XXV. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY – 1. rész

Sükösd Csaba
BME Nukleáris Technika Tanszék

A COVID pandémia miatt két alkalommal, 2020-ban és 2021-ben, csak „szűkítetten” tudtuk megrendezni az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt. Ezért volt különösen nagy élmény, hogy a jubileumi, XXV. Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt 2022-ben ismét a régi hagyományoknak megfelelően, Pakson megtartott jelenléti döntővel és személyes részvétellel történt ünnepélyes Eredményhirdetéssel tudtuk befejezni.

A Verseny megrendezésében a Magyar Nukleáris Társaság, a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, valamint a döntő helyi szervezője, az Energetikai Technikum és Kollégium vállaltak nagy szerepet. A verseny anyagi feltételeit a fenti szervezőkön túl a Nemzeti Tehetségprogram, valamint az EMMI és a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetének támogatása biztosította.

Az elődöntő 2022. február 21-én délután zajlott, amikor a regisztrált tanulóknak a saját iskolájukban 3 óra alatt 10 elméleti/számításos versenyfeladatot kellett megoldaniuk.

Sajnos a regisztrált diákok száma az idén negatív rekordot döntött: 35 iskolából mindössze 180 tanulót neveztek. (Összehasonlításképpen 2019-ben – a pandémia előtti utolsó évben – 29 iskolából regisztráltak 207 diákot, de a felvételi rendszer átalakítása – az egyetemi felvételi vizsgák eltörlése – előtt átlagosan 300-350 diák regisztrált, hiszen a verseny első 5 helyezettje felvételi vizsga nélkül is bejuthatott több egyetemre.) Az idén annak ellenére jelentkezett kevesebb tanuló, hogy több iskola vett részt a versenyben, mint tavaly. A regisztráltak között többségben voltak a vidékiek, Budapestről 10 iskola nevezett be 78 tanulót. Bár a verseny nyitott a határon túli diákok és iskolák részére is, az idén senki nem jelentkezett határon túlról.

A versenyre – a hagyományoknak megfelelően – két kategóriában jelentkezhettek a középfokú oktatásban tanulók:

Szenior (I.) kategória: azok a tanulók, akik a verseny évében, vagy az azt követő évben érettségiznek (tipikusan 11–12. osztályos tanulók). Megoszlásuk: 106 fiú és 9 lány.

Junior (II.) kategória: a fiatalabbak (tipikusan 9–10. osztályos tanulók). Megoszlásuk: 57 fiú és 8 lány.

A lányok erősen alulreprezentáltak mindkét kategóriában.

Annak, hogy a jelentkezett iskolák száma növekedett, valószínű oka lehet, hogy ősszel, a versenyre jelentkezés előtt több, mint 400 iskolának külön küldtük el a versenyfelhívást. Ugyanakkor az „új” iskolák – úgy tűnik –, hogy először csak „tesztelték” a versenyt: csupán egy-két tanulót neveztek be. Valószínűleg a fizikatanár kollégák sem tudták a diákokat úgy motiválni, mint a pandémia előtt, hiszen a téli jelentkezéskor még egyáltalán nem volt biztos, hogy az idén ismét egy „teljes” versenyt rendezhetünk. A korábbi években lezajlott „szűkített” versenyek hangulata viszont össze sem hasonlítható a jelenléti formában megrendezett versenyekével.

Reméljük, hogy a 2023-ban megrendezésre kerülő megmérettetésre több jelentkező lesz. Annál is inkább, mert ez a verseny is bekerült azok közé, amelyen elért helyezésekért egyes egyetemek *felvételi többletpontokat* adnak majd.

Példaként hadd említsük meg a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemet, ahol a verseny Szenior kategóriája első 5 helyezettjének 80, a 6–10. helyezetteknek pedig 40 felvételi többletpontot fognak adni 2024-től, az új felvételi rendszer bevezetésétől kezdve. Lásd: https://www.bme.hu/sites/default/files/csatolmanyok/Felvetelizz_a_BME-re__2024-ben%21.pdf (a Szilárd-versenyre vonatkozó többletpontok a dokumentum 24. oldalán találhatók).

Az alábbiakban ismertetjük az I. forduló (elődöntő) feladatait és a megoldásokat.

