belül 3% (*9.b ábra*). A diffrakciós hatásfokok maximuma pedig ugyanazokon a feszültségeken érhető el, ahol a kettőstörésből adódó fázistolás, azaz a retardáció értéke π.

Összefoglalva tehát, megmutattuk, hogy egy nemrég felfedezett mintázatképződési folyamat – amely nematikus folyadékkristályban elektromos tér hatására egy önszerveződő topológia defektrácsot hoz létre – optikai örvények keltésére alkalmas. Az örvénynyalábokat – egyfelől az egyes defekteket fázismaszkként használva, direkt módon, másrészt egy, a defektrácsban található éldiszlokációt villarácsként használva, diffrakcióval is – sikerült generálni. A direkt módszerrel az $l = 2$ topológiai töltésű optikai örvényeket majdnem 100%-os hatékonysággal lehet létrehozni. A mintára kapcsolt feszültséggel a direktortérrel összefüggő retardáció hangolható, ami különböző fényhullámhosszak mellett is nagy hatékonyságú örvénynyalábkeltést tesz lehetővé. Az örvénynyaláb a feszültség állításával igény szerint, akár elektronikusan ki-be kapcsolható.

Irodalom

1. L. Allen, S. M. Barnett, M. J. Padgett: *Optical Angular Momentum.* IOP Publishing, Bristol and Philadelphia, 2003.
2. P. C. Maurer, J. R. Maze, P. L. Stanwix, L. Jiang, A. V. Gorshkov, A. A. Zibrov, B. Harke, J. S. Hodges, A. S. Zibrov, A. Yacoby, D. Twitchen, S. W. Hell, R. L. Walsworth, M. D. Lukin, *Nature Phys. 6* (2010) 912.
3. J. E. Curtis, D. G. Grier, *Phys. Rev. Lett. 90* (2003) 133901.
4. V. G. Shvedov, A. S. Desyatnikov, A. V. Rode, Y. V. Izdebskaya, W. Z. Krolikowski, Y. S. Kivshar, Appl. *Phys. A 100* (2010) 327.
5. Y. Yan, G. Xie, M. P. J. Lavery, H. Huang, N. Ahmed, C. Bao, Y. Ren, Y. Cao, L. Li, Z. Zhao, A. F. Molisch, M. Tur, M. J. Padgett, A. E. Willner, *Nat. Commun. 5* (2014) 4876.
6. A. Aleksanyan, N. Kravets, E. Brasselet, *Phys. Rev. Lett. 118* (2017) 203902.
7. Bata Lajos: *Folyadékkristályok.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
8. D. Voloschenko, O. D. Lavrentovich, *Opt. Lett. 25* (2000) 317.
9. E. Brasselet, N. Murazawa, H. Misawa, S. Juodkazis, *Phys. Rev. Lett. 103* (2009) 103903.
10. Y. Sasaki, V. S. R. Jampani, C. Tanaka, N. Sakurai, S. Sakane, K. V. Le, F. Araoka, H. Orihara, *Nature Commun. 7* (2016) 13238.
11. P. Salamon, N. Éber, Y. Sasaki, H. Orihara, Á. Buka, F. Araoka, *Phys. Rev. Applied 10* (2018) 044008.
12. R. Amano, P. Salamon, S. Yokokawa, F. Kobayashi, Y. Sasaki, S. Fujii, Á. Buka, F. Araoka, H. Orihara, *RSC Advances 8* (2018) 41472.

A BELSŐ VÁLTOZÓK SZEREPE A NEMEGYENSÚLYI TERMODINAMIKÁBAN

Kovács Róbert
BME Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszék

A mérnökök számára tartott termodinamika-oktatásban legtöbbször a termosztatikai háttér tárgyalására szorítkoznak, amiben – ahogy neve is mutatja – sem idő-, sem helyfüggés sincs. Ilyenek a gázok jól ismert állapotváltozását leíró egyenletek: a végpontok számítanak, de sem a kezdettől a végpontig vezető út, sem pedig a termodinamikai test térbeli tulajdonságai nem hangsúlyosak. A termosztatikához kapcsolódóan megemlítjük *Fényes Imre* (1917–1977) munkásságát, amelyben a termodinamika főtételeit axiomatikus alapokra helyezi. Ezt az axiomatikus megközelítést a *Termosztatika és termodinamika* (1968) című könyvében feloldja, és az állapothatározókra támaszkodva építi újra a meglévő termodinamikai ismereteket. Ezen munkáit részben *Farkas Gyula* (1847–1930) munkásságára építette, akinek egyik legfontosabb eredményét, a közgazdaságtan matematikájában jól ismert Farkas-lemmát a termodinamikai egyenlőtlenségek megoldásában később messzemenőkig kihasználjuk.

