

PAVLOVITS TAMÁS

VITA A VÉGTELENRŐL



A végtelen ideája azért dinamikus, mert a végtelenség mindig feltételezi annak a szellemi műveletnek a folyamatát, amely a növelést és csökkentést végzi, hiszen abban a pillanatban, hogy ez a folyamat leáll, máris egy véges mennyiség adódik a szemléletünkben.

A 17. századi európai gondolkodás legjelentősebb vitája arra vonatkozott, vajon vannak-e velünk született eszmék. Az eszmék – kora újkori nevén: ideák – azokat az elméleti tárgyakat jelentik, amelyek az elvont fogalmi gondolkodást, a nyelvet és a tudatosságot lehetővé teszik. Az a kérdés, vajon vannak-e *idea innaták*, azaz az elmébe beleszületett ideák, az emberi elmében lévő fogalmak eredetére és az emberi megismerés természetére irányult. E kérdésre két markánsan különböző válasz született a korban. Az egyik szerint az elme megszületésekor teljesen üres, azaz nincsenek az elmével vele születő fogalmak, így az elme minden megismerése, ideája, gondolkodó és következtető képessége annak köszönhető, hogy az érzékszerveken keresztül folyamatosan kapcsolatban áll a valósággal. Minden ismeret és tudás tehát a tapasztalatból származik. A másik válasz szerint az elme tulajdonságai, racionalitása, következtető képessége és egyes fogalmai olyan természetűek, ami megmagyarázhatatlan pusztán a tapasztalatból kiindulva. Az elme ugyanis tartalmaz egyfajta olyan többletet, amely visszavezethetetlen a tapasztalatra, és amely alapján azt kell feltételeznünk, hogy van benne valami megszületésétől fogva, ami a megismerést és tudást egyáltalán lehetővé teszi.

A 17. században ugyanakkor folyt egy másik vita is, mégpedig a végtelen természetéről. A né-

zeteltérés egészen pontosan arra vonatkozott, milyen jellegű az az idea, amellyel a végtelenről rendelkezünk. Az nem volt kérdéses, hogy mindenkinek, aki érti ezt a kifejezést, van fogalma a végtelenről, hiszen ahhoz, hogy értse, fogalommal kell rendelkeznie róla. A kérdés arra vonatkozott, vajon mire gondolunk pontosan, amikor e fogalom által elgondoljuk a végtelent. Ezzel kapcsolatban is két álláspont alakult ki. Az egyik szerint a végtelen fogalma olyan jellegű, hogy azt a véges fogalmak módosításával hozzuk létre, mégpedig oly módon, hogy a szemléletünkben véges mennyiségeket növelni vagy csökkenteni kezdünk, és belátjuk, hogy mivel e műveletnek semmi nem szabhat határt, az a végtelenbe tart. A végtelen tehát lényegében a véges mennyiségek határtalan növelését vagy csökkentését jelenti. A másik álláspont szerint a végtelen fogalma nem így alakul ki, hanem a maga teljességében eleve adott az elmében tökéletes, abszolút és pozitív végtelenként. A végtelen fogalma ezért nem függ a véges mennyiségektől, és az elme nem mentális műveletek segítségével hozza létre, hanem eleve készen találja önmagában.

Ha mélyebben belegondolunk, akkor észrevehetjük, hogy e két vita lényegében ugyanarra vonatkozik, mivel a velünk született eszméket illető nézeteltérés visszaköszön a végtelen természetére vonatkozó vitában. Azok ugyanis, akik meggyőződéssel vallják, hogy az elme megszületése pillanatában teljesen üres, a végtelen fogalmát szükségszerűen a véges mennyiségekből kell eredeztessék. Hiszen a tapasztalat mindig véges mennyiségek vagy minőségek ideáival ajándékozza meg az elmét, miközben a végtelen mint végtelen nem lehet tapasztalat tárgya. Másrészt, ha az elmében a végtelen abszolút, tökéletes és befejezett végtelenként adott, akkor egészen biztosan nem a tapasztalatból származik, hiszen ebben a formában a végtelent nemcsak lehetetlen megtapasztalni, de lehetetlen véges mennyiségekből levezetni is. Ezért a végtelent szükségképpen az elme integráns részének kell tekintenünk. Az *idea innatákra* vonatkozó vita tehát lefordítható a végtelen természetére vonatkozó vitára.

