

A cikk a klasszikus Maxwell-elmélet módosulását mutatja be egy hipotetikus elemi mezővel (térrel) történő kiegészítés hatására. A kiegészítést motiváló részecskefizikai megfontolások rövid ismertetése után vázoló e mező kvantumai létezésének kísérleti kimutatását célzó erőfeszítéseket. A kibővített Maxwell-egyenleteket használva felállítom az energia megmaradását kifejező mérlegegyenletet. Elemzem a fényhullámok axionhullámokkal csatolt terjedését és rámutatok néhány egyszerű és látványos következményre. A témakör a bevezető elméleti elektrodinamika egyetemi előadások kiegészítéseként alkalmas a modern részecskefizikai kutatások felé orientáló feldolgozásra.

Az axionhipotézis eredetéről

Az erős kölcsönhatás elméletileg bizonyítottan ellentmondásmentes, kísérletileg igazolt elmélete a kvantumszindinamika. Önkölcsönható erőterei, az $A_\mu^a(\mathbf{x}, t)$ gluonterek ($\mu = 1, \dots, 4$ a Lorentz-index, $a = 1, \dots, 8$ pedig a színindex) elméletét különösen egyszerű alakú Lagrange-sűrűség definiálja:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (1)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c.$$

Arra a kérdésre, hogy miért nem adják hozzá ehhez a kifejezéshez a

$$\Delta L = \Theta \frac{g^2}{64 \pi^2} \tilde{F}_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (2)$$

$$\tilde{F}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma a}$$

tagot (Θ szabályozza e tag erősségét), a válasz elsőre nagyon egyszerű: ΔL tértükrözésre előjelet vált, azaz sérti az elmélet tükrözési szimmetriáját. Az erre alapozott kizárás jogossága akkor vált kérdésessé, amikor megértették a kombinált töltéstükrözési és tértükrözési (röviden a CP) szimmetria sérülésének eredetét az egy-

A Magyar Fizikus Vándorgyűlésen, Veszprémben, 2022. augusztus 22-én tartott előadás írott változata.



Patkós András (1947) akadémikus, az ELTE emeritus egyetemi tanára. Elméleti fizikus, aki a kvantumtérelméletek megoldási módszereit fejleszti, az erős és az elektromágneses anyag fázisátalakulásait, azok kozmológiai szerepét kutatja. Számos tankönyv (társ)-szerzője. Rendszeresen ír tudományos-népszerűsítő cikkeket is.

séges elektromágneses elmélet keretei között. A teljesen hasonló szerkezetű két elmélet (mindkettő nem-abeli mértékelmélet) arra a várakozásra vezetett, hogy a kvantum-szindinamika is sértheti a CP-szimmetriát.

A módosult erős kölcsönhatási elmélet megfigyelhető következményeinek elemzésekor azonban kiderült, hogy Θ megfigyelhető értéke természetellenesen kicsi:

$$|\Theta_{\text{exp}}| < 10^{-10}. \quad (3)$$

Az axionhipotézis azzal a feltételezéssel értelmezi ezt a helyzetet, hogy Θ_{exp} valójában két egymást kompenzáló járulékból tevődik össze. A QCD mellett egy hipotetikus axionmező és az $F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu}$ kifejezés csatolásával is kiegészítik az elméletet:

$$\Delta L = \left(\Theta_{\text{QCD}} + \xi \frac{a(\mathbf{x}, t)}{f_a} \right) \frac{g^2}{64 \pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu}. \quad (4)$$

Felteszik, hogy az $a(\mathbf{x}, t)$ mező saját paritása negatív, ezért a kiegészítő kölcsönhatás összességében nem paritásértő. Az f_a tömegdimenziójú állandó kompenzálja az a -tér dimenzióját. Amennyiben az axiontérnek nem nulla várható értéke van, akkor a két járulékból kiejtheti egymást:

$$\Theta \rightarrow \Theta_{\text{eff}} = \Theta_{\text{QCD}} + \xi \frac{\langle a(x) \rangle}{f_a} \approx 0. \quad (5)$$