Kevésbé ismeretes viszont, hogy a termodinamikai főtételek egyben lehetőséget adnak az anyagi viselkedést leíró, úgynevezett konstitutív egyenletek származtatására is. A mérnöki tudományokban jól ismert és széles körben használt konstitutív egyenletek, mint például a Fourier-törvény, a newtoni közegek feszültség-sebesség kapcsolata, vagy a Fick-törvény, mind korlátozott érvényességi körökkel bírnak. Mindez akkor vált egyre nyilvánvalóbbá, amikor a technológiai fejlettség elérésével olyan idő- és méretskálákat érhetünk el, ahol ezen jelenségek megfigyelhetővé, mérhetővé váltak. Ennek egy viszonylag látványos, a hővezetési jelenségekkel kapcsolatos eredménye az úgynevezett második hang és a ballisztikus hővezetési jelenségek elméleti és kísérleti felfedezése.

A klasszikus hővezetési modell

Joseph Fourier (1768–1830) 1822-es munkája legalább olyan jelentőségű a termikus jelenségek leírásában, mint *Newton* mozgásegyenlete a mechanikában. Fou-

Készült a 30. Magyar Fizikus Vándorgyűlésen (Sopron, 2019. augusztus 21–24.) elhangzott előadás alapján.

Kovács Róbert PhD tanulmányait a BME-n és a Wigner FK RMI-ben végezte, fokozatot 2017-ben szerzett. Jelenleg a BME Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszék adjunktusa és a Wigner FK RMI Elméleti Fizikai Osztályának tudományos munkatársa. Kutatási területe a nemegyensúlyi termodinamika, egyaránt hangsúlyt helyezve az elméleti és kísérleti kérdésekre, valamint a kapcsolódó matematikai módszerekre. A kutatásához kapcsolódó témákban oktatási tevékenységét 5 éve végzi.

rier gyakorlatilag egy „termikus mozgásegyenletet" adott a tudomány kezébe, amelyet Fourier-törvényként ismerünk:

$$\boldsymbol{q} = -\lambda \nabla T, \tag{1}$$

amelyben $\boldsymbol{q}$ a hőáramvektor, T a hőmérséklet, ∇ jelöli a jól ismert nabla szimbólumot és λ pedig egy anyagra jellemző mennyiség, hővezetési tényezőnek nevezzük. Ez az egyenlet maga a II. főtétel közvetlen következményeként származtatható, és remekül kifejezi azt, amit általában „II. főtétel" néven szokás emlegetni: a hő a melegebb helyről a hidegebb felé áramlik. Hangsúlyozzuk, (1) nem maga a II. főtétel, csupán annak következménye. Méghozzá olyan következménye, amelyben fel kellett használni a „lokális egyensúlyi hipotézist". Egyensúlyról akkor szokás beszélni, ha – a forrástagoktól eltekintve – az összes áram (tömeg, energia, impulzus) zérus. A lokális egyensúlyi hipotézis viszont felteszi, hogy globálisan (a teljes test egészére nézve) a folyamat nincs „messze" ettől az egyensúlyi állapottól,[1] és ugyanazt az állapotjelzőt használhatjuk a test jellemzésére, mint egyensúlyban.[2] Tisztán termikus feladatokban ez az e belső energia, amely közvetlenül arányos a hőmérséklettel, sok gyakorlati esetben konstans c fajhőt figyelembe véve: $e = cT$, amely a hővezetési kísérletek modellezése esetén is egy jó közelítés. Így, végeredményül az (1) egyenletet a

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{q} = 0 \tag{2}$$

belső energia mérlegegyenletével együtt idő- és térfüggő feladatok megoldására használhatjuk (ahol ρ a tömegsűrűség, „$\nabla \cdot$" jelöli a divergenciát, valamint t az idő és a jobb oldalon pedig zérus forrástagot tételeztünk fel).

Fontos hangsúlyozni, hogy ez a leírásmód egy úgynevezett kontinuumleírás parciális differenciálegyenletekkel, amely egyaránt tartalmazza a modellezni kívánt jelenség idő- és térbeli viselkedését. Azonban egy folyamat modellezése során dönthetünk úgy is, hogy akár az idő- (állandósult állapot), akár a helyfüggést elhanyagoljuk. