

elhanyagolható gravitáció kivételével nem hatnak az ismert erők (steril). Ezen kívül a standard modell nem tud számot adni a neutrínók tömegéről és a Világegyetem sötét anyagáról, de valamennyi problémája megoldható, és nyilván meg is oldjuk majd, új kölcsönhatás vagy szimmetria bevezetésével.

Irodalom

Valamennyi idézett cikk – az [5] tankönyv kivételével – teljes egészében megtalálható a világhálón.

1. Horváth Dezső: Szimmetriák és sértésük a részecskék világában – a paritásértés 50 éve. *Fizikai Szemle* 57/2 (2007) 47.
2. Horváth Dezső: Antianyag-vizsgálatok a CERN-ben. *Fizikai Szemle* 54/3 (2004) 90.
3. Trócsányi Zoltán: Az eltűnt szimmetria nyomában – a 2008. évi fizikai Nobel-díj. *Fizikai Szemle* 58/2 (2008) 417.

4. P. A. Zyla et al. [Particle Data Group]: Particle physics review. *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2020 (2020) 083C01; <http://pdg.web.cern.ch/pdg>
5. Horváth Dezső, Trócsányi Zoltán: *Bevezetés az elemi részecskék fizikájába*. Második, javított és bővített kiadás. TypoTex, Budapest, 2021.
6. O. Donati, G. P. Missiroli, G. Pozzi, An experiment on electron interference. *American Journal of Physics* 41 (1973) 639; <https://doi.org/10.1119/1.1987321>.
7. Horváth Dezső: Az elképesztő gyenge erő (kölcsönhatási furcsaságok). *Fizikai Szemle* 71/9 (2021) 294.
8. Radics Bálint, Trócsányi Zoltán: A CP-sértés nagysága a lepton-szektorban. *Fizikai Szemle* 71/3 (2021) 81.
9. Trócsányi Zoltán: Neutrínók interferenciája. *Fizikai Szemle* 66/6 (2016) 182.
10. T. J. Kärkkäinen, Z. Trócsányi: Nonstandard interactions and sterile neutrinos in super-weak U(1) extension of the standard model. *J. Phys. G* 49 (2022) 045004.

KVANTÁLÁSI JELENSÉGEK TERMIKUS VEZETÉSBEN

Márkus Ferenc

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Fizika Tanszék

A *Planck* [1] által felvetett kvantumhipotézis az atomi és molekuláris világ leírását új megközelítésbe helyezte. E diadalút után talán elsősre fel sem tűnik a *Landauer* [2–4] által felvetett ötlet jelentősége, azaz hogy az elektromos vezetőképesség – amely makroszkopikusan jól értelmezett és relatíve könnyen mérhető mennyiség – megfelelő körülmények között szintén mutathat kvantumos viselkedést. A kvantált vezetési mechanizmus több transzportjelenség esetén került igazolásra. A részletes tárgyalást az elektromos [5] és a termikus vezetés példáján [6–8] mutatom be, és célként ez utóbbihoz fűzök további gondolatokat. De létezik más kölcsönhatásokban is, mint az egész [9], illetve a tört számú [10, 11] kvantum-Hall-effektus. Ez utóbbi közül különösen érdekes a topologikus szigetelőkre érvényes feles kvantum-Hall-effektus [12]. Ide sorolható ugyancsak a kvantum spin-Hall-szigetelők éllálatotán megvalósuló kvantált

fény-anyag kölcsönhatás [13]. Továbbá a jövőben nagy reményekkel tekintett, az egyedi molekulákon keresztül létrejövő elektrontranszport, amely jelenség alkalmas lehet a nanoáramkörök működésében [14–16].

Az elektromos vezetőképesség kvantáltsága

Landauer [2–4] elméleti jóslatot tett a kvantált elektromos vezetőképesség létezésére és nagyságára, amely

$$G = \frac{2e^2}{h} = 7,75 \cdot 10^{-5} \text{ S}, \quad (1)$$

ahol e az elektromos töltés. (Általában a

$$G = R^{-1} = \sigma \frac{A}{L},$$

ahol R az ohmikus ellenállás, σ a fajlagos elektromos vezetőképesség, A a vezető keresztmetszete és L a hossza. $R = 12900 \Omega$.) A jóslat kísérleti igazolása AlGaAs–GaAs határretegben kialakuló kétdimenziós elektron-gázban létrejövő vezetés vizsgálatával történt, amely *van Wees* és munkatársai nevéhez fűződik [5]. Az elektromos vezetőképesség kapufeszültségtől való függését az 1. ábra mutatja. A jelenség kialakulásának megértésében használjuk ki, hogy a hosszú egyenes 2D kvantumvezetékben az elektronok hullámfüggvénye az „áthatolhatatlan fal” határfeltétellel a

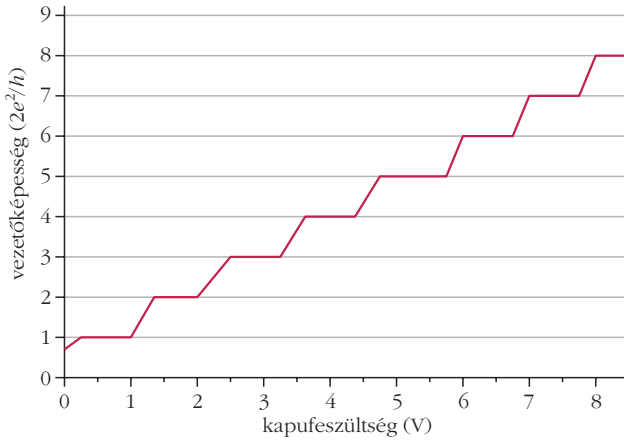
$$\Psi_{k,j}(x,y) \sim \exp(i k x) \sin\left(\frac{j\pi}{w} y\right), \quad (2)$$

formában adható meg, ahol k az x irányú terjedés hullámszáma, a j egész számokat jelöl, w a csatorna széles-

A cikk elkészültét a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alap (NKFIH) támogatta a Nemzeti Kiválósági Program keretében, a Kvantumbitek előállítás, megosztása és kvantuminformációs hálózatok fejlesztése című, 2017-1.2.1-NKP-2017-00001. számú projekt részeként, az NKFIH K137852 pályázat témájaként, valamint az Innovációs és Technológiai Minisztérium a Kvantuminformatikai Nemzeti Laboratórium projekt keretében.



Márkus Ferenc, PhD fizikus, a BME TTK Fizikai Intézet, Fizika Tanszék docense. Fő kutatási témája az irreverzibilis folyamatok leírásának lagrange-i kiterjesztése, transzportok vizsgálata alacsony dimenziós rendszerekben, komplex potenciálok szerepének tanulmányozása kvantumos folyamatokban, kanonikus kvantálás lehetőségeinek feltárása és következményeinek elemzése disszipatív rendszerekben.



1. ábra. Az elektromos vezetőképesség a kapufeszültség függvényében. A kapufeszültséggel a w csatornaszélesség változtatható. A kvantált viselkedés az ábráról közvetlenül leolvasható. Az elektromos vezetőképesség kvantuma elméleti megfontolások alapján $2e^2/h$.

sege, ahogy ezt a 2. ábra mutatja. Az első tényező az x irányú síkhullám, míg a második tényező az y irányú kvantált keresztmódus. Ez a módus szabályozható az 1. ábra vízszintes tengelyén látható kapufeszültséggel. Az x irányú terjedés energiajáruléka *à la de Broglie*:

$$p_x = \frac{h}{\lambda_x} = \hbar k,$$

ahol

$$\lambda_x = \frac{2\pi}{k},$$

amivel

$$\varepsilon(k) = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Az y irányú keresztmódusok esetén az állóhullámok a félhullámhosszak j egész számú többszörösei, így a kialakuló k_y hullámszám és az energiajáruléka

$$\frac{\lambda_y}{2} j = w,$$

amiből

$$k_y = \frac{\pi}{w} j \quad \text{és} \quad p_y = \hbar k_y,$$

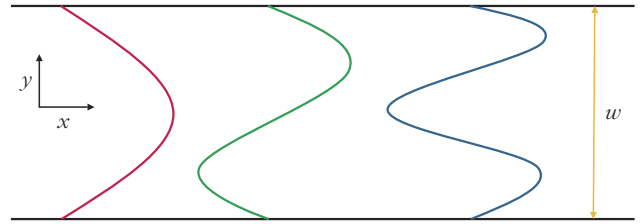
amivel

$$\varepsilon(j) = \frac{p_y^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m w^2} j^2.$$

Így a $\Psi_{k,j}(x,y)$ hullámfüggvényhez tartozó energia

$$\varepsilon(k,j) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m w^2} j^2. \quad (3)$$

A kvantált $\varepsilon(k,j)$ energiaállapotok száma a Fermi-felület alatt



2. ábra. A 2D hullámvezetőben az x irányban terjedő síkhullám és az y irányú keresztmódusok.