Egy vita bemutatásakor az eltérő álláspontokat alátámasztó érveket kell figyelembe venni. A velünk született eszmékre vonatkozó vitát a kanonikus filozófiatörténet az empiristák és a racionalisták ellentétéként szokta ismertetni. Mi most csak a végtelen természetére irányuló vitára koncentrálnak, és megpróbáljuk rekonstruálni a szemben álló felek érveit. Több olyan szövegünk is van, ahol ezek az érvek közvetlenül összeecsapnak. Például Descartes *Elmélkedések az első filozófiáról* (1640) című műve, amely magában foglalja a kortársak ellenvetéseit is, valamint az ezekre adott descartes-i válaszokat.¹ A Gassendi és Hobbes ellenvetéseiből, valamint Descartes azokra adott válaszaiból kirajzolódik a két fél álláspontja a végtelenről.² Locke *Értekezés az emberi értelemről* (1689) című műve II. részének 17. fejezetében tárgyalja a végtelen ideájának természetét.³ Leibniz erre a műre válaszolt *Újabb értekezés az emberi értelemről* (1704) című könyvében, ahol fejezetről fejezetre végigveszi Locke-nak az ideákra vonatkozó tanítását, és a II. rész 17. fejezetében igyekszik cáfolni Locke álláspontját a végtelen ideájával kapcsolatban.⁴ A harmadik szövegben egy fiktív vitát találunk: Malebranche *Beszélgetések a metafizikáról és a vallásról* (1688) című könyve dialógus formában viszi színre a végtelen természetére vonatkozó vitát, ahol Ariste és Théodore képviselik az ellentétes álláspontokat.⁵ Ez a három szöveg alkalmas terep arra, hogy rekonstruáljuk a végtelen ideájával kapcsolatosan kialakított, egymással ellentétes álláspontokat és az azok alátámasztására kidolgozott érveket.⁶

■ Az arra vonatkozó vita, hogy vajon az emberi elme ismeretei egy metafizikai forrásból vagy csupán a tapasztalatból származnak, az antikvitásba nyúlik vissza. A szókratikus-platóni tanítás szerint a lélek a földi létbe történő megszületése előtt az örök igazságokat szemlélte. Megszületését követően a benne eleve meglévő, de elhomályosult tudást az érzéki tapasztalat (érzékelés, tanulás stb.) újra aktiválja, és igaz tudásra a visszaemlékezés útján tesz szert. Ezzel elmentéses Arisztotelész álláspontja, aki szerint nincsenek a kozmosztól elkülönült örök igazságok és ideák, a lélek pedig a test formája, nem önálló entitás. Következésképpen az emberi lélek megszületésekor üres, és minden tudása az érzéki tapasztalatból származik. Ez a nézeteltérés tovább élt a középkorban, ahol az arisztotelészi álláspontot Aquinói Szent Tamás képviselte. Ő tette híressé az empirista véleményt kifejező tömör szentenciát, amely szerint: „*Nihil est in intellectu quod non prius fuerit in sensu*”, azaz semmi sincsen az értelemben, ami előbb ne lett volna meg az érzékekben. A 17. századi empirista gondolkodók is ezt az álláspontot képviselik. John Locke-nak Descartes-tal szemben az a meggyőződése, hogy az elme fogalmai nem születnek együtt az elmével, hanem a tapasztalat útján alakulnak ki. Ehhez minden tudásformát és az elme megismerőképességének egészét vissza kellett vezetnie a tapasztalatra. Locke ezért foglalkozik a végtelen ideájának a problémájával is.

