ERDÉSZETI LAPOK

AZ ORSZÁGOS ERDÉSZETI EGYESÜLET

KÖZLÖNYE.

Kiadó: Az Országos Erdészeti-Egyesület. Szerkesztő: Bedö Albert.

Megjelenik minden hónapban.

Tizenkilenczedik évfolyam. VI. füzet. 1880. Juniushó.

Előfizetési dij egy évre 8 frt. Az Országos Erdészeti-Egyesület azon alapitó tagjai, kik legalább 150 frt alapitványt tettek, valamint a rendes tagok is a 8 frt évi tagság dij fejében, ingyen kapják. Oly alapitó tagok, kik 150 frtnál kevesebbet alapitottak 3 frt kedvezményi árért járathatják.

Szerkesztőség és kiadóhivatal Budapesten, Lipotváros, Hold-utcza, 21. szám, II. emelet.

A lap irányával nem ellenkező hirdetések mérsékelt dijért közöltetnek.

Törzsköbözési képleteink pontosságáról elméleti szempontból.

Irta: Belházy Emil, m. k. erdőrendező.

Bevezetés.

Az egyes fatörzsök sajátságos váltakozó alakjával szemben nehéz egy általános képletet állitani fel, mely szerint a fatartalom egyszerü módon, de amellett számtani pontossággal kiszámitható. Onnan van az, hogy a gyakorlatban tényleg több köbözési mód van alkalmazásban, melyek mindegyike azt czélozza, hogy a fatömeg megfelelő (ha nemis számtani) pontosság mellett minél egyszerübben legyen meghatározható.

Ámbár nagyobb mennyiségü fatörzsök közt is alig találhatunk kettőt, melynek alakja tökéletesen egyenlő, mindamellett lehetetlen észre nem vennünk bizonyos alapalakot, mely több-kevesebb változással minden egyes fatörzsre alkalmazható. Ezen alapalak összehasonlittatván a testmértani főtestekkel, kitünik, hogy ezek közül leginkább a következő négy főalak hasonlit hozzá: a henger, a domborkúp (paraboloid), a kúp és a homorkúp (neiloid). Ezen négy főtest köbözési képletei képezik tehát a gyakorlati köbözési képleteknek alapját. Azonban kevés fatörzs alakja tekinthető tökéletesen egyenlőnek a nevezett négy főalak valamelyikével; többnyire kettő-kettő közé esik, t. i. a henger- és domborkúp, vagy a domborkúp és kúp, vagy a kúp és homorkúp közé. Ebből következik, hogy a négy főtest köbözési képleteit ugy amint vannak, a fatörzsök köbözésére általánosan nem alkalmazhatjuk, s mindazon gyakorlati köbözési képletek, melyek csak az egyik, vagy ha két főtestnek is megfelelnek, elméletileg nem helyesek.

Ezen testek köbtartalmának kiszámitásához különben tudvalevőleg kétféle méretnek tényleges megmérése (vagy mérőszerekkel való kipuhatolása) igényeltetik: a hossz és a törzslap. Hossz alatt értjük a fatörzsnek közép hossztengelyét, s bár ez a legritkább esetben tekinthető tökéletesen egyenes vonalnak, a következő elméleti fejtegetésben a hosszat mindig egyenes vonalnak képzeljük. A törzslapot pedig, ugy mint a gyakorlatban, körlapnak tekintjük, habár annak alakja gyakran utóbbitól eltér, (mely esetben a törzslap oly körnek képzeltetik, mely a több irányban felvett átmérők átlagának felel meg.) Azon esetben is, ha pontosabb köbözéseknél, (tudományos czélokra) pl. törzselemzéseknél a törzslap területe térmérővel számittatik ki, azt körnek képzeljük, oly körnek, melynek területe egyenlő a kiszámitott területtel. Tagadhatlan, hogy ezen feltevés elméleti szempontból nem egészen helyes; azonban tekintve, hogy az ebből származható külömbözet gyakorlatilag igen csekély, kár volna elhagyni azon egyszerüséget, melylyel a fentebbi feltevés mellett a számitások eszközölhetők.

Az elméleti törzsköbözési képlet levezetése:

a) egész törzsekre nézve.

A fentnevezett négy főtest köbözési képletei a következők:

a henger köbtartalma $K_h = T.H$,

a domborkúp „ $K_p = \frac{1}{2} T.H$,

a kúp „ $K_k = \frac{1}{3} T.H$,

a homorkúp „ $K_n = \frac{1}{4} T.H$,

ahol T az alaplapot (törzsöknél az alsó törzslapot), H pedig a hosszat vagy magasságot (törzsöknél az egész hosszat sudarastól) jelenti.