$$N \sim \frac{2w}{\lambda_F}, \quad \text{ahol} \quad \lambda_F = \frac{2\pi}{k_F}$$

a Fermi-hullámhossz, k_F a Fermi-hullámszám, továbbá

$$k_F \sim k_j = \frac{j\pi}{w}.$$

Továbbá, ha termikus energia sokkal kisebb, mint az energiaszintek közötti különbség, így az elektromos kontaktusok $\Delta\mu$ kémiai potenciálkülönbséghez képest is, akkor a j -edik elektromosáram-komponens

$$I_j = e v_j \left(\frac{dn}{dE} \right)_j \Delta\mu = e^2 v_j \left(\frac{dn}{dE} \right)_j V, \quad (4)$$

ahol v_j az y irányú töltéshordozó sebesség, a dn/dE_j a j -edik állapot állapotossűrűsége Fermi-szinten, valamint V a feszültség:

$$V = \frac{\Delta\mu}{e}.$$

A hosszegységenkénti állapotok száma a k és $k+dk$ hullámszámok között egy dimenzióban

$$\frac{dn}{dk} = \frac{1}{2\pi}, \quad (5)$$

amellyel az állapotsűrűség kifejezhető mint

$$\left(\frac{dn}{dE} \right)_j = \left(\frac{dn}{dk} \frac{dk}{dE} \right)_j = \frac{2}{\hbar v_j}, \quad (6)$$

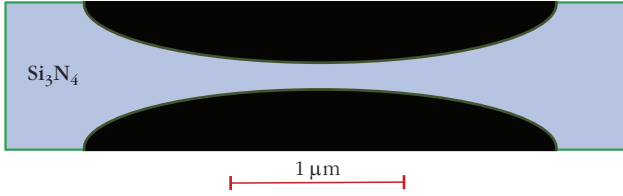
a kettes szorzóval figyelembe véve a spin degenerációt. Így a teljes áram kifejezése

$$I = \sum_{j=1}^N I_j = \frac{2e^2}{h} N V, \quad (7)$$

ahol N a csatornák száma. A $2e^2/h$ kvantált elektromos vezetés az egyenlet jobb oldalából egyszerűen leolvasható [17].

A kvantumozott termikus vezetőképesség analógiája

Pendry termodinamikai és információelméleti megfontolásokon alapuló jóslata [18] szerint az egy csatornán áthaladó entrópiaáram maximuma, valójában az entrópiaáram kvantuma:



3. ábra. A Si_3N_4 hullámvezető kialakítása [6]. A hullámvezető hossza: $L = 1 \mu\text{m}$; szélessége: $w = 200 \text{ nm}$; a réteg vastagsága: $d = 60 \text{ nm}$.

$$\frac{dQ}{dt} \leq \frac{\pi k_B^2 T^2}{3 \hbar}. \quad (8)$$

Ezt osztva T -vel, a csatornánkénti dS/dt maximális entrópiaáram megadható:

$$\frac{dS}{dt} \leq \frac{\pi k_B^2 T}{3 \hbar}. \quad (9)$$

Később *Rego* és *Kirczenow* [19, 20] a kvantumvezetők kvantált termikus vezetéseinek egy finomított levezetését végezték el, amellyel

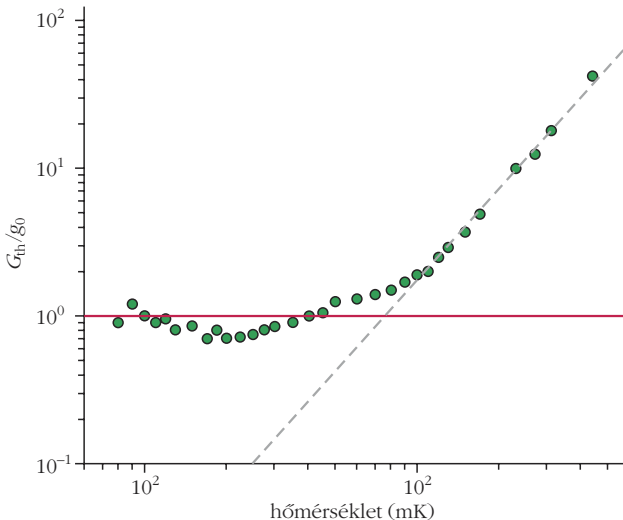
$$A = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 h}. \quad (10)$$

Itt a A jelöli a kvantált termikus vezetést. Összehasonlítva a (9) és (10) egyenleteket egy kettős szorzó különbség mutatkozik. Másrészt látható, hogy a maximális entrópiaváltozásnak és a kvantált termikus vezetetésnek szoros kapcsolata van egymással. A kvantált termikus vezetőképesség eredetét – más nézőpontokat előtérbe helyezve – sok elméleti csoport próbálta feltárni [21–25].