Az empirista gondolkodók közül Locke fejt ki a legrészletesebben azt az érvet, amely a végtelen ideáját az érzéki tapasztalatból eredezteti. Az ő érvét ismeretve lényegében összefoglaljuk mindazok álláspontját és érveit, akik hozzá hasonlóan gondolkodnak. Locke egyik fontos állítása az, hogy a végtelen, éppúgy, mint a véges, a mennyiség módusza. Ez annyit jelent, hogy míg a mennyiségek lehetnek végesek vagy végtelenek, addig a minőségek végességéről vagy végtelenségéről nincsen értelme beszélni. A gondolkodásban a legalapvetőbb mennyiségileg adott formák: a tér, az idő és a szám ideái. Ezek az ideák a tapasztalatból alakulnak ki, és részekből állnak, ezért mennyiségiek. Locke másik megállapítása, hogy az elme képes a tapasztalatból kialakított véges mennyiségeket gondolatban növelni vagy csökkenteni. Mivel egy ilyen műveletnek semmi nem szabhat határt, ezért jutunk el a tér, az idő és a szám végtelenségének gondolatához. Hogyan gondoljuk el tehát az idő, a tér vagy a szám végtelenségét? Ha a számokat növeljük, akkor a végtelenbe tartunk, éppúgy, ha csökkentjük őket: (1, 2, 4, 8, 16, 32...?), (1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32...?). Ugyanígy tehetünk a térrel, az idővel és minden véges mennyiséggel. Amikor tehát Locke közelebbről megvizsgálja, milyen is a végtelen így kialakított ideája, azt találja, hogy az mindig egy mennyiséghez kötődik, és annak növelése vagy csökkentése során jön létre. Az eredmény egy sajátos, *dinamikus* vagy *negatív* idea lesz. A végtelen ideája azért dinamikus, mert a végtelenség mindig feltételezi annak a szellemi műveletnek a *folyamatát*, amely a növelést és csökkentést végzi, hiszen abban a pillanatban, hogy ez a folyamat leáll, máris egy véges mennyiség adódik a szemléletünkben. Negatív pedig azért, mert e mentális művelet során a végtelenhez pozitív értelemben soha nem jutunk el, mindig a végesség körében maradunk, csak éppen *tagadjuk*, hogy e műveletnek bármi határt szabhatna. Ily módon Locke két forrásból eredezteti a végtelen ideáját: egyrészt a véges mennyiségekből, másrészt az elme műveletéből: az elme saját műveletére irányuló reflexióból látja be a mennyiségek végtelen növelhetőségét és csökkenthetőségét, és alkot fogalmat a végtelenről.

Az eddigiekből is kitűnik, hogy a végtelen ideájának empirikus eredeztetése meghatározó a végtelen ideájának természetére nézve. Egyrészt ebben az esetben a véges ideák logikai elsőbbséggel bírnak, mivel a végtelen ideája belőlük származik, azok sajátos módosulásaként jön létre. Másrészt a végtelen megmarad negatív ideának, azaz a végtelent mint végtelent ezen az úton soha nem érhetjük el. Az egyetlen végtelen, amit ily módon el tudunk gondolni, ugyanaz, mint amit Arisztotelész potenciális, azaz lehetőség szerinti végtelennek nevezett, és amelyet szembeállított az aktuális vagy megvalósult végtelennel. Az empirista megközelítésben az aktuális végtelenről nem lehet ideánk, a tökéletes, befejezett és megvalósult végtelent nem tudjuk elgondolni. Az elmében a végtelen fogalma mindig csak lehetőség szerint tartalmazza a végtelent.

Descartes, Leibniz és Malebranche érve

■ Az empirista érv konklúziója éles ellentétben áll Descartes álláspontjával. Descartes-nál a végtelen ideájának természetére vonatkozó érv talán a legerősebb azok között, amelyeket a velünk született eszmék védelmében felhozott. Ha ugyanis a végtelen ideáját olyan formában tartalmazza az elme, ahogyan azt Descartes leírta, akkor egészen biztosan nem származhat a tapasztalatból, hanem más forrásból kell eredeztetni. Descartes és a vele egyetértők álláspontjának az ismertetéséhez először világossá kell tennünk, mi jellemzi szerintük a végtelen ideáját, hiszen ez lesz az az álláspont, amely mellett érveket dolgoznak ki. Ezen az oldalon az érvek nem annyira egységesek, mint az empiristákén, ezért többet is szemügyre veszünk: Descartes-ét, Leibnizét és Malebranche-ét.

Descartes legerősebb és filozófiatörténetileg is egyik legérdekesebb állítása az, hogy az emberi elme rendelkezik a végtelen pozitív ideájával.⁷ Descartes nem ért egyet az empiristákkal abban, hogy a végtelent csak a mennyiség módosulásaként képes elgondolni az elme, és hogy ideája csupán negatív és dinamikus lehet. Szerinte világos és elkülönült fogalommal rendelkezünk az abszolút, befejezett és tökéletes végtelenről. A végtelen ideája elsősorban minőségi és nem mennyiségi, pozitív és nem negatív idea, ugyanis nem a véges mennyiségekből hozzuk létre. A végtelen elsősorban a tökéletességet fejezi ki az elmében, ami minőség, és amihez semmi nem adható hozzá. Míg az empirista végtelenhez negativitása folytán mindig hozzá lehet adni valamit, addig Descartes végtelenje befejezett és tökéletes. A két végtelen esetében a véges-végtelen viszony is megfordul: míg az empiristák szerint a véges ideáknak van logikai elsőbbségük, mivel a végtelent a véges ideákból vezetjük le, addig Descartes szerint a végtelen ideája teljesen független a végestől, sőt a szemléletben megelőzi azt. Ebből következik az is, hogy a végtelen pozitív és tökéletes ideáját nem lehet véges tapasztalatokból létrehozni vagy levezetni, hiszen ez az idea nem véges részekből áll, és a véges mennyiségek bármilyen nagyszámú összeadásától vagy megnövelésétől mindig végtelen távolságra esik.