1. feladat

kitűzte: *Tarján Péter*

Mely híres XX. századi fizikusoktól származhatnak az alábbi idézetek?

a) „Ez volt a leghihetetlenebb dolog, ami valaha történt velem. Majdnem olyan, mintha az ember egy tizenöt hüvelykes ágyúval selyempapírra lőne, és a golyó visszapattanna.”

b) „Jöjjön Koppenhágába, dolgozzon velünk. Kedveljük azokat, akik gondolatkísérleteket tudnak végezni!”

c) „Felkapcsoltuk a kapcsolót, és láttuk a villanásokat. Néztük tíz percig, aztán mindent kikapcsoltunk

Sükösd Csaba (1947) a BME címzetes egyetemi tanára, az ELFT elnökségi tagja. Kísérleti magfizikus, aki kísérleti munkáját nagyrészt külföldi kutatóintézetekben végezte. Kutatási területe a magreakciók, óriásrezonanciák és némely asztrofizikailag releváns magreakció vizsgálata radioaktív ionnyalábokkal. Marx György tanítványaként részt vett a 70-es évek MTA oktatási kísérletében. Azóta is szoros kapcsolata van a fizikatanárok közösségével, több tanár- és oktatással kapcsolatos program vezetője.

és hazamentünk. Azonnal tudtam, hogy nagy bánat vár a világra.”

d) „Nem a gravitáció tehet róla, hogy az emberek szerelembe esnek.”

e) „Nem szabad elfelejtenünk, hogy a rádiumról felfedezésekor senki sem tudta, hogy hasznos lesz a gyógyításban. Az tisztán alapkutatás volt. Ez is bizonyítja, hogy a tudományos munkát nem szabad pusztán a közvetlen haszna alapján megítélni. Végezni kell önmagáért, a tudomány szépségéért; és persze mindig fennáll az esélye, hogy egy tudományos felfedezés – mint a rádium – majd az emberiség hasznára válik.”

Megoldás

a) *Ernest Rutherford* https://hu.wikipedia.org/wiki/Ernest_Rutherford
b) *Niels Bohr* https://tinyurl.com/mrvee3x8
c) *Szilárd Leó* https://quotepark.com/hu/szerzok/szilard-leo
d) *Albert Einstein* https://www.citatum.hu/szerzo/Albert_Einstein/3?r=4
e) *Marie Curie* https://hu.eferrit.com/marie-curie-idezetek

2. feladat kitűzte: *Halász Máté* és *Sükösd Csaba*

Egy átlagos magyar család éves villamosenergia-fogyasztása 2275 kWh (2020-as adat). Becsüljük meg, hogy hány gramm ^{235}U elhasítása lenne szükséges, ha ennek a villamos energiának a teljes egészét a Paksi Atomerőműben termelnénk meg?

Adatok: a Paksi Atomerőmű egy blokkjának névleges elektromos teljesítménye P_e = 500 MW, termikus teljesítménye P_t = 1485 MW. Az egy hasadásban felszabaduló energiát vegyük E_h = 200 MeV-nek!

Megoldás

Az éves villamosenergia-fogyasztásnak megfelelő hőmennyiség:

$$Q = \frac{P_t}{P_e} E_e =$$

$$= \frac{1485\ (\mathrm{MW})}{500\ (\mathrm{MW})} \cdot 2275\ (\mathrm{kWh}) \cdot \frac{1000\ (\mathrm{W})}{(\mathrm{kW})} \cdot \frac{3600\ (\mathrm{s})}{(\mathrm{h})} \approx$$

$$\approx 2{,}43 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}.$$

E_h = 200 MeV hasadásonként felszabaduló energiával számolva ez összesen

$$N = \frac{Q}{E_h} =$$

$$= \frac{2{,}43 \cdot 10^{10}\ (\mathrm{J})}{200 \cdot 10^6\ (\mathrm{eV}) \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ (\mathrm{J/eV})} \approx$$

$$\approx 7{,}6 \cdot 10^{20}\ \text{hasadás}.$$

Az éves villamosenergia-fogyasztás megtermeléséhez szükséges elhasadt ^{235}U magok össztömege tehát

$$m = \frac{N}{N_A} M_{^{235}\mathrm{U}} =$$

$$= \frac{7{,}6 \cdot 10^{20}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ (1/\mathrm{mol})} \cdot 235{,}0439 \left(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right) =$$

$$= 0{,}2967\ \mathrm{g} \approx 0{,}3\ \mathrm{g}.$$

4,7%-os friss üzemanyag-dúsítással számolva az egy családra jutó üzemanyag teljes tömege körülbelül 6,4 g.

3. feladat kitűzte: *Ujvári Sándor*

A ^{239}Pu α-bomló, és az α-részecskéket 5,1567 MeV kinetikus energiával bocsátja ki. Hőmérsékleti egyensúlyban az 1 mol mennyiségű ^{239}Pu izotóp 0,461 W hőteljesítménnyel fűti a környezetét.

a) Mennyi az α-bomlásban felszabaduló teljes energia?

b) Számítsuk ki ezekből az adatokból a ^{239}Pu felezési idejét!