A Drude–Lorentz-modell szerint a fémek λ termikus és σ fajlagos elektromos vezetőképessége között a

$$\lambda = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T \sigma \quad (11)$$

4. ábra. A hővezető-képesség kvantált viselkedése [6–8]. Jól érzékelhető a $0,06\text{--}0,7 \text{ K}$ tartományon megjelenő plató.



kapcsolat áll fenn, ahol σ az elektromos vezetőképesség. Ha behelyettesítjük az (1) egyenletbeli vezetőképesség kvantumának felét, akkor a termikus vezetőképességre a

$$\lambda = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 h} \frac{L}{A} \quad (12)$$

értéket kapjuk. (Úgy tűnhet, hogy ez a kettővel osztás formális analógia, de mégsem véletlen. Azt lehet gondolni, hogy az elektromos vezetésben az elektron kétféle spinállása miatt $2e^2/h$, viszont a félvezetőkbeli fononok által közvetített hővezetés esetén $G = e^2/h$.) Az elektromos vezetőképesség analógiáját felhasználva a kvantált termikus vezetőképességre a

$$A = \lambda \frac{A}{L} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 h} = 9,46 \cdot 10^{-13} T \left(\frac{\text{W}}{\text{K}} \right) \quad (13)$$

kifejezés adódik. (Figyelemre méltó és egyben rendkívül zavaró, hogy mind a (8), mind a (13) kifejezésben explicit módon szerepel a hőmérséklet. Ennek feloldására egyelőre nincs magyarázat. Hacsak az nem, hogy nem az így meghatározott kvantált termikus vezetőképesség az alapvető mennyiség.) Összehasonlítva a (8) egyenlettel látható, hogy az eltérés egy 2π szorzótényezőnyi. (A \hbar helyett az utóbbiban csak h van.) Ez azt jelenti, hogy a termikus vezetőképesség kvantáltságának szoros kapcsolata van az entrópiaáram kvantumával. A kvantált termikus vezetőképesség méréshez elkészített Si_3N_4 hullámvezető 3. ábrán látható. A termikus vezetőképesség meghatározására vonatkozó mérési eredmény a $0,06\text{--}6 \text{ K}$ hőmérséklet-tartományban a 4. ábrán látható. A termikus vezetőképesség kvantuma elméleti megfontolások alapján

$$g_0 = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 h}. \quad (14)$$

A lehetséges termikus vezetőképesség maximuma $16 g_0$ a

$$T < T_{\text{co}} = \frac{\pi \hbar v}{k_B w} = 0,7 \text{ K} \quad (15)$$

hőmérséklet alatt. (Ez az érték ábráról is jól leolvasható.) A mérési elrendezésben $w = 200 \text{ nm}$ a csatorna szélessége, míg $v = 6000 \text{ m/s}$ a hang terjedési sebességét jelöli. Így a mért G_{th} termikus vezetőképesség-értékeket $16 g_0$ -val vissza kell normálni [6–8]. Más elgondolások alapján végzett számolásokkal egy hozzávetőlegesen 100 nm vastagságú, 10^{-6} m^2 keresztmetszetű (a térfogat $\sim 10^{-13} \text{ m}^3$) szilíciumfilm $T = 0,08 \text{ K}$ hőmérséklet esetére kiszámolt első $\epsilon_1 = 7,0 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ energiaszint értéke [26, 27] kiválóan egybeesik a kvantált termikus vezetőképesség-kísérletekben [6–8, 19–22] az egységnyi idő alatt egységnyi hőmérséklet-különbség mellett átadott energiára kapott $\epsilon = 7,6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ eredményével.

Az entrópiaáram-vezetés és az entrópiatermelés kvantáltsága

Egy adott térfogatbeli extenzív fizikai mennyiség változása a felületen történő be- és kiáramlástól, illetve a térfogaton belüli keletkezéstől vagy eltűnéstől függ. Amennyiben a vizsgált extenzív mennyiség az S entrópia, úgy a felírható mérlegegyenlet

$$\frac{dS}{dt} = -I_s + \Sigma, \quad (16)$$

ahol I_s az entrópiaáram, Σ az entrópiatermelés.

