

Az önellenőrzés elméleti és gyakorlati kérdései

3. rész

Mintavétel és tételminősítés az alacsony hibaarány betartásának megítélésére

Zsoldos Benő

AZ ÖNELLENŐRZÉSHEZ SZÜKSÉGES MINTANAGYSÁG MEGHATÁROZÁSA

Az ellenőrzés egyik sarkalatos pontja a mintanagyság megválasztása. Ha ugyanis a kivett minta minőségének megítéléséből következtetni akarunk a legyártott termék-tétel minőségére, akkor a statisztikai szabályoktól nem tekinthetünk el. A kivételre kerülő minták mennyiségére különböző előírások vannak érvényben, ezek közül ismertetem a papíripari szempontból a legfontosabbakat.

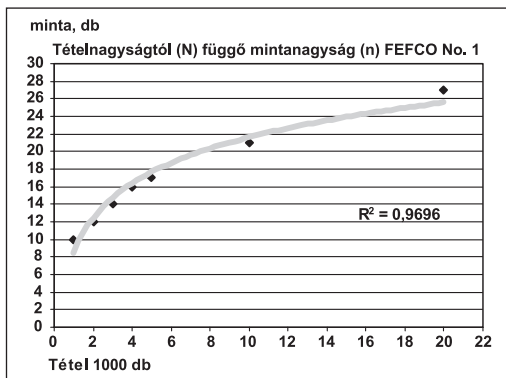
1./ FEFCO No.1. Mintavételi eljárás [1]

$$n = 3\sqrt{N}$$

n – a kiveendő minták minimális összes mennyisége

N – a gyártott tétel összes db száma

Az összefüggés szerint számított mintanagyságot (n) a tétel darabszámától (N) függően az **1. ábra** szemlélteti.



1. ábra

A feldolgozógépi gyakorlatban a FEFCO által javasolt mintanagyságokat, a gyártott mennyiséghez viszonyított kivett minta %-os arányát, azt, hogy a gyártás alatt hányadik legyártott termék darab után kell a mintát kivenni, valamint az egyes mintavétel között eltelt időt a 250 db/min gépsebességnél az **1. táblázat** foglalja össze.

N	n	n/N, %	kivét időköz, s	kivét helye: X db után
3000	14	0,46	51	214
5000	17	0,34	70	294
7000	19	0,27	88	368
10000	21	0,21	114	476

1. táblázat. Mintanagyság megállapítása

Vegyük észre, hogy a kivett mintanagyság 1% alatt van, noha statisztikailag legalább 1% mintavételi arányt írnak elő. A kivételi időköz kedvezően 1-2 perc körüli. Ez a mintavételi eljárás a gyártásközi önellenőrzés számára elfogadható, DE:

- a minták minősége alapján a tételt nem tudjuk minősíteni a kis mintanagyság miatt (statisztikai alapú minősítéshez legalább 1% minta arányra van szükség), ezért csak a Poisson eloszlással számított valószínűségekre hagyatkozhatunk, vagyis annak megállapítására, hogy például 1000 ppm átlagos hibaarányánál 99% valószínűségnél, a kivett mintákban hány darab nem megfelelő termék fordulhat elő ahhoz, hogy az adott hibaarányban a tétel megfeleljen.

Alkalmazási példák

1.1 Ha 5.000 db gyártásánál a FEFCO előírás szerint $n=17$ db mintát veszünk ki (1. táblázat), akkor annak a valószínűsége (P), hogy a mintában max. 1 db hibás termék lesz 99,9%. Ennek az a feltétele, hogy $p=0,001$ átlagos hibaarányú gyártás legyen. Ha a kivett mintában egynél több a hibás termék (k), vagyis $k>1$, akkor csak azt tudjuk, hogy a gyártás nem felel meg az 1000 ppm hibaarány követelménynek (2. táblázat).