Ezt a várható értéket más hatásával nem lehet észlelni, de a kondenzátum gerjesztésének kvantumát, az axionrészecskét ki lehetne mutatni. Erre immár több, mint négy évtizede törekednek a fizikusok, egyelőre eredménytelenül. A kutatás fő eszköze az axionok elektrodinamikai hatásának kimutatása, amelyre *Paul Sikivie* tett javaslatot 1983-ban.¹ Az axionmezőt a gluoncsatolással analóg módon csatolódhat az elektromágneses térből alkotott $F\tilde{F}$ kombinációhoz. A csatolt axion-elektromágneses elmélet Lagrange-sűrűsége a következő:

$$\begin{aligned} L_{\text{EM}+a} &= \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu a(x))^2 - m_a^2 a^2(x) \right] - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \\ &+ \frac{1}{4} g_{a\gamma\gamma} a(x) F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x) - j_\mu A_\mu = \\ &= \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}^2(x) - \frac{1}{\mu} \mathbf{B}^2(x) \right) - g_{a\gamma\gamma} a(x) \mathbf{E}(x) \mathbf{B}(x) + \quad (6) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} (\partial_t a(x))^2 - (\partial_i a(x))^2 - \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a^2 \right) - \\ &- j_0 A_0(x) + \mathbf{j}(x) \mathbf{A}(x). \end{aligned}$$

¹Az elektromágneses hatásokon alapuló axionkutatás helyzetéről lásd az [1] összefoglalót!

A képletet, a továbbiak követésének megkönnyítésére nem relativisztikus jelöléssel, az elektromos térerősség ($\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}} - \nabla A_0$) és a mágneses indukciósűrűség ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$) segítségével is felírtam. Miután \mathbf{E} poláris, \mathbf{B} viszont axiálvektor, nyilvánvaló, hogy az \mathbf{EB} kombináció sérti a tükrözési szimmetriát, amit a pszeudoskálár a -tér kompenzál. Az elektromosan töltött források sűrűségét a j_μ 4-vektor adja meg.

Az eddigi vizsgálatok alapján az axionok tömegének legvalószínűbb tartományára extrém kis értéket javasolnak; a fotontérhez csatolódásuk becsült erőssége is szupergyenge:

$$10^{-16} \frac{\text{GeV}}{c^2} < m_a = \frac{\hbar \omega_a}{c^2} < 10^{-14} \frac{\text{GeV}}{c^2}, \quad (7)$$

$$g_{a\gamma\gamma} \approx 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}.$$

Nem relativisztikus sötét anyagnak tekinthetők, mivel elektromos töltésük nulla és átlagos sebességük a fénysebesség ezredrésze, azaz mozgási energiájuk elhanyagolható a nyugalmihoz képest.

Módosított Maxwell-egyenletek és az energiamérleg

Az axioncsatolás a forrásos Maxwell-egyenleteket módosítja. A homogén egyenletek a térerősségek és a vektorpotenciál változatlan kapcsolata miatt változatlanok. Először a térmennyiségekhez konjugált kanonikus impulzusokat adjuk meg:

$$\Pi_a = \frac{1}{c^2} a \equiv \frac{p_a}{c},$$

$$\Pi_{A_0} = 0,$$

$$\Pi_A = -\varepsilon \mathbf{E} + g_{a\gamma\gamma} a \mathbf{B} \equiv -\mathbf{D}. \quad (8)$$

A harmadik egyenletben jelentkezik az axioncsatolásból származó első furcsaság: az elektromos eltolás és a térerősség kapcsolatában a polarizációsűrűség helyén az axiontér és a mágneses indukció szorzata áll. Következő lépésként a kanonikus impulzusokkal végzett Legendre-transzformáció révén meghatározzuk az energiasűrűség kifejezését:

$$\mathcal{H} = -\dot{\mathbf{A}} \mathbf{D} + \dot{a} \Pi_a - L =$$

$$= \frac{1}{2} \left(p_a^2 + (\nabla a)^2 + \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a^2 \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{D}^2 + \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{\mu (g_{a\gamma\gamma} a)^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{B}^2 \right] + \quad (9)$$

$$+ \frac{g_{a\gamma\gamma}}{\varepsilon} a \mathbf{B} \mathbf{D} + j_0 A_0 - \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}.$$

Megjegyezhetjük, hogy a mágneses energiasűrűség együttartóiban a mágneses szuszceptibilitás helyére az axionamplitúdótól függő kifejezés került, továbbá megjelent az elektromágneses tér és az axiontér kölcsönhatását leíró additív járulékok is. A Hamilton-egyenleteket további új térkombináció bevezetésével hozhatjuk a szokásos alakra:

$$\nabla \mathbf{D} = \mathbf{j}_0,$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}},$$

$$\frac{1}{c^2} \ddot{a} - \Delta a + \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a = -\frac{1}{\varepsilon} g_{a\gamma\gamma} \mathbf{B} (\mathbf{D} + g_{a\gamma\gamma} a \mathbf{B}), \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu'} \mathbf{B} + \frac{1}{\varepsilon} g_{a\gamma\gamma} a \mathbf{D},$$

$$\frac{1}{\mu'} = \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{\mu (g_{a\gamma\gamma} a)^2}{\varepsilon} \right).$$

Második sajátosságként látjuk, hogy a mágneses térerősség definíciójában a mágnesezettség szokásos helyére az axionamplitúdó és az elektromos eltolási vektor szorzata került.