Ha e képleteket közelebbről megnézzük, észre vesszük, hogy a henger $T.H$ valamennyiben előfordul, ugy hogy általánosan a köbtartalom $K = a.\ T.H$, ahol a minden tevőleges számot jelent $1 \cdot_{00}$-tól $0 \cdot_{25}$-ig (esetleg annál kevesebbet is). Ezen képlet valamennyi törzsalaknak felel meg; miután pedig a törzslapot (az alsó átmérő által) és a hosszat közvetlen megméréséből megtudhatjuk: ennélfogva bármely szabályos törzsnek fatartalma e képlet szerint (még pedig elméletileg egészen helyesen) kipuhatolható, ha az a-t pontosan meghatározhatjuk.

Hogy ezt megtehessük, vissza kell térnünk a négy főalakhoz. Ezeknek egyik sajátságos jellegző tulajdonságuk az, hogy a különböző magasságban mért keresztszelvénylapok (törzslapok), illetőleg a megfelelő átmérők négyzetei, ugy aránylanak egymáshoz, mint az e lapok metszpontjától a csúcs felé számitott hosszaknak

a domborkúpnál első,

az egyenes kúpnál második,

a homorkúpnál harmadik hatványai, ugy, hogy tekintettel arra, miszerint a hengernél a törzslapok minden magasságban egyenlők (azaz ugy aránylanak mint 1 : 1), ez arányokat következőképen irhatjuk:

1. henger . . . . $\frac{T}{T_1} = \frac{H^0}{H_1^0}$; 2. domborkúp . . . $\frac{T}{T^1} = \frac{H^1}{H_1^1}$;

3. egyenes kúp . . . $\frac{T}{T_1} = \frac{H^2}{H_1^2}$; 4. homorkúp . . . $\frac{T}{T_1} = \frac{H^3}{H_1^3}$;

vagyis általánosan $\frac{T}{T_1} = \frac{H^x}{H_1^x}$, ahol x minden tevőleges szám lehet 0-tól 3-ig, esetleg több is.

Ha ezen arányegyenleteket összehasonlitjuk a fentebbi köbözési képletekkel, kitünik, hogy az utóbbiakban előforduló henger-hányadszámok soros viszonyban állanak a $\frac{H}{H_1}$ hatványaihoz; a köbözési képleteket t. i. következőleg is irhatjuk:

1. henger . . $K_h = \frac{1}{1+0} T.H$, ennek megfelelő arány: $\frac{T}{T_1} = \frac{H^0}{H_1^0}$;

2. domborkúp $K_p = \frac{1}{1+1} T.H$, " " " $\frac{T}{T_1} = \frac{H^1}{H_1^1}$;

3. egyenes kúp $K_k = \frac{1}{1+2} T.H$, " " " $\frac{T}{T_1} = \frac{H^2}{H_1^2}$;

4. homorkúp $K_n = \frac{1}{1+3} T.H$, " " " $\frac{T}{T_1} = \frac{H^3}{H_1^3}$;

ugy hogy az általános képletben $K = a.\,T.H$ tekintettel a $\frac{T}{T_1} = \frac{H^x}{H_1^x}$ arányra, biztos következtetéssel az *a* helyett $\frac{1}{1+x}$-t irhatunk, vagyis:

$$K = \frac{1}{1+x} T.H \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1.$$

Miután pedig T, T_1, H és H_1 közvetlenül megmérhetők, ennélfogva az *x*, s annak folytán az *a* is meghatározható; a fentebbi arányból ugyanis

$$x = \frac{\log T - \log T_1}{\log H - \log H_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 2.$$

A fatörzsök alapalakja számára tehát egész törzsekre nézve az elméleti köbözési képlet ez:

$K = \frac{1}{1+x} T.H$, vagy ha T-nek (mint körlapnak) megfelelő átmérő = A.

$$K = \frac{1}{1+x} \cdot \frac{\pi . A^2}{4} H, \text{ ahol}$$

$$x = \frac{\log T - \log T_1}{\log H - \log H_1}, \text{ vagy } = \frac{2\,(\log A - \log A_1)}{\log H - \log H_1}$$

b) Csonka törzsek számára.

A csonka testek vagyis a fatörzsrészek (tönkök) számára, ha

T az alsó,

T_1 a felső törzslapot,

H az egész hosszat,

H_1 a hiányzó (felső) hosszrészt,

h a meglevő törzsrész hosszát,

A és A_1 a T és T_1-nek megfelelő átmérőket jelentik, lesz a köbtartalom a fentebbiek szerint:

$K_{cs} = \frac{1}{1+x}(TH - T_1H_1)$, vagyis, mivel $H = h + H_1$, és

$\frac{T_1^{\frac{1}{x}}}{T^{\frac{1}{x}}} = \frac{H_1}{h+H_1}$ tehát $H_1 = \frac{T_1^{\frac{1}{x}} \cdot h}{T^{\frac{1}{x}} - T_1^{\frac{1}{x}}}$, ennélfogva

$$K_{cs} = \frac{T.h}{1+x}\left(1 + \frac{(T-T_1)\,T_1^{\frac{1}{x}}}{T\,(T^{\frac{1}{x}} - T_1^{\frac{1}{x}})}\right) \quad . \; . \; . \; . \; 3.$$