Megoldás

a) Vegyük észre, hogy nem a bomlási energia, hanem az α-részecske kinetikus energiája van megadva! A leadott energia a leánymag (^{235}U) és az α-részecske kibocsátás utáni mozgási energiájának összege. Az energiamegmaradás és a lendületmegmaradás tételét felírva:

$$Q = \frac{m_U v_U^2}{2} + \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2},$$

$$m_U v_U = m_\alpha v_\alpha.$$

Ebből

$$Q = \frac{m_\alpha^2 v_\alpha^2}{2\, m_U} + \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{m_\alpha}{m_U} E_\alpha + E_\alpha = \left(\frac{m_\alpha}{m_U} + 1\right) E_\alpha =$$

$$= \left(\frac{4}{235} + 1\right) \cdot 5{,}1567\ \mathrm{MeV} \approx 5{,}2445 \cdot 10^6\ \mathrm{eV} \approx$$

$$\approx 8{,}4026 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

b) A leadott teljesítmény az időegység alatt elbomlott magok száma szorozva a bomlásonként felszabaduló energiával, innen számíthatjuk a felezési időt:

$$P = \lambda N Q = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N Q \;\Rightarrow\; T_{1/2} = \frac{n N_A Q \ln 2}{P}.$$

Számadatokkal:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot 1 \cdot 6{,}022\, 10^{23} \cdot 8{,}4026 \cdot 10^{-13}\ (\mathrm{J})}{0{,}461\ (\mathrm{W})} =$$

$$= 7{,}6083 \cdot 10^{11}\ \mathrm{s}.$$

Az 1 évet 365,24 nappal számítva kapjuk, hogy $7{,}6083 \cdot 10^{11}$ s ≈ 24110 év.

4. feladat

kitűzte: Ujvári Sándor

Egy $8\cdot 10^{-16}$ J energiájú foton ütközik egy hozzá képest nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal. A visszaverődő foton a beesővel ellentétes irányba halad.

a) Mekkora a beeső foton hullámhossza?

b) A visszaverődő foton hullámhossza hány százalékkal nagyobb a beeső foton hullámhosszánál?

c) Mekkora az ütközés után az elektron sebessége?

Megoldás

Jelöljük a foton és az elektron ütközés előtti frekvenciáját, hullámhosszát és sebességét f, λ és v-vel, míg ütközés után f', λ' és v', az elektron nyugalmi tömege m_0, a foton ütközés előtti energiája E_γ, a feladat szövegének értelmében $v = 0$.

a) A foton hullámhossza:

$$\lambda = h\frac{c}{E_\gamma} = 6{,}262\cdot 10^{-34}\ (\mathrm{Js})\cdot\frac{3\cdot 10^{8}\ (\mathrm{m/s})}{8\cdot 10^{-16}\ (\mathrm{J})} \approx$$

$$\approx 2{,}485\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

b) A hullámhossz megváltozása a Compton-egyenletből kiszámítható:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0\,c}(1-\cos\vartheta) =$$

$$= \frac{6{,}262\cdot 10^{-34}\ (\mathrm{Js})}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ (\mathrm{kg})\cdot 3\cdot 10^{8}\ (\mathrm{m/s})}\cdot\left[1-(-1)\right] \approx$$

$$\approx 4{,}85\cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}.$$

A növekedés százalékos értéke

$$100\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 100\cdot\frac{4{,}85\cdot 10^{-12}\ (\mathrm{m})}{2{,}48\cdot 10^{-10}\ (\mathrm{m})} \approx 1{,}95\%.$$

(A 180° visszaverődés miatt a hullámhossz megváltozása éppen a

$$\lambda_\mathrm{C} = \frac{h}{m_0\,c} \approx 2{,}4263\cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

Compton-hullámhossz kétszerese.)

c) Az elektron sebessége kiszámítható az átadott energiából. Első közelítésként feltesszük, hogy nem lesz relativisztikus.

$$\Delta E = E_\gamma - hf' = E_\gamma - \frac{hc}{\lambda+\Delta\lambda} = E_\gamma - \frac{E_\gamma}{\frac{\lambda+\Delta\lambda}{\lambda}} =$$

$$= 8\cdot 10^{-16}\ (\mathrm{J})\cdot\left(1-\frac{1}{1{,}0195}\right) \approx 1{,}53\cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}.$$

Innen az elektron sebessége

$$\Delta E = \frac{m_0\,v^2}{2} \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{2\,\Delta E}{m_0}} \approx 5{,}8\cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A sebesség valóban nem relativisztikus.

Alternatív megoldás

A 180°-os visszaverődés miatt számíthatunk energia- és lendület-megmaradásból is:

$$\frac{E_\gamma}{c} = -\frac{h}{\lambda'} + p_\mathrm{e},$$

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{p_\mathrm{e}^2}{2\,m_0}.$$

Az első egyenletet c-vel szorozva és a másodikkal összeadva az ismeretlen λ' kiejthető, és p_e-re egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$2\,E_\gamma = p_\mathrm{e}\,c + \frac{p_\mathrm{e}^2}{2\,m_0} \quad\Rightarrow\quad p_\mathrm{e}^2 + 2\,m_0\,c\cdot p_\mathrm{e} - 4\,m_0\,E_\gamma = 0.$$

A másodfokú egyenletet megoldva és a pozitív gyököt megtartva kapjuk:

$$v' = \frac{p_{\mathrm{e},1}}{m_0} = c\left(\sqrt{1+\frac{4\,E_\lambda}{m_0\,c^2}} - 1\right) = \dots$$

$$\approx 5{,}8\cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Mivel $v' \ll c$, ezért jogos volt klasszikusan számítani. A visszaverődő foton energiája:

$$E'_\gamma = E_\gamma - \frac{1}{2}\,m_0\,v'^2 = \dots = 7{,}847\cdot 10^{-16}\ \mathrm{J},$$

innen a hullámhosszak arányára kapjuk, hogy

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} = \frac{8}{7{,}847} = 1{,}0195,$$

azaz a növekedés 1,95 százalékos.

5. feladat

kitűzte: *Szűcs József*

Egy, a Naptól állandó távolságban, folyamatos napsütésben keringő űrhajóból a helyi napállandó meghatározása céljából az űrhajósok egy jó hővezető kockát helyeznek ki az űrbe úgy, hogy egyik (abszolút fekete) lapja merőleges a napsugárzásra. A többi öt lap tükröző fóliával van borítva, amelynek fényvisszaverő képessége $r_\mathrm{t} = 0{,}8$.

(A fényelnyelő és fényvisszaverő képességeket vegyük hullámhossztól és hőmérséklettől függetlenül állandónak!)

a) Mekkora a mért S_0 napállandó, ha a kocka állandósult hőmérséklete 57 °C?

b) Mennyivel és hogyan változik meg a kocka állandósult hőmérséklete, ha az egyik oldaláról eltávolítják a borító fóliát (a fólia nélküli lap feketének vehető)?

c) Legfeljebb hány borítófóliát távolíthatnak el a kísérlet során anélkül, hogy a kocka hőmérséklete 0 °C alá esne?

Megoldás

Bár a fényes oldalakat nem éri napsugárzás, a probléma megoldásához szükségünk van Kirchhoff sugárzási törvényére, miszerint (adott hullámhosszon és hőmérsékleten) az emisszióképesség és abszorpcióképesség hányadosa állandó. A feladat felteszi, hogy ez most minden hullámhosszra és minden hőmérsékletre igaz. Az abszolút fekete oldal esetén definíció szerint $a_\mathrm{f} = \varepsilon_\mathrm{f} = 1$, míg a tükröző oldalakra $a_\mathrm{t} = \varepsilon_\mathrm{t} = 1 - r_\mathrm{t} = 0{,}2$. Jelöljük a kocka oldalhosszúságát l-lel, a Stefan–Boltzmann-állandó $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}$ (W/m^{2}K^4), az egyszerűség kedvéért legyen $T(\mathrm{K}) = 273 + T(°\mathrm{C})$.

a) Egyensúly esetén az elnyelt és kibocsátott hőmérsékleti sugárzás megegyezik:

$$S_0\, l^2 = \sigma T_0^4 \left(l^2 + 5\cdot 0{,}2\, l^2\right),$$

amiből

$$S_0 = 2\sigma T_0^4 = 2\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}^4}\right)\cdot (330)^4\ \left(\mathrm{K}^4\right) =$$

$$= 1344{,}83\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

b) 1 fólia eltávolítása utáni egyensúlyi állapot:

$$S_0\, l^2 = \sigma T_1^4 \left(2\, l^2 + 4\cdot 0{,}2\, l^2\right),$$

tehát

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{S_0}{2{,}8\,\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{2\sigma T_0^4}{2{,}8\,\sigma}} = T_0\sqrt[4]{\frac{2}{2{,}8}} =$$

$$= 303{,}37\ \mathrm{K} = 30{,}38\ °\mathrm{C}.$$

Tehát a kocka hőmérséklete 26,62 °C-szal csökken.

c) Újabb fóliák eltávolítása után a kocka hőmérséklete

$$T_2 = T_0\sqrt[4]{\frac{2}{3\cdot 0{,}2 + 3}} = 0{,}8633\cdot 330\ \mathrm{K} = 284{,}9\ \mathrm{K} =$$

$$= 11{,}9\ °\mathrm{C},$$

$$T_3 = T_0\sqrt[4]{\frac{2}{2\cdot 0{,}2 + 4}} = 0{,}8210\cdot 330\ \mathrm{K} = 270{,}96\ \mathrm{K} =$$

$$= -2{,}03\ °\mathrm{C}.$$

Tehát összesen 2 darab védőfóliát távolíthatunk el a kísérleti kockáról.

