

fizikai szemle

The background is an abstract, swirling composition of colors. It features a mix of teal, green, and blue tones, with a prominent horizontal band of bright red light that appears to be a beam of light or a lens flare. The overall effect is dynamic and textured, resembling a microscopic view or a fluid simulation.

2021/5

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:
Lendvai János

Szerkesztőbizottság:
Bíró László Péter, Bokor Nándor, Czitrovszky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Hebling János, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Műszaki szerkesztő:
Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://www.fizikaiszemle.hu



A címlapon:

A kazahsztáni Aral-tó feletti cirrusfelhő természetes színű képeken láthatatlan. A Landsat 8 cirrusfelhőre optimalizált szenzora azonban érzékeli és a hamis színes felvételen – mint egy lány vérvörös ecsetvonás – megjeleníti. Komáromi Annamária írásához.

TARTALOM

Csőszt Gábor, Simon Ferenc: Szupravezető anyagok nagyfrekvenciás tulajdonságai 155

A szupravezetők nagyfrekvenciájú gerjesztésekre adott válasza a tankönyvekben általában nem található meg, ezt a biányt pótolja az írás.

Polónyi János: Kvantummechanika: a láthatatlan forradalom – 2. rész 156
Szubjektív hangvételű kísérlet a „kvantummechanika felfoghatatlanságának megértésére”

A FIZIKA TANÍTÁSA

Tasnádi Anikó Márta: A hőszivattyú 163
A cikk középiskolás szinten ad rövid leírást a napjainkban egyre szélesebb körben alkalmazott hőszivattyúk elvéről, bemutatva gyakorlati megvalósításuk főbb típusait is.

Komáromi Annamária: Űrtevékenységről a középiskolában – műholdas távérzékelés 169
A műholdas távérzékelés kulcsfontosságú űrtevékenység, amit fizikaórán az elektromágneses hullámok gyakorlati alkalmazására példaként említetünk.

Varga János: Járművek mozgásának fizikája 172
Egyszerűen megmutatható érdekességek a kerékpontok mozgásával és a cikloisokkal kapcsolatban.

HÍREK – ESEMÉNYEK

Csikai Gyula, 1930–2021 (Raics Péter, Nagy Sándor) 178
Személyes hangvételű megemlékezés az áprilisban elhunyt tudós munkatársaitól.

Magyar sikerek a 2021. évi ICYS versenyen (Rajkovits Zsuzsanna) 180
A világjárvány miatt online tartott versenyen négy díjat, köztük aranyérmet is kiérdemelték a magyar középiskolások.

G. Csőszt, F. Simon: High frequency properties of superconductive materials
J. Polónyi: Quantum mechanics: the invisible revolution – Part 2

TEACHING PHYSICS

A. M. Tasnádi: Heat pumps

A. Komáromi: About space activities in secondary school – satellite remote sensing

J. Varga: Physics of vehicle movements

EVENTS

Gyula Csikai, 1930–2021 (*P. Raics, S. Nagy*)

Hungarian successes in the 2021 ICYS competition (*Zs. Rajkovits*)



SZUPRAVEZETŐ ANYAGOK NAGYFREKVENCIÁS TULAJDONSÁGAI

Csósz Gábor, Simon Ferenc
BME Természettudományi Kar, Fizika Tanszék

A szupravezetők nagyfrekvenciás viselkedésének leírása – elsősorban a szupravezető kvantumbit-architektúrákat felhasználó kvantumtechnológiai alkalmazásai miatt – az érdeklődés előterébe került a közelmúltban [1].

Ezen cikk szerzői számára egy nemrégiben publikált kísérleti eredmény és annak magyarázata hozta a felszínre [2] azt, hogy a területen még vannak nyitott kérdések. Írásunk célja, hogy a szupravezetés közismert tulajdonságain túlmutató, a tankönyvekben [3–5] nem tárgyalt nagyfrekvenciás tulajdonságokat bemutassuk.

A szupravezetés alapjelenségei az egyenáram vezetése nélkül történő vezetése, és a mágneses tér kiszorítása vagy tökéletes diamágneses leárnyékolása. Előbbit 1911-ben fedezte fel *Kamerlingh Onnes* higanyban, míg utóbbit *Meissner* és *Ochsenfeld* 1933-as felfedezése. Mindkét effektus a T_c szupravezető átalakulási hőmérséklet alatt következik be, és egy kellően nagy, B_c kritikus mágneses tér jelenléte lerombolja. Ezen jelenségeket tárgyaló tankönyvek magyarul is elérhetők középiskolai [4, 5] és egyetemi szinten is [3]; angol nyelven bővebb tárgyalás is megismerhető [6]. Azonban a szupravezetők véges frekvenciájú gerjesztésekre adott vála-

za – különös tekintettel arra az esetre, amikor a mágneses tér részlegesen behatol a mintákba – kevésbé ismert, és tankönyvekben ezt nem találhatjuk meg, ezért ennek pótlására teszünk itt kísérletet.

Szupravezetők vezetőképessége $T = 0$ K hőmérsékleten

Fémek egyenáramú, de véges frekvenciájú vezetési tulajdonságait jól írja le a fenomenologikus Drude-modell (*P. Drude*, 1900). Ez az m tömegű és $-e$ töltésű elektronok mozgásegyenletét írja le egy viszkózus jellegű közegben miközben \mathbf{E} elektromos tér hat rájuk:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E} - \kappa\mathbf{v}, \quad (1)$$

ahol \mathbf{v} a sebességvektor, κ a viszkozitás nagyságát jellemzi, de általában helyette a $\kappa/m = 1/\tau$ jelölést alkalmazva bevezetjük a τ relaxációs időt, ami az elektronok közeggel történő karakterisztikus ütközési idejét jellemzi. A fenomenologikus Drude-modell az egyszerűsége ellenére a rigorózusabb kvantummechanikai megfontolásokból is származtatható (lásd például [7]). Frekvenciafüggő $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ gerjesztéssel (ω a gerjesztő tér körfrekvenciája) megoldva a fenti egyenletet a sebességre, és felhasználva az elektromos áramsűrűség $\mathbf{j} = -nev = \tilde{\sigma}\mathbf{E}$ (itt n az elektronok térfogati sűrűsége) lokális Ohm-törvény kifejezését kapjuk a frekvenciafüggő (komplex) $\tilde{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2$ vezetőképességre, ahol a valós és képzetes tagok rendre:

$$\sigma_1 = \sigma_{DC} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{DC} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Itt bevezettük a

$$\sigma_{DC} = \frac{ne^2 \tau}{m}$$

egyenáramú vezetőképességet. A valós és képzetes vezetőképesség-komponensekre teljesül, hogy egymás Kramers–Kronig-párjai, illetve a vezetőképesség valós részére teljesül a Kubo-féle:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} \sigma(\omega) d\omega = \frac{ne^2}{m} = \epsilon_0 \omega_{pl}^2 \quad (3)$$

összegszabály, ami a későbbi diszkusszióknak számára fontos lesz. Itt bevezettük az ω_{pl} plazmafrekvenciát is, ami egy n töltéssűrűségű plazma saját oszcillációjának

A cikk szerzői köszönetet mondanak *Sólyom Jenőnek* és *Virosztek Attilának* az értékes javításokért és észrevételekért, továbbá a hivatkozott eredeti cikkük minden társszerzőjének. A cikk elkészültét a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alap támogatta a Nemzeti Kiválósági Program keretében, a *Kvantumbitek előállítás, megosztása és kvantuminformációs hálózatok fejlesztése* című, 2017-1.2.1-NKP-2017-00001. számú projekt részeként, valamint az Innovációs és Technológiai Minisztérium a *Kvantuminformatikai Nemzeti Laboratórium* projekt keretében.



Csósz Gábor a BME fizikus doktorandusza. A *Spin-spektroszkópia* csoport tagjaként szilárd testekben megfigyelhető nemkonvencionális töltés- és spin-dinamikával foglalkozik. Kutatásaiban kombinált elméleti és kísérleti munkát végez. Legfontosabb eredményei a vortexmozgás indukálta óriás mikrohullámú abszorpció felfedezése szupravezetőkben, illetve a Loschmidt-echo és az entrópia fogalmának bevezetése a spinrelaxációs folyamatok területére.



Simon Ferenc fizikus, egyetemi tanár, az MTA doktora. Érdeklődési területei: szilárdtest-spektroszkópia, a spintronika, fizikanépszerűsítés. Legfontosabb eredményei: az itineráns elektronok mágnesesrezonancia-jelének felfedezése új fémekben (MgB_2 , bórral dópolt gyémánt, alkálival dópolt grafén), a spinrelaxáció egyesített elméletének kidolgozása, spinnel nyomjelzett szén nanocsövek előállítása és tripllett optikai állapotok felfedezése nanocsövekben. ERC és Lendület-pályázat vezetője.

frekvenciáját adja meg (ϵ_0 a vákuum permittivitása). A $\tau \rightarrow \infty$ limeszben azt kapjuk (2) egyenletből, hogy anyagunk végtelenül nagy σ_1 vezetőképességgel rendelkezik, amit egy $\delta(\omega)$ Dirac-delta-függvény ír le:

$$\sigma_1(\omega, \tau \rightarrow \infty) = \pi \frac{n e^2}{m} \delta(\omega).$$

Optikai frekvenciákon, amennyiben $\omega \approx 1/\tau$ a σ_2 is véges értékű, és egy normál fém áramköri helyettesítő képe is induktív jelleget mutat. Ez a jelenség *kinetikus induktivitásként* ismert és hatása a szupravezetőkben jelentős, amint alább bemutatjuk. A Drude-modell alapján azt kapjuk, hogy egy l hosszúságú és A keresztmetszetű vezetékdarab helyettesítő képe egy sorba kapcsolt

$$R_D = \frac{1}{\sigma_{DC}} \frac{l}{A}$$

nagyságú ellenállás és induktivitás:

$$L_D = \frac{m}{n e^2} \frac{l}{A}.$$

A Drude-modell mozgásegyenletét átírhatjuk az áramsűrűségekre is:

$$\frac{m}{n e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_{DC}} = \mathbf{E}, \quad (4)$$

amivel még foglalkozni fogunk. Ez az alábbi,

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\tau} = \frac{n e^2}{m} \mathbf{E}$$

ekvivalens alakba is átírható, ami jobban megmutatja a relaxációs idő szerepét.

A szupravezetőkben tapasztalt végtelen nagy egyenáramú vezetőképességet *elvben* a $\tau \rightarrow \infty$ esetben megkaphatnánk, azonban ez nem tudja a Meissner-effektust megmagyarázni. Másfelől az Ohm-törvénynek a végtelen vezetőképesség esetére sincs értelme, hiszen az végtelen nagy áramú választ jósol meg egy véges egyenáramú tér esetére. Ezen ellentmondások magyarázatára az Ohm-törvényt – mint a normál fémekben érvényes anyagi egyenletet – szupravezetők esetén a London-egyenletekkel kell helyettesíteni:

$$\frac{\partial \mathbf{j}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{j}_s = -\frac{n_s e^2}{m} \mathbf{B}, \quad (6)$$

ahol n_s az anyagban lévő szupravezető elektronok sűrűsége, \mathbf{j}_s a szupravezető áramsűrűség, \mathbf{E} és \mathbf{B} az elektromos térerősség, illetve a mágneses indukció vektora. Megjegyezzük, hogy szupravezetőkben a teljes elektrodinamikai leírást ezek az anyagi egyenletek

és Maxwell-egyenletek közösen adják meg, de ennek létezik egy további kiterjesztése, amikor – nagytisztaságú anyagokban – az áramok és elektromos/mágneses terek közötti kapcsolat nem lokális, hanem helyüket integrálegyenletek veszik át [6].

Az első London-egyenletből a végtelen egyenáramú vezetőképesség kétféle gondolatmenettel is megkapható: eszerint a sztatikus elektromos térre adott áramválasz időben állandó, tehát egy szupravezetőben létrejött áram időben nem cseng le. Ez a gondolatmenet azonban nem ad információt a – cikkünk témájául szolgáló – vezetőképesség véges frekvenciájú viselkedéséről.

A másik megközelítés szerint az első London-egyenlet alapján váltakozó elektromos tér hatására $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ gerjesztést helyettesítve azt kapjuk, hogy a kialakuló áram időben 90° -kal előresiet az elektromos térhez képest, ezért a szupravezető vezetőképességre formálisan az adódik, hogy az tisztán képzetes és nagysága:

$$\sigma_{2,s} = \frac{n e^2}{m \omega}.$$

Ebből – a Kramers–Kronig-összefüggés használatával – kapjuk, hogy a szupravezető vezetőképesség valós része egy Dirac-delta-függvény, azaz:

$$\sigma_{1,s} = \pi \frac{n e^2}{m} \delta(\omega).$$

E megközelítés előnye az, hogy a Dirac-delta-függvény erősségét vagy prefaktorát is megadja. Értelemszerűen adódik, hogy ez teljesíti a Kubo-féle összegszabályt.

A vezetőképesség e két komponensét mutatja az 1. ábra. Érdekességképpen megemlítjük, hogy a szupravezető vezetőképesség képzetes részére is – formálisan – megkapjuk a megfelelő eredményt, ha a $\tau \rightarrow \infty$ limitet vizsgáljuk, azonban amint láttuk, a mögöttes fizikai kép nem helyes.

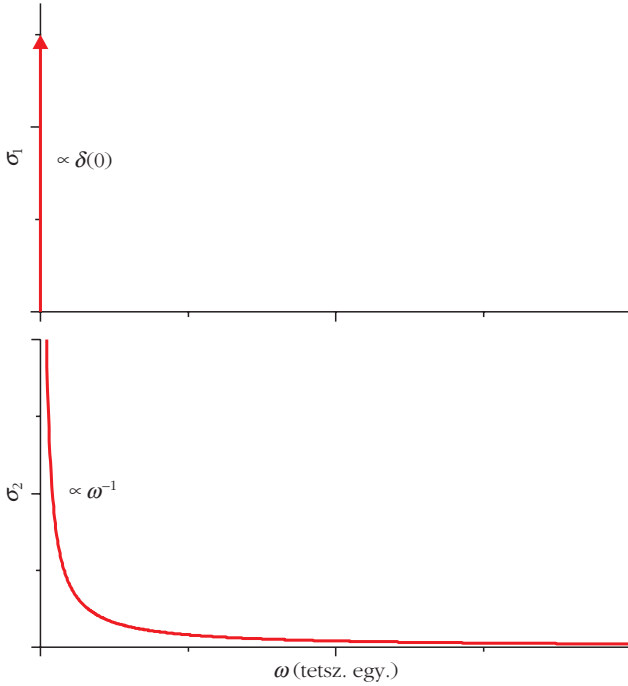
A második London-egyenletet a $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}_s$ Maxwell-egyenlettel kombinálva adódik a

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B}$$

összefüggés, ahol bevezettük a

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}}$$

London behatolási mélységet. Ez alapján a mágneses tér a mintában x irányban haladva $\exp(-x/\lambda_L)$ szerint exponenciálisan eltűnik. Fontos kiemelni, hogy a két London-egyenlet nem következik egymásból, ugyanis a tökéletes vezetőképesség csak azt a feltételt adja, hogy a mágneses tér időben állandó kell legyen a szupravezető anyagban, ha a külső gerjesztés is stacionárius. Ezzel az ellentétben – a Meissner-effektus miatt – az ál-



1. ábra. London-egyenletekből kapott vezetőképesség valós és képzetes része tetszőleges egységekben. A valós rész egy Dirac-delta-függvényből áll DC-n, amit egy nyíl szemléltet, véges frekvencián pedig 0-vá válik. A képzetes rész $1/\omega$ függést mutat.

landóság mellett megköveteljük, hogy a mágneses tér 0 legyen az anyagon belül, ami egy λ_L hosszskálán történő lecsengés után, ahogyan láttuk, teljesül is.

A London behatolási mélységhez kötődő másik érdekesség, hogy a már bevezetett plazmafrequencia kifejezését felhasználva:

$$\lambda_L = \frac{c_0}{\omega_{pl}}$$

adódik, ahol c_0 a vákuumbeli fénysebesség. Tehát a London behatolási mélység úgy jelenik meg, mint a szupravezető elektronok alkotta plazmában kialakuló rezgés hullámhosszának 2π -ed része.

A mérhető fizikai mennyiségeknél nehezen értelmezhető egy mennyiség vagy fizikai válaszfüggvény végtelensége: azaz felmerül a kérdés, hogy a σ_1 -ben látott Dirac-delta-függvény 0 frekvencián mit is jelent. Tudjuk, hogy az anyagban az elektromos áram disszipációja $P = \rho J^2$, ahol az ellenállás fordítottan arányos a vezetőképesség valós részével. Az összszabályból következik, hogy a valós rész inverze a Dirac-delta szélességével arányos, ami miatt a Dirac-delta szélességét úgy is megközelíthetjük, hogy mi az a karakterisztikus idő, ami alatt a szupravezetőben folyó áram eldisszipálódik. Egy, a laboratóriumunkban használt szupravezető mágnes 2012 eleje óta folyamatosan szupravezető állapotban van, a saját nagypontosságú – mágneses rezonancia elven alapuló – méréseink szerint évente a mágneses tér értéke 3,5 ppm-et¹ csökken, azaz $3,5 \cdot 10^{-6}$ -t, amiből a mágneses tér „fe-

¹ppm = parts per million

lezési idejére” 200 000 év adódik. Tehát a mi szupravezető mágnesünkre azt mondhatjuk, hogy a Dirac-delta-függvény $\Delta\omega$ szélessége körülbelül $1,5 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1}$, ami praktikusán végtelenül keskenynek tekinthető.

A szupravezetők L_s kinetikus inductivitását kétféleképpen is megkaphatjuk: egyfelől tekinthetjük egy A keresztmetszetű, l hosszúságú szupravezető darabkán eső U feszültség nagyságát:

$$U = L_s \frac{\partial I_s}{\partial t},$$

ahol $U = lE$ és $I_s = j_s A$. Ide beírva az első London-egyenletet, az önindukciós együtthatóra:

$$L_s = \frac{l}{A} \frac{m}{n_s e^2}$$

adódik. A másik, energetikai megfontolás szerint a szupravezető elektronok kinetikus energiája egyenlő az inductívan tárolt energiával, azaz:

$$\frac{1}{2} L_s I_s^2 = \frac{1}{2} m v^2 n_s l A.$$

Pontosan az előző kifejezést kapjuk meg a kinetikus inductivitásra, ha felhasználjuk, hogy az áram kifejezése

$$I_s = n_s e v A.$$

Az önindukciós együttható fenti alakját egy N menetes, ℓ hosszúságú és F felületű szolenoid ismert

$$L = \mu_0 \frac{N^2 \ell}{F}$$

alakjához hasonlóra hozhatjuk, ha beírjuk a London behatolási mélységet, amivel

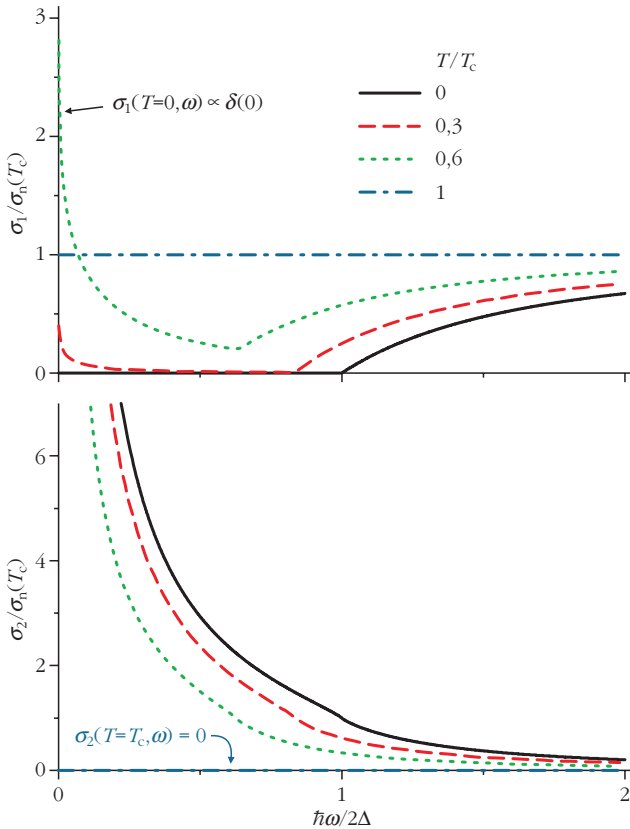
$$L_s = \mu_0 \frac{l \lambda_L^2}{A}$$

adódik.

Szupravezetők frekvenciafüggő vezetőképessége véges hőmérsékleten

Az eddigi diszkusszió a $T = 0 \text{ K}$ esetre alkalmazható, véges hőmérsékletek esetére a szupravezetés mikroszkopikus BCS-elméletéből [6, 8] a szupravezető vezetőképességének Mattis–Bardeen-eredményei [9] megkaphatók:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_n} = \frac{2}{\hbar \omega} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{[f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar \omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar \omega \epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar \omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon + \frac{1}{\hbar \omega} \int_{\Delta - \hbar \omega}^{\Delta} \frac{[1 - 2f(\epsilon + \hbar \omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar \omega \epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar \omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon, \quad (7)$$



2. ábra. A Mattis–Bardeen-kifejezésből kapott hőmérsékletfüggő vezetőképesség.

ahol az egyenletben

$$f(\varepsilon, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)}$$

a Fermi–Dirac-függvény és Δ a szupravezető tiltott sáv, vagy *gap* nagysága tipikusan néhány meV, azaz néhányszor 10 K hőmérsékleti egységekben.

A fenti egyenletben az első tag adja a vezetéshez a normál, nem szupravezető elektronok járulékát, míg a második tag a szupravezetőké. Vegyük észre, hogy a második tag komplex, emiatt az egyszerre tartalmazza a szupravezető vezetőképesség valós és képzetes részeit is.

A hőmérsékletfüggő vezetőképességet a Mattis–Bardeen-eredmény alapján mutatja a 2. ábra. Azt látjuk, hogy σ_2 folyamatosan nő fel T_c alatt, felette 0, amíg σ_1 -ben azt látjuk, hogy $2\Delta/\hbar$ felett megmarad a normáelektron-járlék, alatta pedig az eltűnő spektrális súly a nulla frekvencián lévő Dirac-delta-függvényben jelenik meg. Nem magától értetődő, hogy szupravezető állapotban a σ_1 -ben lévő spektrális sűrűség továbbra is megmarad, de az a fenti eredményen is ellenőrizhető. A szupravezetőkre vonatkozó Kubo-féle összegszabály az irodalomban Ferrel–Glover–Tinkham-féle összegszabályként ismert [10, 11].

A Mattis–Bardeen-eredmény bonyolultsága miatt a továbbiakban egy egyszerűbb fenomenologikus eredményt, a kétfolyadékmodellt fogjuk használni, amely-

nek létjogosultságát számtalan kísérlet is igazolta. A modell alapfeltevése, hogy a szupravezető anyagban szupravezető és normál elektronok vannak, ahol az előbbiek viselkedését a London-egyenletek segítségével, az utóbbiakét pedig a Drude-modell segítségével írhatjuk le. A kétfajta elektron áramjáruléka összeadódik: $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n$. A hőmérsékletfüggést a kétfajta elektron sűrűségének hőmérsékletfüggésével vesszük figyelembe. A T_c kritikus hőmérséklet felett csak normál elektronok vannak az anyagban, kicsivel a kritikus hőmérséklet alatt pedig közelítőleg a hőmérséklet negyedik hatványával nő a szupravezető elektronok járuléka:

$$\frac{n_s}{n_n} \approx \frac{1 - t^4}{t^4},$$

ahol $t = T/T_c$, míg a $T \rightarrow 0$ határesetben n_n exponenciálisan tűnik el:

$$\frac{n_s}{n_n} = 1 - \frac{\sqrt{2\pi} \Delta(0)}{k_B T} \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right).$$

Ezek alapján a szupravezető anyag hőmérsékletfüggő vezetőképessége – a kétfolyadékmodell keretein belül – az alábbi alakban írható fel:

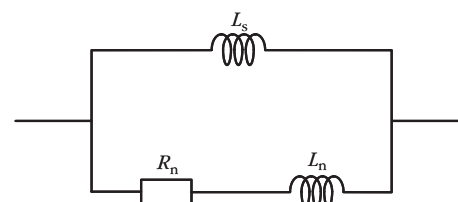
$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{\pi}{2 \mu_0 \lambda_L^2} \delta(\omega), \quad (8)$$

$$\sigma_2 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{1}{\mu_0 \omega \lambda_L^2}. \quad (9)$$

A kétfolyadékmodell segítségével leírt szupravezető áramköri helyettesítő képe a 3. ábrán látható. A kétfajta áramjárulék additív, és ezekre azonos elektromos tér hat, ezért a kapcsolásban a kétfajta elem párhuzamosan jelenik meg. Míg a szupravezető elektronok járuléka a fentiekben kiszámolt L_s kinetikus induktitásnak megfelelő veszteségmentes tekerccsel helyettesíthető, addig a normál elektronok járuléka a fentiekben ismertetett módon egy soros ellenállásból és induktivitásból áll.

A rezisztív elem miatt véges frekvenciákon disszipáció is van, mert a szupravezető rész már nem egy zérus ellenállású sönt, és ezért normál áram is folyik. Emiatt létezik egy $\omega_0 = R/L_s$ karakterisztikus frekvencia is, ami alatt a veszteségmentes szupravezető csatorna, felette pedig a veszteséges rezisztív csatorna dominálja a veze-

3. ábra. Szupravezetők áramköri helyettesítő képe a kétfolyadékmodelltől kapott vezetőképesség felhasználásával.



tést. Amennyiben a hőmérséklet olyan, hogy $n_s \approx n_n$, akkor azt kapjuk, hogy $\omega_0 \approx 1/\tau$. Tekintve, hogy τ tipikusan 10^{-12} – 10^{-14} s, ez azt jelenti, hogy ω_0 a közeliinfravörös-tartományba esik. Azaz minden technikailag releváns frekvencián a szupravezető viselkedés dominál. Emellett, bár az áram nagy része, mint szupraáram folyik, lesz egy kis, véges veszteség is.

Ezt használják ki akkor, amikor nagyvárosokban távvezetékeket szupravezető anyagból készítenek. A nagyvárosok drasztikusan megnövekedett energiafelhasználása megköveteli, hogy az elektromos áram továbbításához használt távvezetékek minél jobb átviteli képességgel rendelkezzenek; ugyanis a kábelek számára rendelkezésre álló hely legtöbbször limitált. A hagyományos vezetékekben elérhető áramsűrűség nagyságrendekkel kisebb, mint szupravezetőkben. A gyakorlatban már több pilot-projekt is megvalósult folyékony nitrogénnel ($T \sim 77$ K) hűtött, magas hőmérsékletű szupravezetőből ($T_c \sim 100$ K): Essen, Jeju (Dél-Korea), Long Island (USA) helyszíneken. Az ilyen kábelek akár ötször jobb átviteli képességgel is bírnak, mint a hasonló geometriai paraméterekkel rendelkező hagyományos kábelek.

Megjegyezzük, hogy σ_1 -et véges frekvencián vizsgálva a hőmérséklet függvényében a Mattis–Bardeen-eredmény közvetlenül T_c alatti kis hőmérséklet-tartományban megnövekvő vezetőképességet ad, ami végül 0-ba tart. Ez, a kísérletileg is megfigyelt koherencia- vagy Hebel–Slichter-csúcs, ami a BCS-elmélet közvetlen bizonyítéka, mivel ezt a kétfolyadék-elmélet nem adja vissza. A normál folyadékmodell szerint ugyanis véges frekvenciákon σ_1 monoton módon csökken σ_n -ről 0-ra.

Vezetőképesség a vortexek jelenlétében

A vortexfolyadék mozgása

Mivel a Meissner-állapot a tökéletes diamágnességhez, azaz $\chi = -1$ -es térfogati mágneses szuszceptibilitáshoz tartozik (SI-ben ez dimenziótlán), ezért fenntartása térfogategységenként $B^2/2\mu_0$ energiát igényel. A szupravezető állapot létrejöttének oka a térfogategységenkénti energianyereség a normál-szupravezető átalakulás során, ezért értelemszerűen létezik egy B_c kritikus mágneses tér, aminél a szupravezető állapot további fenntartása a Meissner-állapot mellett már energetikailag kedvezőtlen, ezért az anyag normál állapotba alakul át.

Azon anyagokat, amelyek a mágneses tér növelésével a Meissner-állapotból normál állapotba mennek át elsőfajú szupravezetőknek nevezzük, ez a viselkedés elsősorban tiszta fémekre jellemző (egyetlen kivétel a TaSi_2) és B_c tipikus értéke 0,01–0,2 T között mozog. A tapasztalat szerint léteznek olyan, úgynevezett másodfajú szupravezető anyagok, leginkább ötvözetek (például Nb_3Al), amelyek akár 100 T-ig is képesek a szupravezető állapotot fenntartani úgy, hogy a mágneses tér részlegesen behatol az úgynevezett vortexek mentén, amelyek mindegyike $\Phi_0 = h/2e$

fluxuskvantumnyi mágneses fluxust tartalmaz. A másodfajú szupravezetőket ennek megfelelően két kritikus tér jellemzi: a B_{c1} , ami felett a mágneses tér részlegesen behatol, és a B_{c2} , ami felett a szupravezető állapot teljesen megszűnik. A két állapot közötti tartományt gyakran *vortexállapotnak* vagy *kevert állapotnak* (hiszen egyszerre van jelen a normál és a szupravezető állapot) nevezzük.

