AZ ŰRSZEMÉT ÉGI MECHANIKÁJA – 2. RÉSZ

A kisebb vagy a nagyobb űrszemét zuhan-e le előbb? Földre hulló, el nem égő vasgolyók dinamikájának modellezése

Horváth Gábor,[1] Slíz-Balogh Judit,[2] Horváth Dániel,[1] Szabó Róbert[1]
[1]ELTE Biológiai Fizika Tanszék
[2]ELTE Csillagászati Tanszék

Kétrészes cikkünk első felében az űrszemét keletkezését, jellemzőit, sorsát és mennyiségének időbeli fejlődését foglaltuk össze. E második részben a légkörben el nem égő, gömb alakú űrszemétrészecskék (vasgolyók) Földre hullásának dinamikáját vizsgáljuk számítógépes modellezéssel a légellenállás figyelembevételével. Meghatározzuk egy el nem párolgó vasgolyó becsapódási idejét, sebességét és irányát a mérete, indítási magassága, kezdőiránya és -sebessége függvényében.

A Föld körül keringő űrtárgyak előbb vagy utóbb a légkörbe lépve, a légellenállás miatt folyamatosan süllyedve köröznek és egy idő után a Földnek ütköznek. Gyakorlati szempontból fontos lenne ismerni a Föld légkörébe visszatérő és a Földre zuhanó űrszemét tömegét, összetételét, alakját, sebességét, mozgásirányát és becsapódási idejét. Mivel mindezek mérése rendkívül nehéz, ezért a témában érdekeltek gyakran számítógépes szimulációhoz fordulnak. Azon egyszerűnek tűnő kérdésre kerestük a választ, hogy a nagyobb vagy a kisebb űrtárgyak esnek-e le előbb? Nem magától értetődő a válasz, mert mozgásuk sok tényezőtől függ. E kérdés eldöntése céljából számítógéppel modelleztük különböző méretű vasgolyók Földre hullásának dinamikáját a légellenállás figyelembevételével [1]. Meghatároztuk az űrbéli kibocsátásuktól a Földbe ütközésükig eltelt becsapódási idejüket, a becsapódási sebességüket és a függőlegestől mért becsapódási irányukat a sugaruk, kezdőmagasságuk, -irányuk és -sebességük függvényében. Eredményeink a kozmikus por el nem égő/párolgó gömb alakú szemcséi [6] földi atmoszférabeli viselkedésének leírására is alkalmazhatók. Habár számos különböző analitikus és számítógépes modell is ismert a műholdak és az űrszemétdarabok mozgásának légellenállást elhanyagoló, illetve figyelembe vevő leírására (például [4, 7–10]), modellezésünk eredményei és videoklipjei könnyen érthetően és szemléletesen válaszolják meg az említett kérdést.

Hálásak vagyunk *Slíz Miklósnak* (szoftverfejlesztő, Graphisoft) a számítógépes szimulációban nyújtott segítségéért.

Számítógépes modellezés

Légsűrűség a magasság függvényében

A gravitációs gyorsulás térbeli változásától és a légkör geometriájától függően, a $\rho_{\text{lég}}$ légsűrűség a Föld felszíne fölötti h magasság függvényében a következő:

– állandó gravitációs gyorsulás esetén, síkpárhuzamos légkörben:

$$\rho_1(h) = \rho_0 \, e^{-\frac{M \gamma m_F}{R T r_F^2} h}, \tag{1}$$

Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, egyetemi tanár, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.

Horváth Dániel szabadúszó autodidakta informatikus.

Slíz-Balogh Judit a BME-n végzett matematikus-mérnökként, majd menedzserként dolgozott a Graphisoft SE szoftverfejlesztő cégnél. Azután az ELTE-n szerzett csillagász diplomát, ahol 2020 őszén fog doktorálni a Fizika Doktori Iskola Részecskefizika és Csillagászat programjában. Fő kutatási területe az égi mechanika, azon belül a Naprendszer Lagrange-pontjainak kaotikus dinamikája és képalkotó polarimetriája.

Szabó Róbert az ELTE hatodéves fizika-történelem szakos hallgatója. Több cikke jelent meg a *Fizikai Szemle* és a *Természet Világa* folyóiratokban. I. díjat nyert a 2019. évi OTDK Humántudományi Szekciójában, illetve ugyanekkor II. díjat a Tanulás- és Tanításmódszertani – Tudástechnológiai Szekcióban. Természettudományos kutatási területe a fizika és történelem összekapcsolása a tanítás-szakmódszertanban.

– változó gravitációs gyorsulás esetén, síkpárhuzamos légkörben:

$$\rho_2(h) = \rho_0\, e^{-\frac{M\gamma m_F}{RT}\left(\frac{1}{r_F}-\frac{1}{r_F+h}\right)}, \tag{2}$$

– változó gravitációs gyorsulás esetén, gömbszimmetrikus légkörben:

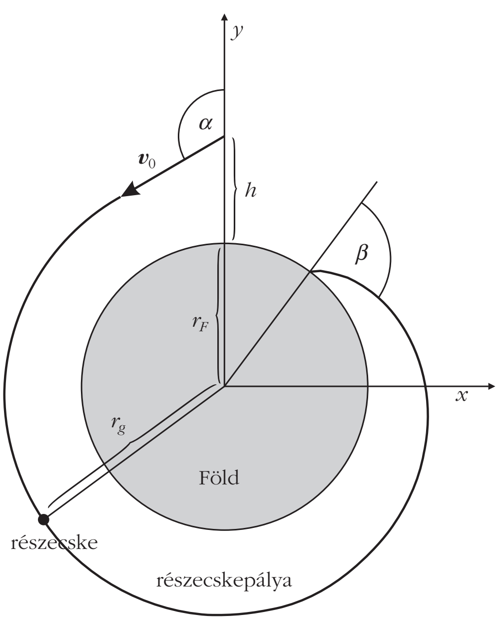
$$\rho_3(h) = \rho_0 \left(\frac{r_F}{r_F+h}\right)^2 e^{-\frac{M\gamma m_F}{RT}\left(\frac{1}{r_F}-\frac{1}{r_F+h}\right)}, \tag{3}$$

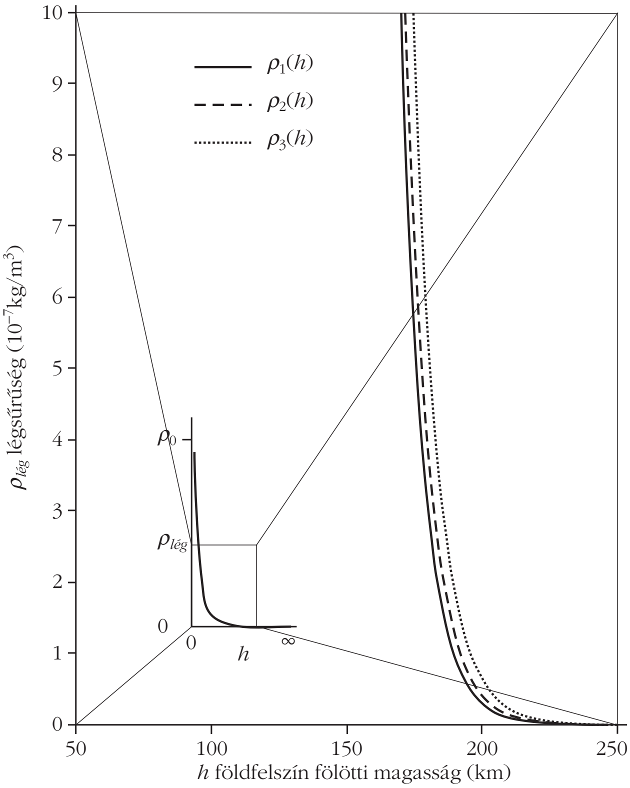
ahol $\rho_0 = 1{,}23$ kg/m^3 a levegő sűrűsége a Föld felszínén normál körülmények között (léghőmérséklet: T = 300 K, légnyomás: p = 1 bar), $r_F = 6{,}371\cdot10^6$ m a Föld átlagsugara, $M = 29\cdot10^{-3}$ kg a levegő moláris tömege, $\gamma = 6{,}67408\cdot10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2} az univerzális gravitációs állandó, $m_F = 5{,}972\cdot10^{24}$ kg a Föld tömege, R = 8,314 J/K/mol az egyetemes gázállandó. A *8. ábra* az (1), (2) és (3) alapján számított $\rho_{lég}(h)$ légsűrűséget mutatja a h magasság függvényében. Mivel az (1), (2) és (3) szerint egy adott h-ra számított légsűrűségek csak jelentéktelen mértékben különböznek egymástól, ezért számítógépes modellünkben a legegyszerűbb (1) formulát használtuk.