6. feladat

kitűzte: Ujvári Sándor

A galaxisok színképe felvilágosítást ad arról, hogy milyen anyagokból állnak. A galaxisok színképvonalainak hullámhossza viszont a földi elemek színképéhez képest eltolódik. Ez a galaxisok hozzánk képest végzett mozgásáról hordoz információt. Az Androméda-galaxis színképét vizsgálva a mérések szerint a hidrogén 656,281 nm-es színképvonala eltolódott 655,624 nm-re. Milyen irányba és milyen sebességgel mozog hozzánk képest ez a galaxis?

Megoldás

A Doppler-összefüggés értelmében a megfigyelt hullámhossz (λ_m) és a forrás hullámhossz (λ_f) között a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$\frac{f_\mathrm{f}}{f_\mathrm{m}} = \frac{\lambda_\mathrm{m}}{\lambda_\mathrm{f}} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}},$$

ahol $\beta = v/c$ és v a forrás és a megfigyelő egymáshoz viszonyított sebessége. Ebből

$$\beta = \frac{\lambda_\mathrm{m}^2 - \lambda_\mathrm{f}^2}{\lambda_\mathrm{m}^2 + \lambda_\mathrm{f}^2} = \frac{655{,}624^2 - 656{,}281^2}{655{,}624^2 + 656{,}281^2} \approx -0{,}001,$$

azaz a galaxis

$$\frac{c}{1000} \approx 3\cdot 10^5\ \mathrm{m/s}$$

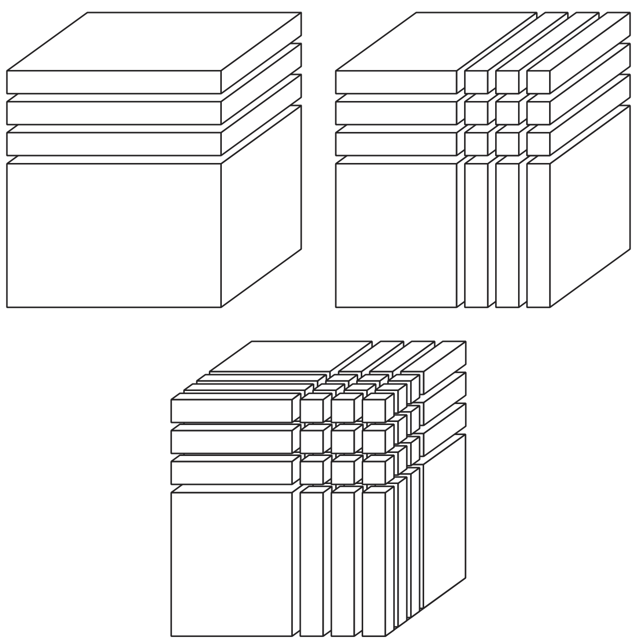
sebességgel *közelít* a megfigyelő felé.

Megjegyzés: bár az Univerzum tágulásával a legtöbb galaxis fényét vöröseltolódással látjuk, a galaxisok egymáshoz képest is mozognak, így előfordulhat, hogy két galaxis éppen közelít egymáshoz.

7. feladat

kitűzte: *Radnóti Katalin*

Becsüljük meg a megadott adatok segítségével, hogy mekkora lehet egy szén-tetraklorid molekula mérete (a szomszédos molekulák távolsága)! A megoldáshoz használjuk fel a következőket: a forrás során teljesen eltávolodnak egymástól a molekulák, a molekulák eltávolítása elérhető a felület növelésével is. Gondolatban egy V térfogatú kockát lehet sok kis, egy molekulát tartalmazó kockára felbontani az ábrán látható módon.



Adatok: a szobahőmérséklet T_{sz} = 22 °C, a széntetraklorid forráspontja T_f = 76 °C, fajhője c = 0,84 kJ/(kg °C), forráshője L_f = 195 kJ/kg, felületi feszültsége $\sigma = 2{,}64\cdot10^{-2}$ J/m², sűrűsége ρ = 1590 kg/m³ (tekintsük állandónak).

Megoldás

A megoldáshoz tekintsük egy l oldalélű kocka feldarabolását d oldalélű kockákra, ahol d a molekula mérete. A vágások teljes száma

$$3\left(\frac{l}{d}-1\right).$$

Minden vágásnál $2l^2$ új felület keletkezik. Ha makroszkopikus kockát tekintünk, úgy feltehetjük, hogy $l/d \gg 1$, és így a vágások száma $\approx 3l/d$. Ha a felületi feszültség σ, akkor ennyi új felület létrehozásához szükséges energia

$$E_v = 3\frac{l}{d}2\,l^2\sigma.$$

A kocka felmelegítéséhez ($\Delta T = T_f - T_{sz}$) és elforralásához szükséges energia:

$$E_f = l^3\rho\left(c\,\Delta T + L_f\right).$$

Mind a „feldaraboláshoz”, mind az elforraláshoz ugyanannyi energiát kell felhasználni, tehát:

$$E_v = E_f \;\Rightarrow\; 3\frac{l}{d}2\,l^2\sigma = l^3\rho\left(c\,\Delta T + L_f\right).$$