A törzslapok és hosszak közt fennálló arány itt a következőre változik át:

$$\frac{T}{T_2} = \frac{(h + H_1)^x}{(h_2 + H_1)^x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4,$$

miután pedig a meglevő csonka darabból, noha annak alakja az alsó s felső és még egy harmadik (pl. felehosszban $\frac{h}{2}$) mért törzslap (v. átmérő) által meg van határozva, a hiányzó H_1-t közvetlenül meg nem tudhatjuk; ennélfogva az x-nek egyenes megoldás utján való meghatározása itt lehetetlen.

Hogy azonban a gyakorlati köbözési képleteket a csonka alakokra nézve is megbirálni lehessen, e sorok irója által az alábbi táblázat állittatott össze, melyben az x-nek különböző (ismeretesek gyanánt vett) értékei mellett annak megfelelő átmérők kiszámitvák. E kiszámitás alapjául a fentebbi képletekből kifolyó következő egyenlet szolgált: $A_k^{\frac{2}{x}} = \frac{A^{\frac{2}{x}} + A_1^{\frac{2}{x}}}{2}$.

A táblázatban A_k a törzsdarab felehosszában $\frac{h}{2}$ mért átmérőt, A az alsó, A_1 a felső, A_a azon átmérőt jelenti, melynek megfelelő törzslap a darab hosszával h szorozva megadja a köbtartalmat; u = az arányszám, mely a hoszszal h szorozva azon hosszt adja, melyben az átmérő egyenlő A_a-nak; α = azon viszonyszám, melylyel a közepén mért törzslap T_k $(= \frac{\pi}{4} A_k^2)$ és a hossz h szorozandó, hogy a szorzat megadja a köbtartalmat; végre $n = \frac{A_1}{A}$ (viszonyszám a felső és alsó átmérő közt).

n	x	A_k	a	u	A_a	α
A=100, A_1=40, n=0·4	100	63·38	0·464	0·421	68·13	1·1554
	10	64·58	0·471	0·434	68·60	1·1282
	5	65·94	0·483	0·442	69·49	1·1106
	3	67·76	0·499	0·452	70·67	1·0878
	2	70·00	0·520	0·465	72·11	1·0612
	1	76·16	0·580	0·500	76·16	1·0000
	0·8	78·76	0·608	0·515	77·93	0·9802
	0·65	81·63	0·645	0·528	80·32	0·9680
	0·5	84·62	0·681	0·550	82·54	0·9515
	0·4	87·23	0·720	0·565	84·88	0·9468
A=100, A_1=50, n=0·5	100	70·79	0·542	0·444	73·61	1·0812
	10	71·56	0·549	0·449	74·12	1·0728
	5	72·42	0·558	0·455	74·69	1·0636
	3	73·57	0·569	0·463	75·44	1·0515
	2	75·00	0·583	0·472	76·38	1·0370
	1	79·06	0·625	0·500	79·06	1·0000
	0·8	81·00	0·648	0·511	80·51	0·9881
	0·65	82·79	0·667	0·526	81·68	0·9734
	0·5	85·37	0·700	0·544	83·67	0·9604
	0·4	87·59	0·732	0·560	85·53	0·9535
	0·3	90·26	0·775	0·578	88·03	0·9513
A=100, A_1=60, n=0·6	100	77·51	0·627	0·458	79·19	1·0438
	10	77·97	0·632	0·462	79·49	1·0394
	5	78·47	0·637	0·466	79·82	1·0347
	3	79·15	0·644	0·472	80·27	1·0284
	2	80·60	0·653	0·479	80·83	1·0208
	1	82·46	0·680	0·500	82·46	1·0000
	0·8	83·62	0·693	0·510	83·25	0·9911
	0·65	84·88	0·708	0·521	84·13	0·9824
	0·5	86·69	0·730	0·536	85·45	0·9716
	0·4	88·37	0·752	0·553	86·70	0·9625
	0·3	90·57	0·786	0·571	88·66	0·9584