A klasszikus termodinamika [30] eredményeiből tudható, hogy a \mathbf{J}_s entrópiaáram-sűrűség ($I_s = \mathbf{J}_s \cdot \mathbf{A}$) és a hőáram-sűrűség ($\mathbf{J}_q = -\lambda \nabla T$) között fennáll a

$$\mathbf{J}_s = \frac{\mathbf{J}_q}{T} = -\frac{\lambda}{T} \nabla T \quad (17)$$

összefüggés. Felmerülhet a kérdés, hogy a diffúziós folyamat eredménye egyszerűen átvihető-e a ballisztikus transzportra? A válasz: nem, mert a diffúziós folyamatok az intenzív mennyiség gradienseitől függenek, a ballisztikusak pedig a különbségtől. De a kapcsolódó összefüggés az áramok között mindig fennáll. Ezt figyelembe véve, valamint a kvantált termikus vezetőképesség (13) egyenletbeli alakját felhasználva analógiában értelmezhetjük a

$$A_s = \frac{A}{T} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3h} = 9,46 \cdot 10^{-13} \frac{J/K}{K \cdot s} \quad (18)$$

entrópiaáram-vezetés kvantumát. Ez az időegység alatt hőmérséklet egységként átáramló entrópiát jelenti, azaz egy adott ΔT hőmérséklet-különbség esetén

$$I_s = -A_s \Delta T. \quad (19)$$

Ez az eredmény további értelmet nyerhet, ha az összefüggést a hőmérséklet-különbség helyett más fizikai mennyiséggel felírva tekintjük. Ehhez írjuk fel a Fourier-féle hővezetési egyenletet

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D \nabla^2 T = 0, \quad (20)$$

ahol D a hődiffúzió együtthatója. Tételizzük fel, hogy létezik egy φ potenciáltér, amely az alábbi összefüggéssel állítja elő a mérhető lokális egyensúlyi (klasszikus) hőmérsékleti teret

$$T(x, y, z, t) - T_0(x, y, z) = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} - D \nabla^2 \varphi, \quad (21)$$

ahol a $T_0(x, y, z)$ egy referencia hőmérsékleti tér. Ez a referencia-hőmérséklet azért fontos, mert az egyensúly beálltával a φ potenciálfüggvény korlátos kell legyen, sőt akár zérus értéket vehet fel. A (21) kifejezést a hővezetési (20) egyenletébe helyettesítve a probléma mozgásegyenletét kapjuk a φ potenciálfüggvénnyel kifejezve

$$0 = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + D^2 \nabla^2 \nabla^2 \varphi. \quad (22)$$

Elfogadva, hogy megvalósuló fizikai folyamat előáll egy függvény adott időintervallumra vett integráljának minimumaként, úgy ez az egyenlet az

$$L = \frac{1}{2} (T - T_0)^2 \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} D^2 (\nabla^2 \varphi)^2 \quad (23)$$

Lagrange-függvényből származtatható le. (A négyzetre emeléskor előálló

$$D \frac{\partial \varphi}{\partial t} \nabla^2 \varphi$$

tag elhagyható, mert általában is igaz, hogy a mozgásegyenlet leszámaztatásakor az első derivált-második derivált tényezők szorzataiból eredő tagok összege zérust ad.) Mondhatjuk tehát, hogy a (22) mozgásegyenlet (téregyenlet) a hővezetési probléma Euler-Lagrange-egyenlete. Amennyiben a hely szerinti változás elhanyagolható, azaz ahogy az a ballisztikus esetben történik, csak a különbség számít, úgy a (21) egyenletben a $D \nabla^2 \varphi$ -t tartalmazó tag elhagyásával egy olyan

$$\Delta T = T - T_0 \sim -\frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (24)$$

összefüggés írható fel, amely kifejezés idő szerint integrálható. Így az S_{tr} átszállított entrópia

$$S_{tr} = A_s (\varphi - \varphi_0) = \frac{\pi^2 k_B^2}{3h} (\varphi - \varphi_0). \quad (25)$$

Látható, hogy a kiegyenlítődési folyamatot a potenciálkülönbség hajtja és entrópiaváltozáshoz vezet. Ezáltal kap mélyebb értelmet az, hogy a A_s együttható az entrópiaáram-vezetés kvantuma. Remélhető, hogy ezen elgondolások mentén az entrópia, entrópiatermelés, a disszipáció és irreverzibilitás fogalma a térelméletekbe átültethető.