A vita tehát akörül forog, vajon képes-e az elme elgondolni a végtelent mint végtelent, vagy pedig csak arra képes, hogy gondolkodásában a végtelen felé tartson. Miután az *Elmélkedések az első filozófiáról* című művében a fenti módon leírta a végtelen ideáját az elmében, Descartes-ot számos kortársa támadta azzal, hogy az elme a végtelen fogalmára csak véges mennyiségek (vagy esetleg minőségek) megnövelésével tehet szert, és nem találja készen azt saját ideái között. Ám nemcsak Descartes, hanem Malebranche, Leibniz és Spinoza is meggyőző-

déssel vallotta, hogy az elme rendelkezik a tökéletes végtelen fogalmával, vagy legalábbis közvetlenül hozzáfér ahhoz. Ezt az álláspontjukat az ellenvetések miatt érvekkel kellett alátámasztaniuk. Azt senki nem vitatta, hogy az a mód, ahogy Locke leírja a végtelen negatív ideájának kialakulását a véges mennyiségekből, helyes. Tehát céljuk nem az empirista érvek érvénytelenítése volt, hanem annak megmutatása, hogy az elme soha nem tudná ezen a módon kialakítani a végtelen negatív ideáját, ha nem rendelkezne már eleve a végtelen pozitív ideájával. Arra akartak tehát rávilágítani, hogy az empirista érv eleve feltételez egy olyan többletet a végtelen elgondolásában, amivel az empiristák nem számolnak, vagy amit nem vesznek észre.

Descartes, Leibniz és Malebranche érvei matematikai alapon állnak. Azt próbálják megmutatni, hogy az elme bizonyos műveleteihez elengedhetetlenül szükséges a végtelen pozitív ideájának a feltételezése. Descartes az *Elmélkedések az első filozófiáról* című művével szemben felhozott ellenvetések második sorozatára adott válaszaiban azt a kérdést teszi fel: honnan tudjuk, hogy a számok sorozata végtelen? Amikor elkezdjük a természetes számokat növelni egyszerű összeadással vagy szorzással, egy sorozatot kapunk, amely a végtelenbe tart. Egy ilyen sorozatnak a legutolsó tagja mindig véges, és bármennyit adjunk hozzá vagy bármennyivel szorozzuk is azt meg, mindig véges mennyiséget kapunk. Honnan tudjuk tehát, hogy a számok sorozata végtelen? Descartes szerint, amikor belátjuk, hogy ahhoz a számhoz, amely minden számnál nagyobb, soha nem érhetünk el a számolás során, akkor azt vesszük észre, hogy „van valami, ami a számolás tekintetében minden számoló képességünket meghaladja”.⁸ Ilyenkor – paradox módon – el tudunk gondolni valamit, amit soha nem tudunk elgondolni. Ez pedig nem más, mint a befejezett és aktuális végtelen, ami felé a számsorozat állandóan tart, de amit soha el nem érhet. Ebből pedig arra kell következtetnünk, hogy az elmében megvan az aktuális végtelen, és ez teszi lehetővé annak belátását, hogy a véges számok növekvő sorozata a végtelenbe tart. Úgy is fogalmazhatnánk, hogy van egy képességünk annak belátására, hogy a számok növelésének folyamata egy olyan végpont felé konvergál, ami túl van a végességen, és amit soha el nem érhet. Ezt a belátást teszi lehetővé a tökéletes végtelen az elmében, és megfordítva: ez a belátás szolgál érvként ahhoz, hogy az elme rendelkezik a végtelen pozitív, befejezett, tökéletes és aktuális fogalmával is. Descartes szerint a végtelennek ez a pozitív fogalma teszi lehetővé, hogy véges mennyiségek növelésével kialakítsuk a negatív végtelen fogalmát.