n	x	A_k	a	u	A_a	α
$A=100,\ A_1=70$, $n=0{\cdot}7$	100	83·70	0·715	0·471	84·56	1·0207
	10	83·93	0·718	0·472	84·73	1·0192
	5	84·20	0·721	0·476	84·91	1·0169
	3	84·56	0·725	0·480	85·14	1·0140
	2	85·00	0·730	0·485	85·44	1·0010
	1	86·31	0·745	0·500	86·31	1·0000
	0·8	86·92	0·751	0·509	86·64	0·9937
	0·65	87·66	0·761	0·515	87·23	0·9901
	0·5	88·74	0·774	0·527	87·98	0·9831
	0·4	89·80	0·788	0·540	88·74	0·9770
	0·3	91·33	0·809	0·558	89·96	0·9702
$A=100,\ A_1=80$, $n=0{\cdot}8$	100	89·46	0·807	0·482	89·81	1·0079
	10	89·55	0·808	0·482	89·89	1·0075
	5	89·67	0·809	0·485	89·96	1·0066
	3	89·81	0·811	0·488	90·06	1·0055
	2	90·00	0·813	0·491	90·18	1·0041
	1	90·55	0·820	0·500	90·55	1·0000
	0·8	90·83	0·823	0·505	90·74	0·9980
	0·65	91·14	0·827	0·510	90·95	0·9958
	0·5	91·63	0·833	0·518	91·28	0·9924
	0·4	92·13	0·840	0·527	91·63	0·9891
	0·3	92·92	0·850	0·540	92·20	0·9845
$A=100,\ A_1=90$, $n=0{\cdot}9$	100	94·88	0·902	0·491	94·95	1·0017
	10	94·90	0·902	0·492	94·97	1·0016
	5	94·92	0·902	0·493	94·99	1·0015
	3	94·95	0·903	0·494	95·01	1·0012
	2	95·00	0·903	0·496	95·04	1·0009
	1	95·13	0·905	0·500	95·13	1·0000
	0·8	95·20	0·906	0·502	95·18	0·9995
	0·65	95·27	0·907	0·505	95·23	0·9990
	0·5	95·39	0·908	0·509	95·31	0·9982
	0·4	95·52	0·910	0·513	95·39	0·9973
	0·3	95·73	0·913	0·520	95·54	0·9959

Az e táblázatban foglalt méretarányoknak megfelelő köbtartalom a $k = T_a \,.\, h = \frac{\pi}{4} A_a^2 \,.\, h$ képlet szerint könnyen kipuhatolható. Legyen például $h = 10$ m., $A = 45$ cm., $A_1 = 31{\cdot}_5$ cm., tehát $n = 0{\cdot}_7$, s $A_k = 39{\cdot}_{11}$, tehát $x = 0{\cdot}_8$; e méretek mellett lesz $A_a = 38{\cdot}_{99}$ (azaz $= \frac{45}{100} \times 86{\cdot}_{64}$) s a köbtartalom $K = \frac{\pi}{4} \,.\, 38{\cdot}_{99}^2 \,.\, 10 = 1{\cdot}_{194}$ km.

Hasonló módon lehetne a gyakorlatban előforduló valamennyi méretarány számára az A_a átmérőket kiszámitani s táblázatosan összeállitani, ugy hogy aztán bármely szabályos törzsrész számára, ha annak alsó, felső és középső átmérője, valamint a hossza megméretnék, a köbtartalmat a fentebbi egyszerü képlet $K = T_a . h$ szerint elméletileg egészen helyesen és gyorsan meghatározhatnók. Az ily táblázat összeállitásának óriási munkája azonban nem áll kellő arányban annak várható gyakorlati eredményéhez; s annyiban fölösleges, a mennyiben, mint alább látni fogjuk, gyakorlati használatra oly köbözési képletekkel rendelkezünk, melyek ép oly egyszerüek, mint a fentebbi, s melyek szerint a köbtartalom, bár elméletileg nem mindég egészen helyesen, de a közéletben előforduló gyakorlati czéloknak tökéletesen megfelelő pontossággal meghatározható.

A nevezetesebb gyakorlati képleteknek összehasonlitása az elméleti köbözési képletekkel.

Hogy a gyakorlati képletek használhatóságát megbirálhassuk, össze kell azokat hasonlitanunk a fentebbi elméleti köbözési képletekkel. A nevezetesebb gyakorlati köbözési képletek a következők:

1. Riecke-féle képlet: $k = \frac{h}{6}\,(T + t + 4\tau)$, a hol *T* az alsó, *t* a felső és τ a felehosszban $\left(\frac{h}{2}\right)$ mért törzsalapot jelenti. Ezen képlet megfelel mind a négy főalaknak; a henger számára ugyanis $\tau = t = T$, ennélfogva $k = \frac{h}{6} . 6\,T = T . h$; a domborkúp számára $\tau = \frac{T+t}{2}$, tehát $k = \frac{h}{6} . 3\,(T + t) = (T + t)\frac{h}{2}$; az egyenes kúp számára $\tau = \frac{(\sqrt{T} + \sqrt{t}\,)^2}{2^2} = \frac{T + t + 2\sqrt{T.t}}{4}$, tehát $k = \frac{h}{6}\,(T + t + T + t + 2\sqrt{Tt}) = \frac{h}{3}\,(T + t + \sqrt{Tt})$; a homorkúp számára $\tau = \frac{(\sqrt[3]{T} + \sqrt[3]{t}\,)^3}{2^3} = \frac{T + t + 3\,T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + 3\,T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}}{8}$ és $k = \frac{h}{6}$ $\left(T + t + \frac{T + t + 3\,(T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}})}{2}\right) = \frac{h}{4}\,(T + t + T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}})$.