Az itt bővebben nem részletezett Ginzburg–Landau-elmélet szerint a másodfajú szupravezetőkben a London behatolási mélységet és a kisebb kritikus teret a

$$B_{c1} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2}$$

összefüggés köti össze. Az elmélet szerint emellett létezik egy másik hosszúság dimenziójú mennyiség, a ξ koherenciahossz, ami szintén összefügg a kritikus térrel:

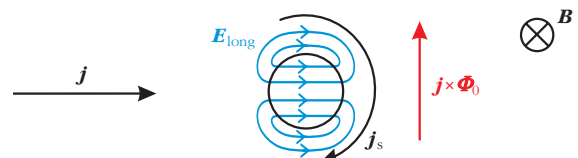
$$B_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2}$$

Az elméleti leírás szerint a ξ mikroszkopikus jelentése a szupravezető átalakulást létrehozó, egymást vonzó elektronpárok térbeli korrelációs hossza. Egyben ξ megadja a vortexmagok tipikus átmérőjét is.

A vortexek jelenléte nagymértékben befolyásolja a szupravezetők vezetőképességét is. Klasszikusan az $F_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ vektorral jellemzett Lorentz-erő hat egy q töltésű részecskére, ami \mathbf{v} sebességvektorral halad a \mathbf{B} mágneses indukcióvektorral jellemzett mágneses térben. Egy véges $\mathbf{j} = n\mathbf{e}\mathbf{v}$ áramsűrűsége ható térfogati erősűrűség nagysága ennek megfelelően $\mathbf{f}_{\text{terf}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$. Bardeen és Stephen (BS) ennek analógiájára megmutatta, hogy a 4. ábrán látható esetre minden egyes vortexmagra egy transzverzális (oldalirányú) erő fog hatni, ami az áram irányára merőlegesen mozgatja el őket, nagysága hosszegységenként $\mathbf{f}_{\text{hossz}} = \mathbf{j} \times \Phi_0 \hat{\mathbf{B}}_0$, ahol $\hat{\mathbf{B}}_0$ a külső tér irányába mutató egységvektor. A BS-elmélet szerint a vortexmagok v_L nagyságú, egyenletes transzverzális sebességgel mozognak, amit az $\mathbf{f}_{\text{hossz}}$ ellenében fellépő $-\eta v_L$ viszkozitás jellegű visszatartó erősűrűség kompenzál. Itt η a viszkozus csillapítási együttható, dimenziója Ns/m^2 . A folyadékokkal való analógia miatt hívják ezt az állapotot *vortexfolyadéknak*.

Érdekességgként említjük meg, hogy a vortexmagokra ható erő analóg egy közegben forogva haladó testre ható *Magnus-erővel*, például egy forogva haladó „megcsavart” futball-labda is ezért tér el a várt röppályától. Az eltérés mértéke annál nagyobb, minél nagyobb a

4. ábra. A Bardeen–Stephen-elméletből kapott eredmény szemléltetése. A vortexmagokat szupraáram folyja körbe, és a Lorentz-erő hatására transzverzálisan elmozdulnak.



viszkózitás a labda felülete és a levegő között, a labdajátékokban ezért fontos a labdák felületi minősége.

A vortexek transzverzális mozgása v_t sebességgel a

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Maxwell-egyenlet miatt egy

$$\mathbf{E}_{\text{long}} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}_t$$

longitudinális elektromos teret hoz létre. E longitudinális elektromos térhez a fluxusmozgás miatti \mathbf{q}_f fajlagos ellenállást rendelhetjük a szokásos Ohm-törvény szerint:

$$\mathbf{q}_f = \frac{E_{\text{long}}}{j} = \frac{B \Phi_0}{\eta},$$

illetve ennek reciprokát a vortexfolyadék miatti véges értékű DC vezetőképességet:

$$\sigma_f = \frac{1}{\mathbf{q}_f} = \sigma_n \frac{B_{c2}}{B}.$$

A vortexek mikroszkopikus vizsgálata alapján Bardeen és Stephen explicit kifejezést is adott a viszkózus csillapítási együtthatóra:

$$\eta \approx \frac{\Phi_0 B_{c2}}{\mathbf{q}_n},$$

ahol \mathbf{q}_n a normál állapotú anyag fajlagos ellenállása. Ebből megkapjuk a fluxusok mozgása miatt kapott ellenállás és a normál ellenállás arányát:

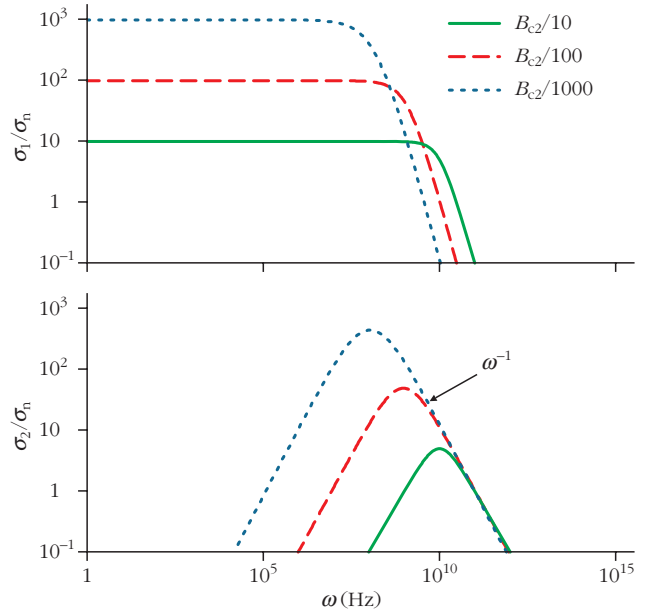
$$\frac{\mathbf{q}_f}{\mathbf{q}_n} = \frac{B}{B_{c2}}.$$

Eszerint a vortexek jelenléte és mozgásuk miatt a szupravezetőkben jelentős disszipáció lépne fel, különösen, ha olyan mágneses térbe helyezjük őket, amely kritikus mágneses térükhöz közel van. Ez különösen a szupravezetők olyan alkalmazásainál okoz gondot, amikor velük nagy mágneses tereket hozunk létre, például az orvosi célú képpalkotás (MRI): ilyenkor a létrehozott mágneses tér a kritikus tér fele-kétharmada is lehet, aminek okát a későbbiekben diszkutáljuk.

Mielőtt bemutatnánk a vortexek „leszögezésének” (*vortex pinning*) jelenségét, bemutatjuk a Bardeen–Stephen-elméletből várt frekvenciafüggő vezetőképességet. A vortexmozgások frekvenciafüggő vezetőképességre gyakorolt hatását legegyszerűbben az áramsűrűségekre vonatkozó egyenletként írhatjuk fel:

$$\frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_f} = \mathbf{E}, \quad (10)$$

ami nem más, mint az első London-egyenlet kiegészítve a vortexmozgás miatti veszteségi taggal. Nem megfelelő módon – hiszen itt is viszkózus csillapítási erő van – az egyenlet szerkezetileg azonos a Drude-mo-



5. ábra. A Bardeen–Stephen-elméletből kapott frekvenciafüggő vezetőképesség a külső tér néhány értékére log-log skálán. Vegyük észre, hogy a vezetőképesség mindkét komponense tart a London-egyenletekből kapott eredményekhez a $B \rightarrow 0$ limeszben. A zérusfrekvenciás Dirac-delta-csúcs eltűnik, az összegszabály miatt a véges frekvenciás vezetőképesség a normál állapotú többszöröse lehet.

dellel (4. egyenlet), és a vezetőképességre kapott végeredmény szerkezete is nagyon hasonló:

$$\sigma_{\text{BS}}(\omega) = \frac{\sigma_f}{1 + i \omega \mu_0 \lambda_L^2 \sigma_f}. \quad (11)$$

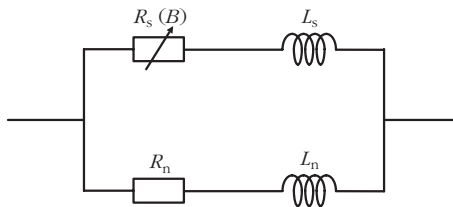
A frekvenciafüggő vezetőképességet az 5. ábra mutatja. $B \rightarrow 0$ határesetben ez visszaadja az első London-egyenletből kapott vezetőképességet mind a valós, mind a képzetes tagokra. Könnyen ellenőrizhető, hogy erre a megoldásra továbbra is fennáll az összegszabály, azaz:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} \sigma_{\text{BS}}(\omega) d\omega = \frac{n_s e^2}{m}. \quad (12)$$

Az eredmény legmeglepőbb következménye az, hogy bár a zérusfrekvenciás Dirac-delta-csúcs megszűnik, a normál állapotinál jóval nagyobb vezetőképességet kaphatunk véges frekvenciákon (ami a levágási frekvenciáig frekvenciafüggetlen), amely ráadásul külső mágneses térrel hangolható nagyságú. A levágási frekvenciára

$$\omega_c = \frac{B}{\mu_0 \lambda_L^2 B_{c2} \sigma_n}$$

értéket kapunk. Ez a kifejezés $T = 0$ K-n visszaadja a várt $\omega_c = 1/\tau$ kifejezést és a $\text{Re} \sigma_{\text{BS}} = \sigma_n$ egyezést. Azonban, ha kijelölünk egy $\omega' < 1/\tau$ munkafrekvenciát, akkor a $B = B_{c2} \omega' \tau$ optimális mágnesesestérérték mellett a normál állapotú valós ellenállás $(\omega' \tau)^{-1}$ -szeresét érhetjük el, amit intuitívan is várunk. A jóval nagyobb véges frekvenciás valós vezetőképesség a



6. ábra. A Bardeen–Stephen-elmélet alapján a vortexfolyadék-állapotra kapott helyettesítő kép. A normál csatorna elemeit továbbra is a Drude-modellből kaphatjuk, a szupravezető csatorna pedig a mágneses térrel hangolható rezisztív és induktív tagokat tartalmaz.

Ferrel–Glover–Tinkham-összegezés szabály, azaz a spektrális súly megmaradásának egyértelmű következménye. E jelenségnek számtalan alkalmazási lehetősége képzelhető el, például hangolható rádiófrekvenciás abszorbensként.

A 6. ábra mutatja a vortexfolyadék esetén kapható helyettesítő képet. Bár a fenti gondolatmenet $T = 0$ K-t feltételezett, ide most visszatettük a véges normál folyadék jelenlétét is. A helyettesítő kép párhuzamosan kapcsolt normál és szupravezető csatornákat tartalmaz egy-egy rezisztív és induktív elemmel, utóbbiban az ellenállás értéke a mágneses térrel hangolható:

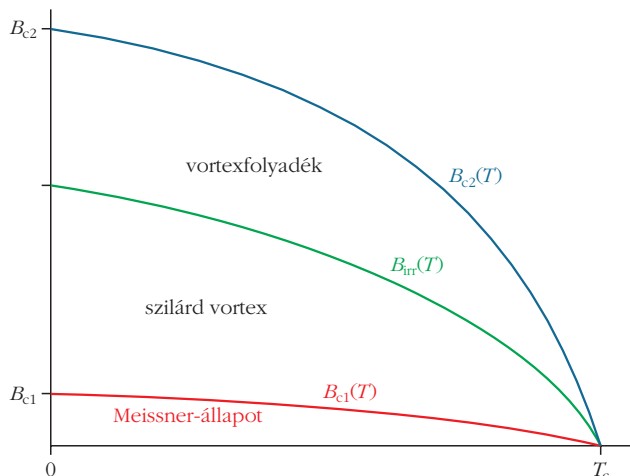
$$R_s = \frac{B}{B_{c2}} \rho_n \frac{l}{A},$$

míg L_s értékét a fentiekben adtuk meg.

Vezetőképesség a vortex-pinning jelenlétében

A fentiekben tárgyaltuk, hogy a vortexek mozgása a technológiailag fontos területeken a felhasználás igen komoly korlátját jelenti, ezért az anyagokban szándékosan olyan hibákat hoznak létre (mechanikai vagy termikus stresszel, besugárzással, illetve szennyezők szándékos bevitelével), ami a vortexek mozgását megakadályozza, azokat megfogja. E jelenségre nincs elterjedt magyar szakszó, ezért a *pinning* kifejezést fogjuk használni. A fentiekben tárgyalt Bardeen–Ste-

7. ábra. A szupravezetők mágneses fázisdiagrammja sematikusan. A $B_{c2}(T)$ vonal alatt a vortexfolyadék-állapot jelenik meg, ezt követi a szilárd vortexfázis a $B_{irr}(T)$ irreverzibilitási vonal alatt, majd $B_{c1}(T)$ alatt a Meissner-állapot.



phen-modellnek megfelelően, amennyiben a vortexek nem mozognak a Meissner-állapot és a zérusfrekvenciás Dirac-delta-vezetőképesség visszaállítható. Azonban kevésbé ismert, hogy a pinning jelenléte a véges frekvenciás viselkedést miként befolyásolja.

A pinning jelenségét egy szupravezetőn legegyszerűbben a külső mágneses térrel párhuzamosan fűrt lyukkal – amelynek átmérője a koherenciahossz nagyságrendjébe esik, azaz $d \approx \xi$ – szemléltethetjük. Energetikailag az a kedvező, ha külső mágneses tér hatására a vortex ezen a lyukon halad át, hiszen ekkor a szupravezető tömbjében nem kell megszüntetni szupravezető állapotot. A vortex tengelyének hosszegységére eső energianyereség:

$$\frac{d^2 B_c^2}{2 \mu_0}.$$

Itt bevezettük a B_c termodinamikai kritikus mágneses teret, ami lényegében a két kritikus tér mértani közepe:

$$B_c = \sqrt{\frac{B_{c1} B_{c2}}{\ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)}}.$$

Vegyük észre, hogy – harmonikus közelítésben – a vortexet egyensúlyi helyzetéből kitérítve négyzetes energiatagot várunk, ennek megfelelően az energianyereség-kepletben a

$$\kappa_{p, \max} = \frac{B_c^2}{\mu_0}$$

változót, mint a pinninghez tartozó hosszegységre eső „rugóállandót” kapjuk meg (dimenziója N/m^2). A maximum jelölés arra utal, hogy ezen ideális pinning-centrummal a κ_p -re csupán felső korlátot tudunk megadni, a valóságban – a tapasztalat szerint – ennél akár nagyságrendekkel kisebb visszatérítő pinning-erő-állandókat figyeltek meg, illetve a pinning-centrum jellegéből adódóan ezen értékek egy valódi anyagban – értelemszerűen – eloszlása is lehet.

A pinningjelenség bemutatása lehetőséget ad a másodfajú szupravezetők mágneses fázisdiagrammjának értelmezésére is, amit a 7. ábra mutat. A $B_{c2}(T)$ vonal alatt a vortexfolyadék-állapot jelenik meg, amiben a szupravezető ellenállása véges és azt a Bardeen–Stephen-elmélet írja le. Ezt követi az szilárd vortexfázis a $B_{irr}(T)$ irreverzibilitási vonal alatt. Ez utóbbi állapotban a vortexek a pinning jelensége miatt nem mozognak, ezért disszipáció sincs, ami helyreállítja a tökéletes vezetés állapotát. A vortexek pinningcentrumokból való kiszabadulásának oka az, hogy a $B_{irr}(T)$ vonal felett a vortexek mozgása természetesen aktiválódhat, illetve magasabb mágneses térben – a több vortex jelenléte miatt – a vortex-vortex kölcsönhatás jelentősége megnő és ezért a pinning szerepe lecsökken. Az irreverzibilitási vonal pontos helye általában függ a pinningcentrumok kialakításának vagy kialakulásának pontos módjától. A szilárd

vortexállapot létezése az, ami miatt lehetőség van olyan szupravezető mágneseket készíteni, amelyek akár 16 T-s mágneses teret is képesek létrehozni orvosi célú képalkotás vagy spektroszkópiai vizsgálatok céljára.

Érdekességképpen megemlítjük, hogy a $B_{\text{irr}}(T)$ vonalon alulról áthaladást szokás a „vortexrács megolvadásának” is nevezni, illetve a vortexek rendezettségének pontosabb vizsgálatával a szakirodalom megkülönbözteti a szilárd vortexállapotban vortexrácstól (rendezett) és vortexüveget (rendezetlen állapot). Ezek kialakulása a vortex-vortex kölcsönhatás erősségétől, az anyag anizotropiájától és a pinning-centrumok erősségétől függ, ezért ez rendkívül összetett probléma. Emellett megemlítjük, hogy a vortexfolyadékban történő mozgás mellett ismerünk úgynevezett „vortexmászást” és „ugrást” is, amikor a vortexek az egyensúlyi helyzetek között lassan tudnak mozogni, illetve hirtelen ugranak át két pinning-centrum között.

A pinning legfontosabb hatása az, hogy zérus frekvencián helyreállítja a végtelen vezetőképességet. Azonban a véges frekvenciás vezetést is befolyásolja, mivel egy nagyfrekvenciás gerjesztő tér a pinning-centrumok körül tudja rezegtetni a vortexeket, amiből disszipációt kaphatunk. Az ezt leíró modellt Coffey és Clem alkotta meg [12]. Modelljükben a vortexek mozgásegyenletét írták fel, a már bevezetett visszatérítő pinningerő-állandó és viszkózus csillapítási együttható mellett, a vortexek hosszegységre eső $\tilde{m} = \epsilon_0 \Phi_0 B_{c2}$ „tehetetlen tömegét” bevezetve. A vortexmagok \mathbf{u} helykoordinátájára vonatkozó mozgásegyenlet a Coffey–Clem-modellben:

$$\tilde{m} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \kappa_p \mathbf{u} = \mathbf{j} \times \Phi_0 \hat{\mathbf{B}}_0. \quad (13)$$

Harmonikus gerjesztés esetére a mozgásegyenlet megoldható, majd ebből a fentiekben ismertetett módon a vortexmozgás miatti

$$\mathbf{E}_v = \mathbf{B}_v \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$$

elektromos tér adódik, amiből a disszipáció és a véges frekvenciás vezetőképesség meghatározható. Azt az esetet vizsgáltuk, amikor a külső mágneses tér és a gerjesztő, váltakozó frekvenciás tér mágneses komponensei egymással párhuzamosak; a számítások részletezése nélkül (ezek megtalálhatók [2]-ben) a cikkünk első részében ismertetett Drude-modell, az első London-egyenlet és a Bardeen–Stephen-elmélet analógiájára a következő kifejezés adódik az áramsűrűsége:

$$\frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_v} = \mathbf{E}, \quad (14)$$

ahol bevezettük a

$$\sigma_v = \sigma_f \left(1 + \frac{\kappa_p}{i \omega \eta} \right)$$

komplex vortex-vezetőképességet a pinning jelenlétében. A frekvenciafüggő vezetőképességre kapott explicit végeredményünk a (14) egyenletből:

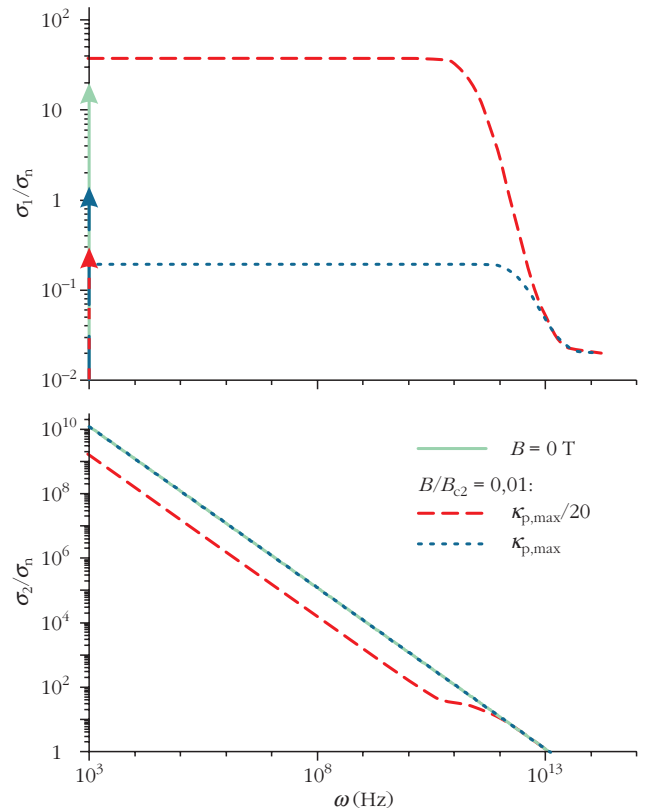
$$\sigma_{\text{CC}}(\omega) = \frac{\sigma_v}{1 + i \omega \mu_0 \lambda_L^2 \sigma_v}. \quad (15)$$

A korábbi eredménytől eltérően ennek gyöktelenítése bonyolultabb, hiszen a számláló is komplex, illetve a nevezőben is komplex számok szorzatát találjuk.

A számítások részletezése nélkül azt az eredményt kapjuk, hogy a vezetőképesség egyszerre tartalmaz mind a Meissner-állapotra (Dirac-delta-függvény zérus frekvencián σ_1 -ben és $\sigma_2 \propto 1/\omega$ az $\omega \rightarrow 0$ limeszben), mind a vortexfolyadékra jellemző, a fent ismertetett Lorentz-alakú frekvenciafüggést, amelynek levágási frekvenciáját a pinning módosítja.

Az eredményt a 8. ábrán mutatjuk. A legmeglepőbb eredmény, hogy az anyag egyszerre szupravezet zérus frekvencián, és mégis rendelkezik egy véges, nagy értékű vezetőképességgel véges frekvencián, ami a külső mágneses térrel hangolható. Az ehhez tartozó helyettesítő kép 3 párhuzamosan kapcsolt elemet tartalmaz: egy veszteségmentes induktivitást, ami a Meissner-állapotra jellemző viselkedésről ad számot, egy másik ágban sorba kapcsolt, mágneses

8. ábra. A Coffey–Clem-elméletből kapott frekvenciafüggő vezetőképesség $B = 0$ (folytonos), illetve a kritikus tér 1%-a mellett a visszatérítő pinningerő-állandó két értéke (szaggatott és pontozott vonal). Vegyük észre, hogy σ_1 -ben a pinning hatására mind a Meissner-állapotra jellemző Dirac-delta-csúcs, mind a Bardeen–Stephen-modellből kapott Lorentz-jellegű véges frekvenciás vezetőképesség megjelenik.



térrel hangolható ellenállást és induktivitást, illetve a normál folyadékra jellemző ágat. A kapott eredményre az összegszabály és a Kramers–Kronig-relációk teljesülését is ellenőriztük cikkünkben [2].

Az összegszabály *tiszta és szennyezett* szupravezetőikben

A fenti elméleti diszkusszió befejezéseként bemutatjuk az összegszabály teljesülését a tiszta és a szennyezett határesetekben. A tisztaság kérdését legtöbbször a szabad úthossz ($l = v_F \tau$, v_F a Fermi-sebesség) más méreetskálákhoz történő viszonyításából állapíthatjuk meg. Ultratiszta fémekben l jóval nagyobb, mint minden más méreetskála, például az eszköz mérete, ez esetben az Ohm-törvény helyét a Landauer–Büttiker-formalizmus veszi át. A másik limitben, amikor l összemérhető kezd lenni a rácsállandóval, az ellenállás telítődik, ez a Ioffe–Regel-limit. Egy másik példa: egy normál fémbe a kvantált Hall-effektus akkor lép fel, amikor a körpályára kényszerülő elektronok számára adott ciklotronpályák kerülete nagyobb lesz, mint l .

A szupravezetőikben a tiszta limitnél $l \gg \xi$ és a szennyezett limitben $l \ll \xi$. Érdekességképpen megemlítjük, hogy a szennyezett szupravezetők elektrodinamikai leírása egyszerűbb, mint tisztáké: utóbbi esetben ugyanis a fent is mutatott lokális London-egyenletek helyét a térbeli koordinátákra integrált nemlokális elektrodinamikai London-egyenletek veszik át. Normál fémek esetében is felmerülhet a nemlokális kérdés azokban az esetekben, amikor egy fizikai mennyiség az l -hez képest kisebb méreetskálán inhomogénné válik. Ez a helyzet például az anomális skineffektusnál, amikor l nagyobb, mint a behatolási mélység.

A minket érdeklő optikai vezetőképesség szempontjából az l és ξ közti relációk frekvenciaskálákra is átírhatók. A fentiekben láthattuk, hogy a releváns frekvenciák a Drude levágási frekvencia,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{l}{v_F},$$

illetve a szupravezető gaphez tartozó frekvencia,

$$\omega_g = \frac{2\Delta}{\hbar}.$$

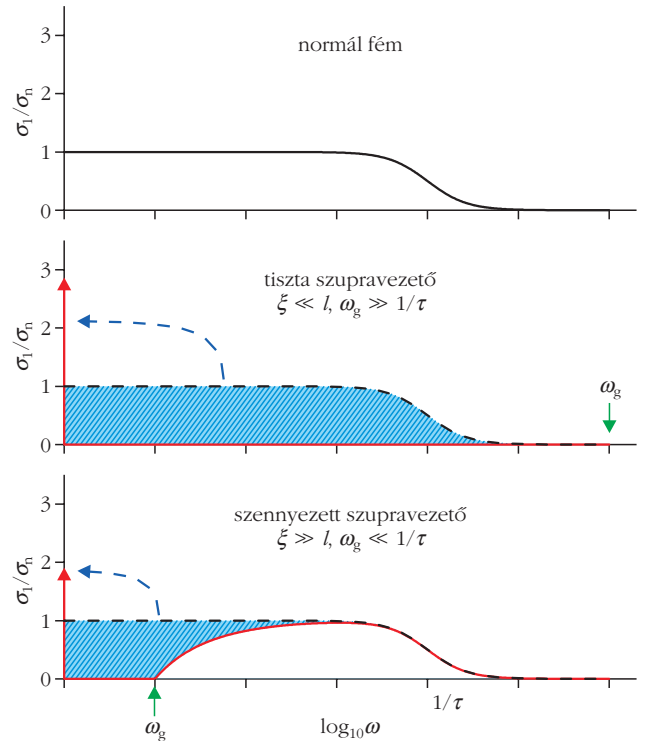
Másfelől az utóbbi mennyiség kapcsolata ξ -vel:

$$\xi = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta},$$

amiből azt kapjuk, hogy

$$\omega_g \approx \frac{\xi}{v_F}.$$

Eszerint a fenti reláció egyszerűbben az $1/\tau$ és az ω_g közötti relációnak felel meg.



9. ábra. A normál állapotban lévő spektrális súly átalakulása a zérus frekvencián lévő Dirac-delta-függvénybe akkor, amikor a szupravezető gap nagy ($\omega_g \gg 1/\tau$), illetve kicsi. A szaggatott nyíl az átalakuló spektrális súlyt mutatja.

A 9. ábra a normál folyadék szupravezetőbe átalakulását mutatja tiszta, illetve szennyezett szupravezetők esetében. Tiszta esetben a teljes normál állapotú elektronsűrűség spektrális súlya megjelenik a zérus frekvenciás Dirac-delta-függvény erősségében. Azonban szennyezett szupravezető esetében ennek csak egy része, az úgynevezett Tinkham-él alatti tartomány, emiatt Dirac-delta-függvény erőssége kisebb, bár az anyag továbbra is szupravezető. Tehát a gaphez tartozó frekvencia felett létezik egy – tipikusan az infravörös tartományba eső – véges optikai vezetőképesség. Ennek megfelelően a cikkünk elején, a Mattis–Bardeen-elmélet alapján kapott frekvenciafüggő vezetőképesség-ábra is a szennyezett esetre vonatkozik.

A Pippard-elmélet számot ad a két esetben különböző spektrális súlyról, mivel szennyezett szupravezetőkre:

$$\lambda_{\text{szennyezett}} = \lambda_{\text{tiszta}} \sqrt{1 + \frac{\xi}{l}} \approx \lambda_{\text{tiszta}} \sqrt{\frac{\xi}{l}}. \quad (16)$$

Tekintve, hogy a zérus frekvenciás Dirac-delta-függvényben lévő spektrális súly a behatolási mélység négyzetével arányos, kapjuk:

$$\sigma_{1, \text{szennyezett}} \approx \frac{l}{\xi} \sigma_{1, \text{tiszta}} \approx \omega_g \tau \sigma_{1, \text{tiszta}}. \quad (17)$$

Amely eredményt a 9. ábra is sugallja, hiszen szennyezett esetben az $\omega = 1/\tau$ -ig lévő spektrális tartományból csak az $\omega = \omega_g$ frekvenciáig terjedő rész kerül a Dirac-deltába.