Leibniz érve, amely közvetlen válasz volt Locke végtelennel kapcsolatos fejtegetéseire, egy fokkal bonyolultabb. Leibniz először is tagadta Locke érvének premisszáját, amely szerint a végtelen kizárólag a mennyiség módosulása. Következésképpen azt is tagadta, hogy a végtelen kialakítható részek összeadásából: „A valódi végtelen, szigorúan szólva, csakis a feltétlenségben van, ami megelőz minden összetételt, s nem a részek összeadásából alakul ki.”⁹ A valódi végtelen tehát maga a feltétlen vagy az abszolútum, amelyhez az elme közvetlenül, véges mennyiségek (részek) összeadása vagy növelése nélkül hozzáfér. Álláspontja megalapozásához Leibniz egy véges egyenes vonalnak a végtelenbe történő meghosszabbítását hozza fel példának. Vegyünk egy egyenes vonalat, majd hosszabbítsuk meg oly módon, hogy az eredeti kétszerese legyen. Nyilvánvaló, hogy az így kapott vonal tökéletesen hasonlít az eredetihez. Az új vonal az előbbi módon megint megkétszerezhető, és újra csak ez előbbiekhöz hasonló vonalat kapunk. Ezt a műveletet pedig akárhányszor elvégezzük, azaz a vonal

meghosszabbítható a végtelenig.¹⁰ Mi teszi lehetővé ezt a végtelenbe történő meghosszabbítást? Ez vajon kizárólag az elme műveletétől függ, amely a végtelen felé növelve a vonalat megállapítja, hogy e műveletnek semmi nem szabhat határt, ahogy Locke állítja? Leibniz szerint ez még nem lenne elegendő sem a vonal végtelenbe történő meghosszabbításához, sem a végtelen fogalmának megalakításához. Az ő válasza a kérdésre az, hogy a végtelenbe történő meghosszabbítás műveletét a *hasonlóság* és az *alap azonossága* teszi lehetővé: „Nyilvánvaló, hogy a második [vonal] tökéletesen hasonló lesz az elsőhöz, és ismét megkétszerezhető, így eljutunk egy harmadik vonalhoz, amely ismét hasonló az előzőekhez, s mivel ugyanaz az alap mindig fennáll, lehetetlen, hogy bármikor is megállítson valami, ennél fogva a vonal meghosszabbítható a végtelenig.”¹¹ Leibniz érvének megértéséhez világosan kell látnunk, mit ért a hasonlóságon és az alap azonosságán. Két dolog akkor hasonló egymáshoz, ha azonos jegyeket tartalmaz. A két vonal esetén a hasonlóságot kiterjedt voltak és egyenességük biztosítja. Egy véges egyenes vonalban a kiterjedés és az egyenesség az az elégséges alap, amely a végtelenbe növelését lehetővé teszi. Ez az alap ugyanis soha nem változik meg, miközben kimeríthetetlen, azaz végtelen. Az egyenesben az elégséges alap az a feltétlen vagy abszolútum, ami a növelését lehetővé teszi, és mivel ez végtelen, a vonal a végtelenbe növelhető. Azt ugyanakkor Leibniz sem állítja, hogy ez a művelet bármikor elérheti a befejezett vagy aktuális végtelent, tehát azt a pontot, ahonnan a növelés már nem folytatható tovább. Az igazi végtelen ugyanis a feltétlen, amely megelőzi és lehetővé teszi a végtelenbe növelést, nem pedig az, ami a növelés eredményeként megvalósul. A végtelen ideája tehát nem a megnövelés eredményeként alakul ki, ahogy azt Locke állítja, hanem azért vagyunk képesek bármit a végtelenbe növelni, mert az igazi végtelen mint abszolútum, feltétlen és elégséges alap eleve adott.

Descartes és Leibniz érvei olyan műveleteket elemeztek, amelyek során az elme aritmetikai vagy geometriai mennyiségeket növel a végtelenbe. Malebranche egy másik nézőpontból közelít a problémához. Az általa vázolt fiktív párbeszédben az empirista véleményt Ariste képviseli, aki a következőt állítja a végtelenről: „Számomra úgy tűnik, hogy az általában vett létezőről vagy a végtelenről való ideám egy magam módján megalkotott idea. Úgy vélem, az elme képes partikuláris ideákból kiindulva általános ideákat alkotni magának. [...] Esetleg az általunk látott végtelen tulajdonképpen egyáltalán nem is az. Nem egyéb, mint több véges dolog zavaros összessége.”¹² Látható, hogy Malebranche itt az ún. általános ideák kapcsán fogalmazza meg a végtelen kérdését. Az általános ideák azok az ideák, amelyek általánosságban fejeznek ki egyedi dolgokat. Ezekre a legjobb példát a geometriában találjuk. Az általános kör ideája magában foglal minden egyedi kört, a háromszög általános ideája magában foglal minden partikuláris háromszöget, legyen az hegyesszögű, derékszögű vagy tompaszögű. Malebranche azt állítja, hogy egy ilyen általános idea tartalmát tekintve végtelen, hiszen végtelen számú egyedi ideát foglal magában. Amikor egy ilyen ideáról megállapítunk egy igazságot, például hogy *minden* eukleidészi síkban adott háromszög belső szögeinek összege két derékszög összegével egyenlő, akkor ez a kijelentés minden egyedi háromszögre s így aktuálisan végtelen számú háromszögre igaz. A végtelenre vonatkozó fentebb feltett kérdés ebben az esetben így hangzik: hogyan alakulnak ki az elmében az általános ideák? Vajon egyedi ideák tapasztalataiból alkotjuk meg őket úgy, hogy a már tapasztalt ideákat összegezzük, vagy pedig az elme saját tapasztalataitól függetlenül, közvetlenül fér