Ezen képlet tehát elméletileg egészen helyesnek látszik; azonban helyessége csakis addig terjed, mig a fentebbi 4 alakról mint olyanról van szó, s nyomban megszünik, mihelyt a közbeeső alakokra allkalmazzuk. Ha ugyanis a képlet helyes, akkor a 3) alatti képlettel egyenlőnek kellene lennie, azaz $\frac{h}{6}(T+t+4\tau)=\frac{h}{1+x}\left(T+t+\frac{T^{\frac{1}{x}}t^{\frac{1}{x}}(T^{\frac{x-1}{x}}-t^{\frac{x-1}{1}})}{T^{\frac{1}{x}}-t^{\frac{1}{x}}}\right)$, vagyis miután $\frac{1}{1+x}\left\{T+t+\frac{T^{\frac{1}{x}}t^{\frac{1}{x}}(T^{\frac{x-1}{x}}-t^{\frac{x-1}{x}})}{T^{\frac{1}{x}}-t^{\frac{1}{x}}}\right\}=T_a$ (azaz egyenlő a táblázatban foglalt A_a átmérőnek megfelelő törzslappal), tehát $\frac{1}{6}(T+t+4\tau)=T_a$. Ezen egyenlet azonban csak addig áll fenn, mig $x=0$, 1, 2 vagy 3. Lengyen például a fentebbi táblázatból $A=100$, $A_1=60$, $A_k=83{\cdot}62$, vagyis $T=7853{\cdot}99$, $t=2893{\cdot}29$ és $\tau=5491.74$; akkor $x=0{\cdot}8$ és $A_a=83{\cdot}25$, vagyis $T_a=5443{\cdot}25$. Ellenben $\frac{1}{6}(T+t+4\tau)=\frac{1}{6}(7853{\cdot}99+2893{\cdot}29+4\times5491{\cdot}74)=5452{\cdot}37$, tehát $9{\cdot}12$-el több mint T_a.

Még feltünőbb az eredmények eltérése, ha e képletet egész törzsekre alkalmazzuk. Akkor ugyanis $t=0$ és $k=\frac{H}{6}(T+4\tau)$, minthogy pedig ez esetben $\tau=\frac{T}{2^x}$, ennélfogva ha a képlet helyes $\frac{H}{6}\left(T+4\frac{T}{2^x}\right)=\frac{H.T}{1+x}$, vagyis $2^x\,(5-x)-4(1+x)=0$, mely egyenlet azonban szintén csak $x=1$, 2, 3 mellett áll fenn. Legyen például egy a domborkúp és egyenes kúp közé eső alak számára $x=1{\cdot}5$, akkor $2^{1{\cdot}5}(5-1{\cdot}5)-4(1{\cdot}5+1)=2{\cdot}828\ldots\times3{\cdot}5-4\times2{\cdot}5=-0{\cdot}102\ldots$ nem pedig θ. Legyen egy másik esetben $x=0{\cdot}5$ (tehát egy a domborkúp és henger közé eső alak számára), akkor $2^{0{\cdot}5}(5-0{\cdot}5)-4(1+0{\cdot}5)=1{\cdot}414\ldots\times4{\cdot}5-4\times1{\cdot}5=+0{\cdot}363\ldots$ tehát szintén nem θ.

Egyébiránt a különbségek a gyakorlatban előforduló méretek mellett oly csekélyek, hogy e képletet közönséges tönkköbözésekre bátran alkalmazhatjuk.

2. Simpson-féle köbözési képlet: $k = \frac{h}{3}(A + 4B + 2C)$. E képlet alkalmazásánál a tönk páros számu, egyenlő hosszuságu darabokra osztatik fel, s a törzslapok ugy a tönk mindkét végén, mint minden hossz végén is méretnek meg; a képletben aztán *A* az első és utolsó törzslapot (a tönk szélső végein) *B* a páros számu, *C* a páratlan számu törzslapokat jelenti (az első és utolsó kivételével), vagyis:

$$k = \frac{h}{3}\left\{T_1 + T_{2n+1} + 4\,(T_2 + T_4 + \ldots + T_{2n-2} + T_{2n}) + 2\,(T_3 + T_5 + \ldots + T_{2n-3} + T_{2n-1})\right\}.$$

A mennyiben e képlet az előbbiből (Riecke-féléből) levezethető, helyességére nézve elméleti szempontból véve ugyanaz áll, a mi az 1) alatti képletről mondatott, vagyis a képlet csak oly szabályos tönkökre nézve elméletileg helyes, melyek alakja azonos a négy főalak valamelyikével. Gyakorlatilag azonban annyiban tökéletesebb, a mennyiben az egyes darabok alsó és felső átmérője közti különbség sokkal csekélyebb (vagyis a táblázatban kitüntetett *n* viszonyszám nagyobb) s annak következtében az elméleti köbözési képlettől való eltérés alig észrevehető.

3. Hoszfeld-féle köbözési képlet: $k = (3\mathfrak{T} + t)\frac{h}{4}$. E képletben $\mathfrak{T}$ a tönk $\frac{1}{3}$ hosszában mért törzslapot jelenti; a fentebbi 4) alatti egyenlet szerint tehát $\frac{\mathfrak{T}^{\frac{1}{x}}}{T^{\frac{1}{x}}} = \frac{\frac{2}{3}h + H_1}{h + H_1}$, vagyis, mivel $H_1 = \frac{h . t^{\frac{1}{x}}}{T^{\frac{1}{x}} - t^{\frac{1}{x}}}$, $\mathfrak{T} = \left(\frac{2}{3}T^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{3}t^{\frac{1}{x}}\right)^x$. A henger számára $\mathfrak{T} = t = T$ lévén, $k = 4 . T . \frac{h}{4} = T . h$; a domborkúp számára $\mathfrak{T} = \frac{2}{3}T + \frac{1}{3}t$, tehát $k = (2T + 2t)\frac{h}{4} = (T + t)\frac{h}{2}$; az egyenes kúp számára $\mathfrak{T} = \frac{4}{9}T + \frac{1}{9}t + \frac{4}{9}T^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}}$, tehát $k = \frac{4}{3}(T + t + T^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}})\frac{h}{4} = (T + t + T^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}})\frac{h}{3}$; a homorkúp szá-

mára $\mathfrak{T} = \frac{8}{27} T + \frac{1}{27} t + \frac{18}{27} (T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}})$, tehát

$$k = \left\{ \frac{8}{9} T + \frac{1}{9} t + \frac{18}{9} (T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}) + \frac{9}{9} t \right) \frac{h}{4} =$$

$= \left\{ \frac{8 T + 10 t + 18 (T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}})}{9} \right\} \frac{h}{4}$, ennélfogva ez utóbbi $\left\{ \frac{t - T + 9 (T^{\frac{2}{3}} t^{\frac{1}{3}} + T^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}}{2} \right\} \frac{h}{4}$-vel nagyobb, mint az illető elméleti képlet.

Egész törzsekre nézve $t = 0$ lévén, lesz $k = \frac{3}{4} \mathfrak{T} . h$; miután pedig $T = \left(\frac{2}{3}\right)^x T$, ennélfogva, ha a Hoszfeld-féle képlet helyes, $\frac{3}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{1+x}$, vagyis $3 (1+x) \left(\frac{2}{3}\right)^x - 4 = 0$, mely egyenlet azonban csak $x = 1$ és $x = 2$ mellett áll fenn. A Hoszfeld-féle képlet tehát csak a henger, a domborkúp és az egyenes kúp számára helyes; ellenben a homorkúp számára, valamint a közbeeső alakokra nézve is eltérő eredményt ad. Legyen például $x = 1{\cdot}5$ (tehát a domborkúp és egyenes kúp közt lévő alaknál), akkor Hoszfeld szerint $k = 0{\cdot}40825\ T . h$, mig az elméleti képlet szerint valósággal $k = 0{\cdot}4\ T . h$, tehát a különbség $0{\cdot}8\%$. Ha $x = 0.5$ (henger és domorkúp közé eső alaknál), akkor Hoszfeld szerint $k = 0{\cdot}61237\ T . h$; az elméleti képlet szerint pedig $k = 0{\cdot}66667\ T . h$, tehát a különbség $5{\cdot}4\%$.

Tekintettel ezen kevésbé pontos eredményekre, a Hoszfeld-féle képlet gyakorlati alkalmazásra, a többi képlettel szemben, annál kevésbé ajánlható, mivel az egyes méretek ($\mathfrak{T}$, t és h) felvétele nem sokkal egyszerübb, mint a többi képletnél.

4. P r e s z l e r-f é l e k ö b ö z é s i k é p l e t : $k = \frac{2}{3} T . \left(H_i + \frac{3}{2} m\right)$. Ezen képlet csak egész törzsöknél alkalmazható; a képletben *T* a törzs $\frac{1}{20}$ magasságában (mérpontmagasságban) mért törzslapot, H_i az iránymagasságot jelenti, vagyis a

mérpont és azon pont közti hosszat, melyben az átmérő fél-akkora, mint a *T*-nek megfelelő átmérő; *m* pedig a mérpont-magasság. *)

Preszler e képletnél a mérpont alatti törzsrészt mint hengert veszi számba, a mi elméletileg ugyan nem egészen helyes, gyakorlatilag azonban tökéletesen megfelel a czélnak, a menynyiben a fa tövének alsó lapja (a váglap) többnyire többé-kevésbé csillagalaku, s használható részét csak igen ritkán lehetne nagyobb területtel számba venni, mint a mérpontban mért törzslapnál.