Ebből d értéke kiszámítható:

$$d = \frac{6\sigma}{\left(c\,\Delta T + L_f\right)\rho} =$$

$$= \frac{6\cdot 2{,}64\cdot10^{-2}\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}\right)}{\left[840\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\right)\cdot 54\ ({}^\circ\mathrm{C}) + 195\cdot10^3\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)\right]\cdot 1590\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)} \approx$$

$$\approx 4{,}14\cdot10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

Megjegyzés: Ehhez a becsléshez csak makroszkopikusan mérhető mennyiségeket (sűrűség, fajhő, forráshő, felületi feszültség) használtunk fel, nincs szükség az Avogadro-számra vagy moláris tömegre.

8. feladat

kitűzte: *Mester András* és Tarján Péter

A szén radioaktív ^{14}C izotópja ($T_{1/2}$ = 5700 év) a Föld légkörében folyamatosan keletkezik és hozzájárul a légkör sugárzásához. A légköri radiokarbon aktivitásának legmagasabb értékét 1963-ban mérték, ekkor a légkör molekuláinak 0,032%-a volt CO_2, és a szénatomok $2{,}33\cdot10^{-12}$-ed része volt ^{14}C.

Adatok: $p = 1{,}01325\cdot10^5$ Pa, g = 9,81 m/s², $R_{\text{Föld}}$ = 6370 km, $M_{\text{levegő}}$ = 29 g/mol.

a) Mekkora volt 1963-ban a ^{14}C aktivitása a légkörben?

b) Hány százalékos az aktivitás változása a földi légkör sugárzásának a múlt század első felében állandósult $1{,}57\cdot10^8$ GBq értékéhez képest?

c) Mi lehet a növekedés és a későbbi csökkenés oka?

Megoldás

a) A légnyomás a teljes légkör súlyából származó nyomás, így $pA = mg$, ahol m a teljes légkör tömege, $A = 4\pi R_{\text{Föld}}^2$ pedig a Föld felszíne. Így a légkör tömege

$$m = \frac{p\,4\pi R_{\text{Föld}}^2}{g} = 5{,}267\cdot10^{18}\ \mathrm{kg}$$

és anyagmennyisége

$$n = \frac{m}{M_{\text{levegő}}} = 1{,}816\cdot10^{20}\ \mathrm{mol}.$$

Ebből a CO_2 molekulák száma:

$$N_{CO2} = f_{C14}\,n\,N_A =$$

$$= 3{,}2\cdot10^{-4}\cdot1{,}816\cdot10^{20}\cdot6{,}022\cdot10^{23} \approx$$

$$\approx 3{,}5\cdot10^{40}.$$

Legyen N_{C12}, illetve N_{C14} a szén 12-es, illetve 14-es izotópjainak darabszáma, $N_C = N_{C12} + N_{C14}$ az összes szénatom darabszáma. Mivel a 14-es izotóp mennyisége nagyon kicsi, ezért közelíthetünk úgy, hogy $N_C \approx N_{C12}$. A radioaktív ^{14}C-et tartalmazó CO_2 molekulák száma így:

$$N_{C14} = 2{,}33\cdot10^{-12}\cdot N_C \approx 2{,}33\cdot10^{-12}\cdot N_{C12} \approx$$

$$\approx 8{,}15\cdot10^{28}.$$

A radiokarbon aktivitása:

$$A = \lambda N_{C14} = \frac{\ln 2}{T}N_{C14} =$$

$$= \frac{0{,}693}{5700\ (\text{év})\cdot365{,}24\left(\frac{\text{nap}}{\text{év}}\right)\cdot86400\left(\frac{\mathrm{s}}{\text{nap}}\right)}\cdot8{,}15\cdot10^{28} \approx$$

$$\approx 3{,}14\cdot10^{17}\ \mathrm{Bq} = 3{,}14\cdot10^{8}\ \mathrm{GBq}.$$

Tehát 1963-ban a légkörben másodpercenként körülbelül $3{,}14\cdot10^{17}$ ^{14}C atommag bomlott el.

b) A növekedés a múlt század első feléhez képest:

$$\Delta A = \frac{A - A_0}{A_0} =$$

$$= \frac{3{,}14\cdot10^8\ (\mathrm{GBq}) - 1{,}57\cdot10^8\ (\mathrm{GBq})}{1{,}57\cdot10^8\ (\mathrm{GBq})} =$$

$$= 1 = 100\%.$$

c) A Földön a kozmikus sugárzás hatására keletkező neutronok hatnak kölcsön a légköri nitrogénnel:

$$n + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{14}_{6}C + p.$$

A bomlás és keletkezés között beáll egy egyensúly, ezért a légköri ^{14}C koncentráció természetes körülmények között állandósul.

