

# MILYEN ERŐS AZ ERŐS KÖLCSÖNHATÁS?

Kardos Ádám, Somogyi Gábor, Tulipánt Zoltán  
Debreceni Egyetem

Stefan Kluth, Andrii Verbytskyi  
Max-Planck-Institut für Physik

A fizika tudományterületének célkitűzése a természeti jelenségeket leíró törvényszerűségek mennyiségi megfogalmazása. Ebben alapvető szerepet játszik az olyan mennyiségek felismerése és meghatározása, amelyek jelenlegi tudásunk alapján a Világegyetemben helytől és időtől független állandók. Különösen érdekesek azok a mennyiségek, amelyek valamely alapvető kölcsönhatás erősségét mérik. Ilyen mennyiség például a Newton-féle gravitációs törvényben megjelenő  $G_N$  gravitációs állandó. Ha ismerjük is a gravitációs erő függését a kölcsönható testek tömegétől és távolságától, egy adott elrendezés mellett a ténylegesen ható erők nagyságát  $G_N$  számértéke határozza meg. Hasonlóan a gravitációhoz, az alapvető kölcsönhatások mindegyikéhez rendelhető egy olyan állandó, amely azt fejezi ki, hogy az adott kölcsönhatás mennyire erős. Ezeket a mennyiségeket *csatolásoknak* nevezzük. Így például az erős csatolás,  $\alpha_s$ , a

kvarkok és gluonok (összefoglalóan partonok) közötti úgynevezett erős vagy színkölcsönhatás erősségét adja meg. A csatolások a részecskefizikai standard modell alapvető paraméterei, értékeik (adott energián<sup>1</sup>) természeti állandók. A négy alapvető kölcsönhatás csatolásának értékét és relatív mérési bizonytalanságát az 1. táblázat tartalmazza. A legkevésbé pontosan ismert csatolás az erős csatolás, amelynek az értéke csupán ~1% relatív hibával ismert.

Ugyanakkor napjainkban az erős kölcsönhatás minden korábbinál pontosabb megértése, ideértve  $\alpha_s$  precíz meghatározását, rendkívül fontos, hiszen a laboratóriumban eddig elért legnagyobb energián üzemelő részecskegyorsító, a Nagy Hadronütköztető (Large Hadron Collider, LHC) protonokat ütköztet. A protonok részt vesznek az erős kölcsönhatásban, tehát ez a kölcsönhatás az LHC-n végbemenő összes ütközésben szerepet játszik. Ezért alapos megértése elengedhetetlen a mért adatok teljes kiaknázásához.

Mint említettük, az erős csatolás a színes elemi részecskék, azaz a kvarkok és a gluonok közötti színkölcsönhatás erősségét méri. Ugyanakkor ezeket a részecskéket önmagukban nem tudjuk megfigyelni, hiszen a *színbezárás* jelensége miatt kísérletekben csupán

Somogyi Gábor 2019. évi Magyar Fizikus Vándorgyűlésen elhangzott azonos című előadása nyomán.



*Kardos Ádám* 2009-ben szerzett fizikusi diplomát a Debreceni Egyetemen, PhD fokozatát 2012-ben védte meg ugyanitt, a Fizikai Tudományok Doktori Iskolában Kvantum-szindinamikai számítások partonzápor programokhoz való illesztésének témakörében. 2012 és 2014 között a milánói Bicocca Egyetem posztdoktor kutatója, majd 2014-től az MTA-DE Részecskefizikai Kutatócsoport tagja. Fő kutatási területe a kvantum-szindinamika sugárzási korrekcióinak számítása.



*Somogyi Gábor* 2007-ben szerzett PhD fokozatot a Debreceni Egyetemen a perturbatív kvantum-szindinamika témakörében. Posztdoktori kutatóként dolgozott a Zürichi Egyetemen, a zeutheni DESY kutatóintézetben és a CERN-ben. 2014-től az MTA-DE Részecskefizikai Kutatócsoport tagja. Fő kutatási területei az elemirész-ütközések nagy pontosságú elméleti leírása és a kvantum-szindinamikai sugárzási korrekciók elmélete.



*Tulipánt Zoltán* 2016-ban végzett fizikus mesterszakon a Debreceni Egyetemen, jelenleg PhD hallgató. Kutatási területe a kvantum-szindinamikai hatáskeresztmetszetek nagy pontosságú számítása és a magasabb rendű kvantum-szindinamikai perturbatív korrekciók általános elmélete.



*Stefan Kluth* kísérleti részecskefizikus, a müncheni Max Planck Fizikai Intézet munkatársa. 1994-ben szerzett PhD fokozatot a Cambridge-i Egyetemen, majd dolgozott többek közt a Lawrence Berkeley Nemzeti Laboratóriumban és a CERN-ben. Az ATLAS és az OPAL kollaborációk tagja. Fő kutatási területei a top kvark kísérleti vizsgálata az ATLAS detektor segítségével, valamint elektron-pozitron ütköztetős kísérletekből származó adatok analízise.