A tankönyvi eljárást [2] követve, a töltéssűrűségegen végzett mechanikai munka teljesítményéből indulva, a forrásokat a téregyenletekkel kiküszöbölve „felfedezzük” a kisugárzott elektromágneses teljesítmény, illetve az axiontér és az elektromágneses tér együttes energiája változási sebessége kifejezését az energiamérlegben:

$$\frac{dE_{\text{mech}}}{dt} = \int d^3x \mathbf{j}_e \cdot \mathbf{E} = \int d^3x [(\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{D}}] =$$

$$= - \int d^3x \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) -$$

$$- \frac{d}{dt} \int d^3x \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{D}^2 + \frac{1}{\mu'} \mathbf{B}^2 \right) + \frac{g_{a\gamma\gamma}}{\varepsilon} (a \mathbf{B} \mathbf{D}) \right] + \quad (11)$$

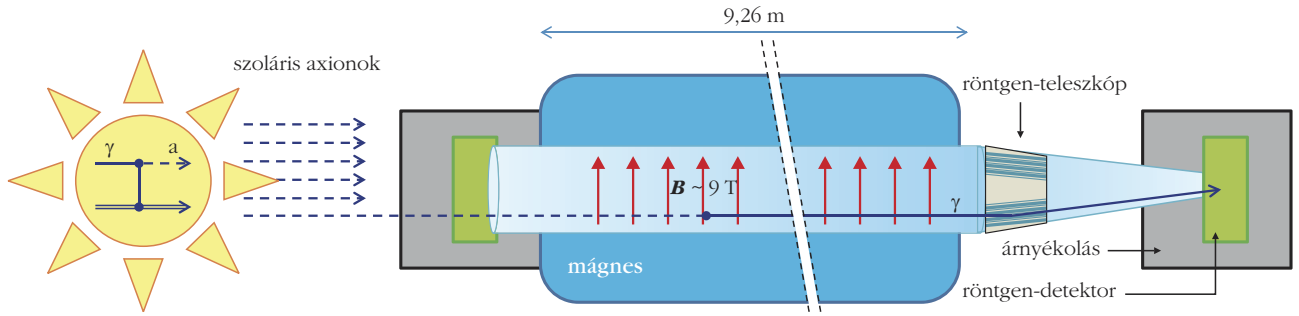
$$+ \frac{g_{a\gamma\gamma}}{\varepsilon} \int d^3x \dot{a} \mathbf{B} (\mathbf{D} + g_{a\gamma\gamma} a \mathbf{B}) =$$

$$= - \int d\mathbf{F} \mathbf{S}_{\text{Poynting}} - \frac{dE_{\text{em+int}}}{dt} + \int d^3x g_{a\gamma\gamma} \dot{a} \mathbf{B} \mathbf{E}.$$

A képlet utolsó alakjának harmadik tagja jelzi, hogy a rendszer elektromágneses energiáját a mechanikai munkavégzés és a sugárzás mellett egy további, az axiontér időbeli változási sebességével arányos tag is változtatja. Ez az axionszektortól történő energiacsere miatt lép fel, amely értelmezést megerősíti az axiontér energiájának változási sebességében fellépő ellentétes előjelű tag:

$$\frac{dE_a}{dt} = \int d^3x \dot{a} \left(\frac{1}{c^2} \ddot{a} - \Delta a + \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a \right) = \quad (12)$$

$$= - \int d^3x g_{a\gamma\gamma} \dot{a} \mathbf{E} \mathbf{B} \equiv \int d^3x \mathbf{j}_{\text{axion}} \cdot \mathbf{E}.$$



1. ábra. A helioszkópban létrehozott erős mágneses térben a szoláris axionok röntgenfotonokká alakulnak, amelyeket röntgensillagászati technikával észlelnek.

A képlet végén bevezettük azt az effektív elektromos(!) áramsűrűséget, amelyet a töltetlen axiontér hoz létre. Ez a központi objektuma az axionok elektromágneses hatás révén történő kimutatása összes javaslatának:

$$\mathbf{j}_{\text{axion}} = -g_{a\gamma\gamma} \dot{a}\mathbf{B}. \quad (13)$$

Az axionészlelés kulcsa: a Primakoff-effektus

A Primakoff-hatás két alapvető folyamatot ír le: erős külső mágneses térben fényhullám átváltozását axionba, illetve ennek a fordított irányban lezajló változatát.

Axionáram konverziója elektromágneses hullámba [3]

Ez az átalakulás a Naptól érkező axionok úgynevezett *helioszkópos* észlelésének alapfolyamata, amelynek vázlatát az 1. ábra mutatja.

