenletét kapjuk, a, b, c paraméterekkel. A paraméterek meghatározását a matematikai statisztikából ismert, legkisebb négyzetek elvének segítségével végeztem el. Ez végső soron egy háromismeretlens, lineáris egyenletrendszer megoldását teszi szükségessé.

Az eljárás előnye, hogy könnyen elkészíthető a számítógépes programja. Elkészítettem ezt a programot és az ERTI Hewlett—Packard 9830 típusú számítógépén futtattam le. A paraméterek meghatározását a dr. Sopp László által összeállított „Fatömegszámítási táblázatok”-ban található 18 fatermési tábla 3. fatermési osztályának átlagmagasság, átlagátmérő, főállomány fatömege és összes fatermés fatömege adatsoraira végeztem el. A programban kiszámítottam az illeszkedés mértékére jellemző variációs koefficiens értékeit is, amelyeket a fafaj és az állományjellemző függvényében az 1. táblázatban foglaltam össze.

S %-értékek különböző fajokra

Faj	Magas- ság	Atm.	Fő áll. fat.	Összes fat. fatöm.	Faj	Magas- ság	Atm.	Fő áll. fat.	Összes fat. fatöm.
A (m)	0,2	0,4	0,7	1,2	KTT (s)	0,2	0,9	0,5	0,5
A (s)	0,4	0,2	1,0	0,8	KTT (m)	0,8	0,2	2,3	3,3
CS (m)	0,9	1,3	1,6	3,3	VT	0,5	1,2	0,2	2,0
CS (s)	0,4	0,2	0,6	1,4	MNY	1,0	2,1	2,9	3,1
B	1,8	1,6	2,0	1,5	NNY	1,3	1,8	3,0	2,3
GY	0,5	1,9	2,6	1,7	EF	0,5	1,3	0,9	1,7
E	0,9	2,4	1,6	2,1	FF	0,8	1,8	0,2	1,9
K	0,4	0,7	3,7	1,3	LF	1,5	1,1	1,9	2,5
KST	1,5	0,9	0,8	2,6	VF	0,6	0,5	2,1	1,9

Amint az 1. táblázatból látható, a függvény illeszkedése valamennyi faj adatsoraira kielégítőnek mondható. Levonható tehát az a következtetés, hogy a függvény kiválóan alkalmazható fatermési függvényként.

A harmadik fatermési osztályra vonatkozó paraméterek birtokában az a kérdés merül fel, hogy hogyan tudnánk a többi fatermési osztály adatait is ezen függvény segítségével megadni?

Kézenfekvőnek látszik az a gondolat, hogy a harmadik fatermési osztályra rendelkezésünkre álló

$$f(t) = e^{a+bt+ct^2} \quad (5)$$

függvényből kiindulva a többi fatermési osztályra vonatkozó adatsorokat egy, az időtől és a fatermési osztálytól függő értékkel való szorzás útján állítsuk elő. Vagyis

$$y = Q(t, k) \cdot f(t) \quad (6)$$

ahol y valamely állományjellemző,

$Q(t, k)$ a keresett függvény,

$f(t)$ a már meghatározott függvény [lásd: (5)].

$Q(t, k)$ függvény meghatározásánál abból indultam ki, hogy jelenlegi fatermési tábláink nagy része a mértani sorozatos módszer segítségével készült. Ez meghatározza $Q(t, k)$ függvény k -től való függését:

$$Q(t, k) = q(t)^{3-k} \quad (7)$$

A fenti kitevőben azért szerepel $3-k$, mert az alapfüggvény paramétereinek meghatározása a III. fatermési osztályra történt.

További probléma marad $q(t)$ függvény meghatározása, hiszen a termőhelyi szórásmező felosztása mértani sorozatának hányadosa is függ az állomány életkorától.

Több függvénnyel való sikertelen próbálkozás után merült fel az a gondolat, hogy q_t sorozatot is a Backman-függvénnyel közelítsem. A mértani sorozatos felosztásból következik, hogy a quotiens a

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{F}{A}} \quad (8)$$

összefüggés segítségével számítható, ahol

- n — a fatermési osztályok száma,
 F — a szórásmező felső határgörbéje (jelen esetben az I. FTO),
 A — a szórásmező alsó határgörbéje.

Meghatároztam a Backman-függvény paramétereit az első és hatodik fatermési osztályra. A $q(t)$ függvény paramétereit (8) alapján rendre a következőképpen számíthatók:

$$a_q = \frac{a_1 - a_6}{5}; \quad b_q = \frac{b_1 - b_6}{5}; \quad c_q = \frac{c_1 - c_6}{5} \quad (9)$$

ahol a q , 1, 6 indexek rendre a quotiens-függvény, az I. FTO-ra vonatkozó függvény és a VI. FTO-ra vonatkozó függvény paramétereire utalnak.

