

„Világűr és mennyboltozat
sok forgó égi kapcsolat”

(Weöres Sándor: *Öröklét*)

„Oh tárd ki, tárd ki végtelen nagy ég,
Rejtélyes és szent könyvedet előttem”

(Madách Imre: *Az ember tragédiája*)

Több mint négyszáz évvel ezelőtt történt, hogy *Johannes Kepler* feltárta a bolygómozgás törvényeit. Ezáltal nemcsak az égi mechanika alapjait vetette meg, hanem azt is lehetővé tette, hogy *Isaac Newton* erre alapozva megtalálja a tömegvonzás erőtvényét. Korszakalkotó felfedezés volt, sokan ezt tekintik a modern természettudomány kezdetének.

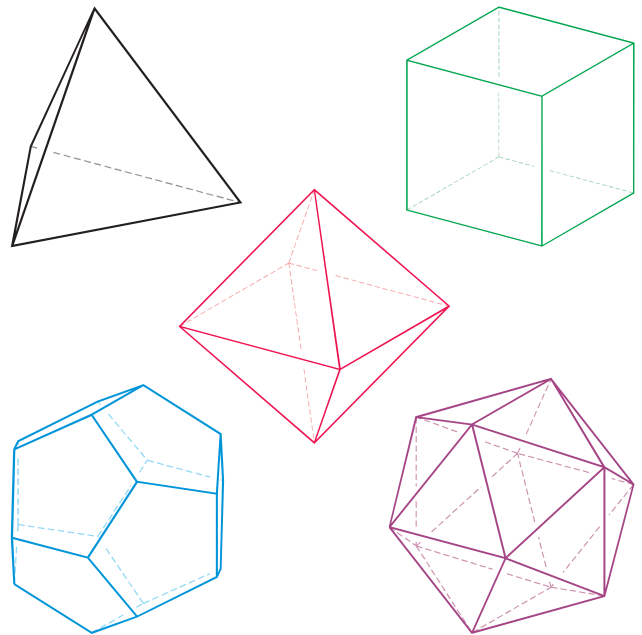
És mégis, Keplernek volt egy olyan elvárása, ami nem teljesült. Azt remélte, hogy a bolygórendszer megtestesíti az égi harmóniát. Ez a következő jelentené. Az ő idejében hat bolygó volt ismeretes, és a harmonikus arányosságnak azt gondolta, ha ezek pályáit az öt platóni tökéletes test (tetraéder, oktaéder [kocka], hexaéder, ikozaéder, dodekaéder) viszi át egymásba [1, 2] (amint az *1. ábra* mutatja). Vagyis: a legbelső bolygó pályája köré írunk egy érintő testet, amelynek csúcsai meghatározzák a következő bolygó pályájának felületét, és így tovább, amíg előáll a teljes bolygórendszer (*2. ábra*). Mint tudjuk, ez az elvárás nem bizonyult helytállóknak.

Newton gravitációs törvénye természetesen megmagyarázza a bolygómozgás tulajdonságait. Hiszen alkotója azokból következtette ki. De arra a kérdésre, hogy a bolygóknak milyen távol kell elhelyezkedniük a Naptól, nem ad választ. A newtoni mechanika szempontjából a kérdés a (bonyolult) kezdőfeltételek hatáskörébe tartozik; a választ nem tudjuk, egész más elhelyezkedésük is lehetne.

Az [5] hivatkozás, amelyen a jelen ismertető alapul szabadon elérhető: <https://www.mdpi.com/2073-8994/12/12/2109> (az itt bemutattnál kicsit több részlettel). A jelen munka a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a K18 pályázati program finanszírozásában valósult meg a K 128729 számú projekt keretében. A szerző köszöni *Riczu Gábor* technikai segítségét és az *ifjabb Györgyi Gézával* folytatott hasznos diszkussziót.



Cseh József az ATOMKI tudományos tanácsadója. Kutatási területe az atommagok szerkezete és a szimmetriák szerepe. Mostanában főként azt a kérdést tanulmányozza, hogy miként tudnak kapcsolatot teremteni a szimmetriák különböző soktestmodellek között. A magszerkezet alapvető leírásai ugyanis eltérő fizikai képekre épülnek (héjszerkezet, folyadéksepp, fűrtösődés), ám – úgy tűnik – ezeket alkalmas szimmetriák képesek egységbe foglalni.