Új kísérleti adatok és értelmezésük

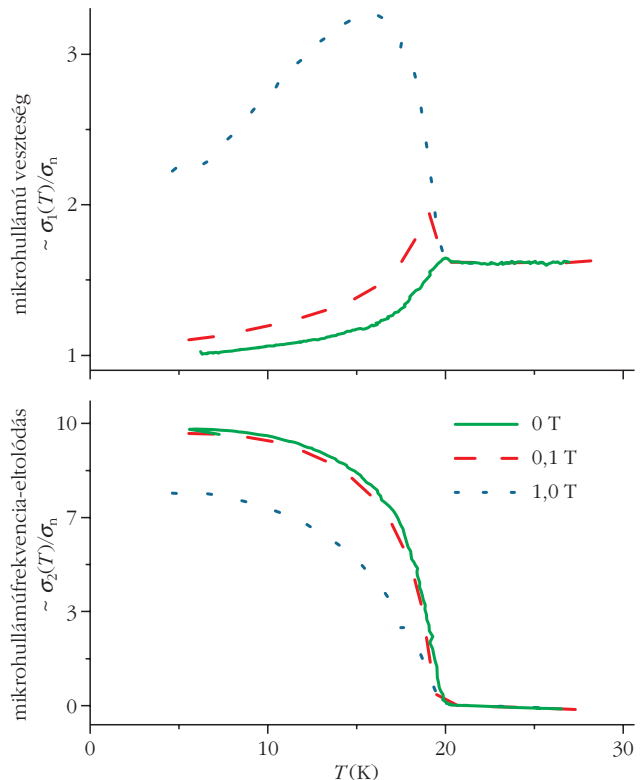
A K_3C_{60} másodfajú szupravezető anyag ($T_c = 19$ K) nagyfrekvenciás vezetőképességét vizsgáltuk [2] azzal a motívációval, hogy megtaláljuk a BCS-elmélet által megjósolt koherencia- vagy Hebel–Slichter-csúcsot zérus mágneses térben. Korábban már is tudott volt, hogy a K_3C_{60} nem írható le a hagyományos BCS-elmélettel, hanem csak annak erősen kölcsönható változatával, azonban a vezetőképességre gyakorolt hatás nem volt ismert. Ezért nem lehetett tudni, hogy mekkora koherenciacsúcsot várunk. Az alkalmazott módszer az üregperturbációs technika, amelyben egy mikrohullámú rezonátorüregbe helyezett minta hatására vizsgáljuk az üreg rezonanciafrekvenciájának eltolódását (ez méri σ_2 -t) és az üreg rezonanciaprofil-szélességének változását (ez méri σ_1 -et), ami az üregben lévő veszteséggel arányos, illetve a jósági tényezőt, ami a veszteség reciproka.

A vizsgált mintákat a Wigner Fizikai Kutatóközpontban *Pergerné Klupp Gyöngyi és Kamarás Katalin* készítették. A kapott eredményeket a 10. ábrán mutatjuk. Megjegyezzük, hogy a pormintákon kapott mikrohullámú veszteség és az üreg frekvenciaeltolódása, bár arányos a σ_1 és σ_2 mennyiségekkel – elsősorban a véges behatolási mélység és a szemcseméret viszonya miatt –, a pontos kapcsolat részletei összetettek. Ráadásul a szemcseméret a mintában egy eloszlást követ, ezért minden további kvantitatív analízis túlmutat a jelen munkánkon. A tengelyeken ezért tüntettük fel, hogy a két mért mennyiség csak közelítőleg (\sim) méri a vezetőképesség két komponensét.

Meglepetésünkre, zérus mágneses térben egy alig megfigyelhető koherenciacsúcsot találtunk, azonban egészen kis mágneses tér alkalmazása mellett is már nagy, a normál állapotinál jelentősen nagyobb mikrohullámú veszteséget, azaz σ_1 -et figyeltünk meg, aminek nagysága a mágneses tér növelésével nőtt. Az „egészen kis mágneses tér” itt úgy értendő, hogy ebben az anyagban B_{c2} közel 50 T, és csupán ezredrésnyi mágneses teret alkalmazva már jól megfigyelhető csúcs jelent meg. Ezzel együtt ez a kis mágneses tér a mikrohullámú üreg rezonanciafrekvenciájának eltolódását, azaz σ_2 mért értékét alig befolyásolta, ami arra utal, hogy a szupravezető állapot továbbra is fennmaradt.

Megfigyeléseink arra utalnak, hogy a jelenséget a vortexek mozgása okozza. Ezt arra alapozzuk, hogy σ_2 nem csökkent jelentősen a $B = 0$ esethez képest, miközben erőteljesen megnőtt σ_1 -et figyeltünk meg, így a jelenség egyértelműen a vortexállapotból ered. Ismereteink szerint nincsen olyan más fizikai jelenség a szupravezető állapotban, ami a megnövekedett σ_1 -et megmagyarázhatná. Éppen ellenkezőleg, a Mattis–Bardeen-eredmény alapján minden véges frekvencián σ_1 eltűnik a T_c alatt.

Cikkünk elején bemutattuk, hogy a vortexfolyadék-állapotban kaphatunk megnövekedő valós vezetőképességet véges frekvencián, azonban eközben a σ_2 is jelentősen lecsökken, ami pedig ellentmond a kísérleti eredményeinknek. A véges értéken maradó



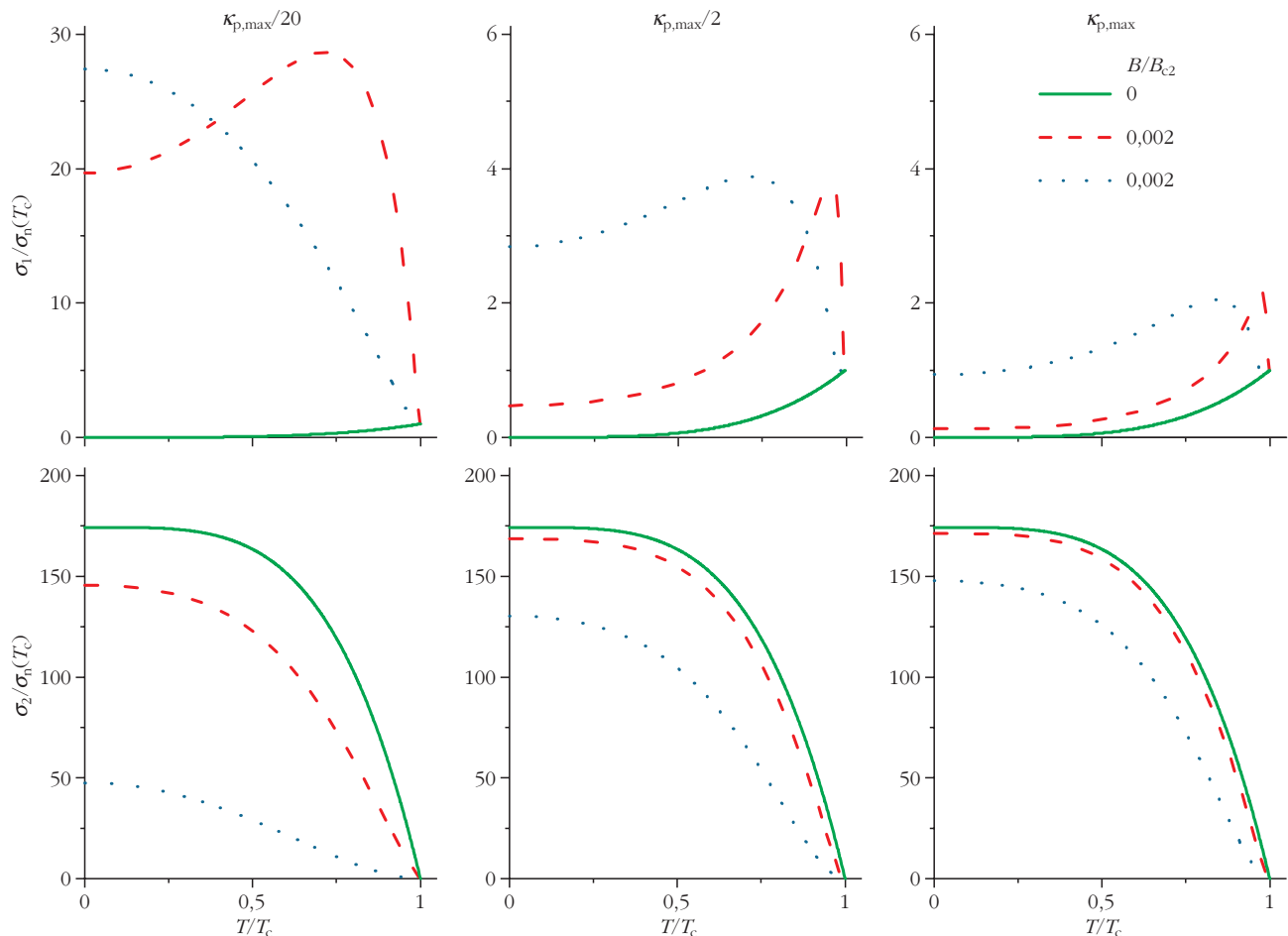
10. ábra. A K_3C_{60} szupravezetőn kapott mikrohullámú veszteség és az üreg frekvenciaeltolódása a mágneses tér néhány értékére. Ezen mennyiségek a vezetőképesség két komponensével arányosak, erre utalnak a tengelyfeliratok. A üreg frekvenciaeltolódását a normál állapot 0 értékéhez illesztettük. Mindkét mennyiség nagyságát pedig a normál állapotban mért értékkel normalizáltuk.

σ_2 -t a vortex-pinning jelensége tudja létrehozni. Ennek a hatását a Coffey–Clem-elméletből (CC) tudjuk meghatározni.

Tudjuk, hogy a CC-elméletben szereplő tagok közül a pinning visszatérítő erőállandó értékére csak egy felső, maximális becslést tehetünk, amit $\kappa_{p,max}$ -szal jelölünk. Az η viszkózus csillapítási együttható értékét a szupravezető termodinamikai paraméterekből tudjuk származtatni, annak értéke fix. Modellszámításaink eredményét, azaz a hőmérsékletfüggő vezetőképesség két komponensét mutatjuk a 11. ábrán a κ_p néhány értékére a kísérleti ábrán is mutatott 3 mágnesesestérérték mellett: $B/B_{c2} = 0, 0,002, \text{ és } 0,02$. A várt trendet figyelhetjük meg, azaz a pinning visszatérítő erőállandó kis értéke mellett σ_1 igen megnőhet, azonban ezzel együtt σ_2 nagyon lecsökken és fordítva; amikor κ_p maximális értékét veszi fel, a vortexek mozgása σ_1 -et csak kis mértékben növeli, de σ_2 értéke sem változik jelentősen. Kísérleti adataink számszerű értelmezése cikkünkben [2] azt adta, hogy a

$$\kappa_p \approx \frac{\kappa_{p,max}}{2}$$

eredményezi a legjobb egyezést a kísérleti adatokkal, azonban a fent említett szemcseméret-problémák miatt a kísérleti adatok tökéletes leírása nem volt lehetséges.



11. ábra. A Coffey–Clem-elmélet alapján kapott hőmérsékletfüggő vezetőképesség két komponense a pinning visszatérítő erőállandó és a mágneses tér különböző értékeire.

Megemlítjük, hogy a véges frekvenciás kísérleteinkben nem látjuk a korábban említett szilárd vortexből vortexfolyadékba való átmenetet. A legvalószínűbb ok az, hogy a nagyfrekvenciás gerjesztések szempontjából a vortexek mindig dinamikus állapotban lesznek, hiszen a pinninget és a viszkozitást jellemző paraméterek mindkét állapotban azonos mértékben vannak jelen.

Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy kísérleteinkben első ízben figyeltük meg a vortexek jelenléte miatt létrejövő megnövekvő véges frekvenciás valós vezetőképességet, amit a vortexek dinamikájával értelmezni is tudunk. Fontos új eredmény a frekvenciafüggő vezetőképesség leírása a vortexek különböző dinamikai modelljeiben, ami széles körben nem volt ismert.

Irodalom

1. F. Arute, et al.: Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature* 574 (2019) 505.
2. G. Csősz, B. G. Márkus, A. Jánosy, N. M. Nemes, F. Murányi, G. Klupp, K. Kamarás, V. G. Kogan, S. L. Bud'ko, P. C. Canfield,

- F. Simon: Giant microwave absorption in fine powders of superconductors. *Scientific Reports* 8 (2018) 11480.
3. Sólyom Jenő: *A modern szilárdtest-fizika alapjai II*. ELTE Eötvös Kiadó. 2010.
4. Holics László: *Fizika összefoglaló*. Typotex Elektronikus Kiadó Kft., 2003.
5. Budó Ágoston: *Kísérleti Fizika II*. Tankönyvkiadó Vállalat, 1968.
6. Michael Tinkham: *Introduction to superconductivity*. 2nd ed., Dover Publications, 1996.
7. N. W. Ashcroft, N. D. Mermin: *Solid State Physics*. Saunders College Publishing, Philadelphia, 1976.
8. J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer: Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 108 (1957) 1175–1204.
9. D. C. Mattis, J. Bardeen: Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals. *Phys. Rev.* 111/2 (1958) 412–417.
10. R. A. Ferrell, R. E. Glover: Conductivity of Superconducting Films: A Sum Rule. *Phys. Rev.* 109/4 (1958) 1398–1399.
11. M. Tinkham, R. A. Ferrell: Determination of the Superconducting Skin Depth from the Energy Gap and Sum Rule. *Phys. Rev. Lett.* 2/8 (1959) 331–333.
12. M. W. Coffey, J. R. Clem: Unified Theory of Effects of Vortex Pinning and Flux Creep upon the rf Surface Impedance of Type-II Superconductors. *Phys. Rev. Lett.* 67/3 (1991) 386–389.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: elft@elft.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámé 2000.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

KVANTUMMECHANIKA: A LÁTHATATLAN FORRADALOM

– 2. RÉSZ

Polónyi János
Strasbourg Egyetem, Strasbourg Franciaország

Az első részben arról volt szó, hogy a fizikai jelenségek és törvényszerűségek függenek a megfigyelések térbeli felbontásától. Ennek megfelelően a fizikában eddig felismert elméletek egy láncot alkotnak a proton méretének töredéke és az Univerzum belátható sugara között. Ezt a skálatarományt vágja két, egymástól radikálisan különböző részre a kvantum- és a klasszikus szintet elválasztó határvonal. A mikroszkopikus szint két zavarba ejtően új vonása az, hogy az egyértelmű valóság helyett determinisztikus láncba nem rendezhető virtuális lehetőségek sokaságát találjuk és a létezés egysége jobban felismerhető. A virtuális valóságok leírásához illeszkedő matematikai formalizmus problémájával kezdődik az alábbi, második rész.

Virtuális valóság

Indeterminisztikus matematika

A fizika a megfigyelt tulajdonságok közti összefüggésekkel foglalkozik. De ha egy mikroszinten lévő rendszer tulajdonságai nincsenek egyértelműen, determinisztikus módon definiálva, akkor hogyan tudunk kvantitatív összefüggéseket találni közöttük? A matematikai egyenletek determinisztikus láncot alkotnak, amelynek struktúráját a Boole-algebra matematikai logikája jellemzi. Hogyan lehet egy ilyen láncra felfűzni a virtuális jelenségeket? Jelenlegi elképzeléseink alapján ezen első pillanatra megoldhatatlannak tűnő probléma megoldása a számfogalom radikális kiterjesztésén alapul.

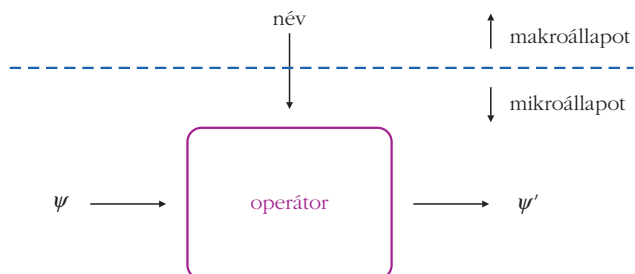
A számokat még az írott történelem időszaka előtt vezették be. A pozitív egész számok 60-as számrendszerbeli ábrázolása Mezopotámiában i. e. 3400 körüli időre vezethető vissza. Azóta a szám fogalma fokozatosan bővül. A nullát valószínűleg India matemati-

kusai vezették be, az első írott nyom a 628 évből származik. A legkorábbi negatív számokat Kínában találták, i. e. 100 idejéből. A racionális számok fogalma az egyiptomi és az indiai kultúra együttes termékei, és Eukleidésznel érték el mai formájukat. Az irracionális számok i. e. 800 körül jelentek meg Indiában, majd Püthagorasz ismerte fel igazi jelentőségüket. A komplex számok a 16–18. században jelentek meg Európában. A számfogalom utolsó általánosítása az általánosított számok, az úgynevezett ferde testek, amelyek lineáris egyenletek megoldásával kaphatók meg. Négy általánosított számról tud a matematika, mindegyik szerepet játszik a részecskefizika standard modelljének felépítésében.

A matematikai nyelv érthetetlen sikere abban áll, hogy az a fogalom, amelyet feltehetően az állatok, tárgyak mennyiségének, valamint az idő múlásának jellemzésére vezettek be, a mai napig hasznosnak bizonyul a Természet jelenségeinek egyre részletesebb leírására. Erre a problémára Wigner Jenő hívta fel először a figyelmet [4]. A kvantummechanika szempontjából a számfogalom problémája az, hogy nemdeterminisztikus összefüggéseket kell reprezentálnia a mikroállapotok virtuális tulajdonságai között. Ez az általánosított számokon jóval túlmutató, további általánosítással oldható meg, ahol a számok szerepét operátorok veszik át. A matematikai formalizmus ilyen radikális általánosítása más, váratlan eredményekhez is vezetett, mint például Niels Bohr komplementaritási elvének, a részecske-hullám dualizmus általánosításának, egyszerű és elegáns megvalósításához.

Egy fizikai rendszer megfigyelése kölcsönhatás segítségével történik, amely beavatkozik a rendszer dinamikájába, például eltoljuk vagy meglökjük a rendszert. Ezek a beavatkozások fizikai mennyiségekkel – amelyek a rendszert egyik állapotából egy másikba viszik át – jellemezhetők. Ezt a lépést operátorokkal írjuk le, amelyek fekete dobozokhoz hasonlíthatók. Mindegyik doboznak van neve, amely a makroszkopikus fizikából származik, mint koordináta, impulzus stb., és egy mikroállapotot egy másikba visz át, ahogy a 4. ábrán látható. A mikroállapotok terének lineáris

4. ábra. Egy fizikai mennyiséget reprezentáló operátor.



Polónyi János 1978-ban fizikus diplomát, majd 1979-ben PhD fokozatot kapott az ELTE-n. Ezután a KFKI-ban kezdett dolgozni, majd a darmstadti GSI-ben és a University of Illinois-n volt post. doc. Ezt követően az MIT-n, később az ELTE-n és végül Strasbourgban egyetemi tanár. Érdeklődési területe a kvantummechanika, a kvantumtérelmélet és a renormalizációs csoport.

struktúráját megőrizendő, az operátorok az állapotter lineáris transzformációját hajtják végre. Ezek mátrixokkal jellemezhetők.

Előfordulhat, hogy egy O lineáris transzformáció egy vektort önmagával párhuzamos vektorba visz át: $O\psi = a\psi$, ahol a egy komplex szám. Ekkor a ψ vektort az O operátor a sajátértékű sajátvektorának hívjuk. Vegyük észre, hogy a sajátvektor-egyenlet alapján az operátort a sajátértéke reprezentálja, ha egy sajátvektorára hat, és ily módon az operátor minden egyes sajátértékét reprezentálhatja. Az

$$O \rightarrow \{a \mid O\psi = a\psi\}$$

általánosítás a számfogalom olyan radikális kiszélesítése, amelyre itt szükségünk van.

A kvantummechanikában a fizikai mennyiségeket operátorokkal képviseljük, amelyek az adott rendszer fizikai állapotainak terében hatnak. Mivel a fizikai mennyiségek valós számokkal írhatók le, olyan operátorokat használunk ábrázolásukra, amelyek sajátértékei valósak. Ezeket a matematikában önadjungált, a fizikában gyakran hermitikus operátoroknak hívják. Ezek sajátvektorai az állapotterben egy bázist adnak, amely szerint bármely állapot kifejezhető a következőképpen:

$$\psi = \sum_a c_a \psi_a.$$

A ψ állapotban az O mennyiség mérése egy sajátértéket eredményez és Born szabálya alapján az a sajátérték $p(a) = |c_a|^2$ valószínűséggel adódik. Ez a szabály azt is jelenti, hogy a rendszer ψ_a állapotában végrehajtott mérés determinisztikus módon, mindig az a sajátértéket adja eredményül. Egy azonos állapotú, független rendszerek sokaságán egy-egy mérést elvégezve az eredmény átlaga

$$\bar{O} = \sum_a |c_a|^2 a,$$

ahol az a -ra való összegzést az indeterminisztikus kvantumfluktuációkra való összegzésnek tekintjük.

Az eddig említett szabályok a fizikai mennyiségek mikroszintjét jellemző struktúrát vezetnek be. Két fizikai mennyiséget kompatibilisnek nevezünk, ha a hozzájuk tartozó operátorok közös sajátvektorrendszert alkotnak. Az inkompatibilis mennyiségeket leíró operátorok pedig értelemszerűen különböző sajátvektorokkal rendelkeznek. Tegyük fel, hogy az O_1 és az O_2 kompatibilis mennyiséget egy közös, ψ sajátvektorral jellemzett állapotban mérjük meg. Eredményül az a_1 és az a_2 mennyiséget kapjuk, ahol $O_1\psi = a_1\psi$ és $O_2\psi = a_2\psi$. Tehát kompatibilis fizikai mennyiségek determinisztikus összefüggéseket elégítenek ki a közös sajátvektorokkal jellemzett állapotokban.

Az inkompatibilis mennyiségek mérése során új köntösben mutatkozik meg a számfogalom általánosításának újdonsága, miszerint olyan operátoregyenletek merülhetnek fel, amelyeknek nincsen megoldásuk a számok körében. Példaképp tekintsük az $A+B+C=0$ operátoregyenletet egy ψ állapotra alkalmazva,

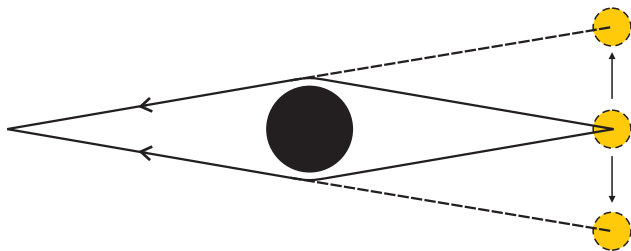
$(A+B+C)\psi = 0$, ahol $A\psi = a\psi$. Először tegyük fel, hogy az operátorok közül bármely kettő kompatibilis párt alkot, emellett $B\psi = b\psi$ és $C\psi = c\psi$. Ekkor $(a+b+c)\psi = 0$ és $a+b+c=0$, tehát az operátoregyenlet „átváltozott” számokra vonatkozó megoldható determinisztikus egyenletté, és az A , a B és a C mennyiségeket a ψ állapotban együttesen megmérve mindig ezt az egyenletet kielégítő eredményt ad. Ezután tegyük fel, hogy B és C inkompatibilis. Ekkor az (A, B) vagy pedig az (A, C) párokat megmérve determinisztikus eredményt kapunk, azonban ez nem így van a (B, C) pár mérésekor. Ekkor az operátoregyenlet nem fordítható le a sajátértékekre vonatkozó egyenletté úgy, hogy minden egyes operátort egy sajátértékével helyettesítsünk, bármelyik állapotra is hat. Ilyenkor a B és C mért értékei fluktuálnak és a fluktuációk nagyságára egy határozatlansági reláció jelenik meg, amely a virtuális valóságból az „igazi”, egyértelmű valóság kiválasztása körüli fluktuációkra vonatkozik.

Röviden, a kvantummechanika csak egy bizonyos értelemben vett átlagokat tud megjósolni, egyedi mikroszkopikus jelenségekre nincs matematikai leírásunk. Egy lehetséges kiút ebből a szokatlan helyzetből a rejtett paraméterek elmélete, amelyre később térünk ki. Azonban már most megjegyezzük, hogy az egyedi jelenségek leírásának ilyen megmentése még mélyebb krízishez vezet, mint az indeterminizmus, nevezetesen a kontextualitás problémájához, amire később térünk ki. Az egyedi folyamatok a természettudomány jelenlegi határain túlmutatnak, ez maga a forradalmi helyzet.

Interferencia

Az inkompatibilis fizikai mennyiségek szerepét jól szemlélteti az interferencia jelensége. A fény interferenciája ismerős a klasszikus fizikából. Az oszcilláló elektromágneses tér átlagos hatása általában az intenzitásával jellemezhető, amely a térerősség négyzetével arányos. Ezért, ha egy monokromatikus fényhullám két résen áthaladva jut el egy pontba, akkor az intenzitás kiszámolásakor a különböző terjedési pályán a megfigyelési pontba érkező sugárzási térerősségértékeket összeadjuk és az összeget emeljük négyzetre. Az $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ algebrai szabály alapján könnyedén belátható, hogy az intenzitás nem additív a különböző pályákra, hiszen az interferenciaképlet utolsó tagja attól függően változtatja meg az eredményt, hogy – a fény hullámhosszában kifejezve – mennyire különbözik a két pálya hossza. Mivel a hullámhossz rövid a makroszkopikus skálákhoz képest, a megfigyelési pont megváltoztatását követő gyors intenzitásoszcilláció a fényterjedés hullámtermészetének elteveszthetetlen bizonyítéka.

Hasonló kísérletet anyaghullámokkal is el lehet végezni, ahol egy ernyő két pontján áthaladó részecske hullámfüggvényének interferenciáját figyelik meg. Az ilyen jellegű mérések fontos eredménye, hogy tetszőlegesen kis intenzitású részecskeforrás esetén is



5. ábra. A gravitációs-lencse-hatás a galaxisok mögötti fényforrások képét megsokszorozza.

találnak interferenciát, még akkor is, amikor biztosak lehetünk abban, hogy minden pillanatban csak egyetlen részecske tartózkodik az mérőeszközben. Tehát a részecske önmagával interferál. A részecske, amely lehet akár foton, akár elektron vagy akár egy radioaktív atommag, sokkal kisebb méretű, mint a két rés közti távolság, ami miatt az adott kísérletben eleminek tekinthető, így igaz, hogy mindkét résen egyidejűleg halad át – ez mutatja hullámtermészetét. Ugyanakkor ezzel ellentmondó helyzet is felmerül, amikor a részecskéképben gondolkodva, pontosabban egy részecskét egy jól definiált pontnak elképzelve azt a rést próbáljuk beazonosítani, amelyen keresztül a részecskének kellett haladnia. Ezt a réshöz rakott részecskedetektorral lehet kimérni. Eredményül az adódik, hogy minden alkalommal, amikor a részecske nyomot hagy maga után a detektorban, az interferencia elvész. Ilyenkor az elemi részecske lokalizált módon csak az egyik résen halad át, vagyis részecske-természetet mutat.

A hullám- és a részecskeviselkedés két egymással inkompatibilis fizikai mennyiséggel, a részecske impulzusával és a koordinátájával írható le, hiszen a részecskét a hely-, a hullámot pedig a hullámvektorral lehet jellemezni – ez utóbbit az impulzus Planck-állandó egységében felvett értékével tudjuk kifejezni. A két mennyiség közt fennálló határozatlansági reláció arra kényszerít bennünket, hogy vagy az egyik, vagy pedig a másik kép alapján képzeljük el a részecske mozgását. A két kép közül a mérőberendezés elrendezésével döntünk, vagyis nincs lehetőségünk a két leírás együttes használatára. A részecske egyidejűleg virtuálisan hullám- és lokalizáltrészecske-állapotban van minden ellentmondás nélkül, mielőtt belép az interferométerbe. A makroszkopikus kísérleti berendezéssel való kölcsönhatása kényszeríti a virtuális lehetőségek közti választásra, és a makroszkopikus szint egyértelmű valóságának megjelenítésére. Ezt a kényszert neveztem a virtuális valóság bevezetések a Természet csapdába ejtésének.

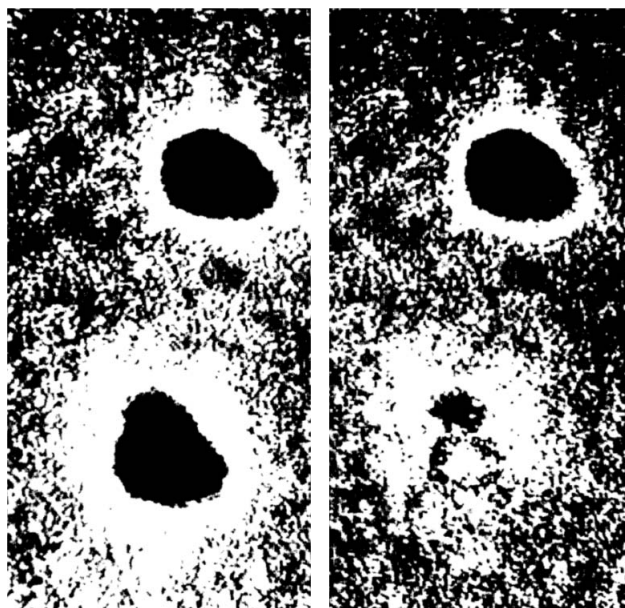
Láttuk, hogy ez a csapda két összetevőből, a dekoherenciából és a választásból áll. A dekoherencia akkor jelenik meg, amikor a részecske beérkezik az interferométerbe, a virtuális valóságok közti választás pedig a részecske-interferométer kölcsönhatással egyidejűleg történik meg. Jó közelítéssel azt mondhatjuk, hogy a részecske hullámtermészetét mutatja, ha szabadon mozog, és lokalizált természetét a környezetével való kölcsönhatás hívja elő.

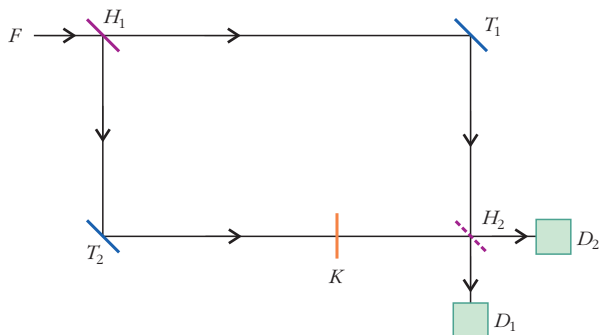
A most említett interferenciakísérletben még egy új, fontos jelenséget is találhatunk, ha jobban figyelünk az idő szerepére: ez a késleltetett választás kísérlete. Az alapötlet eredetileg Niels Bohr és Albert Einstein vitájából származik, de igazi jelentőségét Archibald Wheeler ismerte fel [5], aki a gravitációs lencse gondolatából inspirációt merítve fogalmazta meg ötletét. Egy galaxis közelében haladó fény iránya elgömbül, így a galaxis mögött lévő fényforrások képe látszólagosan megkettőződik a teleszkópokban, ahogy az 5. ábra mutatja. A gondolat-kísérlet abból áll, hogy a teleszkópban két képet vesznek fel, az egyikken megengedik a látszólag különböző forrásból érkező hullámok interferenciáját, a másikon csak egyik (látszólagos) forrásból eredő sugárzást használnak fel, a másik forrást elhanyagolják. Az első módszerrel készített felvételen interferálnak a különböző úton érkező nyalábok, a másodikon pedig nem. A felvétel módjától függően a foton vajon a galaxis mindkét oldalán halad, vagy pedig csak az egyikén? A fotonméréssel kapcsolatos „döntés” a megfigyelés pillanatában történik, miután a foton esetleg már évmilliárdok óta haladt a galaxis elhagyása után, míg a teleszkópunkba ért. Ezt az utazást írja át a megfigyelés módjának megválasztása.

A 6. ábra bal oldalán öt egyperces infravörös digitális felvétel összege a tőlünk 5000 fényév távolságban található 0957+561A,B kvazár megkettőzött képét mutatja. A jobb oldali kép úgy készült, hogy a felvételekről eltávolították az alsó képnek megfelelő helyen lévő csillag átlagos sugárzását. A két kép közti különbség több ezer év propagálását írja át, a foton ennyi késéssel dönti el, hogy mindkettő, avagy csak az egyik nyalábban haladt-e.

Wheeler érve valahol a gondolat és az igazi kísérlet között van. A késleltetett választás módszerét azóta sikerült laboratóriumi körülmények között is végrehajtani [6]. A 7. ábrán felvázolt kísérletben egy ré-

6. ábra. A késleltetett választás kísérlet asztrofizikai „megvalósítása”.



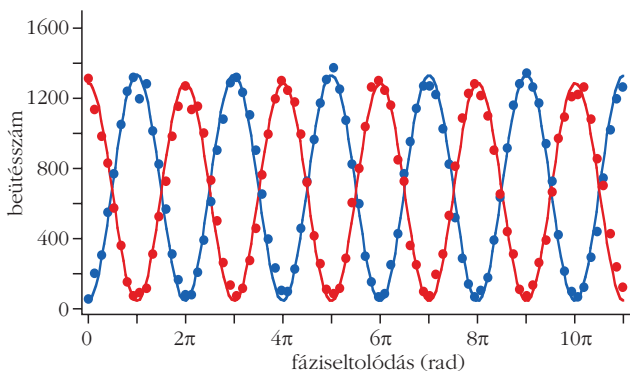


7. ábra. Laboratóriumi körülmények között elvégzett kísérletett választás kísérlete.

szecskeket küldünk az F forrásból a H_1 félig áteresztő felületre, amely a beeső hullámot két részre osztja: az egyiket átengedi, a másikat visszaveri. Innen egymástól függetlenül halad tovább az interferométer két karjában a két hullámcsomag a T_1 és a T_2 tükörről visszaverődve. Az egyik karban helyezünk el egy K fáziskésleltetőt, amely egy általunk szabadon megválasztható fáziskésést okoz a rajta áthaladó nyalábon. Szabadon dönthetünk arról, hogy a két nyaláb találkozási pontjában elhelyezünk-e egy második félig áteresztő lemezt, H_2 -t vagy sem. Ha H_2 ott van, akkor rajta interferencia jön létre, és megfelelő valószínűséggel megszólalnak a detektorok. A megszólalási valószínűségek függenek az általunk beállított fáziskésés nagyságától. Ha nem rakjuk be H_2 -t, akkor a két nyaláb nem interferál egymással, így a részecske csak az egyik, véletlenszerűen kiválasztott detektorba ér a hozzá tartozó útvonalon. Ekkor csak az egyik detektor jelez, és az ezek közti gyakoriság független a fáziskéséstől.

Mindkét kar megközelítően 48 m hosszú volt a kísérletben. Ez lehetővé tette, hogy egy radioaktív bomlással vezérelt kvantum véletlenszám-generátor által meghozott döntés későn történjen meg, amikor az út jó részét a részecske már megtette. Ha akkor is döntésünknek megfelelő különbséget találunk a detektorok megszólalásában, akkor a részecske kénytelen volt utólag átírni mozgásának módját úgy, hogy a H_2 jelenlétében mindkét karban, a H_2 távollétében pedig csak az egyik karban halad. A 8.

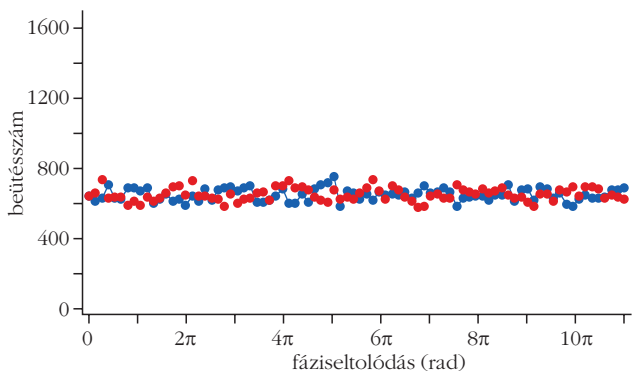
8. ábra. A detektorok megszólalási statisztikája a fáziskésés függvényében [6]. Balra: H_2 -t beillesztve a két detektor megszólalási valószínűségének oszcilláló fáziskésésfüggése a két kar interferenciáját bizonyítja. Jobbra: H_2 -t kivéve a detektorok megszólalási valószínűsége független a fáziskésleltetéstől, ami az interferencia hiányát mutatja.



ábra tanúsága, azaz a kísérleti eredmények szerint az interferencia a Wheeler által elképzelt módon alakul ki.

A kísérlet eredményét úgy lehet röviden összefoglalni, hogy a virtuális valóságok közül a „valódi”, a klasszikus fizikából ismert egyértelmű valóság csak a mérés, illetve a makroszkopikus mérőberendezéssel való kölcsönhatás után történik. Még rövidebben úgy is fogalmazhatunk, hogy egy tulajdonság csak akkor létezik, amikor megfigyelik. Talán ez a gondolat járt Einstein fejében az esti princetoni sétán. Azt is hozzá kell tenni, hogy mindez arra utal, hogy a fizikai tulajdonságok nem egy objektumra vonatkoznak, hanem az objektum és a megfigyelő kölcsönható kettősére.

A makroszint valóságának megjelenését Wheeler a barkochba játék kvantumváltozatával próbálja számunkra elfoghatóbbá tenni [5]. Mint ismeretes a barkochba játékban először egy embert kiküldünk a szobából, és megállapodunk valamiben, akár tárgyban, akár személyben vagy akár fogalomban, majd miután az illető visszatért, eldöntendő kérdéseket tesz fel a többi résztvevőnek, hogy kitalálja, azok miben állapodtak meg. E játék kvantumváltozata abból áll, hogy miután kiküldtük a kérdezőt, abban állapodunk meg, hogy nem állapodunk meg semmiben. Pontosabban az első kérdésre tetszőleges lesz a válasz és a továbbiakban is csak arra figyelünk, hogy ellentmondásmentesen válaszoljunk. Ezek után bejön a kérdező, felteszi az első kérdést, meghallgatja a véletlenszerű választ, majd jön a második kérdés. Akit megkérdezett, az bármire gondolva válaszolhat, az egyetlen szabály, hogy a válasz ne legyen ellentmondásban az előző válasszal. És így tovább, mindenki tetszőleges valamire gondolhat válaszában kialakításában, amennyiben az illik az összes előző válaszhoz. Ahogy ez a játék egy nem egyértelműen meghatározott gondolatok körül forog, úgy mikroszinten is minden mérés egy olyan makroszintű választ provokál, amely illik a makrovilág determinisztikus láncolatába. Einstein a kvantummechanika világával való ellenérzését egyszer úgy foglalta össze Bohrnak, hogy nem hiszi, hogy Isten dobókockajátékként kormányozná véletlenek sorával a világot. A



késleltetettválasztás-kísérlet alapján azt is hozzátehetette volna, hogy ráadásul Isten dobókockáján még csak jól meghatározott számok sincsenek, csak virtuálisak.

A létezés egysége

A klasszikus fizika makroszkopikus objektumai egymástól jól szétválaszthatók, elkülöníthetők. Ezzel szemben az alapvetőbb kvantumszint törvénye szorosabb, szinte elválaszthatatlan kapcsolatba hozza az elemi részecskéket, a létezés elemi egységeit. Ezt két példával érzékeltetjük, az elemi részecskék megkülönböztethetlenségével, valamint az összefonódással.

Elemi részecskék megkülönböztethetlensége

Vegyünk gondolatban két pontszerű részecskét, amelyeket két különböző pontból indítsunk útjukra. Mozgásuk minden pillanatában fennmarad különbségük a klasszikus fizikában, hiszen trajektóriáik alapján beazonosítható, hogy melyik részecske honnan indult. Ezért a részecskék itt megkülönböztethetők.

Ezt a helyzetet alapjában megváltoztatja a határozatlansági elv, hiszen kizárja a részecske koordinátájának és impulzusának egyidejű megismerését. Ugyanis ennek következtében nem lehet a kvantumvilágban a részecske térbeli mozgását egy trajektóriával jellemezni, mert deriváltjának ismerete megsértené a határozatlansági elvet. Tehát ha a két kvantumrészecskét egy ideig szabadon hagyjuk haladni, utána már nem tudjuk kideríteni, melyik honnan indult. Általában nem lehet fizikai méréssel egymástól megkülönböztetni azokat az elemi részecskéket, amelyek azonos tömeggel, töltéssel és egyéb jellemző mennyiséggel rendelkeznek.

A megkülönböztethetlenségtől egy kis ugrás az azonosság. Wheeler 1940 őszének egyik szombat estéjén felhívta posztgraduális diákját, *Richard Feynman* [7]:

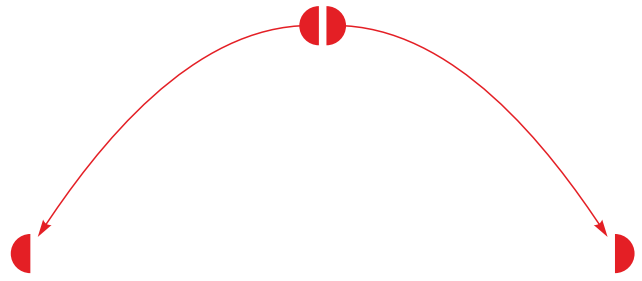
– Feynman, tudom, hogy miért van különböző elektronoknak ugyanolyan tömege és töltése.

– ?

– Mert mind ugyanaz az elektron.

E kép részletes kidolgozása Feynman pályaintegrál-formalizmusával a legtermészetesebb. Eredményül kapjuk például, hogy a részecskefizika nagy egyesített elméletének Univerzumunkban való megvalósulását egyetlen részecskével le lehet írni. E részecske rendkívül komplikált, időben előre-hátra haladó mozgása a részecskefizika teljes leírásához vezet.

Két makroszkopikus test egymástól vagy megkülönböztethetetlen, vagy éppenséggel ugyanabból a részecskéből áll – a durva felbontású megfigyelések alapján kialakuló függetlenségük elvész a finomabb, jobb felbontású mérések során. A makroszkopikus testek különbsége nem az őket alkotó elemi részecskék különbségéből, hanem azok kombinációjának



9. ábra. Egy bomba két egyenlő részre esik szét, amely egymástól egyenlő távolságban éri el a vízszintes talajt.

különbségéből áll. Világunk gazdagsága tehát nem a benne foglalt részecskék számából, hanem azok elrendezéseinek nagy számából fakad.

Összefonódás

Az elemi részecskék megkülönböztethetlenségének általánosítása vezethet el az összefonódáshoz. Ez utóbbi lehetőségét már *Erwin Schrödinger* is felismerte, de fontosságát csak később, Einstein vette észre. Tekintsünk először egy gondolatkísérletet, amely az Einstein–Podolsky–Rosen-jelenség makroszkopikus hasonmása. Ebben egy bombát két egyenlő tömegű részből rakunk össze. Ezután a bombát egy mozdulatlanul lebegő helikopterről kiejtünk, majd felrobbantjuk úgy, ahogy ez a 9. ábrán látható. Még azt is tegyük fel, hogy a bombadarabok vízszintes irányban távolodnak el egymástól, illetve a talaj vízszintes, azaz a két darab egymással ellenkező irányban, ideális körülmények közt a robbanás helyétől ugyanakkora távolságban, ugyanakkor csapódik a talajba. Ugyan nem tudjuk, hogy a robbanás után milyen irányban kezdenek el repülni a darabok, azonban abban a pillanatban, amikor az egyik darab földet ért, annak helyéből pontosan tudjuk, hol van a másik darab. Nincsen semmi meglepő abban, hogy ekkor az egyik test mozgásából ismerjük a tőle távol lévő másik test mozgását, hiszen mozgásuk kezdetétől fogva korrelált.

Az 1935-ben megfogalmazott Einstein–Podolsky–Rosen-jelenség az 1951-es, *Bohm* által módosított változatában két foton képezi kísérletünk tárgyát, ezek olyan állapotból indulnak ki, amelyben a két foton spinje, illetve belső impulzusmomentuma, egymással ellentétes. A fotonok spinjét egy adott irányba eső vetületével azonosíthatjuk. Használjunk e célból a függőleges irányt, tehát egy lehetséges kétfotonállapotot ($\uparrow\downarrow$)-vel jelölhetünk. Mivel a fotonok megkülönböztethetetlenek, ugyanakkora eséllyel jöhet szóba a két nyíl felcserélésével kapott állapot, így két foton kezdeti állapota:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\downarrow\uparrow).$$

(Az $1/\sqrt{2}$ faktorok egy adott mérésben megjelenő valószínűségek összegét 1-nek állítják be.) Ezután a két fotont eltávolítjuk egymástól anélkül, hogy azok a környezetükkel kölcsönhatnának és ennek következtében

spinjük megváltozna. Végül megmérjük az egyik foton spinjének irányát. Nyilvánvaló, hogy egyidejűleg megtudjuk a másik foton spinjét is, hiszen az a mért iránynyal ellentétes kell legyen. A mérés előtt a foton spinje a két irányba mutató virtuális valóságok kombinációja, a spin egyértelmű iránya pedig még nem is létezett egyik foton esetén sem. A megfigyelés során egyidejűleg megjelenő spinirányok viszont látszólag ellentmondásba kerülnek a speciális relativitáselmélet kauzalitásfeltételezésével, amely szerint a jelenségek hatásai legfeljebb fénysebességgel terjedhetnek.

A két foton spinje nem független egymástól, egymással ellentétesek, ugyanakkor az egyik spin sem mutat valamilyen meghatározott irányba. Ezt a helyzetet úgy nevezzük, hogy a két foton összefonódott állapotban van. Az összefonódás tehát determinisztikus korreláció a virtuális valóságok között. Ennek analógiája a bomba esetében az lenne, hogy a bombáknak nincs „igazi”, egyértelmű állapotuk, amíg a levegőben vannak. Addig bármely virtuális irányba mozoghat az egyik darab, a másik mindig az ellentétes irányban mozog. Csak akkor alakul ki egyidejűleg mindkét darab helye, amikor becsapódnak a földre. (Ez így mondván azonban nem igaz valódi bombákra, mert azok makroszkopikusak, így a környezetükkel végbe menő intenzív és folyamatos kölcsönhatás azonnal a klasszikus fizika egyenleteinek eleget tevő pályára állítja őket.) Az Einstein–Podolsky–Rosen-jelenség úgy foglalható össze, hogy a „valódi”, egyértelmű spin választásához szükséges információ az összefonódás által akauzális módon jelenik meg. *Alain Aspect* és munkatársai 1982-ben kísérletileg bebizonyították, hogy ez így is történik. Azért kellett a kísérletre a 80-as évekig várni, mert rendkívüli technológiai problémákat okoz többek között az a feltétel, hogy a két spin irányát ugyanakkor mérjék meg. Ez az első kísérlet, amelyben két, akauzális jelenséget hasonlítottak össze, és eredményül rögtön a speciális relativitáselmélet mikroszkopikus szintű problémáit vetette fel.

Jelenti-e Aspect és kollégái eredménye azt, hogy a speciális relativitáselmélet hibás? Einstein 1905-ben javasolt elmélete méterrudak és órák segítségével fogalmazódik meg, azaz a klasszikus fizika makroszkopikus szintjére vonatkozik. Ezen szint fontos jellemzője, hogy az egyedi eseményeket kontrollálni tudjuk, oda helyezünk egy tárgyat, ahova akarjuk, akkor olvassuk le az óra által mutatott időt, amikor nekünk tetszik, továbbá az elemi részecskék pontszerűnek vannak elképzelve. A makroszkopikus törvényszerűségek két alkotóelemből állnak: a mozgásegyenletekből és a kezdeti feltételekből. Az első képviseli magát a törvényt. Az pedig a természettudományok egy alapvető feltételezése, hogy a másodikat tetszőlegesen megválaszthatjuk, hiszen ennek hiányában semmi értelme sincs törvényről beszélni. A speciális relativitáselméletben az általunk kibocsátott jeleket azért tudjuk a megfigyelőhöz érkezésükkor beazonosítani, valamint azzal a kauzalitást ellenőrizni, mert kibocsátásuk részleteit szabadon megválaszthatjuk. 1982-es kísérletben a virtuális valóságok listájáról az

„igazi” valóság kiválasztásának terjedési sebessége jelenik meg, azonban a spin mérésével talált valóságot nem mi választjuk meg. Mérőeszközeink túl nagyok, túl durvák ahhoz, hogy egy tetszőleges valóságot válasszunk ki kezdeti feltételként, amelynek terjedésére ellenőrizzük a kauzalitást. Tehát a klasszikus fizika speciális relativitáselméletének törvényeit nem érintik az ilyen jellegű kísérletek.

Két független részecske összefonódik, amikor kölcsönhat. De az összefonódás energiacsere nélkül is kialakulhat – ez a kölcsönhatás mikroszkopikus szintű általánosítása. Két részecske összefonódott állapotának fontos jellemzője a nemlokalitás. Ez abban áll, hogy amikor az egyik részecske kölcsönhatásba lép környezetével, annak hatására a két részecske közös állapota változik meg. Ez az, ami a speciális relativitáselmélet számára veszélyes, mert aláassa a fizikai jel terjedési sebességének egyértelműségét. Ez összefonódás során a részecskék elveszítik egyedi tulajdonságukat. Egy kétfotonállapot nem két egyfotonállapot. Ezen a ponton a makroszkopikus világ segítségével kialakított nyelvünk elveszti értelmét és olyan fogalmakhoz használunk, mint „virtuális valóság” és „információ”, amelyek fizikai jelentése további nehéz, egyelőre nem teljesen tisztázható kérdéseket vet fel.

Az összefonódás nem gyengül a távolsággal, csupán szétterül az összefonódott részecske környezetére. Nem lehet kétségünk afelől, hogy a minket felépítő elemi részecskék össze vannak fonódva embertársainkkal, az Univerzum távoli galaxisában található anyaggal. Az összefonódások zuhatagában élünk anélkül, hogy annak információtartalmát felfognánk. Egy fontos különbség összefonódás és telepátia között az, hogy a közvetítendő üzenet megválasztásának lehetőségét feltételezzük az utóbbinál. Ennek ellenére a kvantummechanika jó időfelbontású kísérletei és a sumér béljósok módszerei látszólag veszélyes közelségbe kerültek.

Megmenthető-e a klasszikus fizika?

Mielőtt egy nagy sóhajjal elfogadnánk a kvantumvilág furcsaságait, végig kell gondolni, nem lehet-e mégis valahogy megmenteni a régi, jól ismert klasszikus fizikát? Mivel az csak a finomabb, jobb felbontású megfigyelések esetén válik használhatatlanná, természetesennek tűnik az a kiút, hogy a klasszikus fizika ezekben a jelenségekben is érvényben marad, csupán itt olyan szabadságfokok hatásait is látjuk, amelyeket megfigyeléseink még nem tudnak közvetlenül felbontani. Ez a klasszikus fizika kísérletileg mindig is cáfolhatatlanul maradó mentsvára.

Nem is nehéz ilyen rejtett paramétereket tartalmazó klasszikus elméleteket találni. Azonban az a feltétel, hogy a rejtett paraméterek elmélete a kvantummechanikával megegyező valószínűségi törvényeket adjon, elegendő annak bizonyítására, hogy bármely rejtett-paraméter-elmélet nemlokális és kontextuális [8] kell legyen. Az utóbbi tulajdonságot egy olyan A , B és C

fizikai mennyiségek példájával lehet érzékeltetni, amelyek közül (A, B) és (A, C) pár kompatibilis, azonban (B, C) inkompatibilis. Tehát A és B , vagy A és C egyszerre megmérhető, azonban B és C nem. Kontextualitás azt jelenti, hogy A értéke a kontextustól függ, attól hogy mérésekor még B -t vagy C -t figyeltük meg. Ez olyan, mintha egy ember testsúlya attól függne, hogy mérés közben a kezére vagy a lábára nézünk.

Ez elfogadható ár a klasszikus fizika determinisztikusságának megmentésére? Elképzelhető, hogy később talán jobban meg tudjuk indokolni a nemlokalitás és a kontextualitás felléptét. Számomra azonban természetesebbnek tűnik az a következtetés, hogy szemléletes fogalmaink csak a makroszkopikus világhoz illeszkednek, amíg a mikroszkopikus szint törvényei más fogalmakra alapulnak. Ekkor azonban el kell fogadnunk a kvantummechanika misztikusnak tűnő törvényszerűségeit.

Filozófia

Az a kép, hogy a makroszkopikus szint a mikroszkopikusból származik, filozófiai kérdéseket vet fel. Ezeket nem lehet a természettudomány módszereivel tárgyalni, most inkább arról lesz szó, hogy számomra milyen fontos, a szigorúan értelmezett fizikán túlmutató szempontváltozásokhoz vezetett a kvantummechanika. A határozatlansági elv miatt fel kell adnunk azt a reményt, hogy akár egy elemi részecske állapotának teljes információtartalmát kinyerjük. Ha a kvantummechanika nem tudja megmondani, hogy milyen információt rejt magában egy elemi részecske, akkor miről szól? A kvantummechanika legtermészetesebbnek tűnő interpretációja az, hogy az a részleges információk módszeres és optimalizált használatának törvényeit gyűjti össze. Míg a klasszikus fizika ontológiai szinten jelenik meg és azonosítja a létezőket a róluk alkotott elképzeléseinkkel, a kvantummechanika csupán az ismeretelmélet szintjén fogalmazódik meg, és azzal foglalkozik, hogy mit tudhatunk meg a világról anélkül, hogy ontológiai kérdésekre választ adna. Talán ez az oka, hogy a kvantummechanika az egyetlen fizikai (keret)elmélet, amelynek alkalmazhatósági határát még nem értük el, eddig minden körülmények között igaznak találtuk. E siker ára az ontológiáról való lemondás. A kvantummechanika egyenletei egy vershez hasonlíthatók, amely szavak helyett matematikai szimbólumokból áll (legalábbis az általunk használt formalizmusig), és a rímeket a szimbólumok fizikai jelentése váltja fel.

Természetesnek tűnik, hogy a fizikai törvények réteges szerkezete filozófiai kérdésekben is új szempontokat nyújt. Ez nyilvánvaló korunkban, amikor a filozófiai fogalomalkotás egyre inkább a szaktudományokra támaszkodik. De nézzünk a távolabbi múltba, amikor a filozófusok inkább a józan ész és az introspekció alapján gondolkodtak, és vegyük például az idealizmus és a materializmus történelmi versengését. Az idealizmus az érzékeket másodrendűeknek tartja,

amivel szemben a materializmus csak az érzékek által közvetített világot fogadja el létezőnek. A két elképzelés vetélkedésének története dióhéjban összefoglalva a következő. A zsidó-keresztény kultúránk az egyiséget a monoteizmussal hangsúlyozta, amelynek fontosságát a *Szókratész* előtti filozófusok is megerősítették. Azonban *Platonnál* az ideák a tárgyaknál nagyobb fontosságra tettek szert, amely sorrend már tanítványánál, *Arisztotelésznél* visszafordult. A keresztény teológia ideák helyett a hitet helyezte a tárgyak elé. Ez a sorrend megint fordul a felvilágosodás és az azt követő ipari forradalom idején. Eközben *Immanuel Kant* szerint az a priori fogalmaink már a tapasztalat előtt kialakulnak. Az érzékeinkkel elérhető és elérhetetlen világ versengése a technológiára alapuló fogyasztói társadalmat már nem nagyon érinti, helyébe a tudomány pragmatizmusa lépett.

Ez az eldönthetetlennek látszó probléma nagyon leegyszerűsödik a 2. *ábra* (lásd az első részben) alapján, hiszen a materializmus a skálatartomány közepe táján fellépő jelenségekre alapult. Azonban érzékeink a fizikai világ csak egy kis részét fedik le, naivitás azt képzelni hogy azon túl nincs semmi. Az, amit a fizika anyagnak hív és minden kétséget kizáró kutatása tárgyává tett, az utóbbi száz évben már nem szorítkozik az érzékeink tartományára. Itt érdemes visszaemlékezni a fizika céljáról a mindenség elméletével kapcsolatban mondottakra – a sohasem elérhető mindent átfogó elmélet helyett érdemesebb célul kitűzni a már megismert jelenségek közti rendet, és abban érzékeink szerepét tisztázni. A mikroszkopikus szint csak annyiban alapvetőbb a makroszkopikusnál, hogy az összetett rendszereket az alkotóelemeik egymáshoz való viszonya alapján értjük meg. Mindkét szint egyforma fontosságú a létezés szintjén, elképzelt viszonyuk csupán gondolkodásunk struktúráját tükrözi. Ennek filozófiai megfelelője a külvilág és gondolkodásunk között fennálló viszony kiegyensúlyozása, a közös létezésbe való beágyazódásuk észrevétele anélkül, hogy létezők spektrumát széthasítanánk gondolatokra és tárgyakra.

Még egy utolsó gondolat, a távol-keleti filozófia és az európai fizika furcsa párhuzamáról. A fizika különböző szintjei és a kvantummechanika törvényszerűségei a több ezer éves távol-keleti világmépre emlékeztetnek. Az indiai védák szerint a világ a megnyilvánult (makro) és a nem megnyilvánult (mikro) szintre oszlik, érzékeink a megnyilvánultat fedik le, pedig a „lényeg” a nem megnyilvánult. Az utóbbit nem lehet szavakkal leírni (gondoljunk a virtuális valóságok komplikált leírására). A védanta filozófia szerint az univerzális létező (Univerzum) és a személyes létezés (az agytudomány szerint tudatállapotunk a központi idegrendszer neuronjainak eredménye, amelyeket kémiai folyamatok formálnak) megegyezik (mindkettő a kvantummechanika tárgya). Az univerzális létező nem osztható részekre (egy kétfotonállapot nem két egyfotonállapot), és nem tudjuk tulajdonságait megfogalmazni (a megfigyelt részecskének, ha összefonódott, nincs egyedi tulajdonsága).

Nehéz elképzelni bármilyen elfogadható választ arra kérdésre, hogy ezek a párhuzamok a véletlen eredményei-e. Azt azonban tudjuk, hogy az antik görög gondolkodók kíváncsisága és lelkesedése az érzékeinkkel elérhető jelenségek iránt Európában olyan lavinát indított el, amelynek nincs keleti párja. Az ennek eredményeképp kifejlődő természettudományok pedig a megfigyelések, tapasztalatok olyan tárházát fedték fel, amely életünket sok-sok szempontból gazdagította. Ugyanakkor a Szókratész előtti képet megtörte, és egy színes, a részletekben gazdag leírásmozaikkal helyettesítette. Azonban a mikroszkopikus szint megdöbbentő tulajdonságainak felfedezése megingatta az addigi naiv bizalmunkat az érzékeink által közvetített világban, és egy olyan új világgép kialakítását sürgeti, amely – meglepő módon – a fenntartásosabban haladó keleti gondolkodók in-

tuíciójára emlékeztet. Ezen a ponton fontos annak elismerése, hogy „egzakt” tudományaink nem csak a fizikai világról szólnak, ugyanúgy az emberi gondolkodást is tükrözik [9], mint ahogy egy másik civilizáció világképe.

Irodalom

4. E. P. Wigner: The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Natural Sciences. *Communication on Pure and Applied Mathematics XIII* (1960) 1.
5. J. A. Wheeler: Law without law. In *Quantum Theory and Measurement*. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ (1983).
6. V. Jacques et al.: Experimental Realization of Wheeler's Delayed Choice Experiment. *Science* 315 (2007) 966.
7. S. S. Schweber: Feynman's visualization of space-time processes. *Rev. Mod. Phys.* 58 (1986) 449.
8. N. David Mermin: Hidden variables and the two theorems of John Bell. *Rev. Mod. Phys.* 65 (1993) 803.
9. E. Schrödinger: *Mind and Matter*. Cambridge University Press (1958).

A FIZIKA TANÍTÁSA

A HŐSZIVATTYÚ

Tasnádi Anikó Márta
Karinthy Frigyes Gimnázium, Budapest

A 21. század legnagyobb problémái közé tartozik a fenntartható fejlődés megoldása, az egyre növekvő energiaigények kielégítése, miközben a földtörténeti korok alatt fölhalmozódott fosszilis energiaforrásaink kiapadóban vannak. Egyre sürgetőbbé válik, hogy a fosszilis tüzelőanyagok égetését mérsékeljük, és más alternatívákat találjunk mind az épületek fűtésére, mind az energiaszükséglet fedezésére.

William Thomson (Lord Kelvin) már a 19. században felismerte, hogy az épületek fűtésére gazdaságosabb megoldás lenne – a fosszilis energiahordozók direkt égetése helyett – a hőszivattyú, vagy ahogyan ő nevezte a „hősokszorozó” alkalmazása. (Tervei alapján, állítólag, Svájcban meg is építettek egy működő hőszivattyút [1].)

A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tanszék-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.



Tasnádi Anikó az ELTE-n matematika–fizika, a Közgazdaságtudományi Egyetemen angol szakos tanári diplomát szerzett. Az egyetem elvégzése után egy évig Angliában oktatott. Jelenleg a Karinthy Frigyes Kéttannyelvű gimnáziumban matematikát és fizikát tanít. Kutatómunkát az MTA ELTE Fizikatanítása Kutatócsoportban végezt. Témája a termodinamika gyakorlati és légkörfizikai (klímaváltozás) alkalmazásainak tanítása. Eredményeit nemzetközi konferenciákon és szakfolyóiratokban ismertette.

Mint tudjuk, a hőszivattyú vagy hőpumpa, „fordítva” járatott hőerőgép, amely munka befektetése árán, hőt szállít a hidegebb helyről a melegebb helyre. Ebben az értelemben a mára már minden otthonban megtalálható hűtőszekrény, illetve fagyasztó és az egyre gyakoribb klímaberendezés is hőszivattyú, hiszen a hűtendő térből hőt von el, azonban a köznapi értelemben a hőszivattyú kifejezés inkább a csak fűtésre használt berendezésekre használatos.

A hűtés igénye már századokkal ezelőtt megfogalmazódott, s a hűtőszekrény történetének kezdete az 1800-as évekre vezethető vissza. Elterjedésében az igazi áttörés a 20. századra tehető, a du-Pont cég által kifejlesztett (és azóta már betiltott) freongázzal üzemeltetett hűtőszekrények elterjedésével.

Már a 20. század első felétől is építettek egész épületeket fűtő hőpumpákat, a nagy beruházási költség – és az alacsony energiaárak – miatt azonban azt nem mindenütt tekintették gazdaságos megoldásnak. Az energiahordozók drágulása, a szén-dioxid-kibocsátás mérséklésének igénye fellendítette a hőpumpák iránti keresletet és egyre több helyen alkalmazzák. (Ma Magyarországon az új építésű épületekbe kötelező valamilyen korszerű vagy megújuló energiaforrás használatán alapuló fűtési megoldást is beszerezni. Ebbe a kategóriába a napkollektorok és napelemek mellett beletartoznak a hőszivattyúk is. Ez utóbbiról szinte semmit nem tanítunk a diákoknak, s valószínűleg az idősebb korosztály sem tudja mi is az és milyen fajtái léteznek.)

A jósági tényező

A középiskolás diákoknak megtanítjuk a hőerőgépek hatásfokát, s azt is, hogy ez a hatásfok mindig kisebb mint 1. Emelt szinten megtanítandó, hogy a hűtőgép „fordítva járó” hőerőgép, de nem kell definiálni a hűtőgépek és hőpumpák jósági tényezőjét. Ezek hatékonyságára semmilyen fogalom sincs bevezetve, s így jutunk el oda, hogy amikor a klímaberendezést vásárolunk és a hatékonyságára az eladó 4 vagy akár 6 körüli értéket mond, az átlagember – ha emlékszik a fizikaórára – megállapítja, hogy nem volt igaz, amit tanult. (A klímaberendezéseket hirdető honlapokon is gyakran összemoszák a jósági tényező és a hatásfok fogalmát, s bár általában megemlítik, hogy a klímaberendezés hatékonyságát a jósági tényezővel jellemezzük, pár sorral lejjebb már esetleg az szerepel, hogy a berendezések hatásfoka akár a 6-ot is elérheti.) Tegyük tehát rendet, nézzük, mit is jelentenek a fogalmak.

A középiskolás diákokkal nem nehéz megértetni, hogy egy eszköz (hőerőgép, hűtőgép vagy fűtőgép) „hatékonyságára” olyan mérőszámot kell bevezetni, ami a számunkra hasznos energia és a befektetett energia hányadosa. Ez mind a hőerőgép, mind pedig a hűtő- és fűtőgépeknél különbözőképpen definiált hányados. A jósági tényező jelölésére nincs egységes terminológia, a szakirodalom nagyon sokszor az angolszász jelölésből átvett COP (coefficient of performance) rövidítést használja. (A klímaberendezéseknél a hűtésre használt esetben időnként a COP helyett az EER rövidítés szerepel, ami az „energy efficiency ratio” rövidítéséből származik.)

A hőerőgép (fölül) és a hőpumpa (alul) sematikus vázlat az 1. ábrán látható, s a hatásfok- és COP-definíciók az alábbiakban olvashatók [2]. A hőerőgépek hatásfoka:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{meleg}}} = 1 - \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}}, \quad (1)$$

ahol W a hőerőgép által végzett munka, Q_{meleg} a hőerőgép által a meleg hőtartályból felvett hő, Q_{hideg} pedig a hideg hőtartálynak leadott hő.

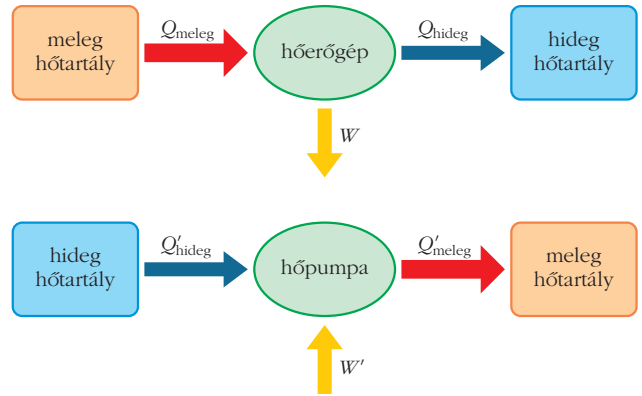
A fűtőgép jósági tényezője:

$$\begin{aligned} COP_f &= \frac{Q'_{\text{meleg}}}{W'} = \frac{Q'_{\text{meleg}}}{Q'_{\text{meleg}} - Q'_{\text{hideg}}} = \\ &= 1 + \frac{Q'_{\text{hideg}}}{Q'_{\text{meleg}} - Q'_{\text{hideg}}}; \end{aligned} \quad (2)$$

a hűtőgép jósági tényezője:

$$COP_h = \frac{Q'_{\text{hideg}}}{W'} = \frac{Q'_{\text{hideg}}}{Q'_{\text{meleg}} - Q'_{\text{hideg}}}, \quad (3)$$

ahol a Q'_{meleg} a meleg hőtartálynak leadott hő, Q'_{hideg} a hideg hőtartályból felvett hő, W' a befektetett munka. (Mind a hőerőgép mind a hőpumpák esetében úgy tekintjük, hogy a körfolyamat elegendően lassú



1. ábra. A hőerőgép (fölül) és a hőpumpa (alul) sematikus rajza.

ahhoz, hogy kvázisztatikusnak vegyük. Ily módon, értelemszerűen, a hőmennyiségértékek az egy körfolyamat során a munkaközeg által leadott és felvett hőt, a munka pedig az egy ciklus alatt végzett munkát jelenti.) Jól látható, ha egy hőerőgépet tökéletesen ugyanazon a körfolyamon sikerülne „visszafelé járatni” (ami az irreverzibilis folyamatok miatt nem lehetséges), akkor az így üzemeltetett fűtőgép jósági tényezője éppen a reciproka lenne az ugyanilyen csak „ellentétes irányban járó” hőerőgép hatásfokának. (Ebben az esetben a hőerőgépnél definiált mennyiségeknek a fűtőgép esetében az ugyanolyan betűjelű és indexű, vesszővel jelölt mennyiségek felelnek meg.) A fűtőgép jósági tényezőjének definíciójából az is látszik, hogy értéke mindig nagyobb mint 1, hiszen a hasznos energia a meleg hőtartálynak leadott hő, ami a befektetett munka és a hideg hőtartályból elvont hő összege. A két jósági tényezőt összehasonlítva – kis matematikai rendezés után – könnyen megállapítható, ha ugyanazt a hőpumpát (ugyanolyan körülmények között) egyszer fűtésre, máskor hűtésre használjuk, a jósági tényezőjük közötti különbség éppen 1. (Vagyis például a hűtőszekrény a konyhában éppen 1-gyel nagyobb jósági tényezőjű fűtőgépként fűti a konyhát, mint amilyen jósági tényezőjű hűtőgépként hűti a benne levő élelmiszert. Természetesen a konyha fűtése általában nem cél.)

Ezeket az összefüggéseket a középiskolás diákok könnyen felismerik, megértik, és az is jól látható, hogy a fűtés a leghatékonyabb. Fontos megértetni, hogy a hőszivattyú alkalmazásakor sem nyerünk energiát, munka befektetésével hőt tudunk a hideg hőtartályból a meleg hőtartályba vinni.

Felső becslés a hatásfokra és a jósági tényezőre

A termodinamika második főtételét sokféleképpen lehet megfogalmazni, a diákok számára talán az a kvalitatív, *Rudolf Clausius* által kimondott megfogalmazás a legkézenfekvőbb, vagy tapasztalataik alapján a legkönnyebben megérthető, amely szerint hő magától nem megy át a hidegebb helyről a melegebbre. Bár középiskolában a hőerőgépek tanításakor általá-

ban úgy is megfogalmazzuk, hogy nincs olyan hőerőgép, ami az összes felvett hőt munkává tudja alakítani, ennél pontosabb, kvantitatív formában – általában – már nem szoktuk megemlíteni a második főtételt. (Az entrópia bevezetése még emelt szinten sem követhető.)

Rudolf Clausius 1855-ben matematikai egyenlőtlenség formájában is megfogalmazta a második főtételt [3] (s ennek alapján bevezette az entrópia fogalmát is). Az egyenlőtlenség segítségével mind a hőerőgépek hatásfokára, mind pedig a hőpumpák jóságai tényezőjére felső becslést adhatunk.

A Clausius egyenlőtlenség szerint tetszőleges termodinamikai körfolyamatra igaz, hogy a körfolyamatra számított redukált hőösszeg nem lehet pozitív. (Redukált hő az adott T_i hőmérsékletű hőtartályból felvett vagy leadott Q_i hőmennyiség és a hőtartály hőmérsékletének hányadosa.) Azaz

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0, \quad (4)$$

ahol a rendszer n hőtartállyal áll kapcsolatban, és Q_i az i -edik hőtartályból felvett (vagy annak leadott hő), és T_i az i -edik hőtartály hőmérséklete. Fontos hangsúlyozni, hogy Q_i előjeles mennyiség, ha a rendszer hőt vesz fel, akkor pozitív, és ha lead, akkor negatív. Egyenlőség csak akkor áll fenn, ha a körfolyamat reverzibilisen működik.

Tekintsünk a T_1 és T_2 ($T_1 < T_2$) hőtartályokkal kapcsolatban levő irreverzibilis Carnot-hőerőgépet. A Clausius-egyenlőtlenség alapján

$$\frac{Q_{\text{meleg}}}{T_2} - \frac{Q_{\text{hideg}}}{T_1} < 0, \quad (5)$$

ahol Q_{meleg} a T_2 hőmérsékletű, meleg hőtartályból felvett hő és Q_{hideg} a T_1 hőmérsékletű, hideg hőtartálynak leadott hő *abszolút* értéke. (A leadott hő negatív előjelű, ezért az abszolút értékét ki kell vonni.)

Az egyenlőtlenséget átrendezve kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} < \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}}. \quad (6)$$

Az irreverzibilis Carnot-hőerőgép hatásfoka a definíció alapján:

$$\eta_{\text{Carnot, irrev}} = \frac{Q_{\text{meleg}} - Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}} = 1 - \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}}. \quad (7)$$

A (6) egyenlőtlenség alapján – hőmérséklet-hányadosokat írva a hőmennyiségek hányadosa helyett – a kivonandót csökkentjük, így a különbség nő:

$$\eta_{\text{Carnot, irrev}} < 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad (8)$$

Amennyiben a fenti Carnot-körfolyamat reverzibilis, akkor az egyenlőtlenséggel helyett egyenlőség szerepel

pel a fenti egyenletben, s így a reverzibilis Carnot-körfolyamat hatásfoka:

$$\eta_{\text{Carnot, rev}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad (9)$$

Az eredmény nagyon egyszerű és szépen látszik, hogy a reverzibilis Carnot-hőerőgép hatásfoka annál nagyobb, minél nagyobb a két hőtartály között a hőmérséklet-különbség.

Nézzük, mit mondhatunk a fűtőgép jósági tényezőjéről. A fűtőgép jósági tényezője éppen az ugyanolyan körülmények között visszafelé járatott hőerőgép hatásfokának reciproka, ezért – ha ideális Carnot-fűtőgépünk volna – ennek jósági tényezője:

$$COP_{\text{f, rev, Carnot}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} = 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad (10)$$

lenne. A fenti képlet átrendezett alakjából jól látható, hogy a jósági tényezőt úgy tudjuk növelni, ha a két hőtartály közötti hőmérséklet-különbséget csökkentjük, és (vagy) a hideg hőtartály hőmérsékletét növeljük.

Sok termodinamika-könyvben csak annyi olvasható, hogy a Carnot-körfolyamattal működtetett ideális fűtőgép jósági tényezője az adott hőmérsékletű hőtartályok között *maximálisan* elérhető jósági tényező. Azonban, ha csak azt nézzük, hogy a hatásfok és a fűtőgép jósági tényezője egymás reciprokai, akkor – a hatásfokra adódó maximális érték miatt – a jósági tényezőnek minimálisnak kellene lennie.

Az ellentmondás feloldását a Clausius-egyenlőtlenség pontos alkalmazása adja. Nem elég ugyanis egyszerűen a (8) egyenlőtlenség reciprokát képezni, figyelembe kell vennünk azt is, hogy a redukált hőösszeg nem lehet pozitív, és hogy a felvett hőt mindig pozitív, a leadottat pedig negatív előjellel kell venni. Így tehát a hőpumpaként működő irreverzibilis Carnot-körfolyamatra a következőt írhatjuk fel:

$$\frac{Q_{\text{hideg}}}{T_1} - \frac{Q_{\text{meleg}}}{T_2} < 0, \quad (11)$$

ahol Q_{hideg} a T_1 hőmérsékletű, hideg hőtartályból felvett hő és Q_{meleg} a T_2 hőmérsékletű, meleg hőtartálynak leadott hő abszolút értéke. (A „-” jel ismét azt fejezi ki, hogy a redukált hőösszegben a rendszer szempontjából leadott hőt kell negatívnak tekinteni.) Az egyenlőtlenséget átrendezve kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} > \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}}, \quad (12)$$

ami éppen a (6) egyenlőtlenség „fordítottja”.

A (2) definíció alapján írjuk fel az irreverzibilisen működő Carnot-fűtőgép jósági tényezőjének reciprokát:

$$\frac{1}{COP_{\text{f, irrev, Carnot}}} = \frac{Q_{\text{meleg}} - Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}} = 1 - \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}}. \quad (13)$$

Fűtőgép esetében – a (12) egyenlőtlenség alapján – a hőmennyiségek hányadosánál nagyobb a megfelelő hőmérséklet-hányados, így a jósági tényező reciprokát alulról becsljük, ha a hőmérsékletek hányadosát a (13) egyenletbe helyettesítjük:

$$\frac{1}{COP_{f, \text{irrev, Carnot}}} = 1 - \frac{Q_{\text{hideg}}}{Q_{\text{meleg}}} > 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad (14)$$

Így – az egyenlőtlenség reciprokát véve – a hőtartályok hőmérsékleteinek segítségével tudjuk meghatározni az irreverzibilisen működő Carnot-fűtőgép jósági tényezőjének maximumát, azaz:

$$COP_{f, \text{irrev, Carnot}} < \frac{T_2}{T_2 - T_1}. \quad (15)$$

A reverzibilisen működő Carnot-fűtőgép jósági tényezője pedig a következő lenne:

$$COP_{f, \text{rev, Carnot}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}. \quad (16)$$

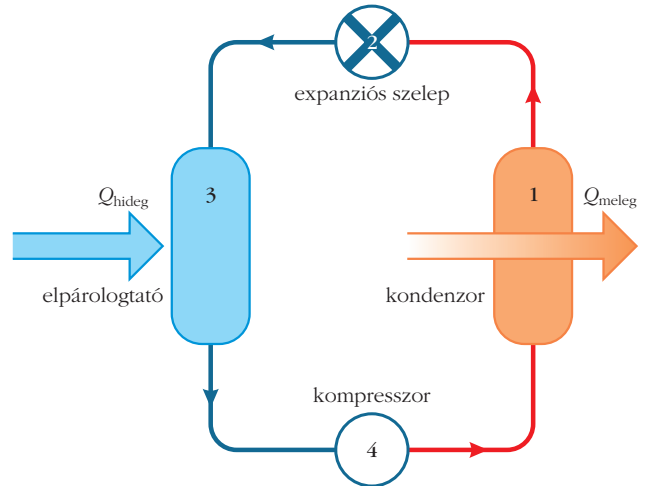
(Ilyen persze nem létezik, mert akkor az izoterm szakaszokon a hőtadásoknak végtelenül lassan kellene bekövetkezniük.)

A hőtartályok hőmérsékleteiből kapott becslésből jól látható, hogy a hőpumpa jósági tényezője annál magasabb, minél kisebb a két hőtartály hőmérséklete közötti különbség. (Vagy minél magasabb a hideg hőtartály hőmérséklete.) Így tehát – ha hőpumpával fűtünk – nem mindegy, hogy a téli hideg levegőből kell-e elvonni a hőt és a szobát melegíteni, vagy őszszel és tavasszal enyhe időben fűtünk vele.

Hűtés, fűtés hőpumpával

A gyakorlatban használt hőpumpák működése természetesen nem ennyire egyszerű, a legtöbb gyakorlatban használt hőszivattyú (a hűtésre, illetve a fűtésre használt is) gőzkompressziós elven működik. Az ilyen hőpumpáknál a körfolyamatot végző munkaközeg nem csak több hőtartállyal van kapcsolatban, és nem csupán irreverzibilis folyamatok zajlanak, de a munkaközeg még fázisátalakuláson is átmegy, s így a körfolyamat matematikai leírása nagyon bonyolulttá válik.

A gőzkompressziós hűtőgép elve az, hogy a munkaközeg gyors kitágulása és párolgása során annyira lehűl, hogy hidegebb lesz, mint a hideg hőtartály, s ezáltal tud onnan hőt elvonni, illetve, hogy a szintén gyors kompresszió során a munkaközeg a meleg hőtartály hőmérsékleténél magasabb hőmérsékletre melegszik fel és lecsapódik, s így hőt tud leadni a meleg hőtartálynak. Az elv, bár bonyolultnak tűnik, a diákokkal viszonylag könnyen megértethető. A gőzkompressziós



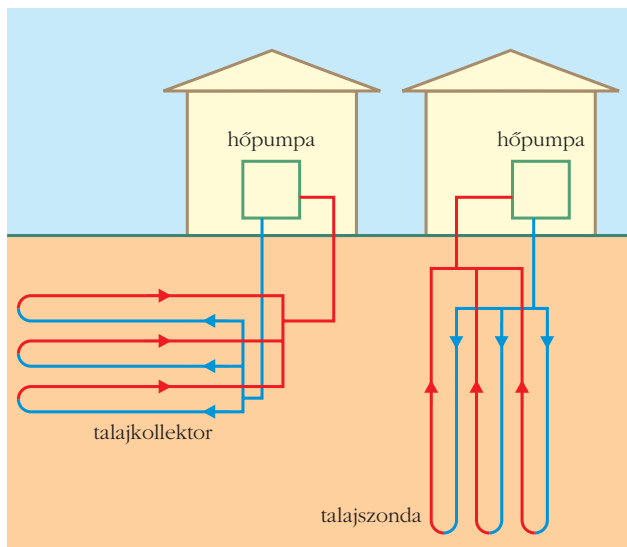
2. ábra. A gőzkompressziós hőszivattyú sematikus rajza.

hőszivattyú sematikus rajza a 2. ábrán látható. Két dologra fontos rámutatni: az egyik – bár valóban úgy tűnik, hogy összességében hőt áramoltatunk át a hidegebb helyről a melegebbre –, hogy a valójában lejátszódó spontán folyamatokban mindig a melegebb helyről áramlik hő a hidegebbre. (A hideg hőtartály a még hidegebb munkaközegnek ad le hőt, illetve a gyors összenyomáskor a – külső munka árán felmelegített – munkaközeg ad le hőt az ekkor a munkaközegnél már hidegebb meleg hőtartálynak.) A másik a fázisátalakulások szerepe, a párolgás hőelvonó hatása, illetve, hogy lecsapódáskor az anyag hőt ad le. Az interneten, bár többségük angol nyelvű, rengeteg jól használható videót találhatunk, amelyek érthetően mutatják be a hűtőgép modelljét.

Tulajdonképpen mind a klímaberendezés, mind a házak fűtésére használt hőpumpa ugyanazon az elven működik, mint a hűtőgép, csak sokkal nagyobb tér hűtésére, illetve fűtésére használjuk, illetve nem mindegy, hogy a szoba levegőjét hűteni vagy fűteni szeretnénk. (A mai korszerű klímákat, illetve hőpumpákat már eleve fűtésre és hűtésre is használható modulokként gyártják.)

Az épületek fűtésére vagy hűtésére használt hőpumpákat többféle szempontrendszer szerint is osztályozhatjuk. Az egyik, hogy honnan vonjuk el a fűtéshez használt hőt, azaz a hőforrás szerinti osztályozás. A hőforrás lehet a ház kívüli levegő, vagy valamilyen közeli folyó, tó vize, illetve a talajvíz vagy pedig a talaj. E szerint a hőszivattyút levegő, víz, talajvíz vagy föld alapú hőszivattyúnak nevezhetjük [4].

A másik a hőcserélő közeg szempontjából történő osztályozás, ez lehet levegő-levegő, víz-levegő, levegő-víz vagy víz-víz. A legtöbb ház falára felszerelt klímaberendezés levegő-levegő rendszerű, hiszen a hőpumpa a levegőből vonja el a hőt és a levegőnek adja le. De például a talajszondás vagy talajkollektoros hőszivattyú már víz-víz rendszerű. A talajba süllyesztett csövekben vizet cirkuláltatnak, s ez veszi fel a talajból a hőt. Az épület belső terében fal- vagy padlófűtés esetén szintén vizet cirkuláltatnak, s ez a hőleadó közeg.



3. ábra. A talajkollektoros (balra) és a talajszondás (jobbra) hőszivattyú vázlatos rajza.

Levegő hőforrású hőpumpák

A leggyakoribb, legolcsóbb és legkönnyebben telepíthető hőpumpák levegő hőforrásúak. Az eredetileg házak hűtését szolgáló légkondicionáló berendezések e hőpumpák legrégebbi típusai. A modern változatok már nemcsak a hűtésre, hanem – a hideg és a meleg hőtartály felcserélésével – fűtésre is alkalmasak. (Hűtés esetén a külső levegő a meleg és a szoba levegője a hideg hőtartály, míg fűtéskor megfordul: a szoba a meleg hőtartály és a külső levegő a hideg.) Az egyszerűbb típusok levegő-levegő rendszerűek, de léteznek levegő-víz rendszerűek is ahol (fűtés üzemmódban) a külső levegőből elvont hőt víz melegítésére fordítják, s ezt a meleg vizet cirkuláltatják a falba vagy a padlóba fektetett csövekben.

Ezen eszközök előnye, hogy viszonylag olcsók és könnyen telepíthetők, hátrányuk pedig, hogy jóságai tényezőjük a külső levegő hőmérsékletével változik. A téli hidegekben ezek a hőpumpák sokkal kisebb jóságai tényezővel fűtenek, mint egy enyhe tavaszi vagy őszi napon. Forró kánikulai napokon szintén kisebb jóságai tényezővel hűtenek, mint egy átlagos meleg napon.

Hátrányt jelent a hangszennyezés is. A levegő-levegő típusú berendezéseknél mind a kültéri, mind a beltéri egységben a munkaközeg levegőből történő hőfelvételét, illetve a hőleadását ventilátorok segítik, amelyek hangereje akár 50-60 dB is lehet.

Arra a tényre is érdemes figyelni, hogy bár ezek a hőpumpák akár még a $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os téli hidegben is képesek fűteni (bár kisebb hatékonysággal), azonban „téliésíteni” kell őket, ugyanis működésük során a hideg hőtartály oldalán mindig van páralecsapódás. (Ezért „csurognak” a légkondicionáló berendezések.) Ez a téli hidegekben könnyen ráfagyhat a kültéri egységben

levő ventilátorra, s ennek elkerülése érdekében elektromos melegítést kell alkalmazni. (Ez természetesen plusz költségként jelenik meg a villanszámlában.)

Föld hőforrású hőszivattyúk

A talaj melegét felhasználó hőszivattyúk két fő típusba sorolhatók: a talajkollektorosba és a talajszondásba. A talaj hőjét mindkét esetben a földre süllyesztett hosszú csövezetekben cirkuláltatott sós víz (vagy fagyálló) veszi fel, s ez melegíti fel a hőpumpa munkaközegét, ami majd a ház padlójába vagy falába épített csőrendszerben cirkuláltatott vizet melegíti fel. A talajszondás típusnál a földre süllyesztett csövek 60-100 m mély furatokban helyezkednek el, míg a talajkollektoros típusnál a csöveket 1-2 m mélyre ássák a talajba viszonylag nagy területen. A 3. ábrán a két típus vázlatos rajza látható. A geotermikus hőszivattyúk előnye, hogy – mivel a talaj hőmérséklete általában egész évben állandó – jóságai tényezőjük független az időjárástól, s így télen is elég magas. Bár elképzelhető – különösen a talajkollektoros hőszivattyú esetében –, hogy hosszú, hideg telek végére a talaj a kollektor környékén lehűl, s így csökken a hőszivattyú COP-értéke. Az ilyenkor elvesztett hőt a nyári hűtés során kell visszatáplálni a talajba. Hátrányuk, hogy a telepítésük jóval drágább, mint a levegő hőforrású hőszivattyúké. A talajkollektoros hőszivattyúnak nagy földterületre van szüksége, amelynek árnyékoltsága is befolyásolhatja a működést. Talajszondás esetben a fúrás költség nagyon magas, és engedélyeztetni kell. (A szondafuratok kiépítésekor nagyon elővigyázatosnak kell lenni, s pontosan kell tudni mi van az adott talajrétegben. Egy balul végződött talajszondás hőszivattyú telepítésére példa a Staufen (Németország) városának városházájába tervezett geotermikus hőpumpa. A fúrások összeköttetést hoztak létre a felszín alatt addig elválasztva húzódó, talajvíz és anhidrit réteg között. Az anhidrit (vízmentes szulfát) víz felvételével gipszszé alakul, miközben térfogata 60%-kal megnő. A fúrások hatására a városháza környékén a talaj megemelkedett, megrepesztve ezzel az óváros sok épületének falát (4. ábra).

4. ábra. Balul végződött talajszondás hőszivattyú-telepítés Staufenben: a városháza környékén megemelkedett talaj megrepesztette az óváros sok épületének falát.



A talaj hőjét felhasználó földhőszivattyúkat nagyon gyakran geotermikus hőszivattyúnak nevezik, helytelenül használva a geotermikus szót. Geotermikus energiának ugyanis a földkéreg belső energiáját nevezzük, amely energetikai céllal hasznosítható. A geotermikus energia a legalább +30 °C hőmérsékletű folyékony vagy gáz halmazállapotú anyagok (azaz a geotermikus energiahordozók) közvetítésével, ezek közvetlen földkéregből való kitermelésével vagy recirkulálásával nyert energia [5]. A geotermikus energia a Föld belsejében található hosszú felezési idejű radioaktív izotópok bomlásából származó energia. A Föld belseje felé haladva a hőmérséklet növekszik – 100 méterenként átlagosan nagyjából 3 °C-kal –, de ez a hőmérséklet-gradiens a földrajzi helytől is függ. A talaj hőmérséklete 1-2 m mélyen egész évben nagyjából állandó, körülbelül 10-12 °C. Így még a 100 m mélyre lefúrt talajszondás hőszivattyúk sem tekintendők geotermikusnak.

Víz, talajvíz hőforrású hőszivattyúk

Ezek a hőszivattyúk nyitott vagy zárt vízkörök lehetnek, attól függően, hogy a hőforrásul használt vizet közvetlenül átáramoltatják a hőpumpán vagy nem. A zárt vízkörös esetben a vízbe helyezett csövekben keringő folyadék nincs közvetlen összeköttetésben a tó, a folyó vagy a kút vizével, míg a nyílt vízkörös rendszerekben a természetben található vizet keringetik. Ez utóbbi esetben nagyobb a korrózió veszélye. A zárt vízkörös víz hőforrású hőpumpák tulajdonképpen ugyanúgy működnek, mint a föld hőforrásúak, csak nem a talajból, hanem valamilyen természetes vízből vonnak el hőt. E típus jósági tényezője is viszonylag magas és nagyjából állandó. Hátránya, hogy csak oda telepíthető, ahol van víz és bekerülési költsége ennek is magasabb, mint a levegő hőforrásúé.