Másrészt, ha a ΔT egy ε energiacsomag átvitelével kapcsolatos, akkor az $\varepsilon = k_B \Delta T$ összefüggéssel az entrópiaáram

$$I_s = \frac{A_s}{k_B} \varepsilon = \frac{\pi^2 k_B}{3h} \varepsilon \quad (26)$$

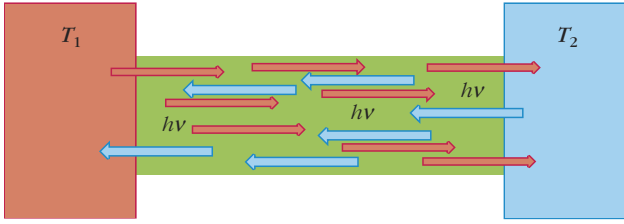
alakra írható. Amennyiben az energiacsomag egyetlen $\varepsilon = h\nu$ kvantum, úgy

$$I_s = \frac{\pi^2 k_B}{3} \nu \quad (27)$$

a frekvenciával kifejezve.

A hővezetési folyamatában az entrópiatermelés-sűrűség [30]:

$$\sigma = \mathbf{J}_q \cdot \nabla \frac{1}{T} = \lambda \left(\frac{\nabla T}{T} \right)^2. \quad (28)$$



5. ábra. Ugyanolyan energiájú fotonok haladnak mindkét irányba, de a $h\nu$ kvantumok nagyobb populációja miatt a magasabb T_1 hőmérsékletű 1) doménből az emisszió nagyobb valószínűségű a hidegebb T_2 hőmérsékletű 2) felé, mint fordítva.

Ez a (17), valamint a (12) egyenlettel az entrópiaprodukció-sűrűség, a korábbi ballisztikus gondolatmenetre vonatkozó érvelést itt is alkalmazva:

$$\sigma = \frac{J_s^2}{\lambda} = \frac{1}{T} \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{3 h} \frac{1}{AL}. \quad (29)$$

Itt a $V = AL$ térfogatot használva, majd a Σ entrópiaprodukciót bevezetve

$$\Sigma = \frac{1}{T} \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{3 h} \quad (30)$$

írható. Ha az energiatranszfer egy ν frekvenciájú energiacsomaggal kifejezhető, akkor az entrópiaprodukció a

$$\Sigma = \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 \quad (31)$$

kifejezéssel adható meg. Figyelemre méltó, hogy az entrópiaprodukció kvantumos jellege megadható, és a frekvencia négyzetével van kapcsolatban.

Példák

Egy kvantum átadása során keletkező entrópia

Ez és a második példa is a kvantált termodinamikai vezetés keretein belül kerül kidolgozásra.

Tekintsük egy rendszeren belüli két egymással érintkező különböző $T_1 > T_2$ hőmérsékletű 1) és 2) tartományt, amely tartományok között $h\nu$ energiacsomagok transzfere van, ahogy ez az 5. ábrán látható. Az 1) tartományban

$$\Sigma_1 = -\frac{1}{T_1} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 \quad (32)$$

entrópiaprodukció van, amely $h\nu$ rendezett energiacsomag keltése miatt negatív előjelű. A keletkezett energiacsomag elhagyja az 1) tartományt, amely

$$I_s = -\frac{\pi^2 k_B}{3} \nu \quad (33)$$

entrópiaáramot jelent az 1) tartományból. Így az 1) tartomány teljes entrópiaváltozása

$$\frac{dS_1}{dt} = -\frac{\pi^2 k_B}{3} \nu - \frac{1}{T_1} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2. \quad (34)$$

Az energiacsomag megérkezik a 2) tartományba, amely

$$I_s = \frac{\pi^2 k_B}{3} \nu \quad (35)$$

entrópia bevitelét jelenti. Másfelől az energiacsomag disszipálódik, amely során

$$\Sigma_2 = -\frac{1}{T_2} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 \quad (36)$$

entrópiatermelés lesz. Így összességében

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{\pi^2 k_B}{3} \nu + \frac{1}{T_2} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 \quad (37)$$

entrópiaváltozás lesz a 2) tartományban. A teljes térfogatban történő entrópiaváltozás

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} = \left(-\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 > 0. \quad (38)$$