1. ábra. Az öt tökéletes test.

Léteznek empirikus formulák, amelyek megadják a bolygótávolságokat. A legismertebb a Titius–Bode-formula. E szabálynak azonban nincs valódi elméleti alapja, és alkalmazása (a bolygók számozása) sem teljesen következetes. (Többé-kevésbé hasonló a helyzet az egyéb empirikus formulákkal is.)

E cikkben egy olyan sejtést vizsgálunk meg, amelyet *Barut* a 20. század végén fogalmazott meg [3], és ami a Kepler-probléma rejtett szimmetriáján alapul. (Kepler-problémának nevezzük a nagy tömegű Nap gravitációs terében keringő bolygó mozgását.) Barut modellje jól leírja a Naprendszer bolygópályáit. Ennek ellenére nem nagyon ismeretes. Itt azt vesszük szemügyre, hogy az exobolygórendszerekre nézve helytálló-e ez a szimmetriamegfontolás alapján származtatott szabály.

A következő fejezetben röviden megemlítünk néhány összefüggést, amelyeket a bolygótávolságokra nézve alkalmaznak, különös tekintettel Barut sejtésére. Azután a Kepler-probléma szimmetriáit mutatjuk be dióhéjban, amelyek a modell alapjául szolgálnak. Végül néhány exobolygórendszer példáján összevetjük az elméleti elvárást a megfigyelt adatokkal.

A bolygópályák transzformációja

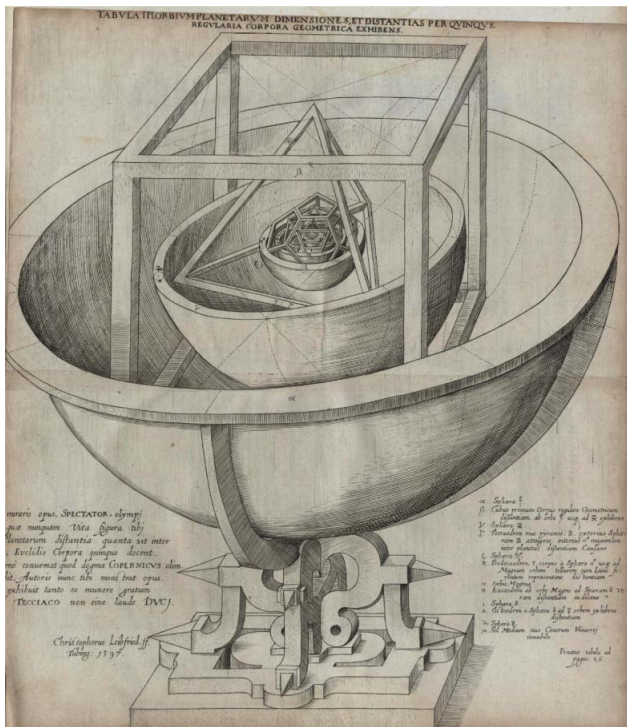
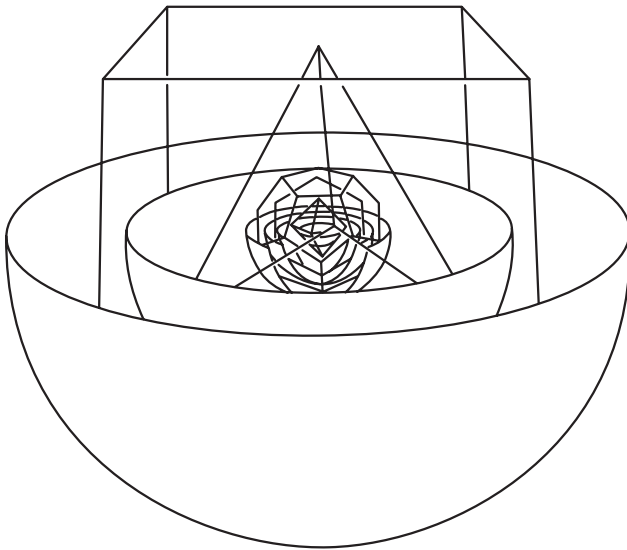
A Titius–Bode-szabály szerint a bolygók fél nagytengelyének csillagászati egységekben mért – amely eredeti definíciója szerint a Föld Nap körüli pályájának fél nagytengelyével egyenlő – hossza az