A nagyon gyenge csatolás miatt a $g_{a\gamma\gamma}$ csatolási erősségben linearizált egyenletet használjuk:

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B} + g_{a\gamma\gamma} \nabla \times (a\mathbf{E}) = \varepsilon \dot{\mathbf{E}} - g_{a\gamma\gamma} (a\dot{\mathbf{B}}). \quad (14)$$

A mágneses indukció két tag összege: $\mathbf{B} = \mathbf{B}^0(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$, az elektromos térnek csak dinamikus komponense van: $\mathbf{E} = \mathbf{e}(\mathbf{x}, t)$. A dinamikai terekben nemlineáris tagokat elhagyva, első közelítésben az

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{b} - \varepsilon \dot{\mathbf{e}} = -g_{a\gamma\gamma} \dot{a}\mathbf{B}^0 \quad (15)$$

egyenletre jutunk.

Ebből a $\nabla \mathbf{A} + \varepsilon \mu \dot{\mathbf{A}}_0 = 0$ Lorentz-mértékben a következő hullámegyenlet adódik:

$$\frac{1}{c^2} \ddot{\mathbf{A}} - \Delta \mathbf{A} = -\mu g_{a\gamma\gamma} \dot{a}\mathbf{B}^0. \quad (16)$$

Nilvánvaló, hogy a jobb oldal a vektorpotenciál hullámegyenletének forrástagja, amelyből (az \dot{a} függvényt adottnak véve) standard módon meghatározható a távolzónában kialakuló sugárzás.

Lézerfény átalakulása axionba [3]

Ennek tárgyalásához érdemes az axiontér hullámegyenletét vizsgálni. A csatolásban és a dinamikai terekben linearizált egyenlet, amelyben a lézerfény elektromos térorróságával arányos forrástag jelenik meg, a következő:

$$\frac{1}{c^2} \ddot{a} - \Delta a + \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a = -g_{a\gamma\gamma} \mathbf{B}^0(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\mathbf{x}, t). \quad (17)$$

Ezt az egyenletet lehet megoldani a tömör falon történő átsugárzás esetében (a beeső $\mathbf{e}(\mathbf{x}, t)$ ismeretében). A 2. ábrán a faltól balra végbemenő folyamat tárgyalására ezt az egyenletet használhatjuk, majd a fal jobb oldalán a fényre visszaalakulás az előző alfejezettel írható le.

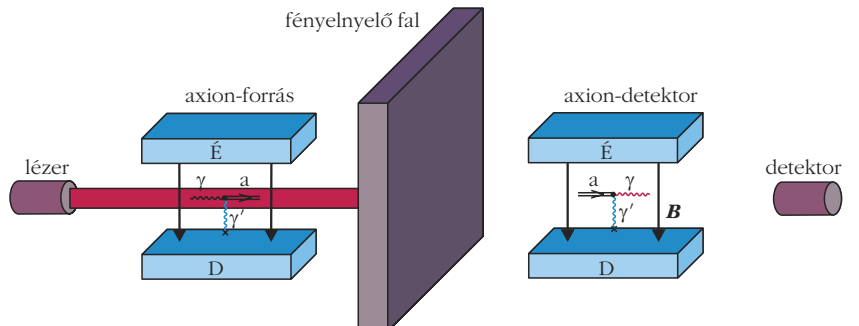
Axionhullám és elektromágneses hullám csatolt terjedése [4]

A (16) és (17) egyenletek együttes (egymásba periodikusan átoszcilláló) hullámmegoldását is kereshetjük külső mágneses térben. Jelöljük $A_{||}$ -sal a vektorpotenciál \mathbf{B}^0 irányú vetületét. Keressük a megoldást a $|\mathbf{k}| \gg m_a c / \hbar$ tartományban, ahol az axiontér tömege elhanyagolható. Bevezetve a $\zeta = A_{||} + ia\sqrt{\mu}$ komplex változót, észrevehetjük, hogy az a

$$\zeta'' - \Delta \zeta = -i\sqrt{\mu} g_{a\gamma\gamma} B^0 \zeta \quad (18)$$

egyenletet elégíti ki.

2. ábra. Mágneses térrel a fotonfluxus kis hányadát axionná alakítva, azok áthatolnak a fény számára áthatolhatatlan falon, majd az axionokat mágneses térrel visszaalakítva mégis bekövetkezhethet a „csoda”.