*Andrii Verbytskyi* a Kijevi Egyetemen végzett fizikus mesterszakon 2009-ben, PhD fokozatát a Hamburgi Egyetemen és a hamburgi DESY kutatóintézetben szerezte 2013-ban. Dolgozott a Kijevi Atommag Kutató Intézetben, jelenleg pedig a müncheni Max Planck Fizikai Intézet munkatársa. Fő kutatási területei a nagyenergiás kísérleti részecskefizika és az ehhez kapcsolódó számítási módszerek. Az ATLAS és a ZEUS kollaborációk tagja.

<sup>1</sup>A kölcsönhatások erősségei függenek attól, hogy azokat mekkora energián mérjük meg, ezért a csatolások értékeit egy meghatározott energián kell megadni. Az erős csatolás esetén ezt az energiát a Z-bozon tömegének megfelelő  $E = M_Z c^2$  energiának szokás választani, ahol  $c$  a fénysebesség. A nagyenergiás fizikában a  $c = 1$  egységrendszert használjuk és a jelöléssel némileg visszaélve egyszerűen  $\alpha_s(M_Z)$ -t írunk.

**Az alapvető kölcsönhatások csatolásainak értékei és a mérések relatív bizonytalanságai**

1. táblázat

csatolás	jelölés	érték	relatív bizonytalanság
finomszerkezeti állandó	$\alpha_{EM}$	$7,297\,352\,566\,4(17) \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-10}$
Fermi-állandó	$G_F$	$1,166\,378\,7(6) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$
erős csatolás	$\alpha_s(M_Z)$	0,118 1(11)	$9,3 \cdot 10^{-3}$
gravitációs állandó	$G_N$	$6,674\,08(31) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	$4,7 \cdot 10^{-5}$

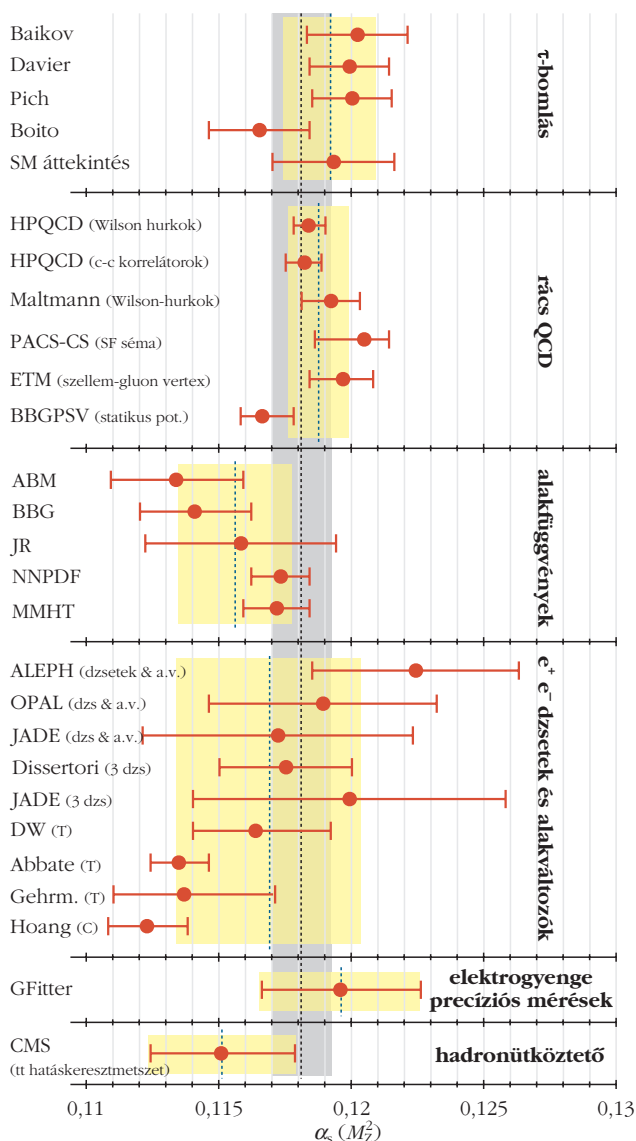
amely a jelenlegi világtalag ( $\alpha_s(M_Z) = 0,1181 \pm 0,0011$ ) meghatározásához használt egyes mérések eredményeit mutatja, az illesztéshez használt mennyiség típusa szerint csoportosítva.<sup>2</sup>