A képlet elméleti szempontból való megbirálása tehát csak a $\frac{2}{3}\,TH_i$ tétel helyességének megvizsgálására terjed. E tétel a mérpont fölötti szabályosabb törzsrésznek köbtartalma, s mint ilyen egyenlő kell hogy legyen a $k = \frac{T.H}{1+x}$ elméleti képlettel, ha *H* a mérpont feletti törzshosszat jelenti, azaz $\frac{2}{3}TH_i = \frac{T.H}{1+x}$. Miután pedig $\frac{H}{H-H_i} = \frac{T\frac{1}{x}}{\frac{T\frac{1}{x}}{4}} = 4^{\frac{1}{x}}$, tehát $H_i = H\left(1 - \frac{1}{4^{\frac{1}{x}}}\right)$, ennélfogva $\frac{2}{3}\,T.H\left(1 - \frac{1}{4^{\frac{1}{x}}}\right) = \frac{T.H}{1+x}$, vagyis $\frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{4^{\frac{1}{x}}}\right) = \frac{1}{1+x}$, azaz $2\left(4^{\frac{1}{x}} - 1\right)(1+x) - 3.4^{\frac{1}{x}} = v = 0$.

A képlet tehát mindazon esetekben helyes, melyekben $v = 0$. Ha *x* helyett $0{\cdot}5$, 1, $1{\cdot}5$, 2, $2{\cdot}5$ és 3-t teszünk, akkor a *v* számára a következő eredményeket nyerjük:

$x = 0{\cdot}5$, $v = -3$, $H_i = 0{\cdot}9375\,H$, $k = 0{\cdot}625\,T{\cdot}H$, elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}666\,T.H$;

---

*) Rendesen a Preszler-féle képletet igy szoktuk irni: $k = \frac{2}{3}\,T.H_I$, a hol H_I a teljes iránymagasságot jelenti; ez utóbbi egyenlő a mérpontmagasság felével megnagyobbitott iránypontmagasságnak, azaz $H_I = H_{ip} + \frac{m}{2}$. Az iránypontmagasság pedig a váglaptól az iránypontig terjedvén, $H_{ip} = H_i + m$, ugy hogy $\frac{2}{3}T.H_I = \frac{2}{3}T\left(H_i + \frac{3}{2}m\right)$.

$x = 1$, $v = 0$, $H_i = 0{\cdot}75\,H$, $k = 0{\cdot}5\,T.H$, elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}5\,T.H$;

$x = 1{\cdot}5$, $v = +\,0{\cdot}0397$, $H_i = 0{\cdot}6031\,H$, $k = 0{\cdot}402\,T.H$, elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}4\,T.H$;

$x = 2$, $v = 0$, $H_i = 0{\cdot}5\,H$, $k = 0{\cdot}\dot{3}33\,T.H$, elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}\dot{3}33\,T.H$;

$x = 2{\cdot}5$, $v = -\,0{\cdot}0356$, $H_i = 0{\cdot}42565\,H$, $k = 0{\cdot}284\,T.H$ elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}286\,T.H$;

$x = 3$, $v = +\,0{\cdot}0630$, $H_i = 0{\cdot}37004\,H$, $k = 0{\cdot}2467\,T.H$, elméleti képlet szerint: $k = 0{\cdot}25\,T.H$.

A Preszler-féle köbözési képlet tehát elméleti szempontból szintén nem egészen helyes; de tekintve, hogy a különbség*) többnyire igen csekély (fentebbiek szerint nagyobbrészt $0{\cdot}2 - 0{\cdot}3\,\%$, s csak az első, gyakorlatban alig előforduló esetben 4%) s tekintetbe véve, hogy a képlet igen egyszerü és a megkivántató méretek álló fáknál is könnyen meghatározhatók, a képlet gyakorlati czélokra, különösen ha nagyobb pontosság nem kivántatik, igen alkalmatos.