$$R_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n$$

formulából származtatható, ahol n az egyes bolygók „sorszám”, mégpedig

- $n = -\infty$ a Merkúr,
- $= 0$ a Vénusz,
- $= 1$ a Föld,
- $= 2$ a Mars,
- $= 3$ a Kisbolygóöv,
- $= 4$ a Jupiter,
- $= 5$ a Szaturnusz,
- $= 6$ az Uránusz és
- $= 7$ a Pluto esetére.

2. ábra. Kepler eredeti elképzelése (az akkor hat bolygót tartalmazó) bolygórendszerünkről (fölről) és a *Mysterium Cosmographicum*-ban megjelent rajz (alul). A hat bolygópálya koncentrikus gömbhéjait az öt érintő tökéletes test viszi át egymásba.



A szabály nem ad számot a Neptunuszról, és amint látszik, a bolygók sorszáma nem teljesen reguláris. (Habár ma nem tekintjük bolygónak a Plutót, itt mégis megemlítjük, mert a korábbi vizsgálatokban belefoglalták.)¹

Egy másik formulát az

$$\frac{m v^2}{R} = \frac{G M m}{R^2}, \rightarrow v^2 R = G M$$

mozgásegyenletből származtattak, amit kvantálva:

$$v_n R_n = n \sigma$$

adódik. E szabály alkalmazása hasonló eredményt hozott, mint a Titius–Bode-formuláé: elfogadható módon reprodukálta a bolygótávolságokat, de a sorszámmok nem követnek szabályos rendet és a kvantálásnak egyik esetben sincs elméleti alapja.

Léteznek még más empirikus szabályok is, de ezek további részletezése helyett inkább vegyük szemügyre a rejtett szimmetria által sugallt transzformációt!

Barut a Naprendszer bolygóit tanulmányozta [3], és azt találta, hogy azok keringési ideje, sebessége és

¹1741-ben, amikor a bolygótávolságokat még csak egymáshoz viszonyítva ismerték, *Christian von Wolff* német csillagász észrevette, hogy a bolygótávolságok számsorában valami különös tapasztalható. A távolságok nem véletlenszerűek, hanem valamilyen törvényszerűség szerint követik egymást. A valódi távolságtól való eltérés (a sorba nem illeszthető Neptunuszt, illetve az Eris leszámítva) minden bolygó esetében 5%-on belül van.

E törvényt *Johann Daniel Titius* német csillagász–matematikus említette először 1766-ban. Erre talált rá 1772-ben *Johann Elert Bode*, a berlini csillagvizsgáló igazgatója, aki 1778-ban öntötte végleges formába.

Sok csillagász úgy gondolta, hogy ez csupán véletlen számtani egyezésnek tűnik, számokkal való játéknak, különösebb tartalom nélkül. Az egyezéseket azonban mégsem lehetett egyszerűen figyelmen kívül hagyni. Annak ellenére, hogy a törvény a nagyobb teljesítményű távcsövek megjelenése előtt jelent meg, figyelemre méltó előrejelzéseket adott. A szabály látszólagos igazolására először 1781-ben került sor, mikor *William Herschel* felfedezte az Uránuszt. Az eredmények alapján az 1700-as évek végén rendszeresen kutatva kezdtek el keresni a 2,8 CsE távolságban keringő „hiányzó” bolygót. 1801. január 1-jén *Giuseppe Piazzi* felfedezte a hiányzó, új „bolygót”, a Cerest. Ahhoz túl kicsi volt, hogy a hiányzó bolygó hézagát „betömje”, de újraélesztette a Bode-szabály érvényességébe vetett hitet. Ennek hatására ezen a pályán egymás után több kisebb égitestet fedeztek fel (Pallas – 1802, Juno – 1804, Vesta – 1807). 1846-ban a francia *Urbain Leverrier* és az angol *John C. Adams* egymástól függetlenül kiszámították az Uránusz pályaháborgásaiból egy lehetséges külső bolygó pozícióját, amit *Johann Gottfried Galle* fedezett fel. Távolságára 30,1 CsE-t mértek, a Bode-szabály szerint 38,8 CsE-nek kellett volna lennie.