A megoldást $\zeta(\mathbf{x}, t) = \delta\zeta(t) \cos(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)$ alakban keressük, ahol $\delta\zeta$ lassan változó függvény (második deriváltja elhanyagolható). Egyenlete:

$$2\delta\dot{\zeta} \approx -i\sqrt{\mu} g_{a\gamma\gamma} B^0 \delta\zeta. \quad (19)$$

Ennek megoldását használva kapjuk, hogy

$$A_{||} = A^0 \cos\left(\frac{\sqrt{\mu} g_{a\gamma\gamma} B^0}{2} t\right) \cos(k t - \mathbf{k}\mathbf{x}), \quad (20)$$

$$\sqrt{\mu} a = A^0 \sin\left(\frac{\sqrt{\mu} g_{a\gamma\gamma} B^0}{2} t\right) \cos(k t - \mathbf{k}\mathbf{x}).$$

Az elektromágneses hullám \mathbf{B}^0 -ra merőleges komponensének terjedésére az axionokkal való kölcsönhatás nem hat. Tehát egy általános sík polarizációjú elektromágneses hullám polarizációs síkja $\mu^{1/2} g_{a\gamma\gamma} B^0$ frekvenciával oszcillál az eredeti sík és a \mathbf{B}^0 -ra merőleges sík között.

Az elektromágneses sugárzás polarizáció síkjának elfordulása [4]

Az axiontér hatását az elektromágneses hullám terjedésére abban a közelítésben is vizsgálhatjuk, amikor az axionteret (és ezzel deriváltjait is) a tér minden pontjában és minden időpontban adottnak tekintjük. Ekkor a szokásos síkhullám parametризációt a gerjesztési törvénybe behelyettesítve:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{E}} E^0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)}, \quad (21)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)},$$

majd az indukciótörvénnyel összekapcsolva az E^0 és $|\mathbf{B}^0|$ amplitúdókat a következő diszperziós összefüggésre jutunk:

$$i\left(-\frac{k^2}{\omega} + \omega\right)\hat{\mathbf{E}} = -\mu g\left(\hat{\mathbf{E}} \times \nabla a + \frac{1}{\omega}(\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{E}})\dot{a}\right), \quad (22)$$

amit könnyen hozhatunk áttekinthetőbb alakra:

$$(\omega^2 - k^2)(\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{E}}) = i\mu g(\omega \hat{\mathbf{k}} \nabla a + k \dot{a})\hat{\mathbf{E}}. \quad (23)$$

A $g_{a\gamma\gamma}$ hatványai szerint haladó első közelítésben $\omega = |\mathbf{k}|$, amivel a jobb oldalon kiemelhető tényezőként jelenik meg a $\hat{\mathbf{k}} \nabla a + \dot{a}$ kifejezés. Ez viszont nem más mint az axiontér sugárzás pályája mentén vett deriváltja da/ds (ds a pálya ívhosszeleme). Másrészt a bal oldalon $\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{E}}$ -nek a hullámvektorra merőleges síkban jobbra, illetve balra cirkulárisan polarizált módusok ellenkező sajátértékekhez tartozó sajátvektorai, ezekre tehát eltérő diszperziós reláció érvényes:

$$\omega_{\pm} = k \mp \frac{1}{2}\mu g(\hat{\mathbf{k}} \nabla a + \dot{a}) = k \mp \frac{1}{2}\mu g \frac{da}{ds}. \quad (24)$$

A Faraday-hatással egyező helyzetre jutottunk.

A polarizáció síkjának elfordulását ez esetben az axiontér trajektória menti változási rátája határozza meg. A relációt integrálva jutunk a polarizációs sík $\Delta\Phi$ elfordulási szögének és az axiontér megváltozása közötti arányossághoz:

$$\Delta\Phi = -\frac{1}{2}\mu g \Delta a. \quad (25)$$

Axionrezgés sugárzási csillapodása [5]

A következőkben az ω_a frekvenciával koherensen (helyfüggetlenül) rezgő axiontér viselkedését vizsgáljuk, feltételezve, hogy egy L jellemző méretű hengerben a tengellyel párhuzamos \mathbf{B}^0 sztatikus mágneses tér hat rá. Ebben a geometriában a tengellyel párhuzamosan $\mathbf{j}_{\text{axion}} = -g_{a\gamma\gamma}\dot{a}\mathbf{B}^0$ áramsűrűség lép fel, ami (16) alapján

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int d^3x' \frac{1}{R} \mathbf{j}_{\text{axion}}(\mathbf{x}', t - R/c), \quad (26)$$

– itt $R = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ – retardált vektorpotenciállal megadott elektromágneses teret hoz létre. Felhasználva, hogy az elektromos térerősség sugárzási részét $-\dot{\mathbf{A}}$ adja, az ebből számolt axionáramot behelyettesítjük a (17) jobb oldalára:

$$\frac{1}{c^2} \ddot{a} + \frac{m_a^2 c^2}{\hbar^2} a =$$

$$= -\frac{\mu g^2}{4\pi} \int d^3x' \frac{\mathbf{B}^0(\mathbf{x})\mathbf{B}^0(\mathbf{x}')}{R} \ddot{a}\left(t - \frac{R}{c}\right). \quad (27)$$

A jobb oldalt átlagoljuk a nemnulla B^0 -val jellemzett tértartományra, amivel konzisztenssé válik a bal oldal feltételezett helyfüggetlenségével. Ez az egyenlet alkalmas a sugárzási csillapítás kimutatására és karakterisztikus ideje kiszámítására különböző közelítésekben.