Környezeti megfontolások

Vajon mennyire „zöld” a hőszivattyú?

Vajon mennyire tekinthető gazdaságosnak és környezetbarátnak a hőpumpával való fűtés? Azaz kevesebb energiát használunk-e, ha hőpumpával fűtünk, mintha kondenzációs gázkazánal fűtenénk? Valóban megújuló energiát használunk-e és valóban kevesebb káros anyagot (szén-dioxidot és szálló port) bocsátunk ki, ha hőszivattyút használunk? A válasz nem is olyan egyszerű, s röviden csupán annyit lehet mondani, hogy „attól függ”. Maga a hőpumpa – függetlenül a hőforrástól – általában gőzkompressziós elven működik, s a kompresszor működtetését a leggyakrabban elektromos árammal biztosítják. Így nemcsak a hőszivattyú jósági tényezőjét, hanem az elektromos áram előállításának módját és annak hatásfokát is figyelembe kell vennünk. Ha például az elektromos áramot vízerőmű állítja elő, aminek hatásfoka körülbelül 90%, a téli hidegben, amikor a fűtés COP értéke leesik 2-re, még mindig több energiát nyerünk, mint amit befektetünk. (Összehason-

lításul, a nagyon jó kondenzációs gázkazának hatásfokát – az égés során keletkező vízgőz kondenzációja miatt – 100%-nak is vehetjük.) De, ha az elektromos áramot például egy 35% hatásfokkal működő atomerőmű állítja elő és csak 2 jósági tényezővel működik a hőszivattyúnk, akkor már több energiát használ fel a hőszivattyús fűtés, mintha kondenzációs kazánal fűtenénk. Igaz ugyan, hogy nem keletkezett szén-dioxid és szálló por, tehát e szempontból még mindig környezetbarát a fűtésünk. Még rosszabb a helyzet, ha az elektromos áramot gáz- vagy széntüzelésű erőmű állítja elő, amelyek hatásfoka 35–55%. A hideg téli napon a 2 jósági tényezővel működő fűtés ismét gazdaságatlanabb – vagy csak kicsit gazdaságosabb – lesz, mint a kondenzációs kazánal történő fűtés, és még szén-dioxidot is kibocsátott az erőmű – ahogyan a gázkazán is. Fontos megemlíteni azt is, hogy széntüzelés esetén a kibocsátott szálló por is súlyos levegőszennyezést okoz az erőmű környezetében, s a környezetkárosító hatást is szem előtt tartva, összességében már jobban járunk a kondenzációs kazánal. Ezeket a megfontolásokat figyelembe véve mindenképp energiatakarékosabb megoldás a föld- vagy víz hőforrású hőszivattyú, mint az olcsón telepíthető levegő-levegő rendszerű klímaberendezés, hiszen nagy valószínűséggel annak télen sem csökken a jósági tényezője. A talajszondás geotermikus hőszivattyú telepítése azonban a magasabb költségeken túl különösen nagy odafigyelést és tervezést igényel. (A fent leírt staufeni eset, bár nem gyakori, de nem is egyedi. Arra is figyelni kell, hogy a fúrások ne juttassanak szennyező anyagokat a talajba, talajvízbe, ne változtassák meg a talajvíz szintjét.)

A munkaközeg

A hőszivattyú „lelke” a hűtőközeg vagy más néven munkaközeg. Sokféle munkaközeg létezik, s a megfelelő termodinamikai tulajdonságok mellett az is fontos, hogy ne legyen mérgező, gyúlékony vagy korrozív. A hűtőtechnika fejlődése és a hűtőgépek széles körű elterjedése a 20. századra tehető, amikor kifejlesztették a munkaközegnek használt – gyűjtőnéven csak freonnak nevezett – gázokat. Ezek a gázok a CFC (chlorofluorocarbon) és a HCFC (hydrochlorofluorocarbon) gázok csoportjába tartoznak. (Az első klór-, fluor- és szénatomot; a második hidrogén-, klór-, fluor- és szénatomot tartalmazó vegyületeket jelöli.) Bevezetésük után néhány évtizeddel azonban bebizonyosodott, hogy e gázok káros hatással vannak az ózonrétegre, ezért használatukat 1987-ben betiltották.

A mai hűtőgépek, hőpumpák munkaközége általában valamilyen HFC (hydrofluorocarbon) vagy különböző HFC-gázok keveréke. A HFC hidrogén-, fluor- és szénatomokat tartalmazó vegyületek rövidítése. Klór hiányában nem károsítja az ózonréteget. Sajnos, azonban ezen vegyületek többsége nagyon erős üvegházgáz. Bár a munkaközeg a rendeltetésszerűen működő hőszivattyúból nem jut ki, a kompresszor meghibásodása, szivárgása nem kizárható, ezért törekedni kell a minél kevésbé káros gázok használatára.

Az üvegházgázok légkörmelegítő hatását a GWP (global warming potential) értékkel jellemezhetjük. A szén-dioxid GWP-értékét 1-nek definiálták. Az adott gázra jellemző GWP-érték azt jelenti, hogy e gáz hányszor annyi energiát nyel el adott idő alatt, mint az ugyanakkora tömegű szén-dioxid ugyanannyi idő alatt [6]. A GWP-értékek az időtartamtól is függenek, általában a 20 vagy a 100 évre vonatkozó értékeket használják. (Az időfüggés oka, hogy a különböző gázok légköri koncentrációja az idő múlásával nem ugyanolyan mértékben csökken.) A legtöbb CFC-, HCFC- és HFC-vegyület GWP-értéke általában több ezer. A legújabb, „környezetbarát” klímaberendezésekben az R32 (difluormetán, CH_2F_2) klímagáz található, aminek GWP-értéke csak 675. (Ez még mindig elég magas érték, de nagy a fejlődés a korábbi, gyakran használt, 2088 GWP-értékű R410a nevű hűtőközeghez képest [7].)

Az épületek hatására használt hőszivattyúk fajtáit és a környezeti hatásokat még a kevésbé matematikus hajlamú diákcsoportokkal is érdemes megbeszélni. Tapasztalataim szerint a diákokat érdeklik az új megoldások, kis irányítással önálló vagy csoportos „kutatómunkára” is alkalmas a témakör.

Összegzés

A hőpumpákról – bár mindennapjainkban egyre nagyobb szerepet kapnak és kiváló alkalmazásai lehetnének a termodinamikának – szinte semmit sem tanítunk a középiskolákban. A cikk középiskolás szinten ad rövid leírást a hőszivattyú elvéről, a hatékonyságára jellemző jósági tényezőről, továbbá bemutatja a hőpumpák gyakorlati megvalósításainak főbb típusait, a hőpumpák használatának néhány előnyét, illetve hátrányát, és a hőszivattyúkkal kapcsolatosan felmerülő környezeti megfontolásokat.

Irodalom

1. D. A. Reay, D. B. A. Macmichael: *Heat Pumps*. Pergamon Press, Oxford (1988) 3–12.
2. Budó Á., Pócza J.: *Kísérleti fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest (1965) 400–401.
3. Litz J.: *Hőtan*. Dialóg Campus Kiadó, Pécs–Budapest (2001) 421.
4. J. Cantor: *Heat Pumps for the Home*. The Crowood Press, Ramsbury, Marlborough (2011).
5. Bartholy J., Brauer H., Pieczka I., Pongrácz R., Radics K.: *Megújuló energiaforrások*. ELTE, Budapest (2013).
6. https://en.wikipedia.org/wiki/Global_warming_potential
7. https://www.linde-gas.com/en/images/Refrigerants%20environmental%20GWPs_tcm17-111483

ÚRTEVÉKENYSÉGRŐL A KÖZÉPISKOLÁBAN

– műholdas távérzékelés

Komáromi Annamária

Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest

2015 óta Magyarország az Európai Űrügynökség (European Space Agency, ESA) teljes jogú tagja. Ennek révén hazánk egy olyan intézmény létrehozására pályázhat, amelynek célja, hogy az űrtevékenységek részletesebb bemutatásán keresztül növelje a diákok körében a STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics, vagyis természettudományos, műszaki, mérnöki és matematikai) területek iránti érdeklődést. Az intézmény többek között űrkutatással kapcsolatos továbbképzési lehetőségeket nyújt majd az általános és középiskolákban STEM tárgyakat tanító pedagógusoknak. Ezen felül népszerűsíteni, koordinálni és irányítani fogja a diákok, tanárok számára kiírt, űrkutatással és egyéb űrtevékenységgel kapcsolatos hazai és

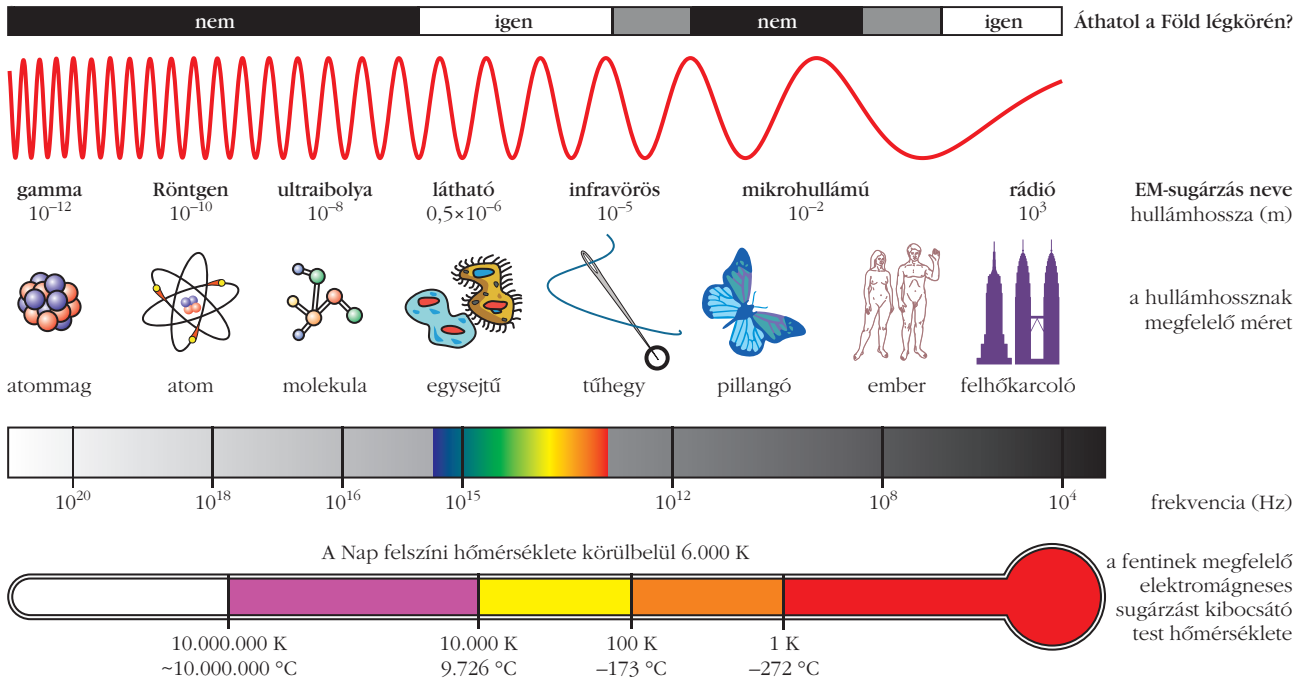
a nemzetközi (elsősorban európai) pályázatokat és programokat. Ez a leendő intézmény az ESERO (European Space Education Resource Office) iroda.

Az űrtevékenységekre való nagyobb odafigyelés jegyében született meg az *Irány az űr!* többfordulós középiskolai csapatverseny is, amelyet első alkalommal a 2020/21-es tanévben hirdettek meg. E versenyben szó lesz az alkalmazásokról is, amelyekben az űrtevékenység nem feltétlenül egy távolabbi bolygó, vagy például a Nap behatóbb megismerését jelenti, hanem éppen a Föld vizsgálatára irányul. A versenyző diákok a felkészülés során a hazai űripar eredményeiből is megismerhetnek néhányat. A verseny érdekessége, hogy a matematikai, fizikai, kémiai, biológiai, földrajzi űrkutatási vonatkozások mellett az űrtevékenységgel kapcsolatos gazdasági, jogi kérdéseket is érinti, tehát egyáltalán nem egy hagyományos, egy vagy néhány tantárgyra kiterjedő feladatmegoldó versenyről van szó. Két online forduló után a döntőbe jutó diákok nyílt online környezetben, a zsűri és a közönség előtt adhatnak számot az űrtevékenységekkel kapcsolatos ismereteikről.

Az űrtevékenységek közül a műholdas távérzékelés egyike a kulcsfontosságúaknak, amit fizikaórán az elektromágneses hullámok gyakorlati alkalmazá-



Komáromi Annamária a budapesti Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium matematika-fizika szakos tanára. 2019-ben PhD fokozatot szerzett az ELTE-n. Az ELTE-MTA Fizika Tanítása Kutatócsoport tagja.



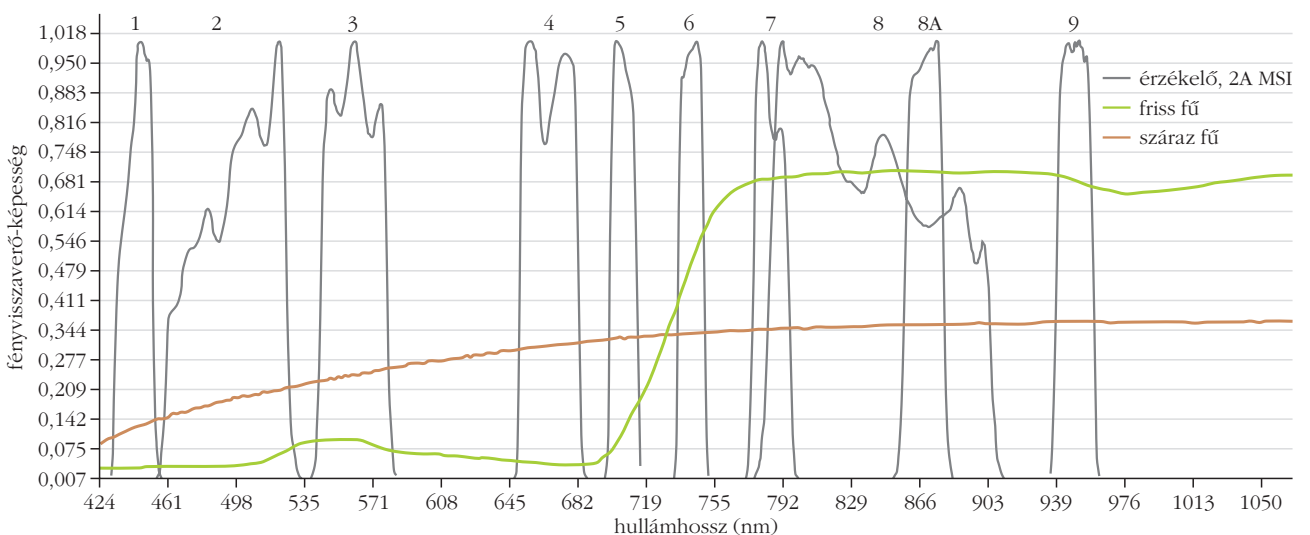
1. ábra. Az elektromágneses sugárzás spektruma (forrás: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:EM_Spectrum_Properties_reflected.svg).

sának tárgyalásakor – a hagyományos alkalmazások mellett – ma már feltétlenül meg kell említeni. A távérzékelés – mint a neve is sugallja – olyan mérési technika, amikor az adatgyűjtő berendezés nincs közvetlen (fizikai) kapcsolatban a vizsgált tárggyal. Tulajdonképpen valamennyi mesterséges hold lelke – ha szabad ilyet mondani – a távérzékelés, amely alatt a műhold által felfogott, illetve az általa kibocsátott elektromágneses hullámok észlelését, illetve érzékelését értjük. Pályaorientálás céljával elmondhatjuk diákjainknak, hogy a távérzékelés szoros kapcsolatban van a térinformatikával, amely az egyetemen önálló tantárgyként szerepel. Az elmúlt évek során több ingyenesen használható program készült,

amelyek használata során a középiskolás diákok kicsit belekóstolhatnak a nyers műholdképeket feldolgozó szakemberek munkájába.

A klasszikus távérzékelés legfontosabb tárgya bolygónk, a Föld. Földmegfigyelés alatt a Föld légkörének, felszínének, illetve mélyének vizsgálatát értjük. Itt fontos megjegyezni, hogy ebben az esetben az óceánok felszínére és mélyének vizsgálatára is gondoljunk. A hagyományos módszerek mellett, mint a meteorológiai állomások, földfelmérés vagy mintavétel, ma már nélkülözhetetlen adatforrások a műholdas mérések eredményei. Előnyük, hogy segítségével egyszerre nagyobb területen, többféle mérés és adatgyűjtés lehetséges. Ugyanakkor az

2. ábra. A természetes (zöld) és a műfű, vagy kiszáradt fű (barna) reflektanciája különböző frekvenciákon. Az 1-től 9-ig számozott szürke görbék a műhold szenzorainak mérési tartományát és érzékenységét mutatják (forrás: <http://www.space-awareness.org/en/activities/6035/a-view-from-above/>).



adatok feldolgozásához, megfelelő értelmezéséhez, illetve felhasználásához speciális ismeretanyag elsajátítása szükséges.

A távérzékelés során nyert képek többféle elven működő felvevőrendszerekkel (szenzorokkal) készülhetnek. A távérzékelés fizikai alapja az elektromágneses sugárzás spektrális eloszlásának (1. ábra), illetve a sugárzás változásának detektálása. A passzív távérzékelő rendszerek többnyire a Naptól eredő és az adott tárgy által visszavert, illetve kibocsátott sugárzást mérik általában a látható fény és az ahhoz közeli optikai sávban (0,4–15,0 μm hullámhossz). Az aktív távérzékelő rendszerek (legismertebbek a radarok) a saját maguk által kibocsátott és a vizsgált felületek, tárgyak által visszavert sugárzást érzékelik többnyire a 0,0075–0,60 m hullámhosszon.

A távérzékeléssel kapott képek (illetve adatok) kiértékelésének alapja, hogy különböző anyagok eltérő mértékben verik vissza, eresztik át magukon, vagy nyelik el az elektromágneses hullámokat. Ezért például a felszín anyagai, a növények és az objektumok beazonosíthatók, sőt állapotukra is következtethetünk.

A műholdképek olyan pixelértékeket tartalmaznak, amelyek a fényerőt vagy a visszavert fény intenzitását mutatják egy adott optikai sávban. Egy adott frekvenciatartományban csak az adott frekvenciájú sugárzás energiáját tudjuk mérni. Mivel az anyag a különböző frekvenciájú sugárzást különböző mértékben nyeli el, eresztik át, illetve veri vissza, ezért többféle frekvencián mérünk, hogy ki tudjuk választani a keresett anyagot. Például így érzékelhető, látható a természetes fű és a műfű, vagy a friss és elszáradt növényzet közötti különbség (2. ábra).

A Föld műholdas megfigyelése során figyelemmel kell lennünk arra is, hogy a Naptól érkező elektromágneses hullámok a légkörrel kölcsönhatásba lépnek: az energia egy része visszaverődik vagy elnyelődik, illetve nagyobb szóródás is felléphet a légkör magas páratartalma (a felhők) és egyes gázok (például O₂, NO₂, CO₂) miatt. Azokat a hullámhossz-tartományokat, ahol nagyon csekély a szóródás és az el-

nyelődés, légköri ablakoknak nevezzük. A műholdakra olyan szenzorokat szerelnek, amelyek ezen légköri ablakokba (lásd újból az 1. ábrát) eső hullámhossz-tartományokban működnek.

Az emberi szem is szenzorként működik, és mérési tartománya éppen egy légköri ablakba esik. Ráadásul szemünk úgy fejlődött ki, hogy pont arra a frekvenciatartományra érzékeny, amit legnagyobb energiával bocsát ki a Nap, így a „látáshoz” a legkisebb érzékenységre van szüksége. Ezt nevezzük „látható fény tartománynak”. Szemünkben három színtartományba (piros, zöld és kék) eső színérzékelők vannak, s ezek együttes hatásából jön létre agyunkban az általunk megszokott színes kép. (Az emberi szemben további érzékelők is vannak, például a fény intenzitásának, illetve telítettségének érzékelésére.) A műholdak látható fény tartományban működő szenzorai az emberi szemhez hasonlóan általában piros, zöld és kék frekvenciasávokban („csatornában”, lásd a 3. ábra bal oldalát) érzékelnek, és a felvételekből – megfelelő sávszélességek esetén – az RGB (red-green-blue) színkeverés szabályait követve valós színhatású képeket is elő lehet állítani.

Szakkörön a spektrális index fogalmát is megemlíthetjük diákjainknak. A spektrális indexek olyan származtatott mennyiségek, amelyeket különböző hullámhosszokon mért adatokból számítunk ki. Az indexek elméleti modellek alapján készültek. A spektrális indexekkel különböző tárgyakat jellemezhetünk, például az épületeket vagy a növényzetet. Az egyik, talán legelterjedtebb ilyen index az NDVI (Normalised Differenced Vegetation Index) [1], amit gyakran az egészséges növényzet azonosítására használnak, de alkalmas a vegetáció állapotának részletesebb elemzésére is [2]. A vörös (R) és közeli infravörös (NIR) spektrumban mért intenzitásadatokból határozzák meg. Az NDVI értékét a következőképpen számítjuk ki:

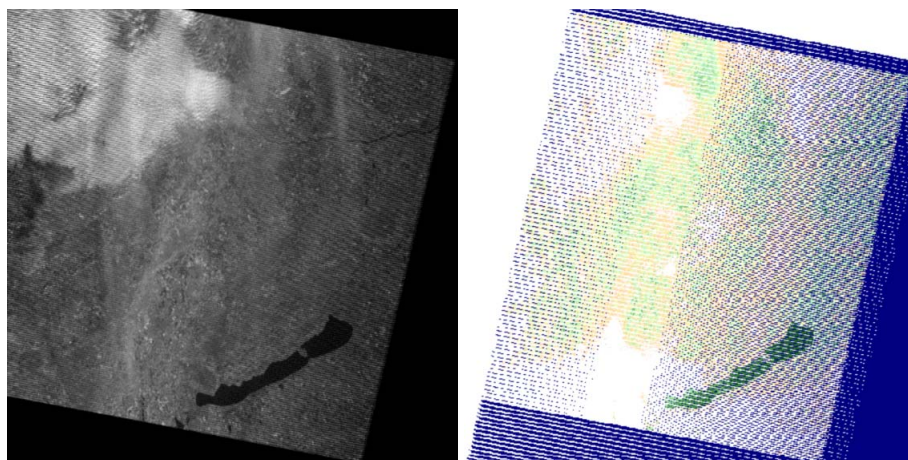
$$NDVI = \frac{NIR - R}{NIR + R}$$

Az Európai Unió és az Európai Űrügynökség támogatásával egy oktatási szoftvert fejlesztettek ki, amely

információt szolgáltat az érdeklődő középiskolás tanulóknak és tanároknak a műholdas mérésekről. Ez a program a *Leoworks*, amely részletesen bemutatja a műholdas adatok elemzésének alapvető lépéseit, illetve segítségével a diákok is szerkeszthetnek műholdképeket. Az ingyenesen letölthető program a <http://leoworks.terrasigna.com> honlapon található.

A 3. ábra jobb oldalán a kilencedik osztályos diákjaim által szerkesztett, a *Fizika Mindenkinek* országos kö-

3. ábra. Balra: műholdkép egy adott csatornán (forrás: <https://ers.cr.usgs.gov>), jobbra: NDVI-értékek térképi ábrázolása Leoworks programmal (forrás: diákmunka).



zépiskolai csapatversenyen bemutatott előadásukban szereplő kép látható, amely a Balaton-felvidék és környezetének „zöldnövényzet borítottságát”, azaz a területre jellemző NDVI-értékek térképi megjelenítését ábrázolja. A képet a Leoworks program segítségével készítették a <https://ers.cr.usgs.gov> internetes forráson található, ingyenesen letölthető műholdfelvételek felhasználásával.

Irodalom

1. J. W. Rouse, R. H. Haas, J. A. Schell: Monitoring vegetation systems in the Great Plains with ERTS. In: S. C. Freden, E. P. Merchant, M. A. Becker (eds.): *Third Earth Resources Technology Satellite Symposium, December 10–14, 1973*. NASA STI Office, Goddard SFC and Washington D. C. (1974) 309–317.
2. K. Kovács, A. Cs. Dobos, R. Víg, J. Nagy: Relation analysis between biomass and yield in maize seed production. *Időjárás* 114/4 (2010) 263–273.

JÁRMŰVEK MOZGÁSÁNAK FIZIKÁJA

A kerekes járművek teljes mozgási energiájának törvénye

Varga János
Székesfehérvár

Kinematikai példákban egy jármű mozgásának kapcsán általában a haladási sebességgel – amely alatt a test (jelen esetben a jármű) tömegközéppontjának sebességét értjük – foglalkozunk. Nem vizsgáljuk külön a jármű többi része – például kerekek, illetve annak különböző pontjai – mozgásának kinematikai jellemzőit: pályáját, sebességét stb. Pedig ennek vizsgálata során sok érdekes, olykor meglepő, esetenként pedig a hétköznapi szemléletünkkel teljesen ellentétes eredményre jutunk. Ezen cikk célja, hogy ráirányítsa a figyelmet e kevésbé ismert területre. Ezek némelyike annyira egyszerű, amolyan „övegesi”, hogy tanítása még a közép-szintű fizikaoktatásban is megfontolandó.

A szerző szakítani kíván a rossz gyakorlattal, hogy írásában csak a kész tényeket, eredményeket teszi közzé, és elhallgatja a hozzájuk vezető utat, azt az ötletet, ami a téma boncolgatásában elindította. Sajnos ez a gyakorlat a matematikai publikációkban még inkább megfigyelhető. Erre már *Abel* is felhívta a figyelmet, és emiatt sokszor neheztelt is *Gaussra*, akit „a hóban a nyomokat elseprő lomposfarkú rókához” hasonlított, mivel sohasem írta le, hogy miként jött rá valamire, pedig annak is van információ tartalma, és esetleg mások segítségére lehet a kutatásban.

Neumann Jánost remek előadónak tartották, aki tisztán és világosan, ösztönzően és felemelően adott elő. Ez főleg annak volt köszönhető, hogy nem csupán a bizonyításokat mondta el, hanem a hozzá veze-



1. ábra. Járműkerék külső pontjának pályája.

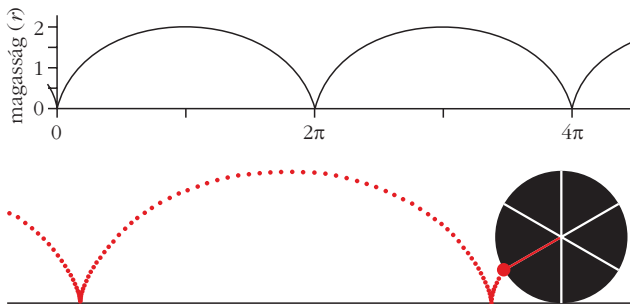
tő útról is beszámolt, a kitérőket is megemlítette. (Érdekes módon, írásaiban viszont hiányzott az oda vezető út ismertetése, amit előadásaiiban sosem hagyott el. Emiatt írásai előadásaihoz képest nehezebben követhetők, ráadásul a bennük rejlő gondolatok megértése összetettségük miatt magukban is szellemi erőfeszítést kívánnak.)

Egy teniszparti után, a felfrissítő fröccs közbeni beszélgetés során egy kamionsofőr-ismerősöm elmesélte egyik éjszakai vezetési élményét. Egy vele szemben haladó másik jármű kerekére rátapadt valami világító-fényvisszaverő gyurmaféle (1. ábra), aminek pályája nagyon érdekes görbe – elmondása szerint „fél hurka” formájú – volt. Matematikai tanulmányaimból én persze egyből tudtam, hogy ez valójában egy *csúcsos ciklois* (egy speciális *ruletta*¹), ami egy kör egyenesen történő csúszásmentes legördítésekor keletkezik, azaz amit egy kerületi pont bejár.

¹Ruletták azok a görbék, amelyeket úgy származtatnak, hogy egy álló görbén csúszás nélkül legördítenek egy másik görbét. A cikloisok olyan ruletták, amelyeknél a legördülő görbe kör. A cikloisokat először *Nicolaus Cusanus*, német püspök vizsgálta az 1400-as években. Pontos definíciójukat csak 100 évvel később tudta megadni *Marin Mersenne* francia szerzetes.



Varga János mérnök-tanár, rendszerszervező gépészmérnök, diplomáját a Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetemen szerezte 1974-ben. Kitüntetéses gépész mérnök-tanári képesítését a Budapesti Műszaki Egyetem Gazdaság- és Társadalomtudományi karán szerezte 1996-ban, majd közép- és főiskolai tanárként dolgozott. Rendszeresen publikál, tart előadásokat tudománytörténetről, saját matematikai-fizikai eredményeiről itthon és külföldön, és gyakran szerepel ismeretterjesztő tudományos rádióműsorokban.



2. ábra. Fölül: egység sugarú kör generálta csúcsos ciklois [1], alatta az egyenletes sebességgel haladó járműkerék külső pontjáról készített „stroboszkopikus” rajz.