A meghatározások egy népes csoportját alkotják azok a mérések, amelyek az elektron-positron szétsugárzásban keletkező hadronos végállapotok

a színsemleges kötött állapotaikat, a hadronokat (például protonokat) észleljük. Ennélfogva az erős csatolás értékét közvetlenül nem lehet megmérni, azt elméleti számolások kísérleti adatokhoz történő illesztésével határozzuk meg. Különböző mennyiségek vizsgálatával az erős csatolás különböző, egymással konzisztens meghatározásait kapjuk. Ezt szemlélteti az 1. ábra,

jellemzőit vizsgálják. (Az 1. ábrán az „ $e^+e^-$  dzsetek és alakváltozók” csoport mérései.) Talán furcsának tűnhet az erős csatolást olyan folyamatokban meghatározni, amelyekben a kezdetben jelen lévő részecskékre (az elektronra és pozitronra) az erős kölcsönhatás nem is hat. Ugyanakkor érdekes módon pontosan ez a körülmény teszi különösen kényelmessé a mérést, hiszen így az erős kölcsönhatás pusztán a végállapot szerkezetét befolyásolja. Amennyiben például protonok ütközését vizsgáljuk, figyelembe kell vennünk, hogy a proton már önmaga is erősen kölcsönható részecskék (kvarkok és gluonok) bonyolult kötött rendszere, ezért egy ilyen mérésben a proton szerkezetével kapcsolatos bizonytalanságok is megjelennek.

1. ábra. Az erős csatolás világtalagának kiszámításához felhasznált mérések eredményei, [1] nyomán.



Az elektron-positron szétsugárzásban végzett mérések pontosítása jelenleg kizárólag az elméleti leírás javításával érhető el, hiszen új, megfelelően nagy energián nyert kísérleti eredmények a közeljövőben nem várhatóak. Az ebben a folyamatban mérhető fizikai mennyiségek precíz elméleti leírása során két, alapvetően különböző jellegű nehézséggel kell szembenéznünk. Egyrészt, az elméleti leírás alapját az erős csatolásban végzett perturbációs számítás képezi. Ez azt jelenti, hogy a kiszámolandó mennyiséget az erős csatolás szerinti sorfejtésének az első néhány tagjával közelítjük. Mivel a sorfejtési paraméter kisebb egynél ( $\alpha_s \sim 0,1$ ), remélhetjük, hogy ez a közelítés értelmes. Az eredmények pontossága szisztematikusan javítható a magasabb rendű és korábban elhanyagolt sorfejtési tagok kiszámolásával. Másrészt, jóllehet a kísérletekben hadronokat észleljünk, azonban az elméleti számolásaink kvarkokra és gluonokra, vagyis partonokra vonatkoznak. Ezért a hadronos végállapotokkal kísérletileg mért mennyiségek valamelyest különbözni fognak az elméletben partonos végállapotokkal számolt eredményektől. Így a precíz, kísérleti adatokkal összevethető elméleti eredmény előállításánál fontos a parton-hadron átmenetből adódó úgynevezett hadronizációs korrekciók figyelembevétele, és pontos modellezése.<sup>3</sup>

<sup>2</sup>A Z-bozon tömege  $91,2 \text{ GeV}/c^2$ , ahol a GeV giga-elektronvoltot jelent. Az elektronvolt a nagyenergiás fizikában szokásosan használt energia-mértékegység, egy elektronvolt az az energia, amelyet az elektron 1 V (megfelelő irányú) potenciálkülönbség hatására nyer,  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

<sup>3</sup>A hadronizációs korrekciókat jelenleg nem tudjuk első elvkből, kontrollált módon kiszámolni, ezért ezeket különböző modellek segítségével becsüljük.

Alább az erős csatolás egy új meghatározását mutatjuk be. A mérés az elektron-pozitron szétsugárzásban keletkező hadronos végállapotokban vizsgálható, energia-energia korrelációnak nevezett mennyiség minden eddiginél precízebb elméleti meghatározásán alapul. A számolás tartalmazza az erre a mennyiségre vonatkozó, jelenleg rendelkezésre álló összes perturbatív információt, a hadronizációs korrekciókat pedig a legmodernebb, Monte-Carlo eseménygenerátorok segítségével modellezzük.

## Az energia-energia korreláció

Az energia-energia korreláció a végállapotú részecskék impulzusai által bezárt  $\chi$  szögek energiával súlyozott, normált eloszlása:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\Sigma(\chi)}{d\cos\chi} \equiv \frac{1}{\sigma} \int \sum_{i,j} \frac{E_i E_j}{E_{\text{tot}}^2} \times \quad (1)$$

$$\times d\sigma_{e^+ e^- \rightarrow ij+X} \delta(\cos\chi - \cos\theta_{ij}).$$

