

# A SPONTÁN SZIMMETRIASÉRTÉS ÉS AZ ATOMMAGOK DEFORMÁCIÓJA

Cseh József  
ATOMKI, Debrecen

A spontán szimmetriasértés egy olyan fontos jelenség, amivel a fizika több területén is találkozunk. Legismertebb példája a Higgs-mechanizmus, ami megmagyarázza, hogy a kvarkok és leptonok miként tesznek szert tömegre a standard modellben, az elemi részecskék és az alapvető kölcsönhatások egyesített elméletében. Ennek tisztázásáért ítéltek oda a 2013. évi Nobel-díjat, miután a CERN kísérlete igazolta az elmélet helyességét.

Ebben az írásban a spontán sértés mechanizmusát egy egyszerű példán mutatjuk be. A vizsgált szimmetria a – mindenki által ismert – forgási szimmetria. Az elméleti keret pedig az Elliott-modell adja, ami az atommagok leírását már több mint 60 éve szolgálja sikeresen. (Mégis úgy tűnik, hogy még mindig léteznek rejtett vonásai.) Mikroszkopikus, azaz a nukleonokat tekintetbe vevő nézőpontból ennek keretében sikerült először számot adni a magok kollektív tulajdonságairól, vagyis arról, hogy különböző alakjuk lehet és parányi folyadékcseppek módjára rezegnek-forognak.

A mikrovilág viselkedését a kvantummechanika írja le. E szerint a fizikai állapotot egy vektor jellemzi, a fizikai mennyiséget egy olyan operátor, ami az állapotvektorok terén hat (az egyikhez egy másikat, vagy önmagát rendeli hozzá). Az elmélet alapegyenlete pedig sajátérték-egyenlet, ami arról ad számot, hogy egy állapotvektoron a fizikai mennyiséget képviselő operátorral hatva ugyanazt kapjuk vissza (valamelyest megnyújtva vagy rövidítve). Tehát az elmélet két lényeges eleme az operátor és annak sajátvektora(i). Az operátorok közül különösen fontos az energia operátora, másként a Hamilton-operátor; ez kormányozza a rendszert viselkedését. Az eddigiek alapján most már könnyen definiálhatjuk a spontán szimmetriasértést.

Spontán szimmetriasértésről – egyszerűen szólva – akkor beszélünk, ha egy fizikai rendszer Hamilton-operátora rendelkezik valamely szimmetriával, de a rendszer alapállapota nem. Például: az energiaoperátor gömbszimmetrikus, de az alapállapot nem az [1].

A jelen munka a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a K18 pályázati program finanszírozásában, a K 128729 számú projekt keretében valósult meg.



Cseh József az ATOMKI tudományos tanácsadója. Kutatási területe az atommagok szerkezete és a szimmetriák szerepe. Mostanában főként azt a kérdést tanulmányozza, hogy miként tudnak kapcsolatot teremteni a szimmetriák különböző soktestmodellek között. A magszerkezet alapvető leírásai ugyanis eltérő fizikai képekre épülnek (héjszerkezet, folyadékcsepp, fűrtösödés), ám – úgy tűnik – ezeket alkalmas szimmetriák képesek egységbe foglalni.

A legtöbb atommag esetében ez a helyzet. A kölcsönhatás gömbszimmetrikus, tehát a Hamilton-operátor is az, mégis, a magok alapállapota legtöbbször nem gömbölyű, hanem deformált. Például szivar alakban megnyúlt, vagy zsömle alakban belapult. (Ha nagyon körültekintően járunk el, akkor modellünk nem csupán gömbszimmetrikus erőket vesz figyelembe, de ezen finom eltéréseknek most nincs jelentősége. A deformált magalak ugyanis már a forgási szimmetriával rendelkező modellekből is kiadódik.) Vagyis a magok alapállapoti deformációja (a gömbalaktól való eltérése) a spontán szimmetriasértés megnyilvánulása. Hogyan valósul ez meg?

Korábban két elméleti keretben tanulmányozták a jelenséget (az önkonzisztencia-közelítésben és a kölcsönhatóbozon-modellben). A közelmúltban került sor a spontán sértés feltárására az Elliott-modellben [2]. Ez régebbi, mint az említett modellek. Lényegesen egyszerűbb is, tankönyvi fejezet, a szimmetriákra alapozott magmodellek prototípusa. Ennek alapján a szimmetriasértés mechanizmusa valószínűleg áttekinthetőbb, és egyszerűbben megfogalmazható.

## Az Elliott-modell

James Philip Elliott modellje héjmodell: alapfeltevése, hogy a nukleonok egy átlagpotenciált éreznek, amelyet az összes többi nukleon vonzóereje alakít ki, és a nukleonpárok között olyan kölcsönhatás is működik, amely az átlagpotenciálba nem foglalható be [3]. Az átlagteret a harmonikus oszcillátor potenciálja írja le. A maradék kölcsönhatás pedig kvadrupólus típusú. Ennek magyarázata igen egyszerű: az ismeretlen nukleon-nukleon erőt (multipólusok szerint) sorba fejtjük, és az első el nem tűnő tagot tartjuk meg. Az energiaoperátor tehát két tagból áll: egy harmonikusoszcillátor-tagból, és egy kvadrupólus nukleon-nukleon kölcsönhatási tagból:

$$H = H_{HO} + \kappa Q Q.$$

Itt  $Q$  az összes nukleonra történő összegzésből származó kvadrupólus-operátor.

Most vegyük szemügyre a modell operátorait. Fontos az impulzusmomentum operátora  $L$ , hiszen az impulzusmomentum a magállapotok mérhető jellemzője. Ezen operátornak három komponense van  $L_i$ ,  $i = -1, 0, 1$ , és amint a kvantummechanika alapjaiból tudjuk, ez a három operátor és azok lineáris kombinációi a felcserélési relációra nézve zártak. Az operátorok ilyen készlete egy Lie-algebrát alkot. Az  $L_i$ ,  $i = -1, 0, 1$  operátorok algebrájának neve  $SO(3)$ . A kvadrupólus-operátornak öt komponense van  $Q_j$ ,  $j = -2, -1, 0, 1, 2$ . Ezek az impulzusmomentum három operáto-

rával együtt a felcserélési relációra nézve szintén zárt halmazt, vagyis Lie-algebrát alkotnak, amelynek neve  $SU(3)$ . Ha még hozzávesszük az oszcillátorkvantumok számának operátorát  $n$ -et, akkor az így nyert 9 operátor is zárt a felcserélési relációra nézve, vagyis Lie-algebrát alkot, amelynek neve  $U(3)$ . Nyilvánvaló, hogy az  $U(3)$ -nak az  $SU(3)$  részalgebrája, annak pedig az  $SO(3)$  szintén részalgebrája:

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3).$$

Az impulzusmomentum-algebra példáján megtanultuk, hogy létezik egy olyan  $L^2$  operátor, amely az algebra minden elemével felcserélhető. Ilyen operátor, amit invariáns operátornak hívunk, minden Lie-algebrában található (legalább egy). Az  $SU(3)$ -ban ez az  $L^2$  és  $Q^2$  súlyozott összege:

$$\frac{3}{4} L^2 + \frac{1}{4} Q^2,$$

az  $U(3)$ -ban pedig ilyen az  $n$ .

Az impulzusmomentum értékét (vagy matematikai szóhasználatlaltal az  $SO(3)$  algebra ábrázolását) egyetlen  $L$  egész számmal tudjuk megadni. (Itt most csak pályamomentumról van szó.) Ezt a fizika nyelvén kvantumszámmak nevezzük, a matematikusok ábrázolási indexnek hívják. Az  $SU(3)$ -nak és az  $U(3)$ -nak is egész számok adják az ábrázolási indexeiket. Az előbbinek a szokásos jelölése  $(\lambda, \mu)$ , az utóbbié  $[n_1, n_2, n_3]$ . Ezek a kvantumszámok – amint az  $L$  esetében is – egyértelmű kapcsolatban vannak a szóban forgó algebrák invariáns operátorainak sajátértékeivel.

Az  $n$  például az  $U(3)$  invariáns operátora, az oszcillátorkvantumok száma a három térirányra összegezve:  $n_1 + n_2 + n_3$ . (Az ábrázolási indexek egy speciális állapotban mutatják a kvantumok megoszlását.) Az algebralánc kvantumszámait egyértelműen jellemzik a rendszer bázisállapotait. A jelen esetben a bázisállapotokat az  $[n_1, n_2, n_3]$ ,  $(\lambda, \mu)$ ,  $K$ ,  $L$  indexek definiálják. Ezek egymáshoz való viszonya a matematikából egyértelműen ismeretes:

$$\lambda = n_1 - n_2, \mu = n_2 - n_3,$$

$$K = \min(\lambda, \mu), \min(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0,$$

$$L = K, K + 1, \dots, K + \max(\lambda, \mu), \text{ ha } K \neq 0 \text{ és}$$

$$L = \max(\lambda, \mu), \max(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0, \text{ ha } K = 0.$$

Az invariáns operátorok felhasználásával átírhatjuk a Hamilton-operátorunkat:

$$H = C^{(1)}(U3) + aC^{(2)}(SU3) + bC^{(2)}(SO3).$$

Itt  $C$  az invariáns operátorra utal (amelynek másik neve megalkotójáról Casimir-operátor), a felső index azt mutatja, hogy hányadik fokon tartalmazza az algebra elemeit, az algebra pedig zárójelben szerepel.

Mit mondhatunk e Hamilton-operátor (és következőképpen a rendszer) szimmetriatulajdonságairól?  $H$  felcserélhető az impulzusmomentum mindhárom komponensével, vagyis forgásinvariáns. Hiszen három olyan algebra Casimir-operátorával fejeztük ki,

amelyek mindegyike tartalmazza az impulzusmomentum-operátorokat, és az invariáns operátor felcserélhető az algebra minden elemével. Az impulzusmomentum tehát jó kvantumszám. Így is kell lennie, így alkottuk meg a modellt, ez követelményünk volt. Ezt a tényt másként úgy is fogalmazhatjuk, hogy az  $SO(3)$  a rendszer egzakt szimmetriája. De mi a helyzet az  $SU(3)$  és az  $U(3)$  szimmetriákkal? Ezek nem egzakt szimmetriák. Például az  $SU(3)$  nyolc bázisoperátora ( $L_i$  és  $Q_i$ ) felcserélhető a

$$C^{(2)}(SU3) = \frac{3}{4} L^2 + \frac{1}{4} Q^2$$

invariáns operátorral, de  $a$  és  $b$  tetszőleges értéke mellett nem feltétlenül felcserélhető

$$a\left(\frac{3}{4} L^2 + \frac{1}{4} Q^2\right) + bL^2$$

operátorral, amit a Hamilton-operátor tartalmaz. Azt mondjuk, hogy az  $U(3)$  és  $SU(3)$  szimmetriák dinamikailag sérülnek, mert az energiaoperátor olyan kölcsönhatásokat tartalmaz, amelyek sértik ezen szimmetriákat.

Mégis, ez a fajta Hamilton-operátor, amely egyetlen algebralánc invariáns operátoraival fejezhető ki, nagyon speciális és nagyon fontos. Ugyanis igen előnyös tulajdonságai vannak. Ilyen esetben az energia sajátérték-egyenlete analitikus (zárt képlettel kifejezhető) megoldással rendelkezik. Azt mondjuk, hogy a rendszer dinamikai (vagy más szerzők megfogalmazása szerint dinamikailag sérült) szimmetriával rendelkezik.

## A spontán szimmetriasértés

A Hamilton-operátor két tag – egy belső és egy kollektív – összegére bontható fel:

$$H = H_{intr} + H_{coll}.$$

Az első,  $H_{intr}$  tag az  $U(3)$  és  $SU(3)$  algebra invariáns operátorát tartalmazza, és belső (intrinsic) Hamilton-operátornak nevezzük:

$$H_{intr} = C^{(1)}(U3) + aC^{(2)}(SU3).$$

Ez szabja meg a mag alakját, és a spektrumban a kollektív sávfejek helyzetét. Ez a tag egy kollektív sáv minden tagjának ugyanazt az energiát adja.

A második részt kollektív Hamilton-operátornak nevezzük:

$$H_{coll} = bC^{(2)}(SO3).$$

Ez hasítja fel a kollektív sáv állapotait. Ez a jól ismert  $L^2$  operátor, amelynek sajátértéke  $L(L+1)$ . Mivel a kollektív forgás lassúbb, mint a nukleonok egyéni mozgása azt is mondhatjuk, hogy a Hamilton-operátorban szeparáltuk a gyors és lassú szabadsági fokokat. Érdekes hangsúlyozni, hogy az Elliott-modellben ez a felbontás egzaktul elvégezhető.

Fontos tény, hogy nemcsak a teljes, hanem az intrinsic és kollektív Hamilton-operátor is gömbszimmetriával rendelkezik, a már említett ok miatt: az impulzusmomentum-operátorokat tartalmazó algebraik invariáns operátoraival vannak kifejezve, tehát azokkal felcserélhetők.

Ezen a ponton érdemes rögzítenünk, hogy melyek a spontán szimmetriasértés mechanizmusának lépései:

*I. A Hamilton-operátort két tag összegére bontottuk.*

Ezután

*II. Az egyik (intrinsic, vagy belső, avagy gyors) rész sajátérték-egyenletét vizsgáljuk.*

Mint láttuk, a  $H_{intr}$  operátor forgásinvariáns. De mit mondhatunk általában a sajátállapotairól, valamint az alapállapotáról?

Az Elliott-modell a laboratóriumi vonatkoztatási rendszerben fogalmazták meg. Például az  $L$  érték a mérésel nyerhető impulzusmomentum. Ha a mag alakjára vagyunk kíváncsiak, akkor azt – értelem szerint – a testhez rögzített rendszerben kell szemügyre vennünk. Alkalmazhatunk például derékszögű koordináta-rendszert, és megvizsgálhatjuk az oszcillátor-kvantumok eloszlását az  $x$ ,  $y$  és  $z$  irányban. Ez informál bennünket a mag alakjáról. Valójában a mag alakját az SU(3) algebra két kvantumszáma ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) egyértelműen megszabja. A (0, 0) kvantumszámok a gömbszimmetrikus alaknak felelnek meg, a ( $\lambda$ , 0) egy hosszszában megnyúlt forgási ellipszoidot jellemez, (0,  $\mu$ ) egy belapult alakot ír le. Az általános ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) eset pedig olyan ellipszoidra vonatkozik, amelynek mindhárom főtengelye különböző hosszúságú. A magfizika-tanekönyvek a kvadrupólus-deformációt általában a  $\beta$  és  $\gamma$  paraméterekkel jellemzik, ahol  $\beta$  a gömbszimmetriától való eltérés mértéke,  $\gamma$  pedig azt mutatja meg, hogy mennyire megnyúlt vagy belapult alakkal van dolgunk, és az mennyire tér el a hengersizmetrikustól. E két paramétert a ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) kvantumszám párr egyértelmű meghatározza.

Gömbszimmetrikus alakkal, (0, 0) SU(3) kvantumszámokkal csak a mágikus proton- és neutronszámú magok rendelkeznek, mint a  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$  stb. Ezek alapállapotában a nukleonok valamilyen szintig teljesen betöltik a héjakat, a fölött pedig minden héj üres. Az alapállapot impulzusmomentuma  $L = 0$ . Az elkövetkezők szempontjából megjegyezzük, hogy ebből az állapotból természetesen csak egy van, nem lép fel degeneráció. Az összes többi mag esetében vagy a proton-, vagy a neutronhéj, vagy mindkettő csak részben van betöltve. Ha a ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) kvantumszámok egyike vagy mindkettőjük különbözik nullától, a mag nem gömbölyű, hanem deformált, vagyis bekövetkezik a spontán szimmetriasértés: egy gömbszimmetrikus Hamilton-operátor alapállapota nem gömbszimmetrikus. Ekkor a  $H_{intr}$  operátor sajátállapota nem rendelkezik határozott impulzusmomentummal, hanem különböző impulzusmomentumú állapotok lineáris kombinációja. Azokat mind ki lehet vetíteni belőle, ök

alkotják a rotációs sávot. Amíg azonban csak a  $H_{intr}$  operátor vizsgálatára szorítkozunk, addig ezek mind azonos energiával rendelkeznek, vagyis degeneráltak. Azt látjuk tehát, hogy

*III. A spontán szimmetriasértés akkor lép fel, ha degeneráció van jelen.*

A spontán szimmetriasértés kapcsán gyakran hallunk Goldstone tételéről és a Goldstone-bozonról. Goldstone tétele dióhéjban azt mondja: ha egy globális folytonos szimmetria spontán sérül, akkor egy nulla tömegű bozon lép fel.

A forgási szimmetria folytonos, globális (nem változtattuk a forgatási szögeket a mag különböző pontjain), és mint láttuk, spontán sérül. Akkor a tétel szerint lennie kell Goldstone-bozonnak. Hol van?

Vegyük szemügyre a  $H_{intr}$  alapállapotát, jelöljük ezt  $\phi$ -vel, és vizsgáljuk meg, hogyan hatnak ezen az állapoton az impulzusmomentum-operátorok! Az egyszerűség kedvéért nézzünk egy megnyúlt alakot, amelynek SU(3) kvantumszámai ( $\lambda$ , 0) és a szimmetriatengelye a  $z$  irányban áll. Ekkor az  $L_z$  operátor hatása igen egyszerű:  $L_z\phi = 0$ , vagyis eltünteteti az állapotot. A helyzet azonban más az  $L_x$  és  $L_y$  operátorokkal. Az  $L_x\phi$  és  $L_y\phi$  állapotok új állapotok, ám ugyanahhoz az energiához tartoznak. Vagyis az a gerjesztési kvantum, ami a  $\phi$ -ből az  $L_x\phi$ -be, vagy az  $L_y\phi$ -be visz nulla energiával rendelkezik [3]. Ezek az Elliott-modell Goldstone-bozonjai.

Térjünk vissza a teljes Hamilton-operátor vizsgálatához! Amikor a  $H_{intr}$ -hoz hozzáadjuk a  $H_{coll}$ -t, akkor a különböző impulzusmomentumú állapotok felhasadnak, kialakul a tipikus,  $L(L+1)$  szerint növekvő energiaspektrum, megszűnik a degeneráció, nincs spontán szimmetriasértés. A teljes Hamilton-operátor a laborrendszerben írja le a magot, ott annak  $L = 0$  alapállapota van (az egyszerűség kedvéért páros proton- és páros neutronszámú magokat tekintünk). Vagyis a spontán szimmetriasértés mechanizmusának záró tétele:

*IV. Amikor a teljes Hamilton-operátort tekintjük, akkor a szimmetria helyreáll.*

## Más konfigurációk

Abból adódóan, hogy az Elliott-modell hasonló szimmetriavezérelt szerkezetmodellek megalkotásához mutatott utat, az itt bemutatott gondolatmenet más esetekben is alkalmazható. Most két olyan problémát veszünk szemügyre, amelyek az Elliott-modell kiterjesztésével tárgyalhatók, ezáltal a kvadrupólustól eltérő deformációk is elemezhetők a spontán szimmetriasértés szemszögéből. A korábban alkalmazott elméletek – az ökonzisztencia-közelítés és a kölcsönható-bozon-modell keretében – csupán a kvadrupólus-deformációt tanulmányozták.

A körtealaknak megfelelő oktapólus-deformáció is leírható az Elliott-modellen belül. Ez a felismerés szintén a közelmúltból származik [4]. Nevezetesen: nem

egy, hanem két főhéjat kell tekintetbe vennünk, amelyek egymást követő oszcillátor kvantumszámmal rendelkeznek:  $N-1$  és  $N$ .

Két ilyen valenciahéj állapotaival megvalósítható az oktopólus-deformáció leírása a gömbszimmetrikus héjmodell keretében, ahhoz nagyon hasonló módon, ahogyan a kvadrupólus-deformációt tárgyaltuk egyetlen főhéj terében. Nevezetesen: létezik egy algebraiánc:

$$U(\Omega^2) \supset G \supset SO(3),$$

itt  $\Omega = N+1$ , amelynek invariáns operátoraival kifejezhető az oktopólus-kölcsönhatást tartalmazó Hamilton-operátor, és a sajátérték-problémája analitikusan megoldható. Ez ismét egzaktul felbontható belső és kollektív tagra, az utóbbi megint csak az  $L(L+1)$  rotációs tag:

$$H = H_{intr} + H_{coll}, \text{ ahol } H_{coll} = bC^{(2)}(SO3).$$

Újra az a helyzet, hogy a teljes Hamilton-operátor – csakúgy mint mindkét összetevője – rotációs szimmetriával rendelkezik, ám a  $H_{intr}$  alapállapota nem gömbölyű (ha degeneráció van jelen), hanem oktopólus-deformációt mutat. Vagyis az  $SO(3)$  szimmetriája spontán sérül, és körte alakú deformációt eredményez.

Ugyancsak az Elliott-modell kiterjesztésének tekinthető a félmikroszkopikus algebrai klasztermodell [5], amely a magok fűrtösödését, vagyis molekulyszerű konfigurációit írja le. Ez egy kicsit összetettebb: az Elliott-modellt a klaszterek belső szerkezetének leírására alkalmazzuk, a relatív mozgásukról szintén algebrai tárgyalással adunk számot, nevezetesen a vibron modellel, amelynek bázisállapotait az

$$U(4) \supset U(3) \supset SO(3)$$

algebraiánc definiálja. Vagyis a relatív mozgás leírására  $U(3)$  oszcillátorbázist használunk. (A  $U(4)$  algebraira pedig úgy kell tekintenünk, mint az  $U(3)$  kiterjesztésére, amire ahhoz van szükség, hogy az oszcillátor-probléma spektrumát tudjuk generálni, hiszen az  $U(3)$  csupán az oszcillátorkvantumok egy adott számához tartozó állapotok szimmetriája.) Ha tehát egy két-klaszter-konfigurációt tekintünk, akkor a modellünk algebrai szerkezetét az

$$U_1(3) \otimes U_2(3) \otimes U_R(4) \supset U_C(3) \otimes U_R(3) \supset U(3) \supset SO(3)$$

adja. Itt az 1 és 2 indexek az első és második klaszterre utalnak, C a klaszterek (összesített) belső szerkezetét, R pedig a relatív mozgást jelöli.

Eddig csak a térbeli szerkezet leírására koncentráltunk. Természetesen tekintetbe kell vennünk a nukleonok spin és izospin szabadsági fokait is, csak úgy tudunk számot adni a Pauli-elvről. A modell elnevezésében a félmikroszkopikus jelző arra utal, hogy az mikroszkopikusan megszerkesztett térrel dolgozik, vagyis tekintetbe veszi a Pauli-elvet. (Az operátorok felírásában viszont vannak fenomenologikus paraméterek, ami miatt nem teljesen mikroszkopikus). A klaszterproblémák tárgyalásánál azonban nagyon gyakran olyan helyzettel találkozunk, amikor a modelltérnek csak egyetlen spin és izospin kvantumszámmal jellemzett értéke játszik fontos szerepet. Ezért itt eltekintünk attól, hogy

a formalizmus részletezésével bonyolítsuk a leírást, hiszen mostani mondanivalónk szempontjából is a térbeli rész játssza a döntő szerepet.

Ez az algebraiánc, az előzőekhez hasonlóan, meghatároz egy dinamikai szimmetriát, amikor a Hamilton-operátor az invariáns operátoraival van kifejezve. Ilyenkor az energia zárt képlet segítségével megadható. Számos atommag klaszterspektruma e dinamikai szimmetria keretében (némiképpen meglepő módon) sikeresen leírható. A Hamilton-operátor vizsgálata ismét pontos analógiát mutat az Elliott-modellével: a teljes operátor egzaktul felbontható intrinsic és kollektív tagok összegére, oly módon, hogy a kollektív tag megint a rotációs operátor:

$$H = H_{intr} + H_{coll} \text{ ahol } H_{coll} = bC^{(2)}(SO3).$$

Mindkét rész gömbszimmetriával rendelkezik, de a  $H_{intr}$  alapállapota nem gömbölyű, hanem súlyzó- vagy molekulaalakú. Valójában a klaszterek általános kvadrupólus-deformációval rendelkeznek, és relatív orientációjuk is tetszőleges lehet, tehát egy részletesebb és pontosabb fűrtösödésleírást kapunk, mint amit az egyszerű hasonlatok sugallnak. És az elmondottak alapján ez a fajta, a gömbszimmetriától markánsan eltérő magalak ismét csak a spontán szimmetriasértés eredménye, ugyanolyan módon, ahogyan az egyszerű kvadrupólus-deformáció megjelenését láttuk az eredeti Elliott-modellben.

## Más jelenségek

E részben néhány spontán szimmetriasértő példát említünk a fizika más területeiről.

A ferromágnesek esetében szintén spontán módon sérül a rotációs szimmetria. Nevezetesen: egy makroszkopikus méretű ferromágnes belsejében a Hamilton-operátor forgási szimmetriával rendelkezik. Mégis a kritikus hőmérséklet alatt a spinek egy irányba rendeződnek, és a gömbszimmetria spontán sérül.

A spontán szimmetriasértés legrégebbi ismert példája a Jahn–Teller-effektus [6]. Ez a többatomos molekula geometriai torzulására vonatkozik. Ha egy molekula több azonos atomból épül fel, akkor azoknak szimmetrikus alakzata várható, amit egy diszkrét szimmetriacsoport jellemez. A szimmetria következménye megjelenik az elektronállapotokban is: azok olyan degenerációt mutatnak, ami a szimmetriacsoport reprezentációinak felel meg. Ez a szimmetria spontán sérülhet, a molekula deformálódik. Ezt a jelenséget nevezik Jahn–Teller-disztorciónak. Itt a Hamilton-operátor szétválasztása a gyors és lassú szabadsági fokokat tartalmazó részre még inkább szemléletes. Az atommagok és az elektronok az elektromos erők révén hatnak kölcsön, de a magok több mint ezerszer nehezebbek, ezért ugyanazon erő hatására lassabban mozognak. A probléma megoldása során olyan közelítést alkalmaznak, amelyben kihasználják az ebből fakadó egyszerűsödéseket. Például: az elektronok mozgásának leírása során feltételezik, hogy az atommagok rögzített térbeli hely-

zettel rendelkeznek, vagyis az  $\vec{0}$  mozgásuktól eltekintenek [1]. A gyors és lassú szabadsági fokok ilyen fajta szétválasztását általában adiabatikus közelítésnek nevezik a kvantummechanikában, de a molekulafizikában külön neve is van: Born–Oppenheimer-közelítés. E szétválasztás miatt következik be a molekula szimmetriájának spontán sérülése, és mint más esetekben is, amikor a teljes Hamilton-operátort vizsgáljuk, akkor a szimmetria helyreáll.

Egy kvantummechanikai rendszernek nemcsak térbeli vagy geometriai szimmetriái lehetnek, hanem másfajta is. Mértéktranszformációnak azt nevezik, ha a  $\psi$  állapotvektort egy  $e^{i\alpha}$  úgynevezett fázissal szorozzuk:  $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$ . Ezek a transzformációk az egydimenziós forgás  $U(1)$  csoportját alkotják. Ha  $\alpha$  állandó, akkor globális mértéktranszformációról beszélünk, míg ha helyfüggő:  $\psi \rightarrow e^{i\beta(x)} \psi$ , akkor lokálisról. A Schrödinger-egyenlet, a kvantummechanika alap-egyenlete invariáns a globális mértéktranszformációval szemben, mert a konstans fázisfaktor „átcsúszik” a differenciálás operátorán:  $\partial(e^{i\alpha} \psi) = e^{i\alpha} (\partial \psi)$ . (A Schrödinger-egyenlet megadja az állapotvektor időbeli változását is; az energia korábban említett sajátérték-egyenlete ennek az időfüggetlen határesetre.) A lokális mértéktranszformáció nem hagyja változatlanul az egyenletet (szemben a globálissal), mert ebben az esetben a differenciálás hat a fázisra is. Az egyenlet azonban változatlan marad, ha a fázistranszformációval együtt az operátort is transzformáljuk [7]:

$$\partial \rightarrow D = \partial + \frac{i q}{\hbar c} A.$$

$D$ -t kovariáns deriválnak nevezik,  $A$  pedig a Maxwell-elmélet vektorpotenciálja, míg  $q$  az elektromos töltés.

Ezt az eljárást úgy is meg lehet fogalmazni, hogy a Schrödinger-egyenlet invarianciájának megkövetelése a lokális mértéktranszformációval szemben generálja a vektorpotenciált, vagyis az elektromágneses kölcsönhatást. Ha pedig  $\beta(x)$  nem egy egyszerű skálár, hanem többkomponensű transzformáció, akkor az egydimenziós  $U(1)$  mértékszimmetria helyett többdimenziós  $U(n)$  szimmetriát nyerünk. (Ez az alapvető kölcsönhatások kvantumtérelméletének alapötlete; ily módon áll elő a standard modell  $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$  szimmetriája.)

Egy szuperfolyékony rendszerben a globális, egy szupravezetőben pedig a lokális mértékszimmetria sérül spontán módon.

Amikor egy lokális mértékszimmetria spontán módon sérül, akkor a mértéktér „megegyezik” a Goldstone-bozont, „kövér” lesz, vagyis tömegre tesz szert [7]. Ez a mechanizmus jelentkezik a szilárdtest-fizikai Meissner-effektusban. A szupravezető kitesztíti magából a mágneses teret, az csak véges mélységig képes behatolni a szupravezető tartományba. A behatolás mélységét a foton (inverz) tömege adja meg [7]. A foton tömege a lokális mértékinvariancia spontán sérüléséből adódik.

A szupravezetés és a Meissner-effektus megértése segítette az alapvető kölcsönhatások térelméletének kidolgozását is. Az elektromágnesség, a gyenge és az

erős kölcsönhatás elmélete lokális mértékinvarianciával rendelkezik, amely szimmetria megköveteli, hogy az alapvető építőkövek (kvarkok és leptonok) tömege zérus legyen. Tömegre a spontán szimmetriasértés révén tesznek szert; ez a bevezetőben már említett Higgs-mechanizmus.

Ezen a ponton érdekes visszagondolnunk a tömegfogalom átváltozásaira. A klasszikus mechanikában a tömeg az anyag változtathatatlan attribútuma. A relativitás elmélete kapcsán felmerült a sebességfüggése. A kvantummechanikában paraméter (lásd Schrödinger-egyenlet), nem jutott neki operátor, mint az igazi fizikai mennyiségeknek. A mértékelméletben olyan tulajdonság, ami bizonyos fázisban jellemzi az anyagot, de fázisátmenet során el is tűnhet.

## Összegzés

Írásunkban a spontán szimmetriasértés jelenségét tárgyaltuk a magfizikai Elliott-modell keretében. A dolog magfizikai érdekességét az adja, hogy ez a modell a magszerkezet egyik legrégebb és legegyszerűbb elmélete. Gömbszimmetrikus héjmodell, egyszerű kölcsönhatással, analitikus megoldással az energia sajátérték-problémájára. Mégis nagyon sokrétű. Születésekor azzal aratott nagy sikert, hogy az atommag kollektív jelenségeit, a deformált magalakot, az együttes forgást stb. mikroszkopikus szempontból, azaz a nukleonok szabadsági fokaira alapozva magyarázta meg. A 60-ik születésnapja környékén pedig új, és mindeddig rejtett vonásaira derült fény. Segítségével nemcsak a kvadrupólus-deformációt, hanem az oktapólusalakot is egyszerűen lehet leírni. Az is kiderült, hogy ebben a keretben a spontán szimmetriasértés mechanizmusa is pontosan tárgyalható.

A szimmetriák vizsgálatának a szempontjából is érdeklődésre tarthat számot az itt vázolt gondolatmenet. Úgy tűnik, hogy a spontán szimmetriasértés mechanizmusát egy, az eddigieknél egyszerűbb példán, a forgási szimmetrián szemlélteti. A forgási szimmetriáról szemléletes képpel rendelkezünk, az elméleti háttér pedig egy aránylag egyszerű kvantummechanikai modell szolgáltatja. Mégis, benne a szimmetriasértés mechanizmusának lényeges elemei – beleértve még a Goldstone-bozonok megjelenését is – sorra fellelhetők. (Érdekes tudománytörténeti tény, hogy Elliott és szerzőtársa kitűnő tankönyve a szimmetriákról [1] számos példáját taglalja a spontán szimmetriasértésnek, de nem említi az Elliott-modellt.)

## Irodalom

1. J. P. Elliott, P. G. Dawber: *Symmetry in Physics*. Chippenham: MacMillan Press (1986).
2. J. Cseh, *Phys. Lett. B* 793 (2019) 59.
3. J. P. Elliott, *Proc. Roy. Soc. A* 245 (1958) 128, 562.
4. P. Van Isacker, S. Pittel, *Physica Scripta* 91 (2016) 023009.
5. J. Cseh, *Phys. Lett. B* 281 (1992) 173; J. Cseh, G. Lévai, *Ann. Phys.* (NY) 230 (1994) 165.
6. H. A. Jahn, E. Teller, *Proc. Roy. Soc. A* 161 (1937) 220.
7. K. Huang: *Fundamental Forces of Nature*. Singapore: World Scientific (2007).