Vasgolyók mozgásegyenlete a Föld légkörében

Számítógépes modellünkben az űrszemét részecskéit r sugarú, $\rho_{vas} = 7{,}9\cdot10^3$ kg/m^3 sűrűségű vasgolyóknak tekintettük. Csak gömb alakú részecskéket modelleztünk, mert areodinamikai szempontból e forma a legegyszerűbb. Egy bukdácsoló űrszemétdarab a sűrűbb légrétegekbe süllyedve a légellenállás miatt fölhevül és kisebb darabok szakadhatnak le róla. A levált darabok véletlenszerű irányváltozásai miatt lehetetlen előre jelezni alakjuk és forgásuk időbeli változását. Ezáltal tehát a pontos mozgáspálya, becsapódási hely és idő sem számítható. Nem vizsgáltuk a modellvasgolyók légkörbeli elégését, elpárolgását. Ehelyett azt feltételeztük, hogy a Föld körül mozgó, majd lezuhanó vasgolyók r sugara végig állandó. Az űrszemét égése/párolgása nagyon összetett kémiai, termo- és areodinamikai folyamat, ami függ az űrszemét alakjától, kémiai minőségétől, valamint a légkör térben változó összetételétől és sűrűségétől is [4].

9. ábra. Az (x, y) kétdimenziós számítógépes modellünk geometriája, amiben egy vasgolyót $\boldsymbol{v}_0$ kezdősebesség-vektorral indítottunk a Föld felszíne fölött h magasságból, a helyi függőlegestől mért α irányszögben. A részecske a függőlegessel β szöget bezárva csapódik a Földbe. Az ábrán r_F a Föld sugarát, r_g a vasgolyó Föld középpontjától mért távolságát jelöli.





8. ábra. A $\rho_{lég}$ légsűrűség a Föld felszíne fölötti h magasság függvényében, ahol a $\rho_1(h)$, $\rho_2(h)$ és $\rho_3(h)$ függvényeket az (1), (2) és (3) kifejezések írják le. A kis betétábrán a $\rho_{lég}(h)$ függvény látható, aminek csak a jelentősebben változó részét nagyítottuk fel a nagy ábrán.

A Föld felszíne fölötti h = 50, 100, 150, 400, 1000 és 36 000 km magasságokból induló vasgolyók zuhanó mozgását szimuláltuk, ugyanis e magasságokon kering az űrszemét zöme: az ember által irányított űrmissziók főként az alacsony Föld-pályákon (LEO), azaz 400 km magasság alatt vannak, miközben a Földmegfigyelő műholdak 800 és 1500 km magasságok között működnek, amely régió fölött, h = 35786 km magasságban húzódik a geostacionárius pálya.

Az űrszemétrészek $\boldsymbol{v}_0$ kezdősebesség-vektora helyi függőlegestől mért α irányszögének (*9. ábra*) egyik lehetséges csoportját a majdnem vízszintes irányok ($\alpha \approx 90°$) képezik. Ez például akkor fordulhat elő, amikor két, közel egyforma irányban mozgó űrtárgy egymás útját keresztezi és a gyorsabb ütközik a lassabbal.

A $\boldsymbol{v}_0$ kezdősebesség-vektor irányának egy másik lehetséges esete, amikor a kezdeti α irányszög 0° és 360° között egyenletesen oszlik el. Ez például egy műhold robbanásakor következhet be, vagy amikor két ellentétes irányban mozgó űrtárgy egymás útját keresztezve összeütközik. Mindkét esemény a szélrózsa minden irányában számos űrszemétdarab szétrepülését eredményezi.

A *9. ábra* szerinti (x, y) kétdimenziós koordinátarendszerben tekintsünk egy $\boldsymbol{v}_0$ kezdősebesség-vektorral, α irányszöggel, a Föld felszíne fölött h magasságból induló vasgolyót, aminek helyzeti energiája

$$U = -\frac{\gamma\, m\, m_F}{r_g}, \tag{4}$$

ahol r_g a vasgolyó távolsága az m_F tömegű Föld középpontjától és

$$m = \frac{4\pi \rho_{vas} r^3}{3} \tag{5}$$

az r sugarú vasgolyó tömege. A golyóra ható légellenállási erő nagysága

$$S = \frac{A\, c\, \rho_{lég}\, v^2}{2}, \tag{6}$$

ahol $\rho_{lég}$ a már említett légsűrűség, v a golyó sebessége, $c = 0{,}4$ a gömb közegellenállási tényezője és

$$A = \pi\, r^2 \tag{7}$$

a golyó homlokfelülete. A golyó $\boldsymbol{r}_g(t) = [x(t),\ y(t)]$ helyvektorának mozgásegyenlete a földi gravitációs mezőben és légkörben

$$m \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}_g}{\mathrm{d}t^2} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{S}, \tag{8}$$

ahol

$$\boldsymbol{G} = -\frac{\gamma\, m\, m_F}{r_g^2} \frac{\boldsymbol{r}_g}{r_g} \tag{9}$$

a golyóra ható gravitációs erő és

$$\boldsymbol{S} = -\frac{0{,}4\pi\, r^2 v^2}{2} \rho_0\, e^{-\frac{M\gamma\, m_F}{R\,T\, r_F^2} h} \frac{\boldsymbol{v}}{v} \tag{10}$$

a rá ható légellenállási erő a Föld felszíne fölött

$$h = r_g - r_F \tag{11}$$

magasságban. A (8), (9), (10) és (11) egyenletekből adódik a vasgolyó mozgásegyenlete:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}_g}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\gamma\, m_F}{r_g^3} \boldsymbol{r}_g - \frac{0{,}15\, \rho_0}{\rho_{vas}\, r} e^{-\frac{M\gamma\, m_F (r_g - r_F)}{R\,T\, r_F^2}} v\boldsymbol{v}. \tag{12}$$