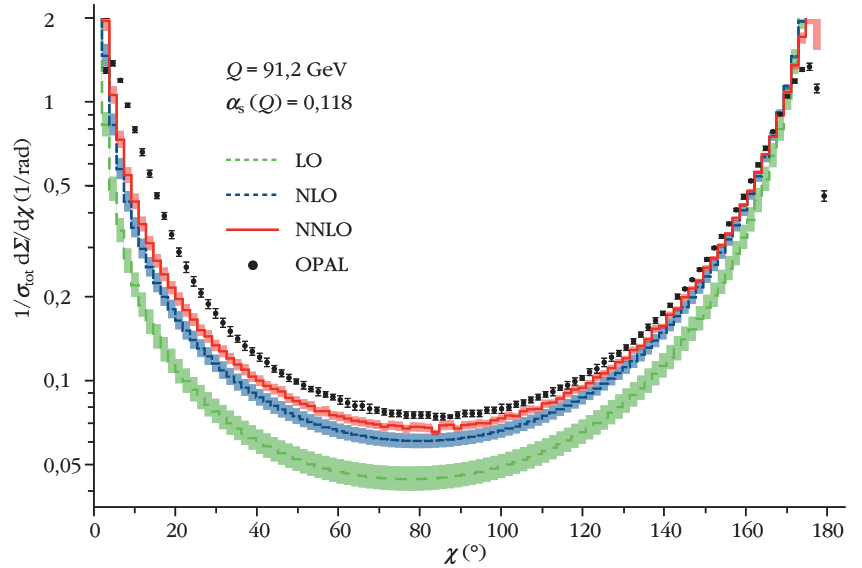
A fenti egyenletben az  $i$ -re és  $j$ -re való kettős összegzés a végállapotban megfigyelhető részecskékre vonatkozik;  $E_i$  és  $E_j$  az  $i$ -edik és  $j$ -edik részecske energiája, míg  $\theta_{ij}$  a lendületvektoraik által bezárt szög. A  $\sigma$  normálási tényező az elektron-pozitron szétsugárzásban történő hadronkeltés teljes hatáskeresztmetszete, míg  $E_{\text{tot}}$  az ütközés teljes energiája. Végül  $d\sigma_{e^+ e^- \rightarrow ij+X}$  az  $i$ -edik és  $j$ -edik részecske, illetve esetleges további hadronok (ezek összességét  $X$  jelöli) keletkezését leíró, teljesen differenciális hatáskeresztmetszetet jelenti. A mennyiség definíciója a '70-es évek végére nyúlik vissza, ezért az energia-energia korrelációra vonatkozóan számos pontos mérés áll rendelkezésünkre, a Nagy Elektron-Pozitron Ütköztető (Large Electron-Positron Collider, LEP) gyorsítóval és elődeivel végzett kísérletek révén. Ezen mérések elméleti számolásokkal történő összevetése lehetőséget nyújt az erős csatolás pontos meghatározására.

A nagy pontosságú mérés előfeltétele azonban a precíz elméleti leírás. Mint említettük, az elméleti számítás alapja a perturbációs számítás, vagyis az eredmény  $\alpha_s$  szerinti sorfejtésként történő előállítása:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\Sigma(\chi)}{d\cos\chi} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{dA(\chi)}{d\cos\chi} + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \frac{dB(\chi)}{d\cos\chi} + \quad (2)$$

$$+ \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^3 \frac{dC(\chi)}{d\cos\chi} + \mathcal{O}(\alpha_s^4),$$

ahol az  $A(\chi)$ ,  $B(\chi)$  és  $C(\chi)$  sorfejtési együtthatókat vezető rendű járuléknak, illetve első és második su-



2. ábra. Az energia-energia korreláció a perturbációs számítás első három rendjében. Az OPAL kísérlet által mért adatokat is feltüntettük, forrás: [4].

gázási korrekciónak hívjuk. (Az angol „leading order”, illetve „next-to-leading order” és „next-to-next-to-leading order” kifejezésekből ezeket LO, NLO és NNLO járulékoknak szokás nevezni.)

Az energia-energia korreláció NNLO rendű kiszámítása rendkívül komoly erőfeszítéseket igényelt és az első számolás csupán néhány évvel ezelőtt vált lehetségessé [2]. A számolást lehetővé tevő úgynevezett CoLoRFulNNLO levonási módszer kifejlesztése egy évtizedes kutatómunka eredménye volt [3].

A 2. ábra a perturbációs számítás LO, NLO és NNLO rendjében számolt, illetve a LEP gyorsító OPAL detektora által kísérletileg mért energia-energia korrelációt ábrázolja. Az ábrán jól látható, hogy annak ellenére, hogy a magasabb rendű korrekciók figyelembe vétele jelentősen csökkenti az eltérést az elméleti értékek és a mért adatok között, a kettő egyezése még az NNLO pontosságú számolás esetén sem tökéletes. Az eltérést legnagyobb részt a már említett hadronizációs korrekciók okozzák. Ezen túl megfigyelhető, hogy a kis ( $\chi \sim 0^\circ$ ), illetve a nagy ( $\chi \sim 180^\circ$ ) szögek tartományában a perturbatív eredmény minőségileg sem írja le helyesen a mért eloszlást.<sup>4</sup> Egészen pontosan: megmutatható, hogy a perturbatív eredmény tetszőleges véges rendben végtelenné válik mind a  $\chi \rightarrow 0^\circ$ , mind a  $\chi \rightarrow 180^\circ$  határesetben. Ahhoz, hogy fizikailag értelmes eredményt kapjunk a kis, illetve a nagy szögek tartományán a végtelenné váló járulékokat *fel kell összegeznünk*.

E felösszegzés szükségességét az alábbi módon is megvilágíthatjuk. Koncentráljunk a nagy szögek tartományára és vezessük be az  $y = \cos^2(\chi/2)$  változót!

<sup>4</sup>A legkisebb mért szögek esetén az ábrából ítélve úgy tűnhet, hogy az egyezés kielégítő. Valójában azonban nullához közelítve a  $\chi$  szöggel az elméleti eredmény végtelenné válik, míg a mért értékek végesek maradnak. A számolt és mért értékek viszonylag jó egyezése az első néhány mért pontban ezért lényegében a véletlennek köszönhető.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sigma} \frac{d\Sigma}{d\cos\chi} \sim \frac{1}{y} \left\{ \alpha_s \left[ \ln y + 1 \right] \right. & \text{LO} \\
+ \alpha_s^2 \left[ \ln^3 y + \ln^2 y + \ln y + 1 \right] & \text{NLO} \\
+ \alpha_s^3 \left[ \ln^5 y + \ln^4 y + \ln^3 y + \ln^2 y \dots \right] & \text{NNLO} \\
& \text{LL} \qquad \text{NLL} \qquad \text{NNLL}
\end{aligned} \tag{3}$$

Ekkor a  $\chi \rightarrow 180^\circ$  határeset az  $y \rightarrow 0$  határesetnek felel meg. Meg lehet mutatni, hogy a perturbációs számítás  $n$ -ed rendjében a perturbatív eredmény kis  $y$ -ra tartalmaz  $\alpha_s^n \ln^{2n-1} y$ ,  $\alpha_s^n \ln^{2n-2} y$ ,  $\alpha_s^n \ln^{2n-3} y$ , ... alakú tagokat.<sup>5</sup> Amennyiben  $y$  kicsivé válik,  $\ln y$  felnő és elegendően kis  $y$ -ra  $\alpha_s^n \ln^{2n-1} y \sim 1$  lesz tetszőleges  $n$  esetén. Így az  $\alpha_s$  szerinti sorfejtés az  $y \rightarrow 0$  határesetben érvényét veszti, hiszen ebben a tartományban az effektív sorfejtési paraméter (vagyis az a mennyiség, amelynek hatványa paramétról rendre nő)  $\alpha_s \ln^2 y \sim 1$ . Ebben a határesetben tehát a fizikailag helyes leírásához a logaritmikus tagokat a perturbációs számítás összes rendjében fel kell összegezni. Itt nem térünk ki arra, hogy a felösszegzést technikailag miként lehet megvalósítani, azonban a felösszegzéssel kapcsolatban két dolgot fontos megjegyezni. Egyrészt a felösszegzés az egyre alacsonyabb rendű logaritmikus járulékok figyelembe vételével szisztematikus módon javítható. Így beszélhetünk *vezető logaritmikus felösszegzésről*, amely az összes  $\alpha_s^n \ln^{2n-1} y$  alakú tagot felösszegezi, illetve *logaritmikus korrekciókról*, amelyek az  $\alpha_s^n \ln^{2n-2} y$ ,  $\alpha_s^n \ln^{2n-3} y$ , ... típusú tagokat veszik figyelembe. (Az angol „leading logarithm”, illetve „next-to-leading logarithm” és „next-to-next-to-leading logarithm” kifejezésekből ezeket LL, NLL és NNLL rendű felösszegzésnek szokás nevezni.) Másrészt lényeges kiemelni, hogy a felösszegzett eredmény továbbra is alapvetően egy perturbatív eredmény, jóllehet a perturbációs sor bizonyos tagjait (esetünkben az  $y \sim 0$  körül domináló tagokat) minden rendben figyelembe vettük.

A teljes perturbatív eredmény szerkezetét sematikusán (az összes  $y \rightarrow 0$  határesetben véges függvényt elhagyva) a (3) egyenlet – lásd felül – szemlélteti. Amennyiben a tagokat soronként adjuk össze, a rögzített rendű perturbációs számítás LO, NLO, NNLO, ... járulékait kapjuk. A tagokat oszloponként összeadva, a logaritmusok LL, NLL, NNLL, ... rendű felösszegzését nyerjük. Az energia-energia korrelációra vonatkozó teljes perturbatív információ felhasználása azt jelenti, hogy az első három sor és az első három oszlop összes tagját figyelembe vesszük. Ezt NNLO+NNLL rendű számolásnak nevezzük. Hasonlóan beszélhetünk például NLO+NNLL rendű számolásról is, amennyiben az első két sor és az első három oszlop tagjait vesszük figyelembe.

<sup>5</sup>Az  $\ln^k y$  jelölés minden esetben  $y$  természetes logaritmusának  $k$ -adik hatványát jelöli,  $\ln^k y \equiv (\ln y)^k$ .

Az erős csatolás megmérése tehát az imént ismertetett NNLO+NNLL rendű elméleti számolás szolgáltatja az alapot. Mielőtt azonban ezt az eredményt a mérési adatokkal értelmes módon össze tudnánk vetni, figyelembe kell vennünk a hadronizációs korrekciókat is. Mint említettük, a parton-hadron átmenethez kapcsolódó korrekciókat nem lehet perturbatív módon kezelni, azokat egyéb módszerekkel kell megbecsülni. E munkában a hadronizációs korrekciókat a legmodernebb Monte-Carlo eseménygenerátorok (SHERPA2.2.4 és Herwig7.1.1) segítségével határoztuk meg. Ezek az eseménygenerátorok mind partonos, mind hadronos szinten képesek az elemi-rész-ütközésekben megjelenő bonyolult, sokrészecskés végállapotok szimulálására. A szimuláció során a parton-hadron átmenet leírására különböző fenomenologikus modellek szolgálnak, mint például a Lundvagy a klasztermoell. A hadronizációs korrekció egyszerűen a hadronos, illetve a partonos szimulált eseményekből meghatározott energia-energia korreláció függvények hányadosaként adódik. Az NNLO+NNLL pontosságú perturbatív eredményt ezzel a tényezővel szorozva kapjuk meg a hadronizációs korrekciókat is tartalmazó elméleti leírást, amely már alkalmas a kísérletileg mért adatokkal való közvetlen összevetésre.

## Az erős csatolás megmérése

Az erős csatolás megmérése azon  $\alpha_s$  érték megkeresését jelenti, amely mellett a fent leírt módon előállított elméleti számolás a legjobban írja le a mérési adatokat. Ezen érték megtalálásához az alábbi kifejezést kell minimalizálnunk:

$$\chi^2(\alpha_s) = \sum_{\text{kísérletek}} \chi^2(\alpha_s)_{\text{kísérlet}} \tag{4}$$

Az egyes kísérletekhez tartozó  $\chi^2(\alpha_s)$  értékeket külön-külön számoltuk ki:

$$\chi^2(\alpha_s) = (\mathbf{D} - \mathbf{P}(\alpha_s)) V^{-1} (\mathbf{D} - \mathbf{P}(\alpha_s))^T. \tag{5}$$

Itt  $\mathbf{D}$  és  $\mathbf{P}(\alpha_s)$  a mért adatokból, illetve az elméleti eredményekből alkotott vektorokat jelentik, míg  $V$  a  $\mathbf{D}$ -hez tartozó kovarianciamátrix. Az illesztést a  $\chi \in [60^\circ, 160^\circ]$  intervallumon végeztük. Az illesztett  $\alpha_s(M_Z)$  értékkel számolt NNLO+NNLL és NLO+NNLL rendű elméleti

eredményeket, illetve az illesztéshez használt kísérleti adatokat néhány ütközési energián a 3. ábrán mutatjuk be.

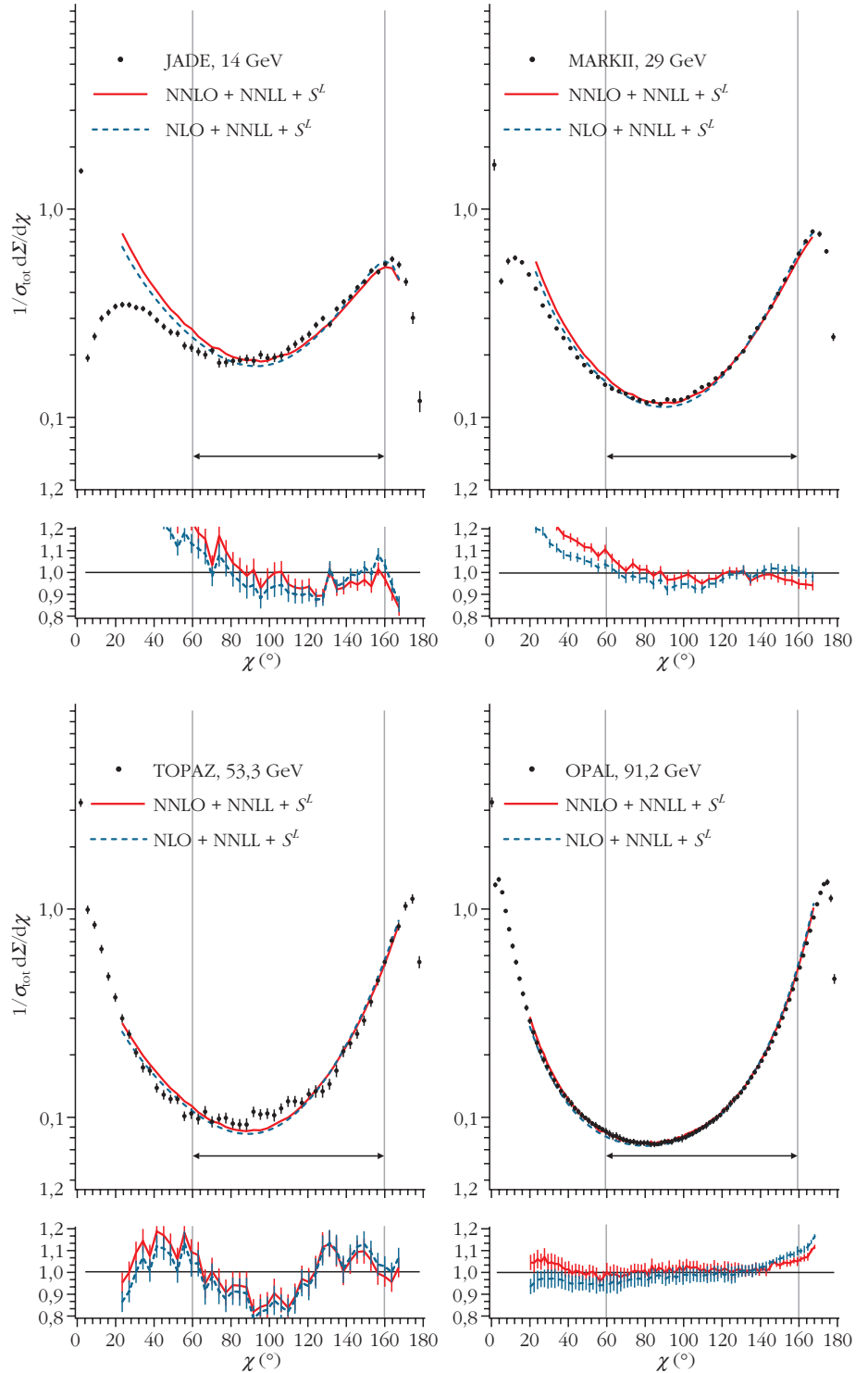
A mérés elengedhetetlen része a kapott eredmény bizonytalanságának meghatározása, amit az alábbiak szerint végeztünk. A perturbációs számítás alkalmazása során elhanyagolt magasabb rendű járulékok hatását a renormálási (ren.), illetve felösszegzési (res., az angol „resummation” szóból) skálák változtatásával becsültük meg. Anélkül, hogy részletekbe bocsátkoznánk, a renormálási és felösszegzési skáláról annyit fontos tudni, hogy ezek nem fizikai segédparaméterek, amelyekről a fizikai végeredmény teljesen független volna, amennyiben a perturbációs sor összes tagját megtartanánk. Mivel azonban a számolás során a sorból csak véges sok tagot veszünk figyelembe, a ténylegesen kiszámolt végeredmények valamelyest függenek ezektől a nem fizikai skáláktól. Így a végeredmény változása a skálák változtatásakor az elhanyagolt tagok nagyságáról nyújt információt. A hadronizációs korrekció modellezéséből adódó bizonytalanságot (hadr.) a Lund- és a klasztermodell közötti eltéréssel, míg az illesztés bizonytalanságát (exp.) a szokásos  $\chi^2+1$  kritériummal becsüljük. (A  $\chi^2+1$  kritérium azt a paramétertartományt adja meg, amelybe az illesztett paraméter valódi értéke 68%-os megbízhatósággal esik bele.)

Az erős csatolás illesztett értéke NNLO+NNLL pontoságú elméleti eredmények használata mellett:

$$\alpha_s(M_Z) = 0,11750 \pm 0,00257(\text{ren.}) \pm 0,00078(\text{res.}) \pm 0,00102(\text{hadr.}) \pm 0,00018(\text{exp.}),$$

$$\alpha_s(M_Z) = 0,11750 \pm 0,00287(\text{comb.}).$$

A különböző bizonytalanságokat a fent leírt módon kaptuk és megadtuk a kombinált (comb.) bizonyta-



3. ábra. Az illesztett NNLO+NNLL és NLO+NNLL rendű elméleti eredmények. Az illesztési tartományt függőleges vonalak jelölik. Az alsó paneleken az elméleti eredmény és a kísérleti érték hányadosát tüntettük fel (forrás: [5]).

lanságot is. Az NNLO járulék szerepének felméréséhez az illesztést megismételtük NLO+NNLL pontoságú elméleti leírás felhasználásával is:

$$\alpha_s(M_Z) = 0,12200 \pm 0,00433(\text{ren.}) \pm 0,00293(\text{res.}) \pm 0,00113(\text{hadr.}) \pm 0,00023(\text{exp.}),$$

$$\alpha_s(M_Z) = 0,12200 \pm 0,00535(\text{comb.}).$$

Az NNLO járulékok figyelembevétele az illetett  $\alpha_s(M_Z)$ -t valamelyest az alacsonyabb értékek felé mozdítja, míg a végeredmény bizonytalanságát csaknem a felére csökkenti.

Összefoglalásként: beszámoltunk egy alapvető természeti állandó, az erős csatolás egy új meghatározásáról. Mérésünkhöz az elektron-positron szétsugárzásban mért energia-energia korreláció eddig elért legnagyobb pontosságú, NNLO+NNLL rendű elméleti leírását és modern Monte-Carlo eseménygenerátorokat használtunk. Az  $\alpha_s(M_Z)$ -re kapott értékünk konzisztens a jelenlegi világtalaggal, míg bizonytalansága versenyképes egyéb, elektron-positron szétsugárzásban végzett meghatározásokkal, lásd az 1. ábrát. Az itt bemutatott mérés, illetve egyéb új meghatározások tükrében folyamatban van az erős csatolás világtaljának aktualizálása.

## Irodalom

1. Bethke S.:  $\alpha_s$  2016. *Nucl. Part. Phys. Proc.* 282–284 (2017) 149.
2. Del Duca V., Duhr C., Kardos Á., Somogyi G., Trócsányi Z.: Three-Jet Production in Electron-Positron Collisions at Next-to-Next-to-Leading Order Accuracy. *Phys. Rev. Lett.* 117/15 (2016) 152004.
3. Del Duca V., Somogyi G., Trócsányi Z.: A Subtraction scheme for computing QCD jet cross sections at NNLO: Regularization of doubly-real emissions. *JHEP* 0701 (2007) 070; Somogyi G., Trócsányi Z.: A Subtraction scheme for computing QCD jet cross sections at NNLO: Regularization of real-virtual emission. *JHEP* 0701 (2007) 052; Del Duca V., Duhr C., Kardos Á., Somogyi G., Szőr Z., Trócsányi Z., Tulipánt Z.: Jet production in the CoLoRFulNNLO method: event shapes in electron-positron collisions. *Phys. Rev. D* 94/7 (2016) 074019.
4. Tulipánt Z., Kardos Á., Somogyi G.: Energy-energy correlation in electron-positron annihilation at NNLL+NNLO accuracy, *Eur. Phys. J. C* 77/11 (2017) 749.
5. Kardos Á., Kluth S., Somogyi G., Tulipánt Z., Verbitsky A.: Precise determination of  $\alpha_s(M_Z)$  from a global fit of energy-energy correlation to NNLO+NNLL predictions. *Eur. Phys. J. C* 78/6 (2018) 498.

# AZ ANYAG POLARIZÁCIÓJÁNAK MODERN ELMÉLETE

## A polarizáció teljes eloszlásának kiszámolása kristályos rendszerekben

Hetényi Balázs

Fizika Tanszék, Bilkent Egyetem, Ankara, Törökország  
MTA–BME Kvantum Dinamika és Korreláció Kutatócsoport, BME

A polarizáció alapvető fizikai mennyiség, alatta az anyag elektromos térre való válaszát értjük. Ha egy molekulát elektromos tér alá helyezünk, a molekulát alkotó töltések – a pozitív atommagok a tér irányába, a negatív elektronok az ellenkező irányba – elmozdulnak, a molekula elektronfelhője eltorzul. Ilyen esetben a térfogatra integrált polarizáció a molekula dipólmomentumának felel meg, azaz a polarizáció kiszámolásához elegendő a töltések és azok pozíciójának a szorzatát kiátlagolni.

Szilárd, kristályos anyagok esetében az elektronok, és az atommagok ugyanúgy elmozdulnak az elektromos tér hatására. Ha klasszikus rendszerről van szó, a polarizáció számolása a szabad molekula esetéhez hasonló, egy fontos módosítással. A rendszert valamilyen kis részekre bontjuk (például egységcellák), és minden egyes egységcellának kiszámoljuk a dipólmomentumát, ezek összege és a teljes térfogat aránya adja a polarizációt. Ez az eljárás az

elektrétek elméletének, például a Clausius–Mossotti-egyenlet [1] alapja.

Az elméleti modellek általában periodikus határfeltételeket használnak. Ez esetben az „anyagon belül” vagyunk, így a kiszámolt fizikai mennyiség mintán belüli, azaz tömbkomponense számolható, a felületi komponense nem. Kvantumrendszerekben a fent leírt eljárás polarizáció esetében nem alkalmazható, mert a fizikai mennyiségeket operátorokkal írjuk le, és periodikus határfeltételek esetén a pozícióoperátor nem jól definiált. A problémát többféleképpen lehet szemléletessé tenni. Egy periodikus rendszer hullámfüggvényei nem függnék az origótól, őket a rendszer  $L$  periodicitáshosszával el lehet tolni, de ez nem igaz a pozícióoperátorra (például  $x \neq x+L$ ). Matematikusabb megfogalmazás szerint, a pozícióoperátort nem írhatjuk fel mindössze a periodikus rendszerünk bázisfüggvényeivel. Korai próbálkozásokban a pozícióoperátort gyakran a „fűrészfog”-függvénnyel helyettesítették ( $f(x) = x \bmod L$ ), de ez az eljárás helytelen. A függvény a cellák határainál nem folytonos. Az ilyen polarizációoperátorból számolt áram a cellák éleinél divergál, természetellenesen viselkedik, a töltések végtelen sebességgel a cella másik oldalára „ugranak”.

A modern polarizációelmélet választ ad a fenti nehézségekre. Mielőtt rátérnénk az elmélet részleteire, érdemes néhány kísérleti tényre emlékezni. Az anyagi polarizáció abszolút értéke kísérletileg nem mérhető mennyiség. A kísérletek *polarizációkülönbségeket* mérnek, például a polarizáció deriváltját valamilyen



Hetényi Balázs elméleti fizikus fő érdeklődési köre a kondenzált anyagok matematikai leírása, azon belül a geometriai fázisokhoz köthető kvantumjelenségek vizsgálata, mint például a polarizáció, a topológiai szigetelők, a szuperfolyékonyság és a töltéstranszport-jelenségek.