Ahogy az elvárható, a termodinamika második főtétele teljesül, ha például a $T_2 < T_1$ feltételezés mellett a melegebb alrendszerből történik a kvantum emissziója. Az emittálódó kvantum kialakulása és kibocsátása során a T_1 hőmérsékletű 1) alrendszer entrópiája csökken, míg a T_2 hőmérsékletű 2) alrendszer entrópiája nő a kvantum abszorbeálása közben. Mivel $T_1 > T_2$, a teljes entrópiaváltozás pozitív. Ha $T_1 = T_2$, azaz termikus egyensúly van, akkor nincs további entrópiatermelés. Az entrópiaáram független a hőmérséklettől, így magának a transzfer folyamatnak nincs hozzájárulása az entrópiánövekedéshez. A fordított folyamat, azaz, amikor a hidegebb alrendszerből történik meg a kvantum emissziója és a melegebb alrendszer abszorbeálja azt, statisztikailag ugyancsak lehetséges és meg is valósul. Ez az egyes kvantum vonatkozásában negatív entrópiaprodukciót jelent. Azonban, hosszú idő átlagában az entrópiaváltozás pozitív lesz, ahogy a magasabb hőmérsékletű alrendszerből nagyobb valószínűséggel több és nagyobb energiájú (nagyobb frekvenciájú) csomag indul el a hidegebb alrendszer felé, mint fordítva. Ez hasonlatos a termodinamikai limithez.

Spin-rács relaxáció magmágneses-rezonanciában

A spin-rács relaxáció egy olyan folyamat, amelyben a magmágneses momentum relaxál a magasabb energiájú instabil állapotból a termodinamikai egyensúly felé. A kezdeti feltételben a mágneses momentum antiparallel a konstans mágneses térrel, a hőmérséklet egyenlő a környezet hőmérsékletével, azaz a rácscél. Ha a spinrelaxáció a ΔE energiakülönbségű állapotok között valósul meg, akkor

$$\Delta E = \varepsilon = \gamma \hbar B_0, \quad (39)$$

ahol γ a giromágneses faktor, B_0 az alkalmazott mágneses tér. A fenti eredmények alkalmazásához szükséges a megfelelő frekvenciakifejezést megadni, mint jelen esetben a Larmor-frekvenciát, amely

$$\omega = \gamma B_0 \quad \text{vagy} \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \gamma B_0. \quad (40)$$

Az egyetlen spin relaxációjához tartozó entrópiaáramot – használva a (27) összefüggést – a következő módon adhatjuk meg

$$I_s = \frac{\pi^2 k_B}{3} \nu = \frac{\pi k_B \gamma B_0}{6}. \quad (41)$$

A relaxációs folyamat entrópiatermelése a (31) egyenlet alkalmazásával a

$$\Sigma = \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} h \nu^2 = \frac{1}{T} \frac{1}{12} h \gamma^2 B_0^2 \quad (42)$$

formában fejezhető ki. Érdeemes megjegyezni, hogy a kapott mennyiség kvadratikusan mind a giromágneses tényezőben, mind a külső mágneses tér értékében. Ezt azt jelenti, hogy a nagy g -jú (a γ -nak megfelelő giromágneses tényezőjű) atommagok esetén végbemenő folyamatok nagyobb entrópiatermelést eredményeznek. Az $1/T$ hőmérsékletfüggés az elvártak megfelelő.

A fenti kvantumos entrópiatermelés-egyenletek általában véve is hasznosak lehetnek a spinrelaxáció, a spintronikai vonatkozású alapvető termodinamikai összefüggések megértésében, hogy érthetővé és elérhetővé váljon a minimális spin-hullám veszteség [31], hasonlóképp a mágneses rezonancia jelenségében [32]. Meggondolandó, hogy a módszer – mármint az entrópiatermelés kvantumos voltjának kihasználása – akár további jelenségek esetére is kiterjeszhető lehet, mint például a mágneses adattárolás, vagy akár a kvantumszámítógépek disszipatív folyamatainak leírása.

A minimális energiadisszipáció elve

A további diszkusszióban eleveintsük fel, hogy a

$$\tilde{S}(t) = \int_0^t L dt = \int_0^t \frac{1}{2} (T - T_0)^2 dt \quad (43)$$

hatás a kiegyenlítődési folyamat extrémálisa, azaz itt minimális a megvalósuló folyamatra. Ez azt jelenti, hogy a t idő alatt átáramló \tilde{E} energia ezzel a legkisebb entrópiavezetéssel van kapcsolatban, azaz

$$\tilde{E} = A_s \tilde{S}(t) = \frac{\pi^2 k_B^2}{3 h} \int_0^t \frac{1}{2} (T - T_0)^2 dt. \quad (44)$$

Felvetődik, hogy az így megfogalmazott elv nevezhető-e az időben változó (nem stacionárius) folyamatokra vonatkozó minimális entrópiatermelés elvének? Ez az összefüggés közelebb visz mind az entrópiatermelés-entrópiatermelés, mind a Lagrange-függvény megértéséhez.