(12)-ből a vasgolyó $x(t)$ és $y(t)$ koordinátáira a *9. ábra* koordináta-rendszerében a következő differenciálegyenletek adódnak:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\gamma\, m_F}{r_g(t)^3} x(t) - \frac{0{,}15\, \rho_0}{\rho_{vas}\, r} e^{-\frac{M\gamma\, m_F [r_g(t) - r_F]}{R\,T\, r_F^2}} v(t)\, v_x(t),$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\gamma\, m_F}{r_g(t)^3} y(t) - \frac{0{,}15\, \rho_0}{\rho_{vas}\, r} e^{-\frac{M\gamma\, m_F [r_g(t) - r_F]}{R\,T\, r_F^2}} v(t)\, v_y(t), \tag{13}$$

$$r_g(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2},$$

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2},$$

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t},$$

$$v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t},$$

ahol $\gamma = 6{,}67408 \cdot 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}, $m_F = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg, $r_F = 6{,}371 \cdot 10^6$ m, $\rho_0 = 1{,}23$ kg/m^3, $\rho_{vas} = 7{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3, $M = 29 \cdot 10^{-3}$ kg, $R = 8{,}314$ J/K/mol, $T = 300$ K. A (13) mozgásegyenleteket numerikusan oldottuk meg Runge–Kutta–Fehlberg-integrátorral [11], amiben a lépésközt az $\varepsilon = 10^{-16}$ pontosság, vagyis az egységnyi lépésre elfogadható hibaérték szabályozta. Egy előzetes szimulációnkban figyelembe vettük a Föld geoid (nem gömb alakú) alakját is, ám azt találtuk, hogy vasgolyóink becsapódási idejére e geoidnak csak elhanyagolható (0,01%) hatása van. Ezért a továbbiakban a Földet gömb alakúnak tekintettük.

Feltételezésünk szerint a vizsgált homogén, tömör vasgolyók kezdetben nem forogtak, így rájuk csak a földi gravitációs erő és a légellenállási erő hat, mindkettő támadási pontja átmegy a golyók tömegközéppontján, ami megegyezik a gömbök geometriai középpontjával. Következésképpen, a vasgolyókra nem hat eredő forgatónyomaték, miáltal nem jönnek forgásba. Ha nem forognak, akkor az aerodinamikai Magnus-erő sem lép föl rajtuk. Ezáltal mozgásuk megegyezik egy tömegpontéval, amire az említett két erő hat.

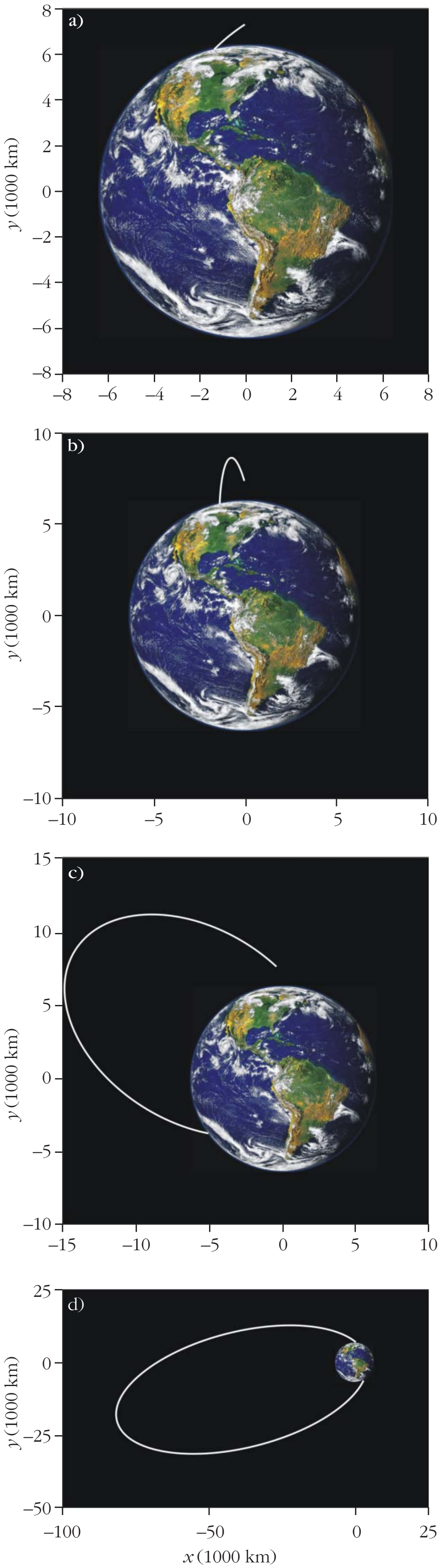
Eredmények

A *10. ábra* a Föld felszíne fölött $h = 1000$ km magasról, különböző v_0 kezdősebességgel és α irányszöggel induló, $r = 1$ cm sugarú vasgolyók pályáit mutatja. A Föld légkörén kívül (gyakorlatilag 300 km-nél magasabban) e pályák elliptikusak (mert v_0 kisebb a $h = 1000$ km magasság 10,446 km/s szökési sebességénél), de ballisztikussá válnak, miután a golyók belépnek a sűrűbb légrétegekbe. Az indítás és a Földbe csapódás között eltelt t időtartamot a továbbiakban becsapódási időnek nevezzük, ami érthetően rövidebb (7,2, illetve 27,4 perc) vagy hosszabb (135,4, illetve 1540,8 perc), ha a vasgolyó pályája rövidebb (*10.a* és *10.b ábra*) vagy hosszabb (*10.c* és *10.d ábra*).