A fosszilis tüzelőanyagokban az évmilliók során már lebomlott a bennük lévő ^{14}C, így elégetésük *hígítja* a légkör ^{14}C tartalmát. A megfigyelt növekedés oka, hogy emberi tevékenységek, főleg légköri atombomba-kísérletek hatására szabad neutronok kerültek a légkörbe, így a ^{14}C izotóp mesterséges előállítása is megvalósult.

1963-tól az atomhatalmak nagy része nemzetközi egyezményekben vállalta a légköri atombomba-robbantások beszüntetését (Partial Test Ban Treaty, 1963. október). A megnövekedett ^{14}C tartalom folyamatosan csökken a szén körforgása (illetve a ^{14}C hígulása) miatt, és kellő idő eltelte múlva visszaáll a korábbi egyensúly értékére.

9. feladat

kitűzte: Tarján Péter

Rutherford-féle szóráskísérletet végzünk ${}^{27}_{13}Al$ atomokon: vékony alumíniumfóliát bombázunk 5,49 MeV energiájú α-részecskékkel. Tegyük fel, hogy az Al atommag szabadon el tud mozdulni.

a) Milyen közel juthat az α-részecske az atommaghoz?

b) Előfordulhat-e, hogy az α-részecske valamilyen magreakciót hoz létre, és nem csak Rutherford-szórás történik?

Az atommag sugarát közelítsük az

$$R \approx 1{,}25 \cdot 10^{-15}\ (\mathrm{m}) \cdot \sqrt[3]{A}$$

formulával. Az α-részecske és az Al atommag tömegarányát egyenlőnek vehetjük a tömegszámok arányával.

Megoldás

Az α-részecske akkor kerül legközelebb az atommaghoz, ha sebességvektora éppen a középpontjukat összekötő egyenesbe esik. A Coulomb-erő lassítja az α-részecskét és gyorsítja az Al atommagot. Amíg az α-részecske sebessége nagyobb, mint a magé, a köztük lévő távolság csökken. Amint az α-részecske sebessége kisebb lesz, mint a magé, a köztük lévő távolság növekszik. Ezért az α-részecske akkor van legközelebb a maghoz, amikor a sebességeik éppen megegyeznek, $u_\alpha = u_{\mathrm{Al}} = u$. Ezzel az energiamegmaradás:

$$\frac{1}{2}\, m_\alpha\, v_\alpha^2 = \frac{1}{2}\, m_\alpha\, u_\alpha^2 + \frac{1}{2}\, m_{\mathrm{Al}}\, u_{\mathrm{Al}}^2 + k\,\frac{2 \cdot 13 \cdot e^2}{r_{\min}}.$$

Ezután kihasználva a lendületmegmaradást, kapjuk, hogy

$$u = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{\mathrm{Al}}}\, v_\alpha.$$

Az egyenlet rendezése után

$$r_{\min} = k\,\frac{13\, e \cdot 2\, e}{E_\alpha}\,\frac{m_{\mathrm{Al}} + m_\alpha}{m_{\mathrm{Al}}} \approx$$

$$\approx k\,\frac{13\, e \cdot 2\, e}{E_\alpha} \cdot \frac{27 + 4}{27} \approx$$

$$\approx 7{,}841 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}.$$

b) Az Al magjának sugara

$$R_{\mathrm{Al}} \approx r_0 \sqrt[3]{A} \approx 3{,}75 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{m},$$

az alfa-részecskéé pedig

$$R_\alpha \approx 2 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}.$$

Klasszikus gondolatmenettel az α-részecske nem érheti el a magot, hiszen $r_{\min} > (R_{\mathrm{Al}} + R_\alpha)$. Viszont nincs nagyságrendi különbség az értékek között, így a kvantummechanikai *alagúteffektus* miatt mégis létrejöhet magreakció.

Megyjegyzés: az α-részecske átlagos *mért* sugara $R_\alpha \approx 1{,}67 \cdot 10^{-15}$ m. A megoldásban használt $R \approx r_0 \sqrt[3]{A}$ képlet nagy A esetén ad pontosabb értékeket.

10. feladat

kitűzte: Tarján Péter

Hogyan aránylik egymáshoz a 2 MV feszültséggel gyorsított elektron, illetve proton de Broglie-hullámhossza?

Megoldás

A de Broglie-hullámhossz kiszámítható a részecske lendületéből: $\lambda = h/mv$. Klasszikusan kezelhető részecskénél kihasználhatjuk, hogy

$$m\, v = \sqrt{2\, m\, E_{\mathrm{m}}} = \sqrt{2\, m\, Q\, U}\,.$$

Mindkét részecske egyszeres töltésű, így a mozgási energiájuk azonos 2 MeV. Ez a proton nyugalmi energiájánál sokkal kisebb, így a proton esetében jogos közelítés a klasszikus mozgási energiával számolni:

$$\lambda_{\mathrm{p}} = \frac{h}{\sqrt{2\, m_{\mathrm{p}}\, e\, U}} = 2{,}024 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{m}.$$

Az elektron esetében a 2 MeV energia a relativisztikus tartományba esik, hiszen a nyugalmi energia ennek körülbelül a negyede. (Aki az elektront nem relativisztikusan számolta, pontlevonást kapott.)

Relativisztikusan tehát

$$E_{\mathrm{m}} = (\gamma - 1)\, m_0\, c^2,$$

ahol

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Innen

$$\gamma = \frac{2\ (\mathrm{MeV})}{0{,}511\ \left(\mathrm{MeV}/c^2\right)} + 1 = 4{,}914$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}\ c = 0{,}979c = 2{,}935 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$m = \gamma\, m_0 = 4{,}914\ m_0 = 4{,}476 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$$

$$p = m\,v = 1{,}314 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\lambda_\mathrm{e} = \frac{h}{p} = 5{,}043 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{m}.$$

A keresett arány tehát:

$$\frac{\lambda_\mathrm{e}}{\lambda_\mathrm{p}} = 24{,}92.$$

Alternatív megoldás

A lendületet közvetlenül is kiszámíthatjuk a relativisztikus energiaformulából (ebben az esetben mindkét részecskét relativisztikusan kezelve):

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_\mathrm{tot}^2 - \left(m_0\,c^2\right)^2} = \frac{1}{c}\sqrt{\left(E_\mathrm{m} + m_0\,c^2\right)^2 - \left(m_0\,c^2\right)^2}.$$

Az E_m = 2 MeV mozgási és az $m_{0,\mathrm{e}}\,c^2$ = 0,511 MeV, $m_{0,\mathrm{p}}\,c^2$ = 938,27 MeV nyugalmi energiákat a fenti képletbe helyettesítve az elektronra és protonra kapjuk, hogy

$$\frac{\lambda_\mathrm{e}}{\lambda_\mathrm{p}} = \frac{p_\mathrm{p}}{p_\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{(2 + 938{,}27)^2 - 938{,}27^2}{(2 + 0{,}511)^2 - 0{,}511^2}} \approx 24{,}93.$$

Az elődöntő eredményei

A korábbi szokásoknak – és a Versenykiírásnak – megfelelően a dolgozatokat a versenyzők fizikatanárai javították az iskolákban a küldött pontozási útmutató alapján. A Szenior kategóriás versenyzők 60%-nál, a Junior kategóriás versenyzők 40%-nál nem kisebb eredményt elért dolgozatait postán juttatták el a BME Nukleáris Technikai Tanszékére, ahol egy egyetemi oktatókból álló csoport ismét átnézte és – szükség esetén – felüljavította a dolgozatokat. Az alacsony jelentkezési számoknak megfelelően a BME-re is kevesebb dolgozatot tudtak továbbítani az iskolák: 25 első kategóriás és mindössze 10 második kategóriás dolgozat érkezett. A Junior kategória számára a legkönnyebb feladatnak a 2. feladat bizonyult, itt a beérkezett 10 dolgozatból hárman is értek el maximális (5) pontszámot. A pontszámok átlaga 3,2 volt ennél a feladatnál, de 3 fölötti átlagos pontszámot értek még el a 4. feladat esetén is (3,15). A Junior kategória számára a legnehezebb a 7. feladat volt, 1,15 átlagos pontszámmal. A Szenior kategória számára a legkönnyebb három feladatot a 4., 6. és a 2. feladat jelentette. Ezek valamennyien 4 fölötti átlagos pontszámot kaptak (4,62, 4,56, illetve 4,52). A 7. feladat a szeniorok számára is a legnehezebbnek bizonyult, erre átlagosan csak 1,84 pontot szereztek. Meg kell azonban jegyezni, hogy még erre a feladatra is volt 5 pontos dolgozat, ami azt jelzi, hogy a feladat jó felkészüléssel és középiskolai ismeretekkel mégis csak megoldható volt.

A pontszámok szerinti rangsor alapján a Szenior kategóriában az első 20 tanulót, a Junior kategóriában pedig mind a 10 tanulót behívta a Versenybizottság a 2022. április 22. és 24. között Pakson rendezett döntőbe. A döntőbe bejutott versenyzők kétharmada (20 fő) volt budapesti, egyharmada (10 fő) vidékről érkezett. Lányversenyző az idén sajnos nem jutott a döntőbe.

(*Folytatjuk*)