A Titius–Bode-szabályra elméleti bizonyosság nincs, de valószínűleg a pályarezonancia és a szabadságfokok hiányának kombinációjával magyarázható: bármilyen stabil bolygórendszerben viszonylag magas valószínűséggel létrejön egy Titius–Bode-féle összefüggés. Emiatt inkább szabálynak, mintsem törvénynek lehet nevezni.

A nagyobb keringő testek pályarezonanciái olyan régiókat hoznak létre a csillag körül, amelyekben nem alakulhatnak ki hosszú időn keresztül stabil bolygópályák. Másféleképpen fogalmazva ez azt jelenti, hogy a stabil pályák a csillagtól mért bizonyos távolságokra korlátozódnak. A bolygókeletkezési szimulációk eredményei alátámasztják az elképzelést, hogy egy véletlenszerűen választott stabil bolygórendszer pályái valószínűleg kielégítenének egy Titius–Bode-szerű szabályt.

(Wikipedia alapján)

naptávolsága jó közelítéssel egyenesre esik, ha a sorszámok függvényében ezen mennyiségek logaritmusát ábrázolja. A sorszámok pedig regulárisak: 1. a Merkúr, 2. a Vénusz, 3. a Föld, 4. a Mars, 5. a Kisbolygóöv, 6. a Jupiter, 7. a Szaturnusz, 8. az Uránusz, 9. a Neptunusz és 10. a Pluto. Továbbá felfedezte, hogy az egyszerű idő- és térdilatáció:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow e^{3\lambda n} t, \\ x &\rightarrow e^{2\lambda n} x, \end{aligned} \quad (1)$$

amely a

$$\begin{aligned} \log v_n &= \log v_0 - \lambda n, \\ \log R_n &= \log R_0 + 2 \lambda n, \\ \log T_n &= \log T_0 + 3 \lambda n \end{aligned} \quad (2)$$

egyenletekre vezet, egymásba viszi át a bolygópályákat. Itt λ egy konstans, de ezzel az egyetlen paraméterrel bármely bolygópályát megkaphatjuk, ha már egyet ismerünk.

Ezek a dilatációk olyan transzformációk, amelyek összhangban vannak a Kepler-probléma $O(4,2)$ dinamikai algebrájával (lásd alább). Megjegyzendő azonban, hogy n -et egész számnak választva a leírásba itt is beépítünk egy kvantálást, amelynek nincsen valódi elméleti magyarázata. (A [3] munkában Barut ezzel kapcsolatban megjegyzi, hogy például a hidrogénatomban az impulzusmomentum kvantált voltát a kvantummechanika is csak leírja, de nem magyarázza.)

Barut javaslata maradéktalanul kielégíti Kepler eredeti elvárását: ha ismerjük egy bolygó pályáját, akkor a bolygórendszer többi tagjának viselkedését abból egyszerűen meg tudjuk határozni. Ezen eljárás során a bolygók a természetes sorszámukat viselik. Továbbá a szerző külön érdeme, hogy a transzformációt a Kepler-probléma sajátosságából származtatta [3].

A Kepler-probléma szimmetriái

A Kepler-probléma alapvető fontosságú nemcsak a klasszikus, hanem a kvantummechanikában is. Ott hidrogénatomnak hívják. Szimmetriáinak feltárásához lényeges hozzájárulást adott mind a klasszikus, mind a kvantumelmélet. Itt most a kötött állapotokat vizsgáljuk, az energia negatív és a pályák ellipszisek. A kérdéses szimmetriák egy hierarchikus rendbe szerveződnek.

Geometriai szimmetria: a probléma nyilvánvaló szimmetriáját a háromdimenziós tér forgatása jelenti, amely változatlanul hagyja az x_i térkoordinátákból képzett $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ kvadratikus alakot. E szimmetria következményeként az impulzusmomentum megmaradó mennyiség. Azért hívjuk geometriai szimmetriának, mert a geometriai változókat, nevezetesen a térkoordinátákat transzformálja egymásba, nem keveri őket más mennyiségekkel. Változatlanul hagyja nem-

csak a teljes Hamilton-függvényt (energiát), hanem külön-külön a kinetikus és a potenciális részét is.