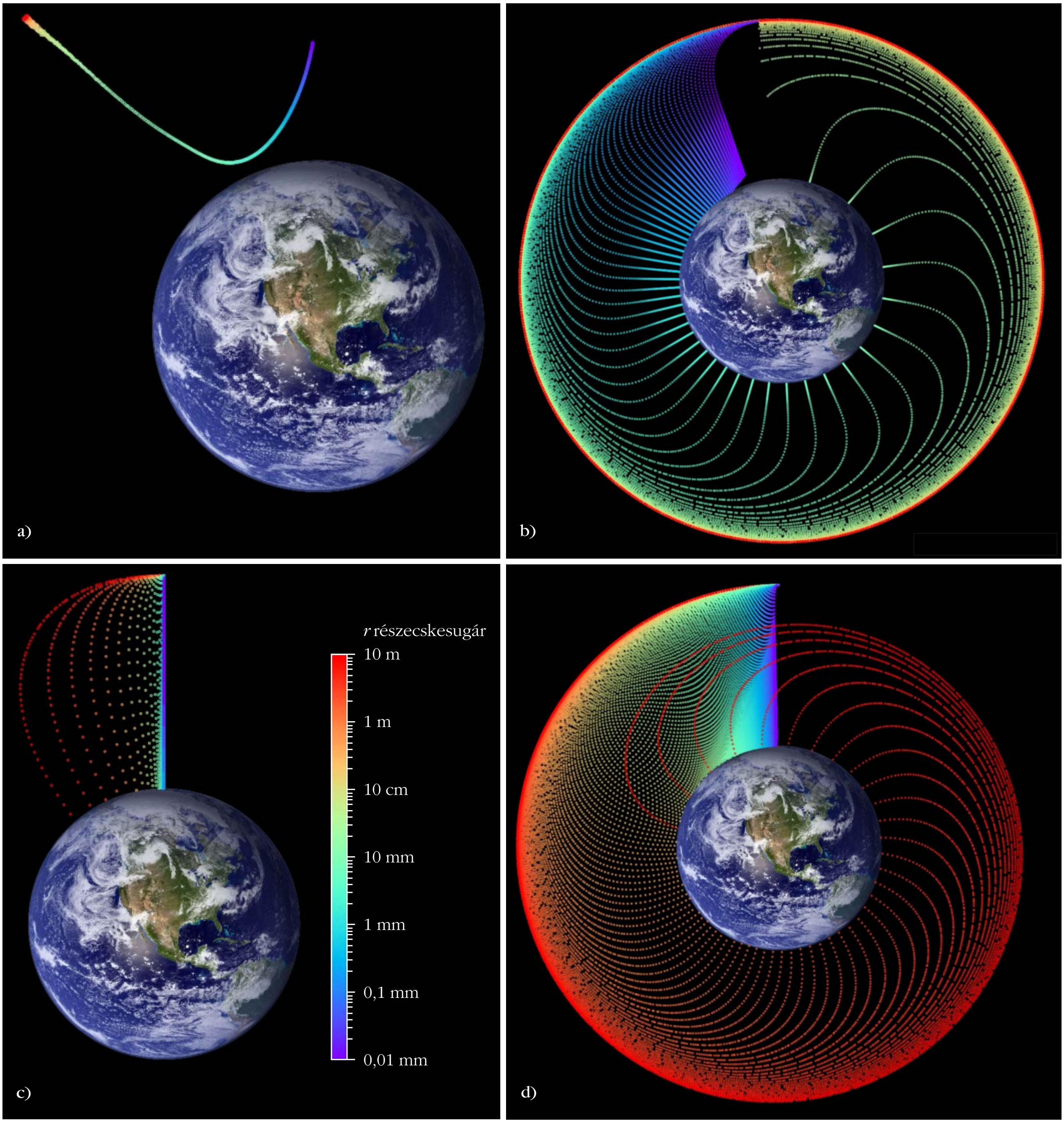
A *11.a ábra* vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,847 km/s kezdősebességgel, h = 100 km magasan lévő azonos pontból indított 1000, különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 10 perc 22 másodperccel. Annak érdekében, hogy a Föld átmérőjéhez képest a földfelszín fölötti vékony rétegben lejátszódó mozgásokat jobban láthatóvá tegyük, e réteg vastagságát ábrázoláskor a 100-szorosára nagyítottuk (természetesen a számításainkban nem). Habár mind az 1000 vasgolyó azonos pontból indult, egymáshoz képesti helyük jelentősen megváltozott a méretfüggő légellenállás miatt. A mozgáspályák e méret szerinti elkülönülése következtében a vasgolyók eltérő helyének sorozata kezdetben egy parabolaszerű láncot formál (*11.a ábra*). E lánc legalsó része zöldes, mely színárnyalat az 5 mm < r < 50 mm sugarakat kódolja. Tehát az ilyen méretű vasgolyók esnek először a Földre (lásd az *1. videoklipet,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/1).

A *11.b ábra* vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,817 km/s kezdősebességgel, h = 150 km magasan lévő azonos pontból indított 100, különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 1 h 28 perc 24 másodperccel, amikor a Föld felszíne fölötti régiót 66-szorosára nagyítottuk. A különböző méretű vasgolyók – méretfüggő légellenállás miatt eltérő – pályái jól kivehetők, amelyek mindegyike látszólag majdnem merőlegesen ($\beta \approx$ 0° becsapódási szöggel) éri el a Föld felszínét. E virtuális meredek becsapódást azonban csak a Föld fölötti tartomány 66-szoros nagyítása okozza, valójában ennél jóval laposabb, mert a β becsapódási szög erősen függ a vasgolyók r sugarától és alig függ a h indítási magasságtól (lásd később: *13. ábra*). A *11.b ábrán* elsőként az 5 mm < r < 50 mm sugarú (zöld) vasgolyók csapódnak a Földbe, majd az egyre kisebbek (kék-lila), illetve egyre nagyobbak (narancssárga-piros), végül a legnagyobb, r = 10 m sugarú (vörös) golyó (*2. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/2).

A *11.c ábra* vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,877 km/s kezdősebességgel, h = 50 km magasan lévő azonos pontból indított 20 különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 36 perc 8 másodperccel, amikor a Föld felszíne fölötti régiót 200-szorosára nagyítottuk. Ebben az esetben először az 50 mm < r < 100 mm sugarú (zöld-citromsárga) vasgolyók zuhannak a Földre, majd az egyre nagyobbak (narancs-piros), illetve az egyre kisebbek (lila-kék), végül a legkisebb, r = 0,01 mm-es (lila) golyó (*3. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/3).



10. ábra. Egy 1 cm sugarú, a Föld felszíne fölött h = 1000 km magasról indított, $7{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3 sűrűségű vasgolyó néhány jellemző pályája különböző v_0 kezdősebességek és a helyi függőlegestől mért α irányszögek esetén. Kezdeti feltételek: a) v_0 = 6,87 km/s, α = 122,6°, b) v_0 = 4,1 km/s, α = 16,38°, c) v_0 = 8,18 km/s, α = 45°, d) v_0 = 9,95 km/s, α = 54,4°. Az indítástól a földbecsapódásig eltelt idő: a) 7,2 perc, b) 27,4 perc, c) 135,4 perc és d) 1540,8 perc.



11. ábra. a) Vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,847 km/s kezdősebességgel, a Föld felszíne fölött h = 100 km magasságban indított 1000 különböző r sugarú vasgolyó helyei az indításuk után 10 perc 22 másodperccel (hozzá tartozik az *1. videoklip,* ami indításuk után 2 óra 18 perc 14 másodpercig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld felszíne fölötti régiót ($h \geq 0$) 100-szorosára nagyítottuk a jobb láthatóság kedvéért.

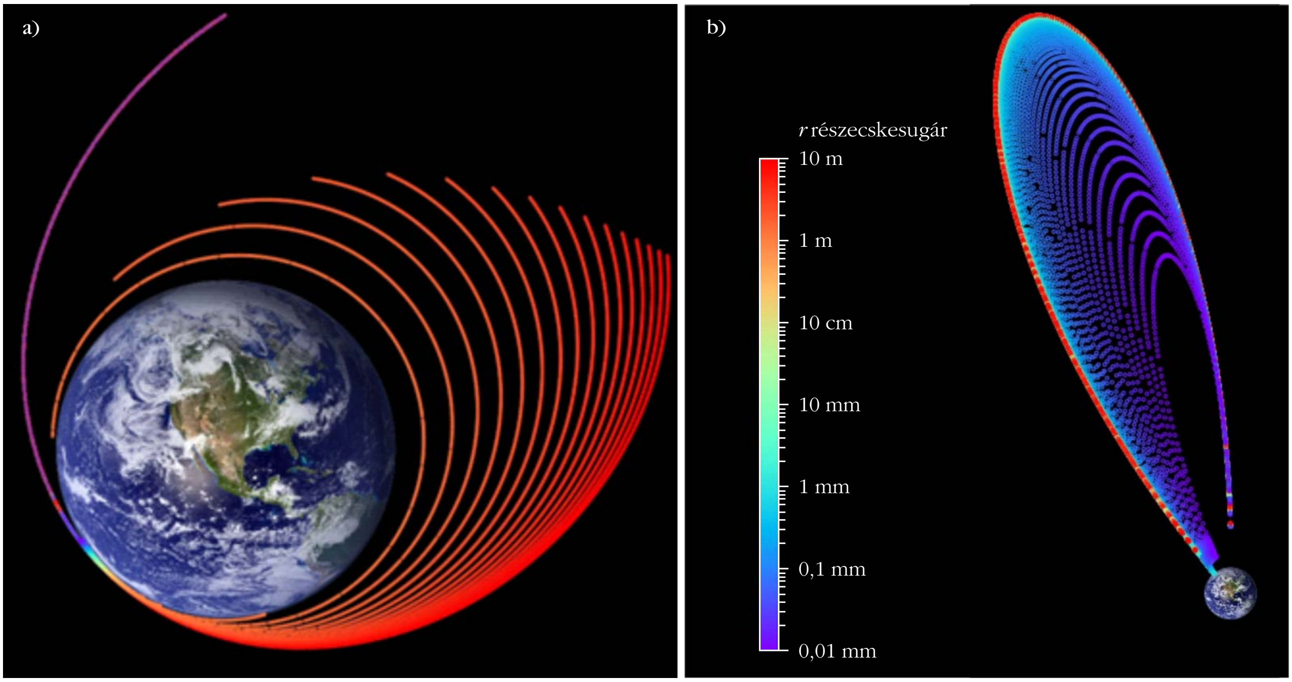
b) Vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,817 km/s kezdősebességgel, h = 150 km magasságból indított 100 eltérő r sugarú vasgolyó pályája 1 óra 28 perc 24 másodperccel az indításukat követően (hozzá tartozik a *2. videoklip,* ami indításuk után 6 óra 19 perc 18 másodpercig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld fölötti régiót 66-szorosára nagyítottuk.

c) Vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,877 km/s kezdősebességgel, h = 50 km magasságból indított 20 különböző r sugarú vasgolyó pályái az indításuk után 36 perc 8 másodperccel (hozzá tartozik a *3. videoklip,* ami indításuk után 2 óra 10 perc 27 másodpercig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld fölötti tartományt 200-szorosára nagyítottuk.

d) Vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,847 km/s kezdősebességgel, h = 100 km magasságból indított 100 eltérő r sugarú vasgolyó pályái az indításuk után 1 óra 48 perc 8 másodperccel (hozzá tartozik a *4. videoklip,* ami indításuk után 2 óra 18 perc 14 másodpercig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld fölötti tartományt 100-szorosára nagyítottuk.

A különböző r sugarakat az ábrán és vele egyezően a videóklipeken eltérő színekkel kódoltuk a lila legkisebbtől (0,01 mm) a piros legnagyobbig (10 m).

A *11.d ábra* vízszintesen (α = 90°), v_0 = 7,847 km/s kezdősebességgel, h = 100 km magasan lévő azonos pontból indított 100, különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 1 óra 48 perc 8 másodperccel,



12. ábra. a) A függőlegestől α = 122,6° szögben, v_0 = 4,57 km/s kezdősebességgel, a Föld fölött h = 10000 km magasból indított 100 különböző r sugarú vasgolyó pályája az indítás után 2 óra 24 perc 8 másodperccel (hozzá tartozik az *5. videoklip,* ami indításuk után 6 óra 44 perc 38 másodpercig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld fölötti régió ($h \geq 0$) méretarányos.

b) A függőlegestől α = 45° szögben, v_0 = 5,65 km/s kezdősebességgel, a Föld fölött h = 100 km magasból indított 100 eltérő r sugarú vasgolyó pályája az indításukat követően 36 perc 8 másodperccel (hozzá tartozik a *6. videoklip,* ami indításuk után 2 óra 31 perc 29 másodperig követi a golyók útját, a videó a részábrára kattintva indul). A Föld fölötti régiót 100-szorosára nagyítottuk.

A különböző r sugarakat az ábrán és vele egyezően a videóklipeken eltérő színekkel kódoltuk a lila legkisebbtől (0,01 mm) a piros legnagyobbig (10 m).

amikor a Föld felszíne fölötti régiót 100-szorosára nagyítottuk. Ekkor először az 5 mm < r < 50 mm sugarú (zöld) vasgolyók zuhannak a Földre, majd az egyre kisebbek (zöld-kék-lila), illetve az egyre nagyobbak (citromsárga-narancssárga-piros), végül a legnagyobb (r = 10 m, piros) és a legkisebb (r = 0,01 m, lila) golyó (*4. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/4).

A *12.a ábra* az α = 122,6° irányszöggel, v_0 = 4,57 km/s kezdősebességgel, h = 10000 km magasan lévő azonos pontból indított 100, különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 2 óra 24 perc 8 másodperccel, amikor a Föld felszíne fölötti régió méretarányos. A golyók mozgáspályái ellipszisek, amelyek Földtől legtávolabbi pontjának (apogeumának) iránya nem fordul el. A légkörön kívül a különböző méretű golyók együtt mozognak. Amikor azonban a légkörbe lépnek, először az 1 mm < r < 800 mm sugarú (zöld-citromsárga) golyók esnek a Földre, azután az egyre kisebbek (kék-lila), végül a legnagyobb (r = 10 m, piros) golyó (*5. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/5).

A *12.b ábra* az α = 45° irányszöggel, v_0 = 5,65 km/s kezdősebességgel, h = 10000 km magasan lévő azonos pontból indított 100, különböző r sugarú vasgolyó helyét mutatja az indításuk után 36 perc 8 másodperccel, amikor a Föld felszíne fölötti régiót 100-szorosára nagyítottuk. Az α = 45° kezdőszög következtében a pályák elnyúlt ellipszisek, amelyek a Föld felszínén végződnek. Ekkor először az 1 m < r < 10 m sugarú (piros) golyók zuhannak a Földre, majd az egyre kisebbek (lila-kék), végül a legkisebb (r = 0,01 mm, lila) golyó (*6. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/6).

A *13.a ábra* a vízszintesen (α = 90°),

$$v_0(h) = \sqrt{\frac{\gamma\, m_F}{r_F + h}}$$

körpályasebességgel (*1. táblázat*), h magasságból indított vasgolyók t becsapódási idejét mutatja az r sugaruk függvényében. Az először a Földbe csapódó golyó r^* sugara 1 mm-ről 500 mm-ig nő, amint h 150 km-ről 10 km-re csökken. Az r sugár r^*-hoz képesti fokozatos növekedése vagy csökkenése a t becsapódási idő fokozatos növekedését eredményezi. Ha $h \geq 100$ km, akkor a legnagyobb golyók fognak a Földbe csapódni

1. táblázat

A körpályán történő keringés $v_0(h) = (\gamma m_F/[r_F + h])^{1/2}$ sebessége a Föld felszíne fölötti h magasság függvényében

h (km)	v_0 (km/s)	h (km)	v_0 (km/s)	h (km)	v_0 (km/s)
10	7,902	60	7,871	110	7,841
20	7,896	70	7,865	120	7,835
30	7,890	80	7,859	130	7,829
40	7,883	90	7,853	140	7,823
50	7,877	100	7,847	150	7,817

legutoljára (*11.b ábra, 2. videoklip*). Ha h = 100 km, akkor legutoljára a legnagyobb (r = 10 m, piros) és a legkisebb (r = 0,01 mm, lila) golyó egyszerre ütközik a Földdel (*11.c ábra, 3. videoklip*). Amennyiben h < 100 km, akkor a legkisebb golyók esnek le legutoljára (*11.d ábra, 4. videoklip*).

A *13.b ábra* a vízszintesen (α = 90°),

$$v_0(h) = \sqrt{\frac{\gamma\, m_F}{r_F + h}}$$

körpályasebességgel (*1. táblázat*), h magasságból indított vasgolyók v becsapódási sebességét mutatja az r sugaruk függvényében. Adott r sugárnál v csak csekély mértékben függ h-tól. h növekedésével v nő, különösen a nagyobb vasgolyók esetén.

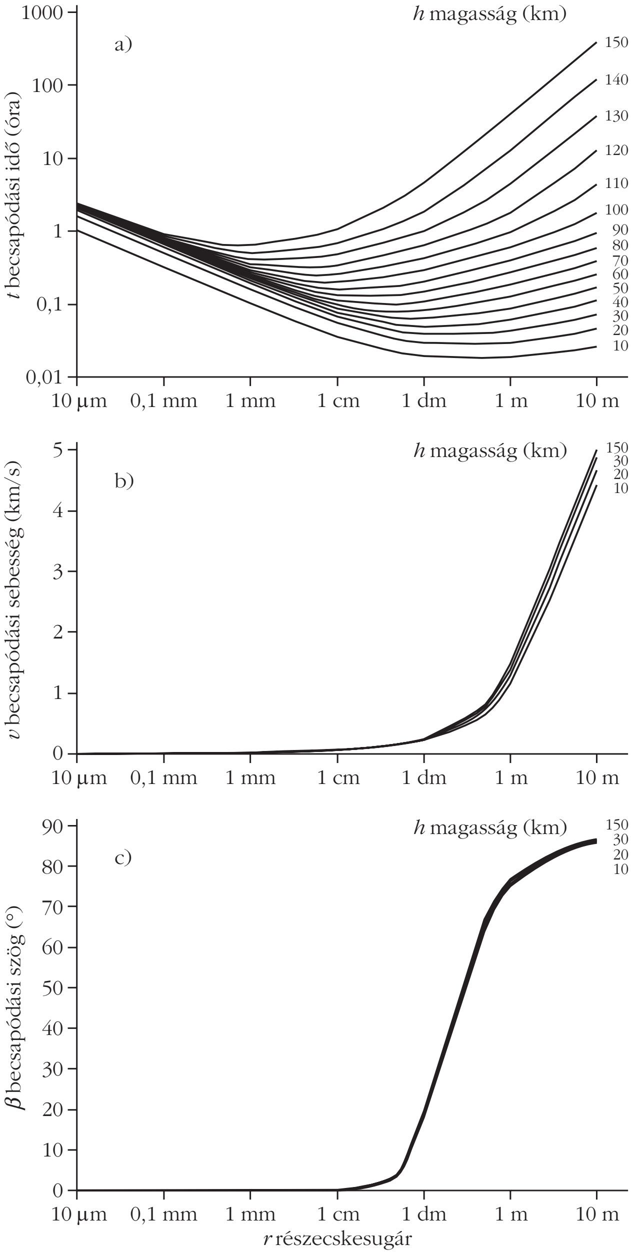
A *13.c ábra* a vízszintesen (α = 90°),

$$v_0(h) = \sqrt{\frac{\gamma\, m_F}{r_F + h}}$$

körpályasebességgel (*1. táblázat*), h magasságból indított vasgolyók függőlegestől mért β becsapódási szögét mutatja az r sugaruk függvényében. β gyakorlatilag független h-tól, és 0°-ról 85°-ra nő, miközben r 0,01 mm-ről 10 m-re növekszik. Az r < 10 mm sugarú vasgolyók gyakorlatilag függőlegesen ($\beta \approx 0°$) zuhannak a Földre.

A *14. ábra* egy h = 1000 km magasságban felrobbant űrszemét vasgolyókkal modellezett részecskéinek pályáit mutatja a robbanás után 1 óra 12 perc 8 másodperccel, amikor a Föld felszíne fölötti régió méretarányos. Minden golyó v_0 = 7 km/s kezdősebességű volt, sebességvektoruk irányszöge α = 0° és α = 360° között egyenletesen oszlott el $\Delta\alpha$ = 12° lépésközzel (*7. videoklip,* http://fizikaiszemle.hu/extra/Horvath2006/7). A légkörön kívül minden golyó azonos ellipszispályán mozog, mert csak a Föld gravitációja hat rájuk. Miután beléptek a légkörbe, a különböző sugarú golyók eltérő ballisztikus pályát követnek a méretfüggő légellenállás okán.

A *15. ábra* a Föld fölött h = 100, 400, 1000 és 36000 km magasságban felrobbant űrszemét vasgolyókkal modellezett részecskéi becsapódási idejének térképeit mutatja. Ha egy golyó $\boldsymbol{v}_0(v_0, \alpha)$ kezdősebesség-vektora a v_0–α térképen feketével jelölt területre esik, akkor a golyó 50 napon belül a Föld felszínére hull.



13. ábra. Vízszintesen (α = 90°), v_0 körpályasebességgel (*1. táblázat*), a Föld fölött különböző h magasságból kilőtt vasgolyók indítástól mért t becsapódási ideje (a), v becsapódási sebessége (b) és a helyi függőlegestől mért β becsapódási szöge (c) az r sugaruk függvényében.

A *2. táblázat* a Föld felszíne fölött h = 100, 400, 1000 és 36 000 km magasságban felrobbant űrtárgy r = 0,01 és 10 m sugarú, vasgolyókkal modellezett részeinek átlagos $\langle t\rangle$ becsapódási idejét tartalmazza, amikor a golyók kezdősebessége v_0 = 0-tól 23 km/s-ig változik Δv_0 = 0,23 km/s lépésközzel, míg a helyi függőlegestől mért α irányszöge α = 0°-tól 360°-ig $\Delta\alpha$ = 3,6° lépésközzel. Egy adott h magasságról általában a kisebb, r = 0,01 mm sugarú golyók esnek később a Földre ($\langle t\rangle$ = 317, 313, 314, 546 perc), mint az r = 10 m-es nagyobbak ($\langle t\rangle$ = 135, 157, 143, 401 perc). Ugyanakkor, adott

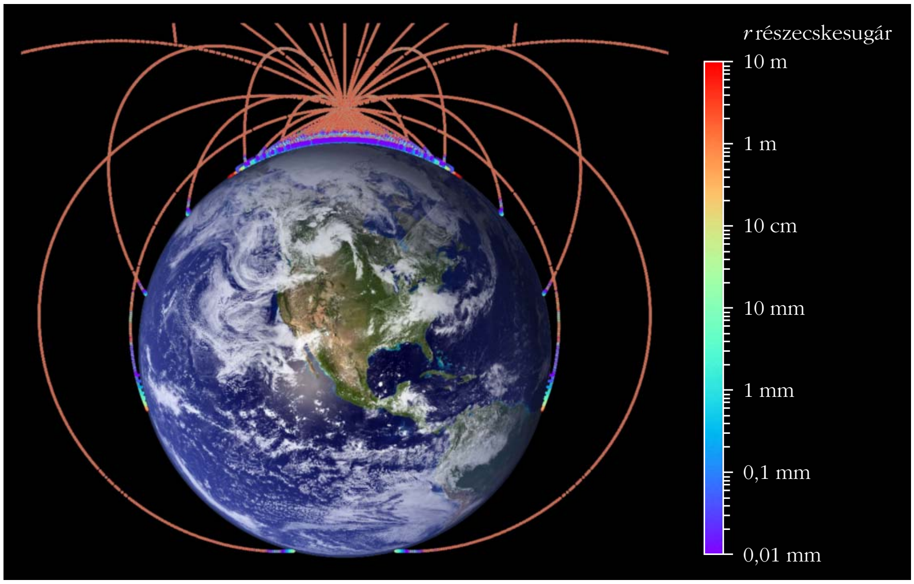
2. táblázat

A Föld felszíne fölött h magasságban felrobbant űrtárgy r sugarú vasgolyókkal modellezett részeinek átlagos $\langle t\rangle$ (perc) becsapódási ideje

r	h			
	100 km	400 km	1000 km	36 000 km
0,01 mm	316,8 perc	313,3 perc	314,4 perc	545,6 perc
10 m	134,5 perc	156,5 perc	143,0 perc	401,2 perc

A vasgolyók sűrűsége 7,9·10³ kg/m³, $\boldsymbol{v}_0(v_0, \alpha)$ kezdősebesség-vektorának nagysága v_0 = 0-tól 23 km/s-ig változik Δv_0 = 0,23 km/s lépésközzel, míg a helyi függőlegestől mért α irányszöge α = 0°-tól 360°-ig $\Delta\alpha$ = 3,6° lépésközzel.

sugár mellett az átlagos becsapódási idők gyakorlatilag azonosak (313–317 vagy 135–157 perc) h = 100, 400 és 1000 km esetén, míg $\langle t \rangle$ = (546 vagy 401 perc) sokkal nagyobb a h = 36 000 km magasságról történő leeséskor.



14. ábra. A Föld fölött h = 1000 km magasságban történt robbanáskor szétrepülő 30 (különböző α irányszögű) × 11 (különböző r sugarú) = 330 darab vasgolyó pályája 1 óra 12 perc 8 másodperccel a robbanás után (hozzá tartozik a *7. videoklip,* ami a robbanás után 1 óra 54 perc 20 másodpercig követi a golyók útját, a videó az ábrára kattintva indul). A vasgolyók kezdősebessége v_0 = 7 km/s, kezdősebesség-vektoruk irányszöge pedig α = 0° és 360° között változik $\Delta\alpha$ = 12° lépésközzel. A Föld fölötti régió ($h \geq 0$) méretarányos.

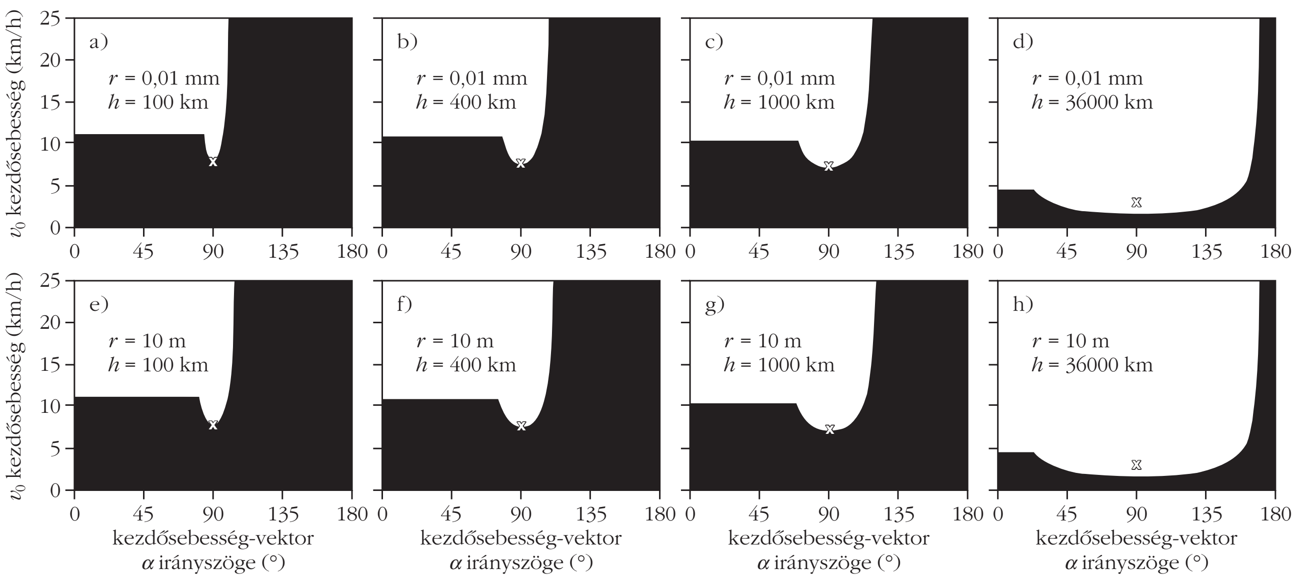
A különböző r sugarakat az ábrán és vele egyezően a videóklipeken eltérő színekkel kódoltuk a lila legkisebbtől (0,01 mm) a piros legnagyobbig (10 m).

Elemzés

A föntiekből látszik, hogy nincs egyetlen jó válasz a következő kérdésre: a nagyobb vagy a kisebb űrszemét esik-e le előbb a Földre? Ugyanis a *13.a ábra* szerint a helyes válasz attól függ, hogy milyen magasságból történik a zuhanás. Nagyobb (110–150 km) magasságokon keringő tömör vasgömbök esetén az 1 mm körüliek hullanak le legelőször, majd őket követik az ennél kisebbek és nagyobbak, végül a legnagyobbak (10 m körüliek) csapódnak a Földbe. 100 km körüli magasságon való keringéskor az 1 cm körüli vasgömbök esnek le leghamarabb, utánuk jönnek a kisebbek és nagyobbak, végül a legkisebbek (0,01 mm körüliek) és a legnagyobbak (10 m körüliek) egyszerre hullanak le. 50 km-nél alacsonyabban történő keringéskor az 1 dm és 1 m körüli vasgolyók pottyannak le legelőbb, utánuk a kisebbek és nagyobbak, végül a legkisebbek (0,01 mm körüliek) esnek a Földre.

A legelső gömb alakú űrszemét az első Föld körüli szovjet mesterséges hold, az 1957 októberében indított Sputnik–1 (átmérő: 58 cm, tömeg: 83,6 kg) lett, miután befejezte küldetését. E 96,2 perc keringésidejű műhold Föld körüli elliptikus pályájának földközeli (perigeum) és földtávoli (apogeum) pontja 215 és 939 km magasságban volt. 1440 keringést követően, 1958. január 4-én, indítása után 92 nappal belépett a földi légkörbe s elégett (https://en.wikipedia.org/wiki/Sputnik_1).

15. ábra. A Föld fölött h = 100, 400, 1000 és 36000 km magasságokban bekövetkezett robbanás szimulációs eredményei, amikor a szélrózsa irányaiban egyenletesen szétrepülő vasgolyók r sugara 0,01 mm és 10 m között, v_0 kezdősebessége 0 km/s $\leq v_0 \leq$ 23 km/s között Δv_0 = 0,23 km/s lépésközzel és függőlegestől mért kezdő irányszögük 0° $\leq \alpha \leq$ 180° között $\Delta\alpha$ = 3,6° lépésközzel változott. Ha a $\boldsymbol{v}_0(v_0, \alpha)$ kezdősebesség-vektor a v_0–α térképen feketével jelölt területre esik, akkor a robbanás darabjai 50 napon belül esnek a Föld felszínére. Az × szimbólum a vízszintes (α = 90°) $v_0(h) = (\gamma m_F/[r_F + h])^{1/2}$ körpályasebességet (*1. táblázat*) jelzi egy adott h magasságban.



1980 és 1988 között a szovjet RORSAT műholdak nukleáris reaktorai 900–950 km magasságban folyékony NaK hűtőanyag-keveréket bocsátottak az űrbe 900 kg/m^3 sűrűségű apró NaK golyócskák formájában [4]. A kisebb, azaz nagyobb felület/tömeg arányú NaK golyócskák a nagy sugárnyomás és légellenállás miatt hamar a Földre hullottak. Az 1990-es napaktivitás csúcsakor megnövekedett légellenállás hatására a milliméternél nem nagyobb golyócskák mennyisége 1992-re 70%-kal csökkent.