	$n=17$	$p=0,001$
$k=0$	$\binom{17}{0}$	$0,001^0 \times 0,999^{17} = 0,9831$
$k=1$	$\binom{17}{1}$	$0,001^1 \times 0,999^{16} = 0,0167$
$P(\xi < 2) = P(\xi=0) + P(\xi=1) \Rightarrow 0,9831 + 0,0167 = 0,9998$		

2. táblázat. Mintavétel FEFCO szerint

- gyártásközi ellenőrzésnél, a kisebb (1% ill. ez alatti) mintavételi gyakoriság miatt a visszacsatolós hibakorrekcióra nagyobb számú termék legyártása után kerülhet csak sor.

Vagyis egy $N=5000$ db termékgyártásnál 17 db mintát kell kivenni a 250 db/ min gépsebesség esetén 70 másodpercenként, ami azt jelenti, hogy minden 294. legyártott termék után veszünk vizsgálatra mintát. Ha a minta minősítése: „nem-megfelelő” akkor 294 db termék minősége is bizonytalan, ezért elkülönítendő, átvizsgálendő.

- végellenőrzés esetén a kivett minta alapján a tétel minőségét statisztikai megbízhatósággal megítélni nem lehet a FEFCO No. 1 mintanagyságra vonatkozó előírás alapján.

2./ Mintavétel és minősítés, ha a mintanagyság $n \geq 1/p$ szerinti [2]

Statisztikai értékelhetőség szempontjából az 1% ill. az e feletti mintanagyság (n) jöhet számításba. Ez a statisztikailag elfogadott mintamennyiség azonban nem jelenti azt, hogy ennek a mintamennyiségnek a kivétele és vizsgálata a hpl gyártás gyakorlatában gazdaságosan keresztül vihető.

Az $n \geq 1/p$ elv betartása azt jelenti, hogy csak ott vesszük ki az 5% mintát, ahol ezt az egyenlőtlenség megengedi. A 2 000 db sorozatnál például 5% mintanagyság csak 10 000 ppm hibaaránynál engedhető meg. Ennél kisebb hibaaránynál (nagyobb minőségi követelménynél) jóval több mintára van szükség, így a 2 000 db sorozat esetén 1 000 ppm átlagos hibaarány betartása mellett 50% azaz 1 000 db minta kivételére van szükség.

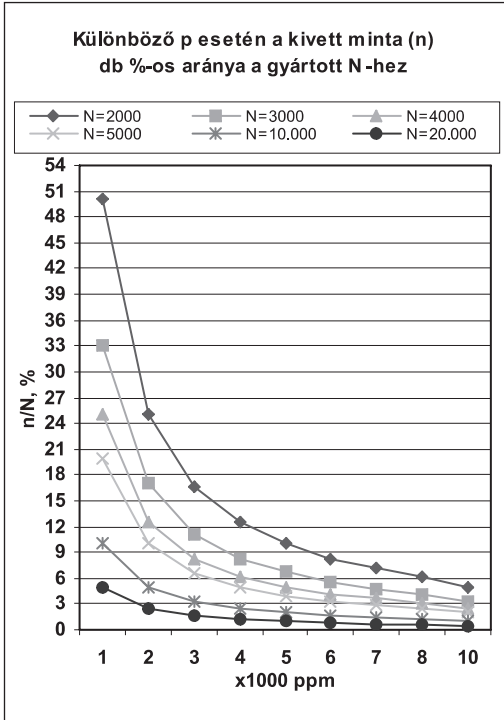
a./ gyártásközi ellenőrzés

Az egyenlőtlenségből következik, hogy minél nagyobb a hibaarány, annál kevesebb a kivendő minták darabszáma.