Ezt egy üres pohár asztalon való gurításával be is mutattam neki. Kamionsofőr-ismerősöm maga rájött, hogy e „fél hurka” formájú görbe (a továbbiakban használjuk tisztességes matematikus nevét, a cikloist) hossza biztosan nagyobb, mint a járműkerék kerülete, amennyivel csúszásmentes gördülés esetén egy fordulat alatt a jármű előrehalad. Ekkor fogalmazódott meg bennem a következő:

Háromkérdéses feladat

a. Ha egy jármű (autó, busz, kamion, bicikli stb.) v átlagsebességgel halad, akkor mennyi a járműkerék külső, az úttesttel csúszásmentesen érintkező pontjainak $\langle v_{\text{külső}} \rangle$ átlagsebessége?

b. Egy v átlagsebességgel haladó járműnek (az előbbieket mellett gondoljunk a villamosra, vonatra is) van-e olyan pontja, amely esetenként a menetiránnyal ellentétes irányban, tehát visszafelé mozog, illetve milyen pillanatnyi sebességgel mozognak a járműkerék egyes pontjai?

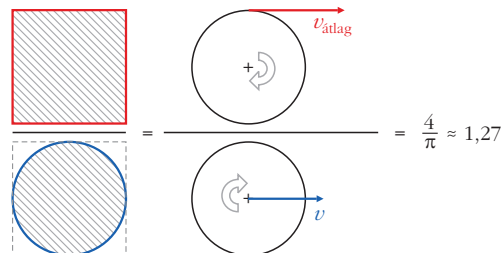
c. Mekkora egy kerekeken guruló jármű teljes mozgási energiája?

Megoldás

a. A járműkerék tengelye a kör középpontja, úttesttel érintkező pontja a kör kerületi pontja. Csúszásmentes, azaz tiszta gördülést feltételezve a d átmérőjű kör középpontja egy fordulat alatt éppen egy kerületnyi, azaz πd távolságot tesz meg. A kör kerületi pontja cikloison mozog (2. ábra), és egy fordulat alatt egy cikloisív hosszával megegyező utat, azaz pontosan $4d$ távolságot tesz meg [1]. Más megfogalmazásban: egy cikloisív olyan hosszú, mint a gördülő kör köré írható négyzet kerülete.²

A kör kerületi pontja és középpontja által ugyanannyi (egy körülfordulásnyi) idő alatt megtett utak hányadosa $4/\pi \approx 1,27$, ami egyben az átlagsebességek hányadosa, ezt a 3. ábrával szemléltethetjük.

²Erre állítólag Galilei tanítványa Vincenzo Viviani (1622–1703) jött rá. Más források szerint ezt Christopher Wren (1632–1723) angol építész vezette le. Érdekessége, hogy a cikloisív hossza a körrel ellentétben nem tartalmazza a π -t, tehát rektifikálható (kiegyenesíthető).



3. ábra. A négyzet és az oldalhosszával megegyező átmérőjű kör területének aránya megegyezik a gördülő kör kerületi és középpontja átlagsebességének arányával.

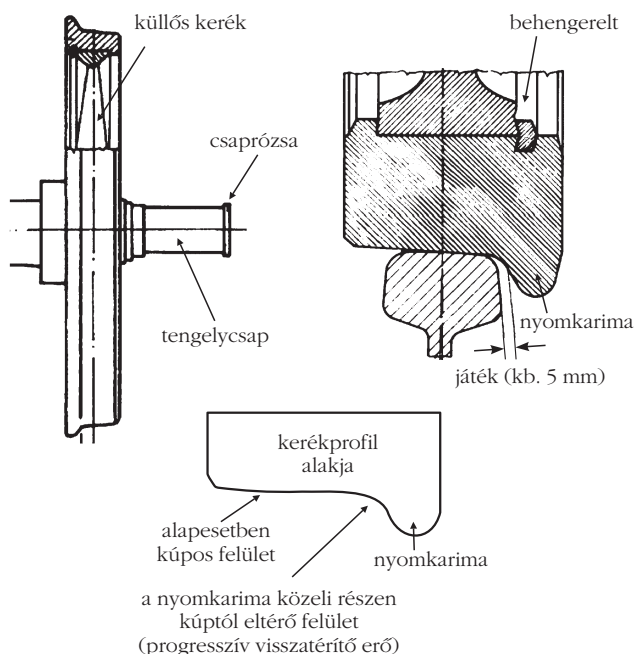
b. Szinte természetesnek vesszük, ha egy jármű valamilyen irányban halad, akkor annak minden alkatrésze, pontja szintén ugyanazon irányba mozog. De vajon ez mindig így van? Most ezt a kérdést vizsgáljuk meg részletesen.

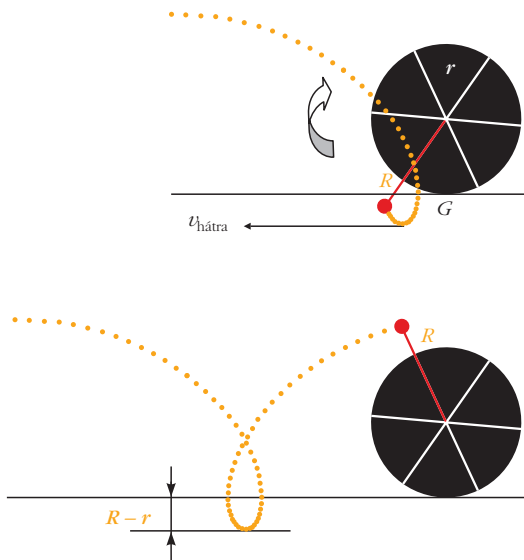
Egy vonatkerék alakját a 4. ábra mutatja [4]. A kisklás elleni biztonságot egy belső perem – szaknyelven nyomkarima (4. ábra) – szolgálja, amelynek külső pontjai a sínen guruló kerék r sugaránál (amely a ciklois szempontjából egyben a generáló kör sugara) nagyobb, R sugarú körön helyezkednek el, tehát forgáskor a sín kerékkel érintkező felületének síkja alá is kerülnek, így azok az 5. ábra szerinti burkolt ciklois mentén fognak mozogni.

Jelölje G a pillanatnyi gördülési középpontot, ahol a kerék az úttesthez ér. (Valóságban ez egy felület, hiszen a jármű súlya miatt a kerékgumi jobban, de még a vasúti kocsikereke is egy kicsit belapul.) Ezen ponthoz képest a keréktengely, a perem és sőt a kerék összes pontjának ω szögsebessége megegyezik (hiszen merev testtel van dolgunk), ezért az alábbi egyenleteket írhatjuk:

$$v_{\text{tengely}} = r\omega, \quad (1)$$

4. ábra. Vonatkerék profilja, metszeti képe és futófelületének részei.





5. ábra. Gördülő keréken kívül eső pont pályája a *hurkolt ciklois*.

valamint

$$v_{\text{hátra}} = (R - r) \omega. \quad (2)$$

Az (1) egyenletről ω -t kifejezve és a (2)-be helyettesítve megkapjuk a kerékperem legkülső pontjának sebességét, amely a legnagyobb hátrafelé mutató sebesség:

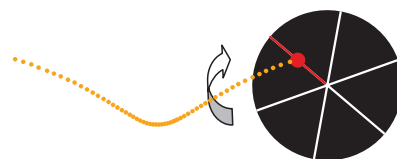
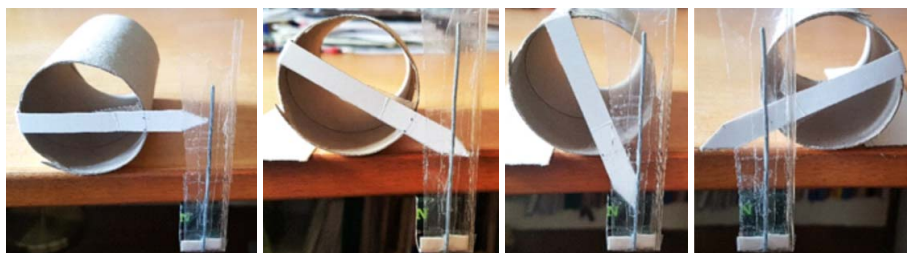
$$v_{\text{hátra, max}} = \frac{R - r}{r} v. \quad (3)$$

A teljesség kedvéért jegyezzük meg, hogy a járműkerék tengelye és gördülőköré közötti belső pontok a 6. ábra szerinti *nyújtott ciklois* mentén mozognak. Ezen pontok átlagsebességének számítása a nyújtott ciklois ívhosszának számítása miatt bonyolultabb.

A hurkolt ciklois érdekes tulajdonsága, hogy a gördülési felület alatt a hurok pontjainak (amelyekre igaz, hogy a tengelytől távolabb esnek, mint a gördülő kör r sugara) sebessége az r sugarú kör bármely belső pontjának mozgásával ellentétes irányú. Tehát a vonatkocsi kerekének azon pontjai, amelyek a gördülő kör és nyomkarika legkülső köre által alkotott körgyűrűben helyezkednek el, a sín felszíne alatti helyzetükben visszafelé mozognak. Normál körülmények között ezt nem, csak a mozgást lelassítva tudjuk megfigyelni. Viszont egyszerűen készíthetünk olyan – az arányokat a vizsgálat céljára megváltoztatott – modellt, amelyen a jelenséget jól szemléltethetjük, így a tanórán érdemes bemutatni.

A 7. ábrán látható modellben a kocsikerék egy toalett-papír kartonhengere, a nyomkarimát pedig a ráragasztott, hegyes végű papírcsík modellezi. Ezt egy asztal szélére (mint sínre) helyezve lassan guríthatjuk, és megfigyelhetjük a hegyes vég mozgását, ami az alsó hurokban jól láthatóan visszafelé mozog [5].

7. ábra. Vasúti kocsikerék nyomkarimamodelljének mozgása előre, majd hátra.



6. ábra. A kerék belső pontja *nyújtott ciklois* ír le.

c. Egy v sebességgel haladó, $m_{\text{össz}}$ tömegű, kereken guruló jármű teljes E_k mozgási energiája nem egyezik meg a csupán translációs mozgást végző, azonos $m_{\text{össz}}$ tömegű test

$$E_{\text{transz}} = \frac{1}{2} m_{\text{össz}} v^2$$

összefüggéssel számolt kinetikus energiájával, hanem annál nagyobb. Oka a kerekek *gördülése*. A homogén gördülő korongnak tekinthető kerék mozgási energiája két mozgás, a translációs és a szimmetriatengely körüli forgás energiájának összege.

Határozzuk meg a gördülő kerék forgási energiáját! Egy Θ tehetetlenségi nyomatékú, ω szögsebességgel rotáló test E_{rot} forgási energiája:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2.$$

Az $m_{\text{kerék}}$ tömegű, r sugarú, v sebességgel gördülő homogén korong tehetlenségi nyomatéka és szögsebessége:

$$\Theta = \frac{1}{2} m_{\text{kerék}} r^2 \quad \text{és} \quad \omega = \frac{v}{r},$$

így egy kerék forgási energiája

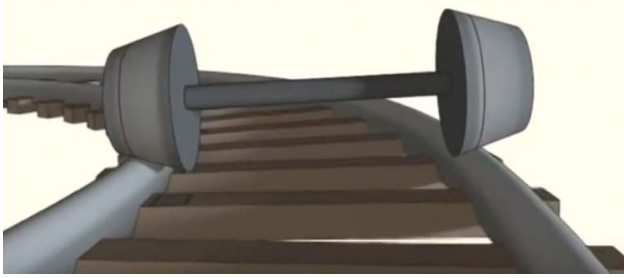
$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_{\text{kerék}} r^2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 = \frac{1}{4} m_{\text{kerék}} v^2,$$

vagyis a kerék forgásából származó kinetikus energia éppen fele a translációs mozgásából származó energiának.

Így felírhatjuk az E_k teljes kinetikus energiát, amely a jármű translációs és n darab kereké rotációs mozgásából adódik:

$$E_k = E_{\text{transz}} + n E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \left(m_{\text{össz}} + \frac{n}{2} m_{\text{kerék}} \right) v^2.$$

Így megkaptuk a cikk alcímeként felvetett probléma megoldását: egy kereken állandó sebességgel guruló jármű teljes mozgási energiája ugyanannyi, mint



8. ábra. Kanyarodó vonatkerékpár helyzete, a külső ívvel nagyobb, a belső ívvel kisebb átmérőn érintkezik a kúpos kerék.

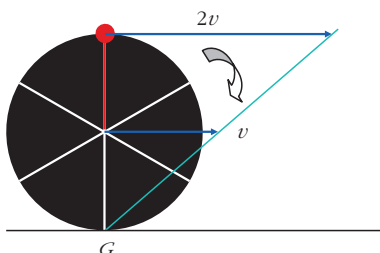
azon test mozgási energiája, amely ugyanakkora sebességgel csupán haladó mozgást végez (kerekei nem forognak), de tömege a guruló kerekek tömegének felével nagyobb a guruló jármű össztömegénél.

Vonat kanyarodása

Kanyarodáskor az autók – kardántengelyük segítségével – a külső és belső kerekek által megteendő ívhosszkülönbséget kiegyenlítik, a külső kerék többet forog, mint a belső. A vonat és a villamos sínen gördülő kerekeit azonban az összekötő tengely fixen, elfordulásmentesen rögzíti egymáshoz. Emiatt kanyarodáskor – a kerék megcsúszását megelőzendő – a külső, tehát a hosszabb íven futó kerék átmérőjét növelni, a belsőjét pedig éppen ellenkezőleg csökkenteni kell. A megoldás, hogy az egy tengelyen lévő kerékpárok profilja kifelé szűkülő, kettős csónakakúp. Kanyarodáskor a centrifugális erő miatt a kocsiszekrény a kerekekkel együtt sugárirányban kifelé mozdul, a külső kerék nagyobb, a belső pedig kisebb átmérőjű körön érintkezik a sínnel (8. ábra), így igyekeznek kiegyenlíteni ki a pályáívek hosszának különbségét.

Néhány további intézkedés arra szolgál, hogy a vonat ne hagyja el a sínpárt. Kanyarban a külső kerék nyomkarima-érintkezéssel halad, amely a sínszál belső oldalával érintkezik, így akadályozza meg, hogy a kerék és vele együtt a szerelvény ne csússzon le a sínről. A kanyarodáskor ébredő centrifugális erő hatásának csökkentése végett az ívben fekvő vágányokat *tülemeléssel* építik, azaz a külső sínszál a tülemelés értékével magasabban fekszik, mint a belső. Ugyancsak fontos a sínszálak elhelyezése is, amelyek nem függőlegesen állnak, hanem befelé dőlnek pont akkora szögben, mint a kerekek kúpszöge, így biztosítva, hogy a sínekre merőleges erő hasson (9. ábra).

10. ábra. A legmagasabb kerékpont pillanatnyi sebessége.



9. ábra. A befelé döntött sínpárra ható erők iránya.

Kerékpontok sebessége

Szerkesszük meg, illetve számítsuk ki a csúcsos cikloison mozgó pont, azaz a v sebességgel guruló kör kerületén, nevezetes helyzetekben elhelyezkedő pontok pillanatnyi sebességét.

A legmagasabb kerékpont sebessége

Jelölje G a pillanatnyi gördülési középpontot, amely megegyezik a kerék úttesttel érintkező pontjával. A keréktengely és a legmagasabb pont szögsebessége megegyezik, ezért – a $v = r\omega$ ismert összefüggés alapján – a legmagasabb pont sebessége $2r\omega$, azaz $2v$ lesz (10. ábra). A kerék legmagasabb pontjának pillanatnyi sebessége a tengely haladási sebességének kétszerese. Természetesen ugyanerre az eredményre jutunk, ha a talajhoz képest egyenletes v sebességgel mozgó keréktengelyhez viszonyítjuk a felső pont sebességét, ami ugyanabba az irányba mutat, mint a keréktengelyé és értéke ugyancsak v . Így e pont talajhoz viszonyított sebessége a két sebesség összege, azaz $2v$.

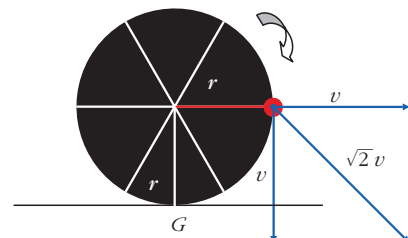
Tengelymagasságú kerékpontok sebessége

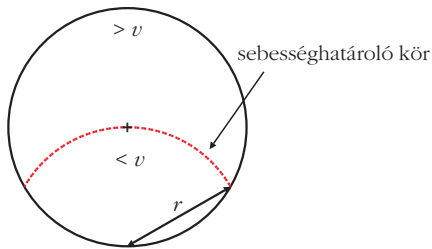
A tengelymagasságú kerékpont vízszintes irányú, translációs sebessége v , míg függőleges, rotációból eredő sebessége is v . E két vektor összege $\sqrt{2}v$, iránya pedig a vízszintessel 45° -ot zár be, a tengely mögötti pont fölfelé, az előtti lefelé mutat (11. ábra).

A haladási sebességgel megegyező sebességű pontok

Eddig csak olyan pontokról volt szó, amelyek a kerék kerületén helyezkedtek el. A haladási sebesség nagyságával megegyező pontok nem csupán kerületi pon-

11. ábra. A kerék tengelymagasságú pontjának sebessége.

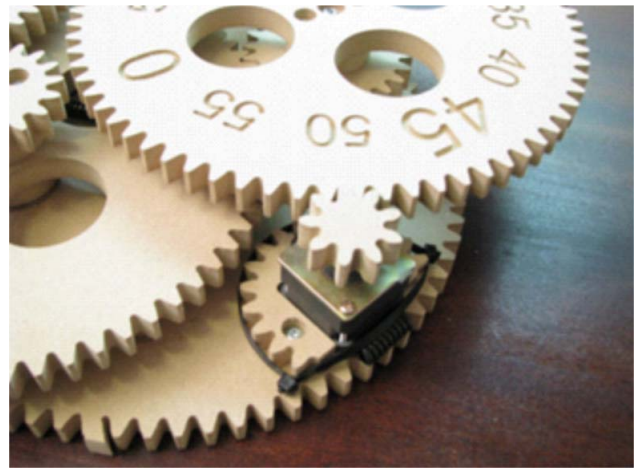
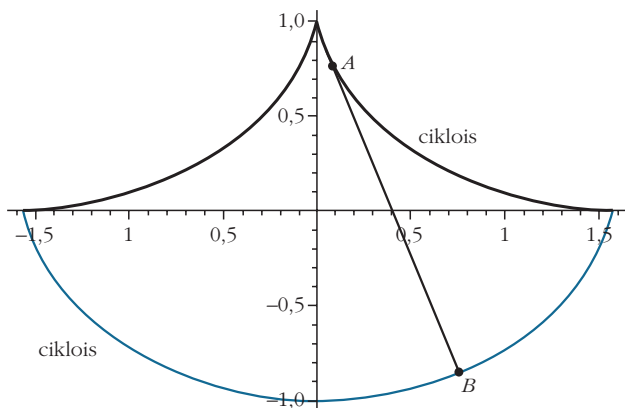
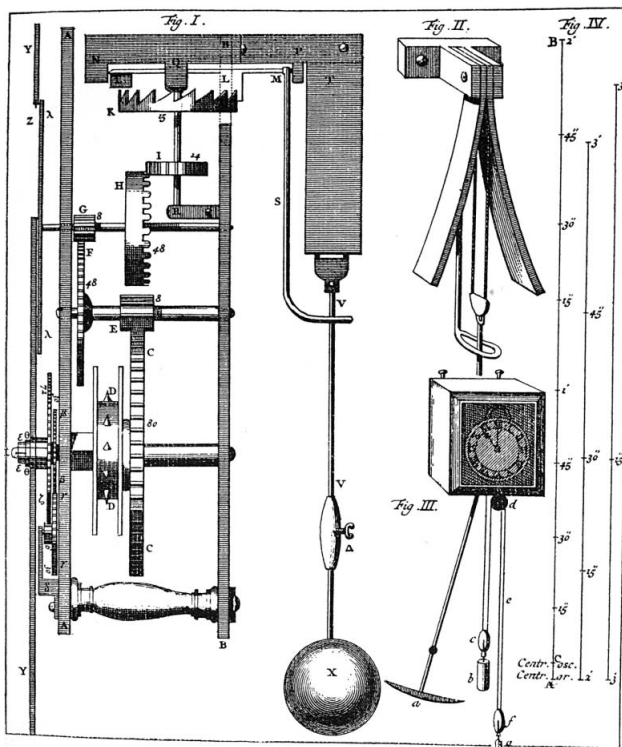




12. ábra. A haladási sebesség nagyságával megegyező sebességű kerékpontok.

tok lehetnek, hanem mindazok, amelyek a G ponttól való távolsága megegyezik a kerék r sugarával, ugyanis a kerék összes – belső és kerületi pontja – ω szögsebességgel fordul el a G ponthoz képest és csak ezekre a pontokra teljesül a $v = r\omega$ összefüggés. Ezt a helyzetet, azaz a G középpontú, r sugarú körívet mutatja a 12. ábra. Ezen körív alatti kerékpontok pillan

14. ábra. Huygens izochron ingaórája, alatta az izochron inga.



13. ábra. Ciklois fogprofilú fogaskerék-kapcsolat.

natnyi sebessége kisebb, a körív feletti kerékpontok sebessége pedig mindig nagyobb a jármű haladási sebességénél.

A ciklois alkalmazása a gyakorlatban

Fogaskerek fogazata

Bizonyos fogaskerek fogazata cikloisalakot követ. Ez azért előnyös, mert kisebb fogszámú kerek készíthetők cikloisfogazással, mint az általában elterjedt evolvens fogazással alámetszés nélkül. Így kisebb lesz a fogaskerék átmérője, emiatt kis helyen nagy áttétel valósítható meg. Kis méretük miatt főként mechanikus szerkezetű órákban használják őket. A 13. ábrán ilyen fogaskerék-kapcsolat látható, amelyben egy 9-es fogszámú kerék kapcsolódik egy 60-as fogszámú kerékkel. A cikloisfogazás további előnye, hogy a kapcsolódó kerek tengelytávolsága igen pontosan tervezhető, illetve gyártható, ellentétben az evolvens fogazásával.

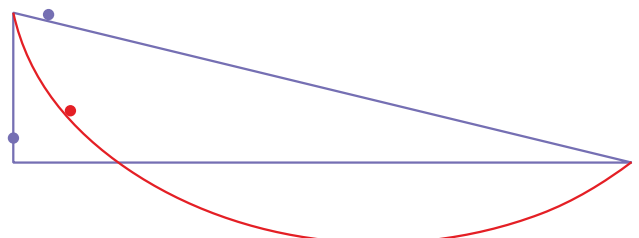
Pontos ingaóra

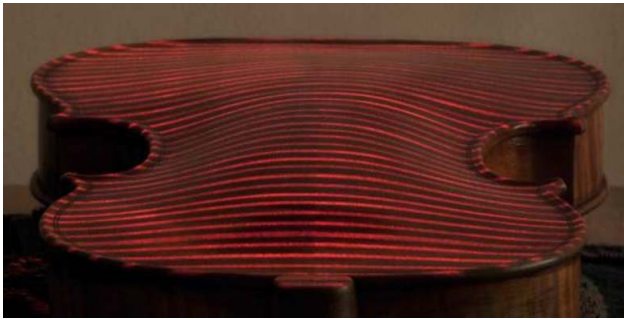
Az inga lengésideje csak kis kitérések esetén független közelítőleg a kitérés nagyságától. A valóságban a kitéréstől függ a lengéside. Huygens készített először kitérésfüggetlen lengésidejű (izochron) ingát (14. ábra).

A leggyorsabb lejtő

Két tetszőleges, de nem egy magasságban lévő pont között a legrövidebb idejű utat a ciklois alakú (15.

15. ábra. Ciklois alakú lejtőn ér le a legrövidebb idő alatt az állandó külső erő által mozgatott test.





16. ábra. Hegedű háta lézerfényrel világítva, a görbület ciklois.

ábra) lejtő biztosítja. Ez az úgynevezett brachisztocron probléma, amit *Jacob Bernoulli* (1654–1705) oldott meg.

Hegedűk formája

Az Amati, Guarneri és Stradivari hegedűk hátának külső görbülete a tökéletes hangzás elérésének érdekében nyújtott ciklois (16. ábra). Persze a hát nem állandó vastagságú, legvékonyabb és legvastagabb része között több milliméter eltérés is lehet.

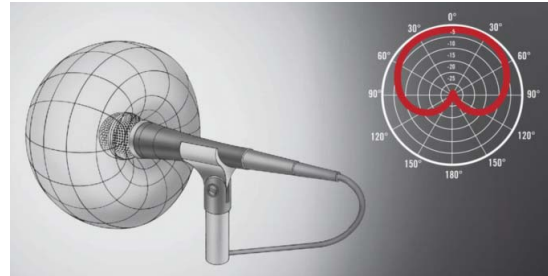
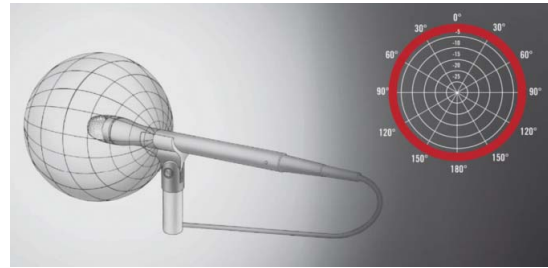
Mikrofonok formája

A gömb karakterisztikájú mikrofon nyitott, membránja mindkét oldalára hat a hangnyomás, minden irányból érzékel. Az irányított (például kardioid) karakterisztika főirányba maximális érzékenységgű, egyéb irányokba fokozatosan gyengülő érzékenységgű (17. ábra) [2].

Építészet

A texasi Fort Worth-ben található, híres ázsiai és európai művészeti gyűjteménynek és kiállításoknak otthont adó Kimbell Art Múzeum előkertjének tetőszerkezete ciklois formát követ (18. ábra).

18. ábra. Kimbell Art Múzeum (Fort Worth, Texas) előkertjének tetőszerkezete is ciklois.



17. ábra. Gömb, illetve kardioid formájú mikrofonok.

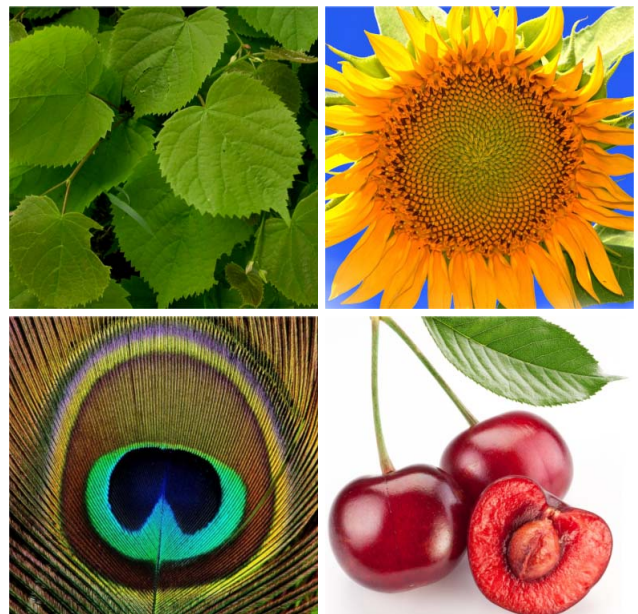
A ciklois előfordulása a természetben

A sejtek osztódásának speciális tulajdonságai miatt a természetben számtalan helyen találkozhatunk cikloisokkal. A levelek formája, napraforgó magjainak elrendeződése, meggy vagy cseresznye alakja, a „pávaszem” néven ismert mintázat a pávakakas felső farkfedőtollán (19. ábra képei) mind-mind valamilyen ciklois.

Irodalom

1. Vitkóczy Fanni: *Kalandozások a cikloisok világában – epi- és bipocikloisok*. Szakdolgozat, ELTE, 2003.
2. Gabika és a Slepp: *Görbe a kávéscsészében*. Miskolci Herman Ottó Gimnázium, 2016.
3. wikipedia.hu: *ciklois* című szócikk
4. Zobory István.: *Járműrendszerek, I. rész*. 2008, <http://www.sze.hu/~szenasy/VILLVONT/Jarmurendszerek-VJT.pdf>
5. Varga János: *Előre baladó jármű hátrafelé mozgó pontjai*. – videó, <http://fizikaiszemle.hu/extra/202105/varga.mp4>

19. ábra. Cikloisok a természetben.



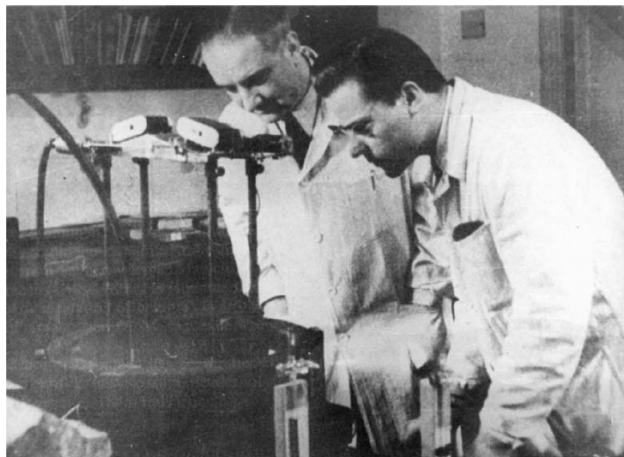
CSIKAI GYULA, 1930–2021

Életének 91. évében, 2021. április 19-én elhunyt *Csikai Gyula* a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja, az Academia Europaea tagja, a Debreceni Egyetem (DE) professor emeritusa, a jogelőd Kossuth Lajos Tudományegyetem (KLTE) egykori rektora, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat tiszteletbeli elnöke, Debrecen város Díszpolgára.