hozzájuk? Ez a kérdés is arra vonatkozik, hogy vajon mi van előbb az elmében, a végesnek vagy a végtelennek az észlelése. Ariste azzal érvel, hogy az elme egyedi dolgok ideáival találkozik, és azokat összegezve alakítja ki az általános ideát. Ez az érv lényegében ugyanaz, mint amellyel Locke-nál találkoztunk: a végtelent véges részek összegzése útján alakítja ki az elme. Malebranche, akár csak Leibniz, ezt határozottan elutasítja. Az érvének az a lényege, hogy egy általános idea nem *lehetőség szerint* tartalmazza a végtelent, hanem *aktuálisan*. Azaz amikor a kör ideájára gondolunk a maga általánosságában, akkor az összes lehetséges körre gondolunk egyszerre, azaz aktuálisan végtelen számú körre. Ez pedig nem megalkotható véges számú egyedi kör gondolatából vagy tapasztalataból. Ha egyedi körökből alkotná meg az elme az általános kört, akkor az soha nem lenne valóban általános, és soha nem lennének képesek erről a körről olyan megállapításokat tenni, amelyek kivétel nélkül minden egyedi körre is nyilvánvalóan igazak. Az általános kört ugyanis nem zavarosan, hanem világosan és elkülönítetten vagyunk képesek elgondolni. Ebből pedig nyilvánvalóan következik, hogy az általános ideák nem hozhatók létre az egyedi ideák összegzéséből. Malebranche szerint éppen fordított a helyzet: azért vagyunk képesek egy egyedi ideát felismerni, mert már eleve rendelkezünk az általános ideával, vagy hozzáférünk ahhoz: „az elme véges ideáihoz öntudatlanul hozzákapcsolja az általánosság ideáját, amelyet a végtelenben talál”.¹³ Malebranche szerint tehát éppen a végtelen miatt nem tartható az empiristák álláspontja. Az általános ideák aktuálisan végtelen tartalmúak, ennek eredete pedig az igazi, befejezett és tökéletes végtelen, amelyhez közvetlenül hozzáfér az elme. A végtelent az emberi gondolkodás nem létrehozza vagy megkomponálja, hanem készen találja a maga teljességében. Malbranche-nál ugyanaz az érv lényege, mint Descartes-nál vagy Leibniznél: a végtelen nem a végesből levezetett idea, hanem egy olyan feltétel, amely lehetővé teszi azt, hogy a partikulárisban vagy végesben felfedezzük az általánost vagy végtelent.

Foglaljuk össze az eddig áttekintett érveket és ellenérveket! Az empiristák szerint az a mód, ahogy a végtelent elgondoljuk, mindig a mennyiséghez kötődik: a végtelen fogalmát véges mennyiségek, részek megnövelésével vagy megsokszorozásával hozzuk létre. A végtelen fogalma így valójában a véges módosulása, és nem igazi végtelen, hanem a végtelennek csupán a lehetősége. A másik álláspont képviselői szerint az empiristák által meghatározott módon nem alkothatunk fogalmat a végtelenről. Az empirista végtelenfogalom kialakulása ugyanis előfeltételezi, hogy már eleve elgondoljuk a végtelent mint végtelent. Ezzel azt is állítják, hogy az elme rendelkezik a tökéletes végtelen fogalmával, amely nem lehetőség szerinti, hanem megvalósult végtelen. Ez a végtelen nem a véges módosulása, hanem teljesen független tőle. Descartes, Leibniz és Malebranche itt bemutatott érvei arra próbálnak meg rávilágítani, hogy az emberi elmének vannak olyan műveletei, amelyek feltételezik a tökéletes végtelen fogalmát, mert enélkül megmagyarázhatatlanok. Mivel ez a fogalom nem eredeztethető a tapasztalataból, sem véges mennyiségeken végzett műveletekből, ezért a tökéletes végtelen elgondolásának a képessége az elme lényegi és nem ön maga által kialakított tulajdonsága.