Dinamikai szimmetria: az impulzusmomentumon kívül a Kepler-probléma rendelkezik egy másik megmaradó vektorral is, amit Laplace- vagy Runge-Lenz-vektornak hívnak. A hat mozgásállandó együttesen alkotja az $O(4)$ algebrát, amely megőrzi az $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ kvadratikus formát. Az $O(3)$ szimmetriával ellentétben azonban az $O(4)$ -nek nem minden transzformációja hagyja változatlanul a potenciális és kinetikus energiát külön-külön, hanem csak az összegüket. $O(4)$ specifikus az $1/r$ alakú potenciálra, ezért dinamikai szimmetriának hívjuk.

Az $O(4)$ szimmetriát *Fock* és *Bargman* fedezte fel, és *Györgyi Géza* találta meg azt a teret, amelyben a négydimenziós transzformációk működnek [4]. A probléma olyan tárgyalását adta, amelyben egy négydimenziós gömb főkörain lezajló inerciamozgással van dolgunk. E leírásban a pályák tökéletesek (körök), a háromdimenziós tárgyalás gravitációs ereje pedig eltűnik.

A szimmetriaalgebrák által generált transzformációk az azonos energiájú pályákat viszik át egymásba.

Dinamikai algebra: ez a fogalom a kvantummechanikában született és sokáig nem is volt ismeretes, vajon alkalmazható-e a klasszikus elméletben. Noha jelen mondanivalónk szempontjából nincs rá szükségünk, mégis – annak érdekében, hogy a feladatot érzékletessé tegyük – álljon itt a kvantumos értelmezés. A dinamikai algebra olyan algebra, amely egyfelől tartalmazza a rendszer szimmetriaalgebráját, másfelől egyetlen irreducibilis ábrázolása megadja a rendszer minden állapotát, továbbá elemeivel a fizikai mennyiségek operátorai kifejezhetőek. Távrolról sem nyilvánvaló, hogy van-e ennek klasszikus megfelelője és ha igen, mi az. Idővel mégis sikerült a klasszikus mechanikában is értelmezni.

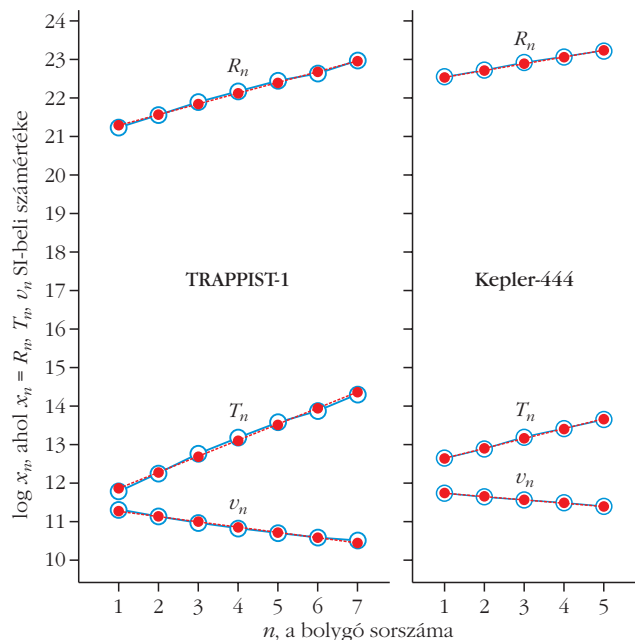
A dinamikai algebrát a rendszer összes mozgásállandója feszíti ki, beleértve azokat is, amelyek explicit módon függenek az időtől. Első pillantásra furcsán hangzik, hogy explicit időfüggéssel rendelkező mozgásállandóról beszélünk, de emlékezzünk rá: egy fizikai mennyiség idő szerinti teljes differenciálhányadosa a parciális derivált és a Poisson-zárójel összege. Tehát akkor is lehet nulla, ha a parciális derivált nem nulla.

A dinamikai algebra által generált transzformációk a különböző energiájú pályákat is át tudják vinni egymásba.