Csikai Gyula akadémikustól búcsúzik a hazai tudományos élet, az ország fizikus és fizikatanári közössége. Páratlanul gazdag életútjának, nemzetközi szinten elismert eredményeinek ismertetésével igyekeznek megrajzolni a tudós, tanár, kormányzati és közéleti szereplő portréját mások mellett a Magyar Tudományos Akadémia és a város, ahol kibontakozott tehetsége. Lehetetlenre vállalkoztak: életműve legfontosabb állomásainak, betöltött fontos pozícióinak, hazai és nemzetközi elismeréseinek pusztá felsorolása is óhatatlanul hiányos marad. Mi, debreceni tanítványai, az általa vezetett Kísérleti Fizikai Tanszék munkatársai nem ezt a felsorolást kívánjuk ismételni, esetleg egy-egy ponton kiegészíteni. Arra a sokoldalú műveltséggel rendelkező emberre emlékezünk, akitől tanultunk, aki szakmai életutunkat egyengette, sokunkat már kezdőként egyenrangú munkatársává, barátjává fogadott.

Református lelkész unokája, *Csikai Attila* emlékeztet bennünket rá (ha elfelejtettük volna), hogy nagyapja egy alföldi kis falu, Tiszaladány földes házából indulva, a Debreceni Református Kollégiumban nevelkedve jutott a világhírnévig. Tanítóképzős tanulóként az Árpád téri református templomban segédkantorkodott. Zeneszeretét később hallgatóival is megosztotta: tanszékvezető professzorként a kísérleti fizika előadásának szünetében a tanteremben klasszikus és könnyűzene szólt. Mehetett volna külföldre is, ám ő mégis itthon maradt mondván: „Itthon kell kultúrát teremteni, és ide kell hozni a külföldieket is, ne én menjek világgá!” Gyermekkori indíttatásából következik, hogy az „itthon” számára Debrecen jelentette – rövid fővárosi kitérő, miniszterhelyetteség után ide tért vissza, itt érezte magát elemében. Itt volt rá szükség.

Az atommagfizika hazai megalapozása-megteremtése *Szalay Sándor* professzor (1909–1987) nevéhez

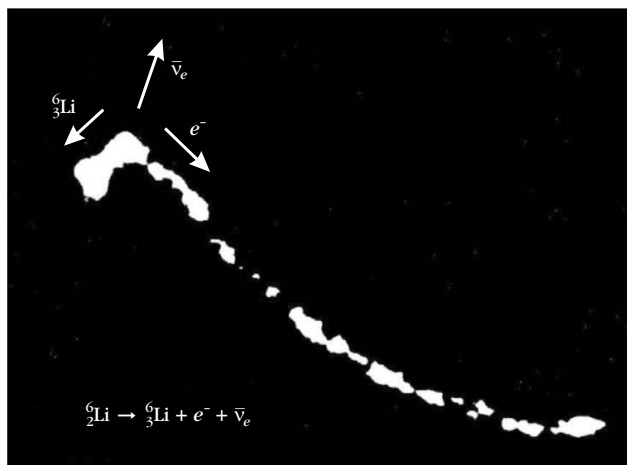


Szalay Sándor és Csikai Gyula az általuk fejlesztett ködkamránál, 1956.

fűződik, aki 1935-ben a Nobel-díjas *Ernest Rutherfordnál* tanulta ezt az új tudományt. A Tisza István Tudományegyetem Orvostudományi Fizikai Intézetében (a későbbi KLTE, a mai DE TTK Kísérleti Fizikai Tanszékén) kezdett bele e nagyon perspektivikus, de szinte minden technikai alapot nélkülöző irány kutatásába és oktatásába. Később az MTA Atommagkutató Intézet megalapításával létrehozta az egyeteméből kinőtt tudományos centrumot, amelynek építésében Csikai Gyula alapvető szerepet játszott kutatóként, csoportvezetőként, majd igazgatóhelyettesként is. Korábbi munkatársainak jelenlegi doyenje, *Angeli István* így emlékszik első találkozásukra 1954-ben, amikor Csikai Gyula friss diplomásként a tanszék alagsorában az alakulóban levő debreceni kutatóintézet munkatársaként egy automatizált expanziós ködkamra kifejlesztésén dolgozott: „Naponta módomban volt látni azt a rendkívül gondos tervezést, alapos, aprólékos munkát, amellyel az egyes fázisokat előkészítette, ellenőrizte.” Ezt a hozzáállást igyekezett tanítványainak, munkatársainak átadni a következő évtizedekben. A ködkamrával készítette Szalay Sándor kezdeményezésére azt a sok ezer felvételt, amelyek közül néhányon jól megfigyelhető volt a hélium 6-os izotópja béta-bomlásának képe, és a világon elsőként mutatta szemléletesen a bomlás során keletkező, már 1930-ban megjósolt semleges részecske, a neutrínó létezését. Az 1956-ban bemutatott és 1957-ben rangos nemzetközi folyóiratban publikált felvétel azóta számos fontos könyvbe bekerült, és meghozta a fiatal kutató számára a világhírt. A kiemelkedő jelentőségű kísérlet helyszínét az Európai Fizikai Társulat a tudománytörténeti emlékhelyei közé emelte, és a kísérlet emlékére 2013-ban emléktáblát helyezett el az Atommagkutató Intézet előkertjében.

Csikai Gyula búcsúztatását 2021. május 14-én tartották a budapesti Fiumei úti Nemzeti Sírkertben. A professzort a Magyar Tudományos Akadémia, Debrecen Megyei Jogú Város Önkormányzata, a Debreceni Egyetem, valamint a Természettudományi és Technológiai Kar saját halottjának tekinti.

Csikai Gyulát a *Fizikai Szemle* 2000. novemberi számával, a szokásos terjedelem másfélszeresével köszöntötte 70. születésnapján. A műszaki szerkesztőnél fellelhető anyag segítségével rekonsztruálva a lapot, olvasóink újból ízelítőt kaphatnak e nagy tudós fizikán is túlmutató hatásáról: <http://fizikaiszemle.hu/extra/Csikai70.pdf>



Az első sikeres felvétel a neutrínó magvisszalökő hatásáról 1956 nyarán készült, ez hozta meg Csikai Gyulának a világhírnevet.

Miután 1967 júliusától az Atomki igazgatóhelyettesi pozícióját felcserélte a Kísérleti Fizikai Tanszék egyetemi tanári székére, óriási munkabírással megújította annak oktatási struktúráját és tudományos profilját – mind a hallgatók, mind mi, munkatársai új fejlődési lehetőségekhez jutottunk. Azt lehet mondani: a Szalay-iskola Csikai osztálya jött létre a legjobb hagyományokra építve, és azokat alkotó módon továbbfejlesztve mind az oktatásban, mind a tudományban és annak széleskörű (nemcsak magfizikai vonatkozású) alkalmazásaiban.

Mit is köszönhetett az egyetem új professzorának? Rövid távon az oktatás átszervezését, megújítását, az önálló magfizikai kutatás alapjainak megeremelését. Hosszú távon pedig a fiatalokkal fokozatosan kiegészített oktatói és kutatói közösség egymást segítő családjának kialakítását. Ennek a több évtizedes munkának főbb állomásaiból néhányat szubjektíven kiragadvá állítunk emléket Csikai Gyulának.

Az oktatás a tanszékvezetőnek szívügye kell legyen, hiszen a tanárképzés és a kutatók felkészítése a társadalom számára létkérdés. Az új professzor arra buzdította munkatársait: tegyék élvezetessé az előadásokat kísérletek bemutatásával, készítsenek új jegyzeteket, írjanak tankönyvet, újítsák meg a kísérletezés módszerét. Így született meg a Dede–Demény–Isza dinamikai felépítés a mechanika oktatásában, a demonstrációs laboratóriumi gyakorlat az előadásokon bemutatott kísérletek egyéni reprodukálására, a mérések modernizálása a laboratóriumi gyakorlatokon, a neutron- és reaktorfizika, a modern optika, a számítógépek alkalmazása a mérés technikában és automatizálásban és más témájú előadások. A számítástechnika oktatási alkalmazásaiban támogatta munkatársai elképzeléseit. A hallgatók műhelygyakorlatok keretében ismerkedtek a kísérleti eszközök előállításának és javításának alapjaival. Maga is sokat foglalkozott az általa tartott alapozó kísérleti fizika tematikai fejlesztésével, modern eszközökkel történő bemutatásokkal. Ezt vitték tovább munkatársai, akik a kurzust folytatták. A tudományos diákköri dolgozatok, diplomamunkák és tanári szakdolgozatok kísérletes

formáira bátorította az oktatókat. Mindezek eredményeként sok elhivatott tanár, kutató és alkalmazó fizikus emlékezik vissza örömmel az itt eltöltött évekre. Elismert kutatók, egyetemi oktatók, fontos ipari és energetikai létesítmények vezetői (például Paks) végeztek nálunk. A régi épület már szűknek bizonyult ehhez a széles tevékenységi körhöz: új épület építésével lehetett csak megoldani a feladatokat.

Alapelve a tudományban a kísérleti megközelítés volt, ami sokoldalú eszközfejlesztést igényelt. A hagyománynak megfelelően számos berendezést, gyakran meglehetősen bonyolult készülékeket magunk építettünk, de befolyását latba vetve jelentős, értékes műszerek beszerzését is biztosította. Vezetésével a tanszék kemény fizikai és szellemi munkát fektetett a neutronfizikai kutatási infrastruktúra kialakításába, fejlesztésébe. A korábbi légmentes pincében felépítettük a „Házi Neutrongenerátort”, amely egy 200 ezer volt feszültséggel működő részecskegyorsító volt. Mindezt és a későbbi fejlesztéseket lehetetlen lett volna véghezvinni komoly műhelykapacitás nélkül: esztergályos-marós, finommechanikai, elektromos, elektronikus, üvegtechnikai és vákuumtechnikai csapatok segítettek az oktatást-kutatást egy-egy munkatárs segítségével és mérnökök közreműködésével. Az itt dolgozó technikusok, szakmunkások egyúttal a jövő szakembereinek képzésében is részt vettek, akik közül kerültek majd ki a következő generációk mesterei.

A tudomány irányait nyomon követve és kollégái javaslatait figyelembe véve támogatta a tanszék kutatási horizontját. A fúziós energiatermelés magfizikai alapjaira is sok neutronfizikai mérést végeztünk korábban. Szükség volt és van azonban az évtizedek óta megoldatlan műszaki-technikai kérdések vizsgálatára, például a neutronok roncsoló hatásainak kutatására. Erre a célra teljesen új laboratórium épült korszerű alapozási technológiával. Bár a „Nagyáramú neutrongenerátor” végül nem váltotta be teljesen a hozzá fűzött reményeket (világszerte sem), de kiváló adottságú radioaktív laboratóriumnaként helyszínévé vált a Paksi Atomerőmű (és külföld) számára évtizedek óta végzett biztonság-ellenőrző, biztonság-növelő technikák fejlesztésének.

A részecskefizika irányába történő nyitás a tanszék ma is élő fontos kutatás-fejlesztési témáját és nemzetközi kapcsolatainak kitágítását jelenti. Az oktatásban ez a terület hangsúlyosan megjelent és a Fizika Tudományok Doktori Iskolájának 5. programja lett.

A Szalay-iskola fontos jellemzőjeként az alap kutatás eredményei nemcsak a tudományban jelennek meg, hanem az alkalmazott kísérleti technika a mindennapi élet széles területeire is hatással kell legyen. Csikai Gyula ezt a szemléletet bennünk is kialakította, erősítette. Nem kell szégyellni: a műszaki kihívások mellett anyagilag is kedvező tevékenység ez mind a résztvevők, mind az egyetem és tanszék, mind pedig az adózás miatt a közösség számára. (Mindezt az oktatók soha nem létező hivatalos munkaidején túl végezve!) Felsorolni is nehéz, mi minden

külső kutatás-fejlesztési terület jelent meg a tanszéken: aszfaltutak minőség-ellenőrzése neutronfizikai eljárással, kopóréteg minősítése, öntödei kokillák falvastagságának mérése, atomerőművek primerkörü folyamatainak nyomon követése a biztonság ellenőrzése szempontjából (1985 óta folyamatosan Pakson, néhány esetben külföldön is), oktatási eszközök fejlesztése, gördülőcsapágyak felületi minőségének elektronikus minősítése.

Az oktatási és kutatási tevékenység során mindenkinek meg kell vívnia a maga harcát a saját feladataiból, az adott helyen nélkülözhetetlen tevékenységből eredő feltételek megteremtéséért. A professzornak kari-egyetemi-városi-minisztériumi-akadémiai szinten – hiszen ezért kapja a vezetői pótlékot. A munkatársaknak pedig a saját területükön és érdekérvényesítési szintjükön kell a közös célokért harcolniuk: intézeti és kari-egyetemi bizottságokban, szakmai és egyetemközi szervezetekben. És természetesen a saját főnökükkel szemben is, ha arra van szükség. A professzornak szintén meg kell hoznia a beosztottaknak néha nem kellemes döntéseit is. Ez a kettősség arra készítetett mindnyájunkat, hogy megálljuk a helyünket a vitákban egymás között és a vezetővel szemben is. Csikai Gyulának ugyanis nemcsak tudományos kérdésekben volt gyors észjárása, „másként gondolkodása”, hanem széles műveltsége révén az élet minden területén. Ez rákényszerített mindannyiunkat arra, hogy a szakmai kérdéseken túlmutató vitákban is gondolkozzunk gyorsan és eredményesen, érveljünk logikusan, készüljünk fel, harcoljunk elveinkért. Többször voltunk olyan helyzetben, amikor kari-egyetemi tanácsban vagy bizottságokban egy KisFizes szólásra jelentkezett valami félrefutott vitát helyrehozandó, akkor a levezető elnökök égre emelték tekintetüket: „Jaj, már megint a Csikai-legények logikáját kellene túlélünk!”

Az oktatás és kutatás természetes kapcsolatokat eredményez az emberek között: csoportok jönnek létre, majd átszerveződnek – mindig a változó feladatoknak megfelelően. Így egymást segítő, természetes emberi közösségek alakulnak ki, de közöttük is mindig volt átjárás vagy átcsoportosítás, tanszéki keretből kiválás, a feladathoz igazodva. Ezek nem mindig voltak konfliktusmentesek, de megtanultuk kezelni – és közben tisztelni a pillanatnyi ellenfelet. Igen: voltak vitáink egymással és Gyuszival is, veszekedés, ajtócsapkodás – ez is jelzi a tanszéken kialakult, kollegiálisnál tartalmasabb kapcsolatot, hangulatot. Meg a közös ünneplések, kirándulások, fehér asztal melletti nótázások... Humora a mindennapi eseményekben és a fizikai jelenségekkel kapcsolatban egyaránt megmutatkozott.

A diákokkal kialakított kapcsolata nem nélkülözötte a szakmai és erkölcsi szigorot. Ugyanakkor minden előremutató kezdeményezésüket támogatta, ami a tanulás, munka, értelmes szórakozás kereteibe belefért. Oktatott és nevelt.

Tudta: közeli és távoli kapcsolatok nélkül, tartalmas együttműködések hiányában a bezárkózás ve-



A professzor úr 2005 nyarán.

szélei fenyegetnek. Kapcsolatunk korábbi munkahelyével, az Atomkival természetes volt. Keletre, nyugatra, északra és délre egyaránt figyelni kell. Nagyon kiterjedt együttműködést valósíthattunk meg több szinten: kitekintés, tanulás (az itthon megszerzett tudásra alapozva), közös kutatás-fejlesztés, élő kapcsolat nemzetközi szervezetekkel, a fejlődő országok kutatóinak felkészítése önálló munkára Debrecenben és hazájukban. A bécsi székhelyű Nemzetközi Atomenergia Ügynökség (IAEA) központi szerepet kapott ebben. Így juthattunk legálisan embargós eszközökhöz, amelyek a csúcstechnológiát képviselik már a 70-es években: hordozható neutrongenerátor, sokcsatornás amplitúdóanalizátor, számítógépes mérő-kiértékelő rendszerek, nagy felbontású gamma-spektrométerek.

A debreceni fizikát egységében tekintette mindig. A társtanszékek munkáját, fejlődését is szíven viselte neves külső előadók meghívásával, témaváltás támogatásával.

Nemzetközi elismertségét arra is felhasználta, hogy világhírű tudósok látogassanak el hazánkba, Debrecenbe. Így fogadhattuk tanszékünkön a Nobel-díjas orosz fizikust, *Ilja Mihajlovics Frankot*. Sokat tett azért, hogy az emblemikus magyar fizikusok hazalátogassanak, városunkat-egyetemünket jelenlétükkel megtiszteljék: *Wigner Jenő*, *Bay Zoltán* (KLTE díszdoktora, 1990). *Teller Edével* (díszdoktor, 1996) különösen szoros kapcsolatot ápolt, aminek közös szakmai vonatkozása is volt (atomfűtőmű).

Szólni kell az egyetemen betöltött, különböző szintű vezetői tevékenységéről is: dékán, rektor (és helyettesi) funkciók. Nekünk nehéz megítélni ezt a tevé-

kenységét széles távlatokból vagy a szűk érdekek sérülése mentén. Egyet merünk állítani: hozzáállása a „jó gazda szemléletéből” fakadt mindig: megőrizve továbbfejleszteni. Az elődök eredményeinek tisztelete nélkül nincs tartalmas jövő. Ez vonatkozik az Egyetem téri csodálatos épületre, az ugyancsak történelmi Bem téri Campus intézeteire és az általuk megtestesített szellemre. Ennek érdekében nem riadt vissza népszerűtlen intézkedésektől sem. Nem sodródott, mindig alkotni akart.

Végül, de nagyon nem utolsósorban álljanak itt az Egyetemünkön, városunkon túlmutató, a magyar fizika fejlődéséért vállalt tisztségei, feladatai is.

1973-ban a Magyar Tudományos Akadémia levelező, majd 1985-ben rendes tagjává választották. Bekeült a Sugárvédelmi, Környezetfizikai és Reaktorfizikai Bizottságba. 1970–1980 között a Tudományos Minősítő Bizottság tagja volt.

Az MTA Magfizikai Bizottságának és a Debreceni Területi Bizottságnak is tagja lett, utóbbinak 1990–1992-ben alelnöke volt. 1990–1993 között a Matematikai és Fizikai Tudományok Osztályának elnökhelyet-

tese, majd a két tudományterület külön osztályba sorolása után 1999-ig a Fizikai Tudományok Osztálya elnökhelyettese volt.

1987-ben rövid ideig a Művelődésügyi Minisztérium miniszterhelyettesi posztját töltötte be.

1991-ben a londoni székhelyű Academia Europaea is felvette tagjai sorába.

1976 és 1980 között az Eötvös Loránd Fizikai Társulat főtitkáraként, majd 1986-ig elnökeként segítette a fizikusok és fizikatanárok közösségének életét. 1987-ben a Társulat tiszteletbeli elnökévé választották. Élete végéig együtt élt a Társulattal, annak havi folyóiratát, a *Fizikai Szemlét* – amely különszámmal ünnepelte 70. születésnapját és amelyet több írásával is megörvendeztetett – érdeklődve olvasta, elismerő visszajelzéseivel bátorította-lelkésítette a készítőket.

Kedves Gyuszi!

A Teremtő nagy kegyelme, hogy megélhettük Velled ezt a csodálatos időszakot, annak vidám és szomorú történéseivel. Amilyen maga az Élet!

Nyugodj békében!

Raics Péter, Nagy Sándor

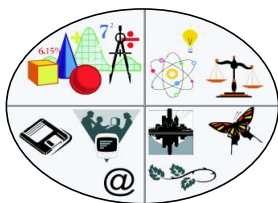
MAGYAR SIKEREK A 2021. ÉVI ICYS VERSENYEN

Szépen szerepeltek a magyar diákok a 2021. április 23. és 26. között, Szerbiában, belgrádi szervezéssel megtartott „ICYS 2021 Online” elnevezésű tanulmányi versenyen. Az International Conference of Young Scientists (Ifjú Kutatók Nemzetközi Konferenciája) verseny történetében ez a 27. volt az első, amelyre online szervezésben került sor (a tavalyi versenyt a váratlanul megjelenő pandémia miatt törölték).

A matematikából, fizikából, informatikából, környezet- és élettudományból meghirdetett, angol nyelven folyó versenyen 7 szekcióban 23 országból szerveződött 138 középiskolás diák előadásában 114 prezentáció hangzott el, és a tanulók 105 posztert mutattak be. Teljesítményüket nemzetközi zsűri minősítette, és éremmel valamint oklevéllel jutalmazták őket.

Az „ICYS 2021 Online” rendezvényen a prezentációk internetes platformon zajlottak, amelyeken csak a diákok és a szekcióként 7 tagú zsűri volt jelen. Az élőben zajló megnyitó és a díjkiosztó, záró ünnepségre a versenyre regisztrált minden résztvevő, diákok és tanárok egyaránt bekapcsolódhattak.

A hazai, szintén online válogató konferenciára jelentkezett diákok pályamunkájukkal iskolájukban, illetve különböző kutatóhelyeken készültek. Az ott kiválasztott öt tagú magyar csapat angol nyelvű prezentációi, azok kivonatai és a poszterek *Rajkoviits Zsuzsanna* (ELTE



Az aranyérmes Somogyi Boglárka.

Anyagfizikai Tanszék ny. egyetemi docense, az ICYS nemzetközi szervezőbizottságának tiszteletbeli elnöke, az ICYS egyik alapítója) és *Kirchkeszner Csaba* (ELTE Kémiai Intézet PhD-hallgatója, a nemzetközi zsűri tagja) segítségével tartott, többszörös online foglalkozások keretében öltöttek olyan formát, amelyekkel diákjaink

a nemzetközi versenyen olyan sikeresen szerepeltek, hogy idén négy díjat szereztek.

A fizika szekcióban *Somogyi Boglárka*, a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium 12. osztályos tanulója aranyérmet, míg *Simon Tamás*, a Budapesti Német Iskola 11. osztályos diákja bronzérmet nyert.

Szabari Zalán, a székesfehérvári Lánzos Kornél Gimnázium 12. osztályos tanulója a környezettudomány szekció ezüstérmét érdemelte ki.

Az élettudomány szekcióban indult *Kovács Emiliát*, a kisvárdai Bessenyei György Gimnázium és Kollégium 10. osztályos diákját különdíjjal jutalmazták.

Ezúton mondunk köszönetet az Emberi Erőforrások Minisztériuma részvételünket folyamatosan lehetővé tevő a támogatásáért.

MAGYAR TUDÓSOK ÉS MŰVÉSZEK SZÜLŐHÁZA

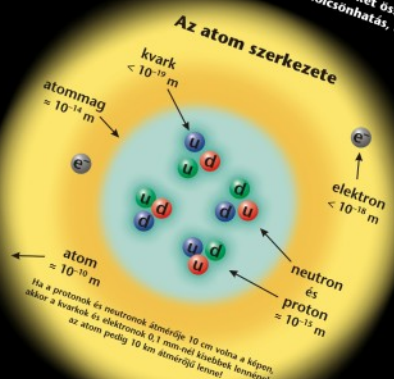
- akik Nyugaton alakították a 20. század történelmét és kultúráját

Z ELEMELI RÉSZECSKÉK ÉS ALAPVETŐ KÖLCSÖNHATÁSOK

Standard Modellje

Az elemi részecskékre és alapvető kölcsönhatásokra vonatkozó jelenlegi legpontosabb ismereteinket összegzi a Standard modell, amely az erős és egyesített elektromágneses kölcsönhatások elmélete. A gravitáció, jóllehet alapvető kölcsönhatás, nem része a Standard modellnek.

leptonok (spin = 1/2)	jel/iz	tömeg GeV/c²	elektromos töltés
elektron	e	< 10⁻⁸	0
muon	μ	0,000511	-1
tauon	τ	< 0,0002	0
neutrínó	ν	0,106	-1
...		< 0,02	0
...		1,7771	-1



Bozonok – a kölcsönhatások közvetítői, spinjük: 0, 1, 2...

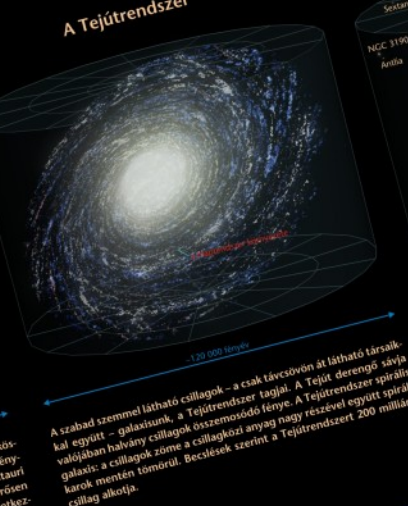
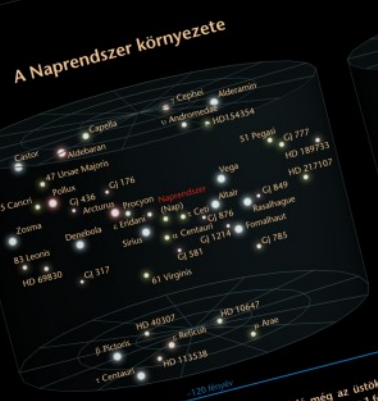
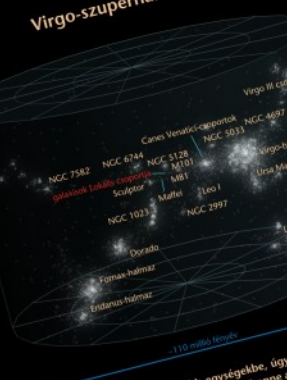
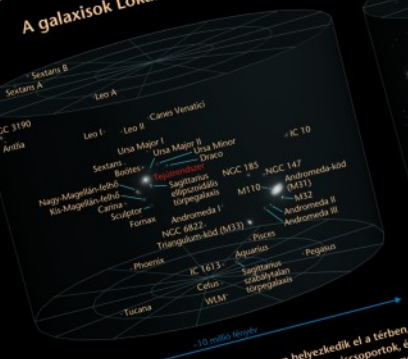
erős – a kölcsönhatások közvetítői, spinjük: 0, 1, 2...	jel/név	tömeg GeV/c²	elektromos töltés
gluon	g	0	0

elektromágneses kölcsönhatások közvetítői, spinjük: 0, 1, 2...	jel/név	tömeg GeV/c²	elektromos töltés
photon	γ	0	0
W boson	W	80,4	±1
Z boson	Z	91,2	0

A kölcsönhatások tulajdonságai

kölcsönhatás	alapvető	erős	gyenge
gravitáció	x		
elektromágneses	x		
erős		x	
gyenge			x

HELYÜNK A VILÁGEGYETEMEN



A galaxisok túlnyomó többsége nem elszórtan helyezkedik el a térben, hanem csoportosulva. Néhány tucat tagból állnak a galaxiscsoportok, és több száz vagy akár ezer tagja is van a galaxis-halmazoknak. A Tejútrendszer a Lokális csoporthoz tartozik körülbelül 60 ismert galaxisal együtt. E csoport meghatározó tagjai a Tejútrendszeron kívül az Andromeda-kód (M31) és a Triangulum-kód (M33) – mindhárom spirálgalaxis. Mellékletti számos szabálytalan és ellipszoidális törpegalaxis alkotja a Lokális csoportot.

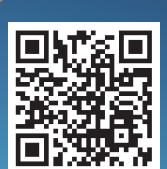
A galaxis-halmazok még nagyobb egységekbe, úgynevezett szuperhalmazokba szerveződnek. A Lokális csoport (binnen a Tejútrendszerrel) a Virgo-szuperhalmaz részét alkotja.

A Naprendszer nem ér véget a Kuiper-övezet, kifelé még az üstökösöket tartalmazó Oort-felhő található, amelynek átmérője az 1 fényévet is meghaladja. A Naphoz legközelebbi csillag, a Proxima Centauri csillag, amelynek távolsága a Naptól körülbelül 4,2 fényévre van tőlünk. A csillagok nem egyforma erősen sugároznak, ezért egy csillag látszó fényességéből nem lehet következtetni a távolságára. A csillag látszó fényességét (luminositása) a felszíni hőmérsékletétől és az átmérőjétől függ. Az égbolt legfényesebb csillaga, a Sirius 8,6 fényévre van tőlünk, jó néhány csillag ennél közelebbi. A legfényesebb csillagokra egyedi távolságneveket, a hálványabbakra a csillagfajlatásokban kapott sorszámmal hivatkozunk.

energia-háztartása

- a légkör által elnyelt 77 W/m^2
- a felszín által visszavert 23 W/m^2
- infravörös kisugárzás $239,7 \text{ W/m}^2$
- a légkör által kibocsátott 170 W/m^2
- a légkör által elnyelt 358 W/m^2
- felhők által kibocsátott 30 W/m^2
- légköri ablak 40 W/m^2

POSZTEREINKET KERESD A FIZIKAISZEMLE.HU MELLÉKLETEK MENÜPONTJÁBAN!



A poszterek szabadon letölthetőek, kinyomtathatók és oktatási célra, nonprofit felhasználhatók. Kereskedelmi forgalomba nem hozhatók, változtatás csak a Fizikai Szemle engedélyével lehetséges. A kirakott poszterekről fényképet kérünk a szerkesztok@fizikaiszemle.hu címre.