5. **Köbözés a félhosszban mért törzslap szerint** (Huber-féle képlet) $k = \tau.h$. Ezen képlet, ha egész törzsekre alkalmazzuk, az elméleti képlettől igen eltérő eredményt mutat; akkor ugyanis $\tau H = \frac{TH}{1+x}$-nek kellene lennie, vagyis miután $\tau = \frac{T}{2^x}$, $\frac{1}{2^x} = \frac{1}{1+x}$, azaz: $2^x = 1+x$. Ezen egyenlet azonban csak $x = 0$ és $x = 1$ számára helyes. Törzsrészletekre alkalmazva a képlet szintén csak akkor ad tökéletesen helyes eredményt, ha a törzs alakja henger, vagy

---

*) Pressler a nagyobb különbségek kiegyenlitése végett a domborkúp és henger közé eső alakokra nézve a teljes iránymagasságot egész $\frac{m}{2}$-re terjedhető többlettel toldja meg; sudarlós törzseknél ellenben a teljes iránymagasság helyébe csak az iránypontmagasságot veszi számitásba.

domborkúp; de az eltérés a többi alaknál is sokkal csekélyebb, mint egész törzseknél. A fentebb közlött táblázatból legjobban látható, hogy az *x* különböző értékei mellett mennyire tér el a τ-nak (azaz T_1-nak) megfelelő átmerő A_k a T_a törzslap A_a átmérőjétől. A táblázatban a $\frac{T_a}{T_k} = \alpha$ viszonyszám is ki lévén tüntetve, ebből könnyen kiszámitható az is, hogy a félhosszban mért átmérő szerint eszközlött köbözés eredménye mennyire tér el az elméleti köbözés eredményétől; az első szerint ugyanis a köbtartalom $k_1 = T_k.h$, az elméleti képlet szerint pedig $k = T_a.h$, a különbség tehát $k_1 - k = T_a.h\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)$ vagyis $= \frac{1-\alpha}{\alpha}.\ k$. Tehát a $k = T_k.h$ képlet szerinti köbözés mellett a köbtartalom $\frac{1-\alpha}{\alpha}.100$ %-val nagyobbnak vagy kisebbnek számittatik ki. A táblázatban a legnagyobb eltérés — $13\frac{1}{2}$ %-t teszen ($n = 0{\cdot}4$ és $x = 100$ mellett); ily eset azonban a gyakorlatban soha nem fordul elő. Ha ugyanis az alsó átmérőt 30 cm-re tesszük, (véknyabb fának köbözése ritkábban fordul elő, nagyobb méreteknél pedig az arány sokkal kedvezőbb) akkor az $\frac{A_1}{A} = n$ arány kevés esetben lesz kisebb $0{\cdot}8$-nál. Ezen arány mellett pedig, tekintetve, hogy *x* a gyakorlatban semmiesetre nem nagyobb 5-nél, az eltérés maximuma alig tesz $0{\cdot}7$ %-t, a legtöbb esetben pedig $0{\cdot}2 - 0{\cdot}3$ %-t. Az eltérés tehát alig számbavehető azon előnynyel szemben, mely a képlet egyszerü voltából ered, főleg ha tekintetbe vesszük, hogy minden törzsköbözés, melynél a törzslapok a felvett átmérők- vagy kerületekből számittatnak ki, többé-kevésbé hiányos, amennyiben az igy kipuhatolt törzslapterület nem mindig egyenlő a valóságos törzslappal.

A Huber-féle képlet ($k = T_k.h$) tehát a gyakorlatban előforduló közönséges célokra (amilyen például a fatönkök eladásánál szükséges köbözés) igen alkalmas, s egyszerüségénél fogva igen előnyös is, ammennyiben a felmérés kevés időt vesz igénybe. Oly esetekben azonban, midőn a felső és alsó átmérő közti arány $\frac{A_1}{A} = n$ kevesebb 0·8-nál, czélszerü a törzset több részre osztani, s mindegyik részt külön köbözni, mert ezen arány mellett, amint a táblázatból látni, a hiba már 0·5 %-nyira terjedhet.

(Folyt. köv.)

Az erdei és fekete fenyő (pinus sylvestris et austriaca) elterjedése és a befásitási ügy Somogymegyében.

Irta: Tóthi Szabó Sándor.

Somogymegyének jelentékeny része, az ugynevezett belső Somogy, földrajzi alakulására hullámos sikság, talaja részint jobb minőségü televényes homok vagy homag (homokos agyag), részint laza sivár homok, kivált a dombokon, futóvá mindamellett s terméketlenné kevés kivétellel csak oly helyeken lőn, hol folytonos nagy mérvü legeltetés divatozott.

Ezen vidék talaja a szabolcsi „nyir" talajához hasonló, fekvése azonban eltérő, a mennyiben homokbuczkák, szabálytalanul elszórt halmok és emelkedések itt alig fordulnak elő, hanem szabályosan huzódó homokdomb-lánczolatok, melyek majdnem egymással párhuzamosan bizonyos szabályszerüséggel nyulnak északról dél s dél-kelet felé, a domblánczok között elterülő völgyeletes mélyedések üde televényes lerakódással mezőgazdasági művelés alatt állanak, részben, a hol nem túlságos nedvesek, üde fatenyészetet mutatnak, végre helyenként tavakkal vizállások és berkekkel vannak boritva.

Az érintett homokdombok és domblánczolatok északon a Balatonnál kezdődve, dél felé egész a Dráváig huzódnak; ily alakulásnak özönvizi (diluviál) eredete kétségtelen és egykor