A legegyszerűbb feltételezni a retardálási sorfejtés jogosságát, azaz az $L\omega_a/c \ll 1$ feltevést használjuk. A kifejtés első tagja \dot{a} -tal arányos, azaz a fázissebesség módosulására vezet:

$$\frac{1}{v_f^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{g_{a\gamma\gamma}^2}{4\pi\epsilon} V_H \frac{1}{V_H^2}. \quad (28)$$

$$\cdot \int d^3x \int d^3x' \frac{1}{R} \mathbf{B}^0(\mathbf{x}')\mathbf{B}^0(\mathbf{x}).$$

A következő tag az öncsillapítást jellemző úgynevezett „hárompontos erő”:

$$\ddot{a} + \frac{m_a^2 c^2 v_f^2}{\hbar^2} a = \frac{g_{a\gamma\gamma}^2 v_f^2}{4\pi c \epsilon} V_H (\overline{\mathbf{B}^0 v_H})^2 \ddot{a}. \quad (29)$$

A kapott egyenletnek a töltött harmonikus oszcillátor esetével azonos formáját kihasználva a sugárzási szélességre természetes ($\hbar = c = 1$) egységekben egyszerű képletet kapunk:

$$\Gamma = \frac{\omega_a^2}{2\pi} g_{a\gamma\gamma}^2 U_B, \quad (30)$$

ahol U_B a $\mathbf{B}^0 \neq 0$ tartomány mágneses energiája. Szám-példaként,

$$\begin{aligned} \omega_a &\approx m_a = 10^{-16} \text{ GeV}, \\ |\mathbf{B}^0| &= 10 \text{ T}, \\ R &= 10 \text{ cm} \end{aligned} \quad (31)$$

választással a koherens axionoszillációk relaxációs ideje összemérhető az Univerzum életkorával:

$$\Gamma^{-1} \approx 1,7 \cdot 10^{18} \text{ s} \approx 5,3 \cdot 10^{10} \text{ év}. \quad (32)$$

Nagyobb axiontömegre (például $m_a \approx 10^{-14} \text{ GeV}/c^2$) a retardálásban nem jogosult a sorfejtés, de a speciális geometriákra elvégzett explicit számítások azonos nagyságrendet adnak a csillapítás karakterisztikus idejére.

Megjegyezzük még, hogy az axionszektor energiájának csökkenésére a (26)-ból számított elektromos térerősséget behelyettesíthetjük a (12) képletbe, majd azt, a retardálási sorfejtés első tagját megtartva, integrálhatjuk az axion egy rezgési periódusára. Egy parciális időintegrálást elvégezve igen egyszerű kifejezést kapunk az átlagos veszteségre:

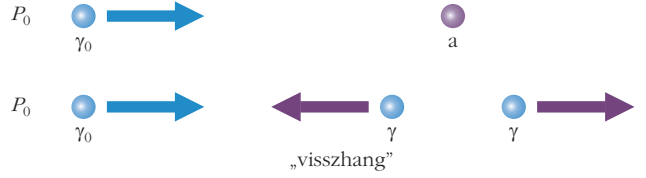
$$\begin{aligned} &\frac{1}{T} \int_0^T dt \frac{dE_a}{dt} = \\ &= -\frac{\mu}{8\pi c} g_{a\gamma\gamma}^2 \left(\int_{V_H} d^3x \mathbf{B}_0(\mathbf{x}) \right)^2 \frac{1}{T} \int_0^T |\ddot{a}(t)|^2. \end{aligned} \quad (33)$$

Axionszillag létezése [6]

Az axionok bozonok, amelyek elegendően nagy sűrűség esetén Bose–Einstein-kondenzátumot alkotnak, ami klasszikus térként tárgyalható. Megmutatták, hogy akár szabad (nem kölcsönható) axionok zérusponti kinetikus energiája egyensúlyt tud tartani a részecskék saját gravitációs terével. A véges méretű anyagcsomósodást *axionszillagnak* hívják. Részben axionokat, részben fotonokat kibocsátva (ha például neutroncsillag felületén jön létre) igen lassan bomlik el. Becsült élettartama az Univerzuméval azonos nagyságrendű.