Ha az Előzetes Adatfelvétellel azt állapítottuk meg, hogy a gyártás átlagos hibaaránya 1 000 ppm, úgy ehhez a hibaarányhoz 1 000 db minta kivétele tartozik. Így van lehetőségünk annak megállapítására, hogy a gyártás nem lépte-e túl az 1 000 ppm küszöbértéket. 5 000 ppm hibaarány esetén már csak 200, 8 000 ppm-nél gyakorlatilag 100 minta is elég annak megállapításához, hogy az átlagos hibaarányt a gyártás túllépte-e. A kivendő minták számának a gyártott mennyiséghez viszonyított %-os arányát a \bar{p} függvényében a 2. ábra szemlélteti. Megállapítható, hogy

- százalékosan a legtöbb mintát a legkisebb \bar{p} hibaarányánál, a legkevesebb mintát a nagyobb (8-10 ezer ppm) esetén kell kivenni
- minél nagyobb az egy sorozatban gyártott mennyiség (N), relatíve annál kisebb % arányú minta elegendő a termék minőségének megítéléséhez.

A gyártott mennyiségtől (N) és az átlagos hibaaránytól (\bar{p}) függően például 250 db/perc gyártási sebesség mellett 5% ill. ez alatti mintamennyiség gyártás alatti kivételének időközeit a 3. táblázat tartalmazza. A táblázat adataiból jól látható, hogy a statisztikai szabályok által előírt mintanagyság olyan nagy ($n \geq 1/p$) az igen alacsony \bar{p} követelmény miatt, hogy a gyártás közbeni 5-10 másodpercenkénti minta kivétele megvalósíthatatlan a gyakorlatban, nem beszélve a kivett minták minőségének megítéléséhez szükséges időről.



2. ábra

b./ végellenőrzés

A végellenőrzésre, vagyis a gyártott tétel minőségének megítélésére szükséges mintákat a reprezentativitás érdekében gyártás közben vesszük ki, ezért a végtermék ellenőrzésre és minősítésére is igaz, hogy az $n \geq 1/p$ szabály szerint nem tudunk eljáráni.

3./ Statisztikailag javasolt 5%, és megengedett 1% mintanagyság

a./ gyártásközi ellenőrzés

Ha nem vagyunk tekintettel az $(n \geq 1/p)$ szabályra és az átlagos hibaaránytól (\bar{p}) függetlenül 5% mintamennyiséget veszünk ki, akkor 250 db/min gépsebesség esetén ≈ 5 másodpercenként, ha 1% a mintavételi arány, akkor gyakorlatilag félpercenként kell mintát venni. Ez azt jelenti, hogy az előbbi esetre vonatkozóan minden 20., az 1% mintavételnél pedig minden 100. legyártott termék darab után kell mintát venni. A mintavétel időköze szempontjából ez utóbbi járható út. Számolni kell azonban azzal, hogy amennyiben a minta a gyártásközi önellenőrzés eredménye szerint

n=1/p		Mintavételi időközök sec.					
		Gyártott sorozat nagyság (N)					
x1000 ppm, minta (n) db		2000	3000	4000	5000	10.000	20.000
1	1000						5
2	500					5	10
3	333					7	14
4	250				5	10	20
5	200			5	6	12	24
6	166		4	6	7	14	28
7	143		5	7	8	16	32
8	125		6	8	10	20	40
10	100	5	7	10	12	24	48

3. táblázat

nem megfelelő, akkor a mindenkori minta vétele előtt, a már legyártott 100 terméket át kell vizsgálni ill. a tételből ki kell vonni. Az elmondottak miatt az 5%-os mintaarányral a jelzett gépsebességnél nem számolhatunk, azonban az 1% mintavétel megvalósítható, és mind a gyártásközi, mind a végellenőrzés alapjául szolgálhat.

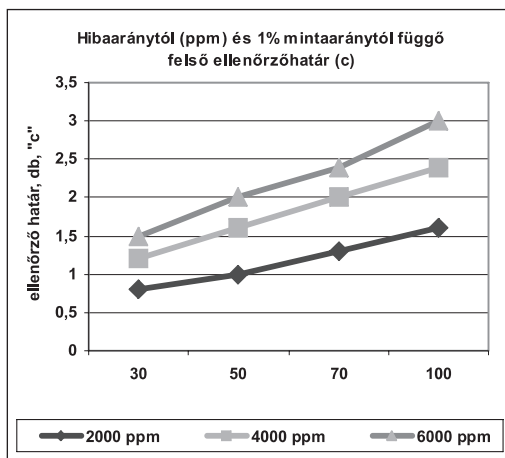
b./ végellenőrzés

A végellenőrzéskor a gyártott tételt (N, db) statisztikai elvek betartásával minősítjük. A minősítésre a gyártásközi önellenőrzéskor kivett minták (n) szolgálnak. Ha az Előzetes Adatfelvételkor megállapítottuk az átlagos hibaarányt, akkor a gyártásra került tétel nagyságától függően a kivett mintákban talált „nem-megfelelő” termékdarabok számát összevesszük az $M = np$ várható értékhez tartozó felső tűréshatár (c) küszöbértékével, amely az alábbi összefüggéssel az Előzetes Adatfelvétel adataiból számítható:

$$C = np + 3,1 \sqrt{np}$$

A c értéket 0,5–0,9 tört értéknél a hozzá legközelebb álló nagyobb egész számra, ill. 0,5–0,1 tört értéknél a hozzá legközelebb álló kisebb egész számra kerekítjük, mivel a c fizikai tartalma: termék, db.

Ha az átlagos hibaarány az adott gyártó gépen például 2 000 ppm és $N = 5\,000$ db terméket gyártunk, valamint az alkalmazott 1% mintaarány 50 mintájában 1 db nem-megfelelő terméket talált az önellenőr, akkor ez azt jelenti, hogy 99,7% valószínűségi szinten a gyártott tétel kielégíti a megengedett 2 000 ppm hibaarányt. Amennyiben a kivett mintában (n) a minőséghibás termék darabszáma (k) meghaladja a c ellenőrző határt vagyis $k > c$, akkor nagy valószínűséggel arra következtethetünk, hogy a gyártás p hibaaránya megváltozott (kedvezőtlenül nagyobb lett) az Előzetes Adatfelvétellel megállapított \bar{p} átlagos hibaarányhoz képest. Más szóval a gyártott tétel nem teljesíti az igényelt minőségi feltételt (3. ábra).



3. ábra

4./ Mintavétel ISO 186 szabványelőírás szerint [3]

Az előírás nemcsak papír termékre, hanem hullámlemezre is vonatkozik. Ez utóbbira további előírást az ISO 4046 tartalmaz. Ha a gyártási/szállítási tétel egysége (n) egy raklap, akkor a kiválasztott egységek (raklapok) száma, amelyen lévő terméket meg kell vizsgálni, a következő:

A tétel-egység, n	vizsgálandó egységek száma
1–5	valamennyi
6–399	$\sqrt{n+20}$
400 vagy több	20

Alkalmazási példák:

4.1/ Ha a gyártási tételünk $N = 3000$ ív hpl és 1000 ív/raklap a kiszérése, úgy a tétel három raklapon van, vagyis $n = 3$ raklap. Ez esetben az előírás szerint mind a 3 raklapból vett minta megvizsgálandó.

4.2/ Ha $N = 10\,000$ ív, akkor $n = 10$ raklap. A vizsgálandó raklapok száma a szabványelőírás szerint $\sqrt{n+20} = 5,5$ vagyis 6 raklap, amelyen lévő terméket az önellenőr megvizsgál.

Miután az ISO 186 szabvány szerinti raklapok számát meghatároztuk, meg kell határozni, hogy a tételből hány lemez ívet kell vizsgálatra kivenni. Erre vonatkozóan a szabvány az alábbiakat írja elő:

Tételben az ívek száma	Minimális ív-szám, amit meg kell vizsgálni
1 000 ill. ennél kevesebb	10
1 001–5 000	15
több mint 5 000	20

Az előbbi példa adatait figyelembe véve $N=10\,000$ ív gyártási tétel miatt a megvizsgálandó ívek száma 20.

Ezt a 20 ívet kell a 6 raklapból kivenni közel azonos elosztásban úgy, hogy minden raklapból közel azonos számú ívet vegyenek ki.

Amennyiben ezt az önellenőrzési formát választjuk, gyártás közben is kivehetőek a minták. Az előbbi példa szerint az $N=10\,000$ ívből 20 mintát kell kivenni. Ez azt jelenti, hogy ha a mintavétel egyenletes időközre tekintettel vagyunk, akkor $10\,000/20=500$ ívenként kell mintát venni vizsgálatra.

Ezzel az eljárással eleget teszünk az azonos időközű mintavétel miatt a reprezentativitásnak anélkül, hogy a raklapot utóbb meg kelljen bontani és a raklap középső részéből nehézségek árán kelljen mintát venni.

A gyártott tétel minőségének értékelése. Minősítés.

Az ISO 186 mintavételi szabvány nem rendelkezik arról, hogy a közölt mintavételi eljárás betartásával a szükséges vizsgálatot elvégezve, a tételt milyen szabályok, eljárások követésével minősítsük (elfogadás/viszautasítás). Emiatt a mintában előforduló minőséghibás termékdarabok száma alapján például valószínűség-számítással értékeljük, hogy a tétel minőség szempontjából megfelelő-e.

5./ Minősítés binomiális eloszlással számolt valószínűség alapján

A minősítés valószínűségi számításon nyugvó elvi alapját a binomiális eloszlás adja meg. Ha a vizsgált sokaság hibaaránya p , akkor annak a valószínűsége, hogy a kivett n darabos statisztikai mintában éppen k darab

nem-megfelelőt találunk, a következő összefüggéssel írható le:

$$P_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Minősítsük a gyártott tételt a binomiális eloszlás segítségével a hibás termékek előfordulási valószínűségének meghatározásával. Az ISO 186 Mintavételi eljárás szabvány a mintanagyságot és a minták kivételének módját szabályozza, azonban nem rendelkezik arról, hogy a kivett minták önellenőrzése után a minősítés eredményéből hogyan következtethetnek-e a tétel minőségére, vagyis arra, hogy az előírt/elvárt hibaarányra a tétel vajon megfelel-e. Ilyen esetben segítségül hívhatjuk a binomiális eloszlás elvén meghatározható valószínűségszámítást, amelynek segítségével meghatározzuk, hogy 99% valószínűséggel a kivett mintában hány darab nem-megfelelő termék lehet ahhoz, hogy a tétel az előírt/elvárt hibaarányra még megfeleljen. A nem-megfelelő termékek darabszáma, mint valószínűségi változó, annak a valószínűségét adja meg, hogy a sztochasztikus változó az adott határ alatt maradjon. Ha a mintában a nem-megfelelő termékek darabszáma nagyobb, mint a 99% valószínűséggel számított darabszám, akkor ez azt jelenti, hogy a tétel hibaaránya nagy valószínűséggel kedvezőtlenül nagyobb mint az előírt/elvárt érték.

Alkalmazási példa

5.1 A 4.2 példa alapadataival számolva az $N=10\,000$ gyártási tételből az ISO 186 szabvány szerint vett $n=20$ minta és a kívánt 1 000 ppm hibaarány alapján a tétel valószínűségalapú minősítéséhez a 4. táblázat szerinti valószínűségi számítást végezzük el. A kiszámított valószínűségek figyelembevételével azt mondhatjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy a nem-megfelelő darabok száma kisebb mint kettő, 100%. Más szóval $P(\xi < 2) \approx 100\%$. Amennyiben a mintában 2 db, vagy ennél több nem-megfelelő termék fordul elő, azt kell mondanunk, hogy a $p=1\,000$ ppm hibaarányra vonatkozó feltételt a gyártásban nem sikerült megvalósítani.

n=20 p= 0,001
k=0 $\binom{20}{0} 0,001^0 \times 0,999^{20} = \mathbf{0,9802}$
k=1 $\binom{20}{1} 0,001^1 \times 0,999^{19} = \mathbf{0,0196}$
$P(\xi < 2) = P(\xi=0) + P(\xi=1) \Rightarrow \mathbf{0,9802 + 0,0196 = 0,9998}$

4. táblázat. Valószínűségi számítás

6./ Tétel-minősítés érvényben lévő hazai és nemzetközi szabványelírások szerint [4., 5., 6.]