Ezzel meghatároztam a $q(t)$ függvényt is, és így felírható az $y(t, k)$ függvény, amely az adott állományjellemzőt a kor és a fatermési osztály függvényében állítja elő. A (6), (7), (9) relációk alapján és a

$$3 - k = k \quad (10)$$

jelölést bevezetve felírható

$$y(t, k) = e^{a+ka_q + (b+b_qk) \ln t + (c+c_qk) \ln^2 t} \quad (11)$$

A paraméterek kiszámítását eddig a dr. Sopp László által összeállított „Mageredetű akác fatermési táblá”-ra végeztem el. A paramétereket a 2. táblázatban foglalom össze.

2. táblázat

Mageredetű akác fatermési tábla paramétereit

Állományjellemző		a	b	c
Magasság	3	-0,0964	1,4700	-0,1685
	q	0,3323	-0,0424	-0,0009
Átmérő	3	-0,6526	1,5894	-0,1392
	q	0,7152	-0,2708	0,0343
Főáll. fatömege	3	0,2152	3,4787	-0,2723
	q	0,3869	0,0683	-0,0264
Összes fat. fatöm.	3	0,1712	2,6431	-0,0356
	q	0,3257	0,1234	-0,2685

Az általam használt k fatermési osztályt jellemző paraméter nem azonos az erdőrendezésben jelenleg használatos, K -val jelölt fatermési fokkal, melynek megállapítása az összes fatermés meghatározott korra vett átlagnövedékének segítségével történik. Ha arra gondolunk, hogy a megadott függvényrendszert a jelenlegi számítógépes adatfeldolgozásban felhasználjuk, meg kell adnunk a két fatermési fok közötti összefüggést. Ezt a

$$K = d_1 e^{d_2 \cdot k} \quad (12)$$

egyenlet fejezi ki, ahol

- K — az erdőrendezésben használatos fatermési fok,
 k — a fatermési táblában található fatermési osztály,
 d_1 és d_2 — paraméterek.

A 3. táblázaton összehasonlítást adok a táblai és a számított értékek között.

Összefoglalva: A matematikai levezetésből látható, hogy a kidolgozott módszer alkalmazható valamennyi mértani sorozatos szórásmező-felosztású fatermési tábla függvényesítésére.

Mageredetű akác fatermési tábla, I. fatermési osztály

Kor	Magasság		Átmérő		Főáll. fat.		Össz. fat. fatóm.		Kor
	Táblaí	Szám.	Táblaí	Szám.	Táblaí	Szám.	Táblaí	Szám.	
4	8,8	8,8	6,9	8,1	50	54	66	65	4
8	15,4	15,3	13,5	14,2	151	152	213	213	8
12	19,9	19,6	18,8	19,0	242	240	373	367	12
16	22,8	22,6	23,0	23,1	311	311	512	505	16
20	24,8	24,8	26,4	26,7	363	367	622	621	20
24	26,2	26,4	29,3	29,8	403	410	712	718	24
28	27,3	27,6	32,1	32,6	436	443	787	797	28
32	28,3	28,4	34,7	35,2	463	468	853	861	32
36	29,2	29,1	37,3	37,6	483	486	914	913	36
40	29,9	29,6	39,8	39,7	510	499	971	954	40
	S ⁰ / ₀ =0,88		S ⁰ / ₀ =2,2		S ⁰ / ₀ =1,7		S ⁰ / ₀ =1,3		

A függvényrendszer használható adott kor és átlagmagasság mellett állományjellemzők meghatározására, valamint prognosztikai célokra. Alkalmazható még bármely időbeosztású és szórásmező-felosztású fatermési tábla készítéséhez.

Használata különösen a számítógépes adatfeldolgozás esetén előnyös, ugyanis jelentős operatív memóriakapacitás-megtakarítást jelent.

A hektárankénti törzszám adatsoraira mind ez ideig nem találtam olyan, kellően illeszkedő függvényt, amely a függvényrendszer egységességének igényét is kielégítené. Ezen függvény meghatározását további feladatommak tekintem.

SÁGHI ISTVÁN

RÉSZLETEK A PARÁDI ERDŐK TÖRTÉNETÉBŐL

634.0.902



A volt Fényesi Erdőgondnokság épülete

AZ ERDŐ 1978. februári számában fenti cím alatt foglalkoztam a Mátra északi oldalán elterülő parádi erdők történelmi múltjával a XIV. századtól kezdődően, amikortól levéltári és egyéb feljegyzések rendelkezésünkre állnak. Ettől az időszaktól kezdődően azokat a tényezőket elemeztem, amelyek a parádi erdők hasznosítását befolyásolták, az erdőgazdálkodás irányvonalát megszabták és amelyeknek hatásai részben ma is érezhetők az említett erdők arculatán. Utaltam arra a nagyszabású változásra, mely a felszabadulást követően a 600/1945. Korm. sz. rendelet megjelenésével a parádi erdők történetében