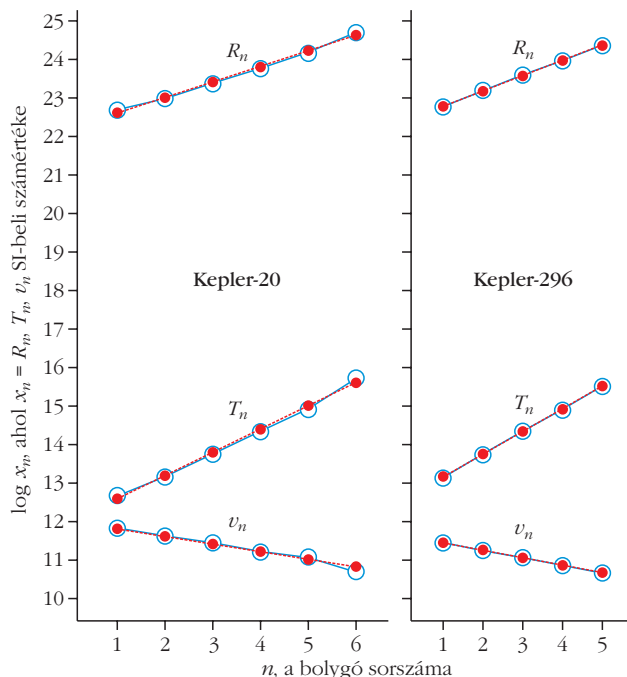
A Kepler-probléma dinamikai algebrája a hatdimenziós $O(4,2)$ algebra, amely a koordináták

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - x_5^2 - x_6^2$$

kvadratikus alakját hagyja változatlanul [3]. (Ezen algebrának létezik olyan ábrázolása, amely az előző bekezdésekben említett explicit időfüggést mutatja.) Elemei többféle transzformációt generálnak, közöttük dilatációt is, és ez a tény vezette Barutot az előzőekben bemutatott (1) tér- és időtranszformációhoz, amely a (2) egyenletekkel összekapcsolja a bolygópályákat.



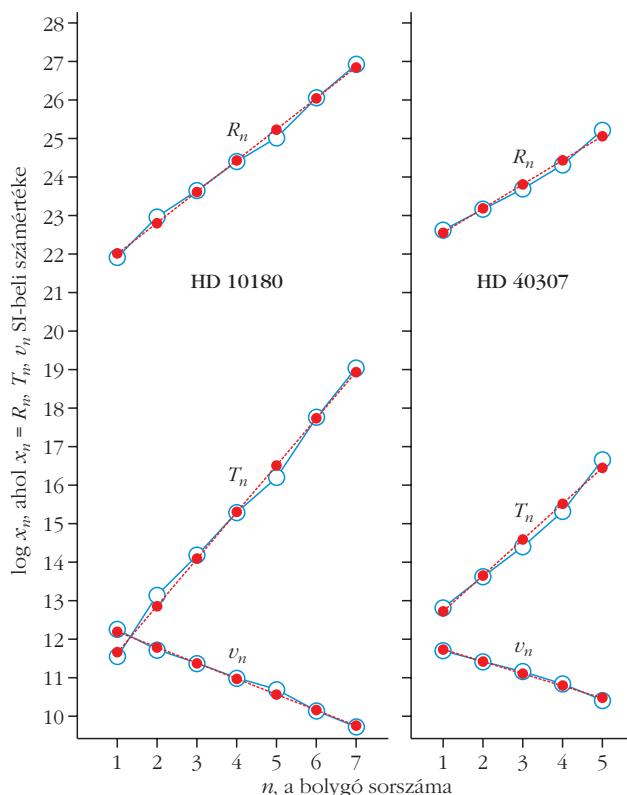
3. ábra. Exobolygórendszerek megfigyelt adatainak – v az átlagos pályasebesség, T a keringési idő, R a fél nagytengely SI-ben kifejezett számértékei – összevetése az elméleti elvárással (a 2. egyenletek szerint) logaritmus skálán. Az észlelt adatokat körök jelzik, folytonos vonallal összekötve, a számolt értékek pontok, szaggatott vonallal. A bolygórendszerek elnevezése gyakran a felfedezésükben meghatározó szerepet játszó obszervatóriumra utal. A chilei Atacama-sivatagban található a TRAPPIST robotteleszkóp, a Kepler pedig űrtávcső. $\lambda_{\text{TRAPPIST-1}} = 0,139$ és $\lambda_{\text{Kepler-444}} = 0,084$.



4. ábra. Ugyanaz, mint a 3. ábra, további bolygórendszerekre, $\lambda_{\text{Kepler-20}} = 0,208$ és $\lambda_{\text{Kepler-296}} = 0,240$.

masztja Kepler történelmi sejtését: a bolygók elhelyezkedése mintha szabályos sorrendet követne. A szabályszerűséget azonban nem a tökéletes testek beírása szolgáltatja, az eredeti sejtésnek megfelelően, hanem a Kepler-probléma dinamikai algebraja a (2) egyenletek szerint.

5. ábra. Ugyanaz, mint a 3. ábra, további bolygórendszerekre, $\lambda_{\text{HD 10180}} = 0,395$ és $\lambda_{\text{HD 40307}} = 0,311$.



Exobolygórendszerek

A [5] munka olyan vizsgálatról számol be, amely a Barut-sejtés helytállóságát ellenőrzi exobolygórendszerekben. A megfigyelési adatok a NASA exobolygóarchívumából [6] származnak, 5-6-7 bolygót tartalmazó rendszerekre vonatkoznak, amelyek nagytengelyei, keringési idejei és excentricitásuk megbízhatóan ismeretesek. Ezekből az átlagos sebességük is meghatározható. A pályák adatait SI mértékegységekben kifejezve a 3–5. ábrák mutatják. Az ábrákon a bolygópályák sorszáma függvényében a sebesség, a keringési idő és a csillagtávolság logaritmusai vannak feltüntetve. A mért adatokat körök jelzik, és folytonos vonalak kötik össze, a számolt értékek pontok, szaggatott vonalakkal. (A vonalak csupán a szem vezetésére szolgálnak.) Az (1, 2) egyenletek λ paramétere legkisebb négyzetes illesztésből adódott (értéke a bemutatás sorrendjében rendre 0,139, 0,084, 0,208, 0,240, 0,395, 0,311).

Konklúzió

A 3–5. ábrák tanúsága szerint a bolygópályák észlelt adatai jó közelítéssel követik a rejtett szimmetriának megfelelő szisztematikát. Nehéz elhinni, hogy ez az egybeesés pusztán a véletlen műve volna. Úgy tűnik tehát, hogy az exobolygórendszerek vizsgálata alátá-

Természetesen szisztematikusan és részletes vizsgálatokra van szükség ahhoz, hogy e kérdésben megbízható konklúzióra jussunk. Az [5] munkának és a jelen ismertetőnek csupán az a célja, hogy ráirányítsa a figyelmet Barut modelljére, és arra a körülményre, hogy az exobolygórendszerek tanulmányozása kitűnő lehetőséget kínál az ellenőrzésére.

Az első eredmények fényében számos érdekes kérdés fogalmazható meg. Csak néhányat említünk itt. A szimmetria által inspirált transzformáció inkább leírja, mintsem magyarázza a szabályosságot. (Hasonlóan a fizika más ágaiban alkalmazott számos szimmetria-alapú modellhez és elmélethez.) Miként függ össze az észlelt szabályosság a bolygórendszer keletkezésének dinamikájával? Ha irregularitást észlelünk, akkor az vajon rejtőzködő bolygóra utal? Kapcsolatban van szokatlan dinamikai effektusokkal a keletkezési mechanizmusban? Vagy hozzásegíthet külső eredetű égitest azonosításához?

A legizgalmasabb kérdésnek pedig az tűnik, hogy a kétestestprobléma tulajdonságai miként öröklődhetnek át egy olyan bonyolult folyamatba, mint a bolygórendszerek kialakulása.

A szimmetriamegfontolások szempontjából a kérdés tanulmányozása külön érdekességgel bír, hiszen egy eredendően kvantummechanikai fogalom égi mechanikában történő alkalmazásán alapul.