A gyártásközi önellenőrzéskor a mintanagyságot úgy állapítjuk meg, hogy a kivett minták a gyártás befejeztével a tétel minősítésére is szolgálhassanak. Az elmondottak szerint a gyártandó mennyiség 1%-ának egyenlő időközben vett mintái egyrészt a gyártás esetleges korrekciójára alkalmasak, másrészt a betartható mintavételi időközökre is tekintettel vannak. Ha az idézett szabványok útmutatásai szerint járunk el, úgy matematikai-statisztikai elvek alapján a tételt 95% biztonsággal minősíthetjük és nincs szükség a költséges, időt és munkát emésztő minden darabos ellenőrzésre.

Alkalmazási példa

6.1 példa. Az eljárás lépései:

a./ a tétel darabszáma ($N_1=5\,000$, $N_2=10\,000$) és az ellenőrzési fokozat (l, enyhített) alapján a kulcs-

jel-táblázatból kikeressük a kulcsjelet (mindkét N esetében: J)

b./ az egylépcsős mintavétel, normális ellenőrzés táblázatból a J kulcsjelhez kikeressük a mintaelemszámot (n) és az elfogadási (Ac), illetve a visszautasítási (Re) határok értékét.

A példa adatai alapján N_1 és N_2 tételre egyaránt: $n=80$, $Ac=0$, $Re=1$.

Amennyiben az 1% mintanagyságot tartjuk elfogadhatónak, az $n_1=50$ és $n_2=100$, vagyis $N_1=5\,000$ esetében 30-cal kevesebb, $N_2=10\,000$ esetében 20-szal több mintát veszünk az előírtnál. Ennek oka, hogy a szabvány szerint a tétel db számra vonatkozó előírt határ nagyon széles, jelen példa esetében: $N=3\,200-10\,000$. Mivel a szabvány 10% határ változtatást is megenged, vagyis nem szigorú a tétel nagyság határainak kijelölésében, ezért az n nagysága tekintetében nem kell ragaszkodni mereven az előíráshoz.

Összegezve a példára vonatkozó intelmeket: a kivett $n=50$ ill. $n=100$ mintában nem lehet nem-megfelelő termék. Ha mégis találunk ilyen, akkor ez azt jelenti, hogy a célul kitűzött 0,1% hibaarány (1 000 ppm) nem teljesült.

7. Végellenőrzési eljárások összehasonlító vizsgálata

$N = 3\,000$, $5\,000$, $10\,000$ db termék gyártás utáni végellenőrzésének ill. a tételek minősítésének három ismertett módszerét használva – összehasonlítottuk a minősítés eredményét (5. táblázat), amelynek alapján megállapítható a következő:

N	n	np ellenőrzés	binomiális valószínűség	ISO 2859-1
3 000	30	np=0,03 c=1 Ac: $k_{max}=1$	$k_{max}=0$ P= 0,9704 $k_{max}=1$ P= 0,9995 Ac: $k_{max}=1$	Ac: k=0
5 000	50	np=0,05 c=1 Ac: $k_{max}=1$	$k_{max}=0$ P= 0,9512 $k_{max}=1$ P=0,9988 Ac: $k_{max}=1$	Ac: k=0
10.000	100	np=0,1 c=1 Ac: $k_{max}=1$	$k_{max}=0$ P= 0,9048 $k_{max}=1$ P=1,0005 Ac: $k_{max}=1$	Ac: k=0

C – felső ellenőrzőhatár, k_{max} – nem-megfelelő legfeljebb, P – valószínűség, Ac – megfelel, p – hibaarány

5. táblázat. Végellenőrzési eljárások összehasonlítása

- Mind az **np ± c** elvű, mind a **binomiális valószínűséggel megállapított** minősítés azonosan arra enged következtetni, hogy a $p=0,1\%$ hibaarány követelménynek a tétel eleget tesz, amennyiben az 1% mintanagyságban max. 1 db nem megfelelő minőségű termék-darab fordul elő.
- Az **ISO szabvány szerinti** minősítés ugyanezen modell esetekre vonatkozóan annyiban tér el az előző két minősítési eredménytől, hogy a tétel akkor teljesíti az 1 000 ppm hibaarányt, ha a mintában a nem-megfelelő termékek darabszáma zérus ($k=0$).

ÖSSZEFOGLALÁS

A mintavételi eljárásokat tekintettük át, amelyek gyártásközi és végellenőrzés ill. minősítés szempontjából megfelelőek lehetnek. Alapelvek tekintettük, hogy a gyártásközi- és a végellenőrzésre ne kelljen külön mintavételi tervet készíteni és annak megfelelően eljárni, hanem a gyártás közben vett minta egyrészt a folyamat helyességének ellenőrzését, a visszacsatolással történő hiba-kiigazítást szolgálja, másrészt a végterméket ezen minták minősége alapján ítéldhessük meg. A mintavétel módjának kritériuma a gyártásközi ellenőrzés esetében az, hogy a mintavételi időköz elég időt biztosítson a kivett minta minőségének elbírálására, valamint a két mintavétel között túl nagyszámú termék ne legyen, minthogy nem-megfelelés esetén ezeket a tételből el kell különíteni.

A **FEFCO No. 1** előírás az említett egyik feltétel teljesítését sem biztosítja és nem ad eligazítást a tétel minősítésére sem.

Az **$n \geq 1/p$ szabály** betartásával vett mintamennyiség különösen az alacsony hibaarány esetében olyan nagy, hogy a gyártás alatti egyenlő ütemben alkalmazott mintavételi időköz 5-10 másodperc, ami nem teszi lehetővé a kiegyensúlyozott gyártást, valamint a rendelkezésre álló rendkívül kevés idő miatt, a minőség megítélését.

Az **5% mintanagyság** a tétel minősítésére statisztikailag megalapozott, azonban a gyártás közben kb. 5-7 másodpercenként kellene

mintát venni, ami miatt a gyakorlatban a gyorsjáratú gépek miatt ez a mintavételi mód nem alkalmazható. A minta minőségének megítélésére egyébként is rendkívül kevés a rendelkezésre álló idő.

Az **1% mintanagyságot** megfelelőnek tartjuk, mivel gyártás közben a mintavételi időköz kb. $\frac{1}{2}$ perc, ami lehetőséget biztosít a kivett minta minőségének szubjektív megítélésére, másrészt két mintavétel között 250 db/ perc sebességű gépnél kb. 120 db termék kerül legyártásra, amit nem-megfelelés esetén a tételből el kell különíteni. Ez a művelet azonban a gyártási körülmények már említett kedvező szinten tartásával elkerülhető [7., 8.]. Az 1% mintamennyiség alapján a tételt akár a binomiális eloszlással számolt valószínűséggel, akár az ISO 2859-1 eljárásának követésével 95% feletti megbízhatósággal minősíthetjük.

IRODALOM

- [1.] FEFCO Testing Method No. 1. Sampling procedure 1984.
- [2.] Balogh A., Dukáti F., Sallai L.: Minőség és megbízhatóság Műszaki Könyvkiadó 1980.
- [3.] Paper and board – Sampling to determine average quality ISO 186 1994
- [4.] MSZ 548-77
- [5.] ISO 2859-1 Sampling plans indexed by acceptable quality level (AQL) for lot by lot inspection.
- [6.] MIL STD 105D ANSI/ASQC Z1.4
- [7.] Zsoldos B.: Az önellenőrzés elméleti és gyakorlati kérdései 1. rész. Papíripar, 50 (3) 103 (2006.)
- [8.] Zsoldos B.: Az önellenőrzés elméleti és gyakorlati kérdései 2. rész. Alacsony hibaarányú gyártás biztosítása önellenőrzéssel Papíripar, 50 (4) 136 (2006.)