■ A velünk született eszmékre vonatkozó vitában elfoglalt ellentétes álláspontokat Kant szintetizálta. Azzal, hogy megmutatta, lehetségesek a priori szintetikus ítéletek, azaz olyan új és igaz tudás, amely nem a tapasztalathoz származik, igazolta, hogy nem vezethető vissza minden ismeretünk a tapasztalatra. Ugyanakkor ez az érv nem a descartes-i álláspont győzelmének megállapítását szolgálta, hiszen Kant azt is világossá tette, hogy a tapasztalati benyomások nélkül az elme fogalmai üresek maradnak, és így önmagukban nem eredményezhetnek tudást. Kant ugyanakkor nem beszél a végtelen fogalmának problémájáról. Az a kérdés, hogy miként képes az elme a tökéletes végtelen elgondolására, Hegelt leszámítva a 18–19. században nem merült fel. A 19. század végén azonban történt ezzel kapcsolatban egy fontos esemény: Georg Cantor felfedezte a transzfinit számokat.

A transzfinit számok matematikailag pontos meghatározásával Cantor rehabilitálta a matematikában az aktuális végtelent. A transzfinit számok végtelen halmazok számosságát jelentik, azaz azon elemek számát, amelyeket egy végtelen halmaz tartalmaz. Ettől kezdve az aktuális végtelen nemcsak metafizikai minőségként (tökéletes végtelen, abszolútum, feltétlen), hanem matematikai mennyiségként is értelmezhetővé vált. Cantor a transzfinit számokat a halmaz fogalmának segítségével definiálta. A halmaz egy olyan matematikai segédfogalom, amelynek segítségével egy sokaság egységét tételezni tudjuk. Beszélhetünk Szeged lakóinak halmazáról vagy a Tisza halainak halmazáról. A halmaz ugyanakkor éppúgy képes végtelen, mint véges sokaságok egységét tételezni. Amikor a pozitív páratlan számok vagy a prímszámok halmazáról beszélünk, akkor végtelen sokaság egységét állapítjuk meg. A halmaz egy sajátos szemléletváltást tesz ezáltal lehetővé. Amikor azt állítjuk, hogy a pozitív páratlan számok sorozata a végtelenbe tart, a végtelen kifejezést nem ugyanabban az értelemben használjuk, mint amikor azt mondjuk, hogy a pozitív páratlan számok halmaza végtelen. Az első esetben potenciális végtelenről, a másodikban aktuális végtelenről beszélünk. A pozitív páratlan számok sorozata ugyanis soha nem érhet el egy olyan végponthoz, amelyhez ne lehetne még kettőt hozzáadni. A végtelen ez esetben nem lehet befejezett. Ezzel szemben a pozitív páratlan számok halmaza az összes pozitív páratlan számot tartalmazza, és egyetlen új páratlan számot sem lehet hozzáadni. Ennek a halmaznak a számossága tehát befejezett végtelen.

Miként érinti ez a felfedezés a kora újkori vitát a végtelen természetéről? Cantor írásaiban nem tárgyalja az elmében lévő ideák eredetének kérdését. Ám saját végtelenre vonatkozó belátásai alapján hangsúlyozza, hogy újra kell értékelnünk az elme radikális végességére vonatkozó hagyományos meggyőződésünket, és el kell gondolkodnunk azon, minek köszönhető, hogy a matematika egzakt módon képes meghatározni az aktuális végtelen halmazokat és velük kapcsolatosan a transzfinit számokat. Cantor szerint ebből azt a következtetést kell levonni, hogy az emberi elme nem radikálisan véges, hanem „sok tapad rá a végtelenből”.¹⁴ Másként szólva az elme azért képes tisztán és elkülönítetten aktuálisan végtelen halmazokat meghatározni és a transzfinit számokat sorozatba rendezni, mert megvan az a képessége, hogy elgondolja a befejezett és tökéletes végtelent. Az elme ugyanis nem a véges számok összeadásával jut el a végtelenhez, hanem már az összeadás előtt rendelkezik annak matematikailag is jól meghatározott fogalmával. Cantor tehát úgy látta, hogy matematikai felfedezésének

ismeretelméleti következményei vannak, amennyiben az általa felfedezett transzfinit számok elárulnak valamit az elme természetéről is. Amit pedig elárulnak, az nem más, mint hogy az elme a végtelen fogalmát nem a véges számokból alkotja meg azok összeadásával, hanem a halmaz fogalmának segítségével képes végtelen sokaságok egységének felismerésére. Ez pedig arra utal, hogy a befejezett, aktuális végtelen fogalma eleve megvan az elmében a véges, mennyiségi fogalmakat és a lehetőség szerinti végtelent megelőzően. Cantor felfedezése tehát egy újabb érveléssel szolgál a végtelen természetére irányuló vitában.

A komoly filozófiai viták lezárhatatlanok. A filozófia ugyanis nem empirikus alapokon áll, és nem használ bizonyításokat. A bizonyítások – tiszta, matematikai formájukban – kikényszerítik a bebizonyított igazság elfogadását. Mivel a filozófia perspektívájában az igazság nem tesz lehetővé bizonyításokat, ezért helyettük a filozófia érveket használ. Az igazság itt nem a levezetés végeredményének apodiktikus evidenciájában, hanem az érv erejében mutatkozik meg. Az érvek tehát nem alkalmasak arra, hogy az igazságot megérintsék, csak részesehetnek belőle, hol inkább, hol kevésbé. Ez azt is jelenti, hogy minden érveléssel szemben kidolgozható egy ellenérv. Az ellenérv próbáját mindig az ereje adja, ami abban nyilvánul meg, milyen meggyőzőerőt képvisel az ellentétes érveléssel szemben. A végtelen természetére vonatkozó vitában is érvek és ellenérvök csapnak össze. Ez a vita, még ha nem is kifejtett módon, de ma is tart. A redukcionista elmefilozófia számára elfogadhatatlan, hogy az elme része legyen egy olyan mentális tárgy, tudniillik a végtelen pozitív ideája, amely eredetét tekintve levezethetetlen a végességéből. Ha az elme természeténél fogva képes lenne a tökéletes végtelen elgondolására, akkor az azt jelentené, hogy az elme természete levezethetetlen az anyagi valóságból, és hogy végtelenül meghaladja azt. Az elme működését tanulmányozók újra és újra felvetik azt a kérdést, vajon az elme végtelen iránti érzékenysége miként magyarázható meg pusztán anyagi alapokon állva. Erre a kérdésre valószínűleg nem kapunk végérvényes választ. Úgyhogy továbbra is nyitva áll a lehetőség, hogy töprengjünk a végtelen természetén.

■ JEGYZETEK

1. Descartes: *Elmélkedések az első filozófiáról*. (Ford. Boros Gábor) Atlantisz, Bp., 1994. (A továbbiakban Descartes: *Elmélkedések*.) A magyar kiadás csak rövid kivonatokat tartalmaz az ellenvetésekből és a válaszokból.
2. Gassendi saját ellenvetéseit egy terjedelmes könyvvé fejlesztette, amely *Disquisitio metaphysica seu dubitationes et instantiae adversus Renati Cartesii metaphysicam et responsa* címmel jelent meg 1644-ben.
3. Locke: *Értekezés az emberi értelemről*. (Ford. Vassányi Miklós – Csordás Dávid) Osiris, Bp., 2003. 225–241.
4. Leibniz: *Újabb értekezés az emberi értelemről*. (Ford. Boros Gábor et al.) L'Harmattan, Bp., 2005. 133–134. (A továbbiakban Leibniz: *Újabb értekezés*.)
5. Malebranche: *Beszélgések a metafizikáról és a vallásról*. (Ford. Kékedi Bálint – Moldvay Tamás – Schmal Dániel) L'Harmattan, Bp., 2007. (A továbbiakban Malebranche: *Beszélgések*.)
6. A végtelen kapcsán ezeket a szövegeket több írásomban is elemeztem már: Pavlovits Tamás: *A végtelen észlelése a kora újkorban*. Gondolat, Bp., 2020. 273–285; Uő: *A végtelenből gondolkodni. A végtelen észlelése a kora újkorban*. Magyar tudomány 2020. 11. 1442–1452.
7. Descartes: *Elmélkedések*. 45–65. Harmadik elmélkedés.
8. Descartes: *Œuvres*. Éd. Charles Adam, Paul Tannery. 11 vol. Vrin, Paris, 1996. VII. 138.
9. Leibniz: *Újabb értekezés*. 133.
10. Uo. 134.
11. Uo. 134.
12. Malebranche: *Beszélgések*. 60.
13. Uo. 62.
14. Georg Cantor: *Végtelenség a matematikában és a filozófiában*. Filozófiai Figyelő 1988. 4. 56–87.