Irodalom

1. J. Kepler: *Mysterium Cosmographicum*. Tübingen, 1596.
2. Simonyi K.: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest 1978.
3. A. O. Barut: Symmetry and dynamics: Two distinct methodologies from Kepler to supersymmetry. In *Symmetries in Science II*. Eds.: B. Gruber, R. Lenczewski. Plenum Press, New York, USA (1989) 37.
4. Györgyi G.: A Kepler-probléma rejtett szimmetriáiról. *Fizikai Szemle* 18 (1968) 142.
5. J. Cseeb: Planetary systems and the hidden symmetries of the Kepler problem. *Symmetry* 2020. 12, 2109.
6. <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu>

AZ UNIVERZUM SZÜLETÉSÉNEK VIZSGÁLATA A FÖLD ALÓL

Csedreki László, Gyürky György, Szűcs Tamás
Atommagkutató Intézet (ATOMKI), Debrecen

Ha körbenézünk világunkban, akkor a természet szinte végtelen megjelenési formáját látjuk a legapróbb vírusoktól a tőlünk akár milliárdnyi fényévre lévő csillagokig. Ezt a végtelen változatosságot a természetben előforduló csupán közel 100 kémiai elemnek köszönhetjük, amelyek változó arányban építik fel világunkat.

Ma már a tudomány nagy vonalakban magyarázatot tud adni e nagyfokú változatosság kialakulására

és dinamikájára, amely magában foglalja a kémiai elemek keletkezésének rendkívül bonyolult és összetett folyamatát, összefonódva a Világegyetem evolúciójával is.

A mára teljeskörűen elfogadottá vált elmélet szerint, közel 13,8 milliárd évvel ezelőtt a Világegyetem egy kataklizmikus eseményben, az ősrobbanásban jött létre. Ekkor született meg az anyag, az idő és a tér. Feltételezve a fizikai törvények univerzalitását és azt, hogy a Világegyetem nagy léptékben homogén és izotróp, az elmélet eredményeként sikerül magyarázatot adni olyan jelenségekre és kísérletileg vizsgálható mennyiségekre, mint a könnyű kémiai elemek gyakorisága, a kozmikus háttérsugárzás, a táguló Világegyetem és a Világegyetem nagyléptékű szerkezete [1]. Az erre vonatkozó elméleti és csillagászati megfigyelésekből származó tudásunkat az ősrobbanás standard kozmológiai modellje foglalja kerek egészbe.

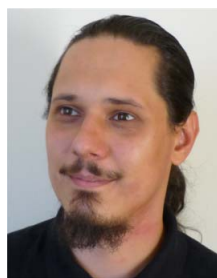
A kozmológusok a Világegyetem jelenlegi állapotának megfigyeléséből próbálnak következtetni arra az



Csedreki László fizikus, az ATOMKI tudományos főmunkatársa. 2009-ben végzett a Debreceni Egyetemen környezetkutatóként. 2015-ben szerzett PhD fokozatot magreakció-hatáskeresztmetszetek meghatározása témakörből. 2016–2020 között posztdoktorként dolgozott az INFN-LNGS intézetben a LUNA nemzetközi együttműködés keretében működtetett föld alatti gyorsító laboratóriumban. Kutatási területe a könnyű magokon végbemenő, asztrofizikailag releváns reakciók vizsgálata.



Gyürky György fizikus, az MTA doktora, az ATOMKI tudományos tanácsadója. Kutatási területe a kísérleti nukleáris asztrofizika. E tématerületen belül kiemelten foglalkozik a nehéz, protongazdag izotópok szintéziséért felelős p-folyamat magreakcióival. E munkáját az European Research Council pályázata is támogatta. Emellett részt vesz a LUNA nemzetközi együttműködés munkájában, ahol a világon egyedülálló, föld alatti gyorsítóval vizsgálják az asztrofizikailag fontos reakciókat.



Szűcs Tamás fizikus és fizikatanár (ELTE, 2008), az ATOMKI tudományos főmunkatársa. PhD disszertációját (DE, 2012) alacsony hatáskeresztmetszetek mérési módszereiről írta. Kétszer két évet töltött posztdoktor-kutatóként a drezdai HZDR kutatóintézetben, ahol egy új föld alatti gyorsítólaboratórium kialakításában vállalt meghatározó szerepet. Két évig az MTA posztdoktori ösztöndíjasa. A LUNA nemzetközi együttműködés tagja. Asztrofizikailag releváns magreakciókat vizsgál mind itthon, mind külföldön.