Egy rádiókommunikációs kísérletben 1961-ben és 1963-ban két különböző Föld körüli pályára telepítettek 1,78 cm hosszú és 17,8–25,4 μm átmérőjű réztűk (Westford Needles, *5. ábra* az első részben) millióit. E réztűk csak rövid ideig tartózkodtak pályájukon a nagy felület/tömeg arányuk miatt jelentős sugárnyomás és légellenállás következtében [4].

Egy űrszemét háromféleképpen tud előidézni problémát: (1) ütközik egy űrhajóval vagy műholddal, (2) a Földre esik, mielőtt teljesen elégne/elpárologna, vagy (3) ütközik egy másik űrszeméttel és növeli a további károk okozására képes űrszemétmennyiséget.

Az ESA 2019-es becslése szerint a Föld körüli pályákon keringő, 10 cm-nél nagyobb űrszemétből közel 34 000 darab van, az 1 és 10 cm közöttiekből 900 000 darab, míg az 1 mm-től 1 cm-ig terjedőkből 128 000 000 [12]. A kisebb méretű űrszemétdarabok zöme teljesen elég a légkörben, ám a nagyobbak elérhetik a felszínt. Az űrszemét jelenleg még csak ritkán jelent gondot az embereknek, mert amelyek nem égnek el a légkörben, nagy valószínűséggel a Föld felszínének 70%-át kitevő óceánokba vagy ritkán lakott területekre esnek. Az űrszemét egyre növekvő mennyisége miatt azonban a kutatók megoldásokat keresnek az űrszemét légkörben való elégetésére. Az űrszemét csökkentésének módja nagymértékben függ a mérettől és alaktól. A legkevésbé valószínű a nagy és áramvonalas űrszemétdarabok elégése. A forgalomból már kivont, alacsony Föld-pályás (LEO) műholdaknál például passzív fűtéssel elérhető, hogy a műhold darabjai elveszítsék áramvonalas formájukat [13]. Lássunk néhány konkrét ötletet az űrszemét mennyiségének csökkentésére:

1. A h < 400 km Föld-pályákon keringő űrszemétdarabok úgy tüntethetők el, hogy beléptetik őket a légkörbe, miközben a kevésbé forgalmas geostacionárius pályákon lévők biztonságosan elhelyezhetők a „temetőpályákon”, amelyeken sosem találkoznak más űrtárgyakkal. Ugyanakkor a MEO középmagas Föld-pályákon (2000 km < h < 35 000 km) keringő űrszemét hosszabb időtartamok esetén már veszélyes lehet a Hold és a Nap gravitációs zavarása okozta pályaelhagyás miatt [14].

2. A nagyobb űrszemétdarabokat űrvitorlával lehetne ellátni, miáltal erősebben lassulnának, süllyednének és égnének el a légkörben, mint vitorla nélkül [15].

3. Egy űrszemétdarabkára a Földről nagyenergiájú lézernyaláb fókuszálható, aminek következtében párologni kezd, lelassul, belép a légkörbe és elég [16].

4. Az első RemoveDEBRIS nevű aktív űrszemételtávolító technológiát a Surrey Space Center próbálta ki 2018. szeptember 16-án (https://www.sstl.co.uk/media-hub/latest-news/2018/removedebris-space-junk-net-capture-success), amikor egy SpaceX Falcon-9 rakéta egy közel 100 kg tömegű műholdat vitt a Nemzetközi Űrállomásra.

5. Annak érdekében, hogy az említett RemoveDEBRIS műhold ne váljon űrszemétté, egy nagyfelületű vitorlával látnák el, amit héliummal töltött léggömb alkotna. E léggömb a műhold működésének végén nyílna ki, lelassítaná a műholdat, miáltal az egyre alacsonyabb pályára süllyedne, végül elégne a légkörben [17].

6. A műholdakat látásalapú navigációval is fel lehetne szerelni, ami képes lenne közvetlenül megfigyelni és irányítani a veszélyes űrszemétdarabokat [4].

7. A takarítóműholdak egy szigonnyal kapnák el, majd vinnék alacsonyabb pályára a megcélzott űrszemétdarabokat [18].

A föntiek szerint is az űrszemétprobléma és a Kessler-szindróma [3] egyik legnyilvánvalóbb megoldása, hogy az űrszemetet a Föld légkörébe vezetik, ahol az elég. Ezért is fontos tudni, hogy miként mozognak az űrszemétdarabok. Cikkünkben becsléseket és szemléletes képet adtunk a gömb alakú űrszemétdarabokra (vasgolyókra) jellemző mozgáspályákra, becsapódási időkre, sebességekre és irányokra az indítási magasság, irány, sebesség és méret függvényében.

Irodalom

6. Grün E., Gustafson B., Dermott S., Fechtig H.: *Interplanetary Dust*. Springer: Berlin, Heidelberg, New York (2001).
7. King-Hele D.: *Satellite Orbits in an Atmosphere: Theory and Applications*. Blackie, Glasgow, UK (1987).
8. Brumberg V.: *Analytical Techniques of Celestial Mechanics*. Springer: Berlin, Heidelberg, New York (1995).
9. Rossi A., Cordelli A., Pardini C., Anselmo L., Parinella P.: Modeling of the space debris evolution: two new computer models. *Advances in the Astronautical Sciences 15* (1995) 1217–1231.
10. Montenbruck O., Gill E.: *Satellite Orbits – Models, Methods, and Applications*. Springer: Berlin, Heidelberg, New York (2000)
11. Fehlberg E.: Classical fifth-, sixth-, seventh-, and eight-order Runge–Kutta formulas with stepsize control. *NASA Technical Report* (1968) R-287.
12. ESA: *Space debris by the numbers*. European Space Agency, 5 March 2019. (https://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Space_Safety_Security/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers)
13. Monogarov K. A., Pivkina A. N., Grishin L. I., Frolov Yu. V., Dilhan D.: Uncontrolled re-entry of satellite parts after finishing their mission in LEO: Titanium alloy degradation by thermite reaction energy. *Acta Astronautica 135* (2017) 69–75.
14. Witze A.: The quest to conquer the space junk problem. *Nature 561* (5 September 2018) 24–26.
15. Stohlman O. R., Lappas V.: Deorbitsail: a deployable sail for de-orbiting. AIAA 2013-1807, Session: Solar Sails and Drag De-Orbiters. 54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 8–11 April 2013, Boston, Massachusetts, USA.
16. Esmiller B., Jacquelard C., Eckel H. A., Wnuk E.: Space debris removal by ground based laser: main conclusions of the European project CLEANSPACE. *Applied Optics 53* (2014) I45–I54.
17. Forshaw J. L., Aglietti G. S., Navarathinam N., Kadhem H., Salmon T., Pisseloup A., Joffre E., Chabot T., Retat I., Axthelm R., Barraclough S., Ratcliffe A., Bernal C., Chaumette F., Pollini A., Steyn W. H.: RemoveDEBRIS: An in-orbit active debris removal demonstration mission. *Acta Astronautica 127* (2016) 448–463.
18. Klinkrad H.: Space debris. In Richard B., Shyy W. (eds.): *Encyclopedia of Aerospace Engineering. Environmental Impact, Manufacturing and Operations*. Chichester, UK (2010).