A mikro- és nanotechnológiák növekvő igényt mutatnak a kvantummechanika jelenségeinek és kvantált transzportfolyamatok irreverzibilitásának megértésére. A fentiekben bemutatásra került, hogy egy tekintett energiakvantum transzportja esetén mind a kvantált entrópiaáram, mind az entrópiatermelés bevezethető és értelmezhető. Ez termodinamikai szempontból teljessé teszi a folyamat leírását, amivel egyúttal a termodinamika második főtétele is teljesül. A legkisebb hatás elve elméleti keretének a termikus terjedés leírásába való integrálása rámutat arra, hogy az elv a kvantumskálán végbemenő termikus folyamat esetében annak minimális entrópiatermelését fejezi ki. Továbbá nanoskálán megvalósuló folyamatra megmutattuk, hogy a nanoskálán megfogalmazott minimum entrópiatermelés-elv ekvivalens a termodinamika lagrange-i leírásával. Remélhető, hogy ezek az új eredmények hasznosak lesznek a kvantumszámítások kivitelezhetőségének, az információvesztés megértésének és ennek csökkentése terén [33].

Irodalom

1. M. Planck, *Ann. Physik* 1 (1900) 719.
2. R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.* 1 (1957) 223.
3. R. Landauer, *Phys. Lett. A* 85 (1981) 91.
4. R. Landauer, *J. Phys.: Cond. Matter* 1 (1989) 8099.
5. B. J. van Wees et al., *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988) 848.
6. K. Schwab, E. A. Henriksen, J. M. Worlock, M. L. Roukes, *Nature (London)* 404 (2000) 974.
7. K. Schwab, J. L. Arlett, J. M. Worlock, M. L. Roukes, *Physica E* 9 (2001) 60.
8. K. Schwab, *Nature* 444 (2006) 161.
9. K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980) 494.
10. D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* 48 (1982) 1559.
11. R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* 50 (1983) 1395.
12. B. Dóra, F. Simon, *Sci. Rep.* 5 (2015) 14844.
13. B. Gulácsi, B. Dóra, *Physica Stat. Sol. B* 253 (2016) 2468.
14. B. Dóra, A. Halbritter, *Phys. Rev. B* 80 (2009) 155402.
15. A. Geresdi, A. Halbritter, A. Gyenis, P. Makk, Gy. Mihály, *Nanoscale* 3 (2011) 1504.
16. A. Geresdi, M. Csontos, Á. Gubicza, A. Halbritter, G. Mihály, *Nanoscale* 6 (2014) 2613.
17. W. Nawrocki, *J. of Phys.: Conf. Ser.* 129 (2008) 012023.
18. J. B. Pendry, *J. Phys. A: Math. Gen.* 16 (1983) 2161.
19. L. G. C. Rego, G. Kirczenow, *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998) 232.
20. L. G. C. Rego, G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* 59 (1999) 4992.
21. D. E. Angelescu, M. C. Cross, M. L. Roukes, *Superlatt. Microstruct.* 23 (1998) 673.
22. M. P. Blencowe, *Phys. Rev. B* 59 (1999) 4992.
23. N. Nishiguchi, Y. Ando, M. N. Wybourne, *J. Phys. Cond. Matter* 9 (1997) 5751.
24. M. Blencowe, *Phys. Rep.* 395 (2004) 159.
25. W.-X. Li, K.-Q. Chen, W. Duan, J. Du, B.-L. Gu, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 36 (2003) 3027.
26. F. Márkus, K. Gambár, *Phys. Rev. E* 52 (1995) 623.
27. F. Vázquez, F. Márkus, K. Gambár, *Phys. Rev. E* 79 (2009) 031113.
28. L. I. Schiff: *Quantum Mechanics*. McGraw-Hill, New York, 1955.
29. P. A. M. Dirac: *The Principles of Quantum Mechanics*. Clarendon, Oxford, 1958.
30. S. R. de Groot, P. Mazur: *Non-Equilibrium Thermodynamics*. North-Holland, Amsterdam, 1962.
31. H. Qin, R. B. Holländer, L. Flajšman, F. Hermann, R. Dreyer, G. Woltersdorf, S. van Dijken, *Nat. Commun.* 12 (2021) 2293.
32. G. Csász, B. Dóra, F. Simon, *Physica Stat. Sol. B* 257 (2020) 2000301.
33. F. Márkus, K. Gambár, *Entropy* 23 (2021) 1350.