Elektromágneses hullám visszhangja axionfelhőről [7]

Ez az előzőeknél bonyolultabb hatás, amelyben a vektorpotenciál egyenletét perturbáló tag nemlinearitása főszerepet játszik. Az axionrészecske elektromágneses sugárással indukált bomlásáról van szó, amelyet képszerűen a 3. ábrával illusztrálhatunk.



3. ábra. Az axionszillagra irányított nagy intenzitású elektromágneses sugárzás indukálja az axion bomlását két fotonra. Az egyik a nyalábbba olvad, a másik éppen ellenkező irányban sugárzódik ki és az elektromágneses sugárzás forrásánál detektálható.

Az ábra felső részében megjelenő javaslat szerint a Földről P_0 teljesítményű fotonnyalábot indítanak egy csillagászati objektum felé, amelynek környezetében feltételezik az axionok feldúsulását. Az ábra alsó része mutatja a várakozást, amely szerint alkalmas (rezonáns) frekvencia esetén a besugárzástól indukálva bekövetkezik az axionter elbomlása két fotonra, amelyek közül az egyik a nyalábbal együtt halad tovább, a másik viszont pontosan ellenkező irányban haladva visszhangként érkezik vissza a kibocsátó forráshoz a Földre.

A besugárzó vektorpotenciált \mathbf{A}_0 , a visszasugárzott hullámot \mathbf{A}_1 írja le. Előbbit az eredeti maxwelli hullámegyenlettel tárgyaljuk, utóbbi egyenletét (16) jobb oldalán \mathbf{B}^0 helyére $\nabla \times \mathbf{A}_0$ -t helyettesítve kapjuk meg:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{A}}_0 - \Delta \mathbf{A}_0 &= 0, \\ \ddot{\mathbf{A}}_1 - \Delta \mathbf{A}_1 &= -\mu g_{a\gamma\gamma} \dot{a} \nabla \times \mathbf{A}_0. \end{aligned} \quad (34)$$

Vegyük az $\mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t)$ Fourier-módus egyenletét, amelyhez forrásként használjuk a nyugvónak feltételezett axionrezgés $a(t) = a_0 \sin(m_a t)$, valamint a beeső hullám $\mathbf{A}_0(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t)}$ módusának hatását:

$$\left(\partial_t^2 + k^2 \right) \mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t) = \quad (35)$$

$$= -\mu g_{a\gamma\gamma} a_0 m_a \cos(m_a t) i \mathbf{k} \times \mathbf{A}_0(\mathbf{k}) e^{-i\omega t}.$$

A visszhanghullámra kváziharmonikus időfüggést teszünk fel, lassan változó \mathbf{A}_1 amplitúdóval. Fontos észrevenni, hogy a rezgési frekvenciát ellenkező előjellel kell választani ahhoz, hogy a hullám $-\mathbf{k}$ irányba haladjon!

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t) = \mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t) e^{+i\omega t}. \quad (36)$$

Az előző egyenletbe helyettesítve, a lassú változás feltevésének megfelelően $\mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t)$ első időderiváltját tartjuk csak meg. Az idő szerinti integrálást elvégezve az $m_a \pm 2\omega$ frekvenciakombinációk jelennek meg. Ebből a rezonáns tagra vagyunk kíváncsiak:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{k}, t) =$$

$$= -\frac{\mu g_{a\gamma\gamma} m_a a_0}{4} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}_0(\mathbf{k}) \frac{\sin((m_a - 2\omega) t)}{m_a - 2\omega}. \quad (37)$$

Ezzel megkonstruálható egy tetszőleges térbeli spektrumú, $\omega = m_a/2$ frekvenciájú sugárzás visszhangjaként

várható elektromágneses sugárzás amplitúdója. A leggyakoribb paraméterértékekkel az adódott, hogy a bomlást indukáló sugárzás teljesítményének 10^{-28} -ad része sugárzódik vissza.

Irodalom

1. P. Sikivie: Invisible axion search methods. *Rev. Mod. Phys.* 93 (2021) 15004.
2. J. D. Jackson: *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons (1998) Chapter 16.7
3. P. Sikivie: Experimental Tests of the “Invisible” Axion. *Phys. Rev. Letters* 51 (1983) 1415.
4. D. Harari, P. Sikivie: Effects of a Nambu–Goldstone boson on the polarisation of radio galaxies and the cosmic microwave background. *Phys. Letters, B289* (1992) 67.
5. A. Patkós: Radiation backreaction in axion electrodynamics. *Symmetry* 14 (2022) 1113.
6. J. Eby, M. Leembruggen, P. Suranyi, L. C. R. Wijewardhana: Collapse of Axion Stars. *JHEP* 12 (2016) 066.
7. A. Arza, P. Sikivie: Production and detection of an axion dark matter echo. *Phys. Rev. Letters* 123 (2019) 131804.

A FIZIKA TANÍTÁSA

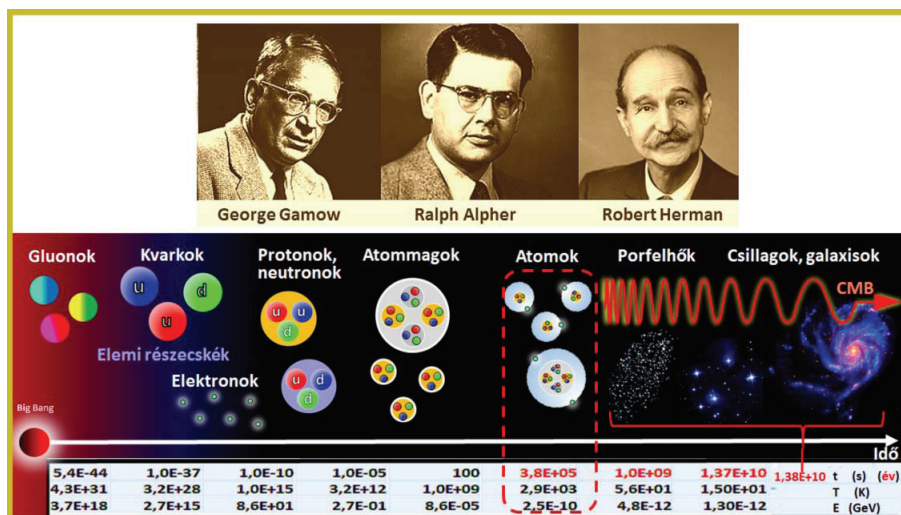
BIG BANG FIZIKAKURZUS ELEKTRONIKUS TANULÁSTÁMOGATÁSSAL – 2. rész

Keresztesi Miklós

Pécsi Tudományegyetem, Természettudományi Kar

Az első részben *Albert Einstein* gravitációs egyenletétől indultunk. Ezt megoldva *Alexander Friedmann* orosz-szovjet elméleti fizikus időben változó téridőgörbületre jutott. *Georges Lemaître* belga pap, egyben elméleti fizikus szintén megoldva az egyenletet felismerte, hogy az Univerzum tágul, megalkotta ősrobbanás-elméletét. 1948-ban *George Gamow*, *Ralph Alpher* és *Robert Herman* amerikai fizikusok frissítették az 1927-es ősrobbanás-elméletet. Az erről elhangzottak kibővítésével folytatjuk a kurzus bemutatását (8. ábra).

A kezdet az ősrobbanás, Big Bang, majd az Univerzum tágul és hűl. Számítások alapján az egyes fizikai eseményekhez *t* időpontot, *T* hőmérsékletet, *E* energiaértéket rendeltek, ezek a jellemzők az ábra alján, egymás alatt találhatóak, balra az első adathármas a Planck-



8. ábra. George Gamow és doktorandusz hallgatói.

időhöz – jelentése később –, $t = 5,4 \cdot 10^{-44}$ s-hoz tartozik, ekkor $T = 4,3 \cdot 10^{31}$ K és $E = 3,7 \cdot 10^{18}$ GeV. Az ábrán a szaggatott vonallal körülvett adathármas a Big Bang utáni 380 ezredik évet, az elektronbefogás korát jelöli, ekkor kapcsolódtak a szabadon mozgó elektronok a pozitív töltésű atommagokhoz, létrejöttek a semleges atomok. Gamow és csoportja előre jelezte, hogy ekkor az Univerzum átlátszóvá válik és kiszabadulhatnak a minduntalan ütköző fotonok. *Arno Penzias* és *Robert Wilson* meg is találták ezt a sugárzást (1965), a Kozmikus Mikrohullámú Háttersugárzást (CMB).⁷

⁷A gluonok és kvarkok még nem voltak ismeretesek 1948-ban. Azért kerültek az ábrára, mert elemi részecskék és a standard modellben (10. ábra) is együtt találhatóak.



Keresztesi Miklós fizika–matematika és a műszaki ismeretek tanár. 1964-től nyugdíjazásáig a tanárképzőn, majd a PTE TTK-n dolgozott; elektronikát, számítógépes és mikroprocesszoros irányítást tanított, számítógéppel támogatott távoktatási kurzusokat tartott. Tíz évig működött az általa fejlesztett informatika, kiegészítő szakos tanárképzés, offline számítógépes irányítás. A 2010-es években szaktárgyához eLearninges kérdésbankot fejlesztett és online vizsgáztatott.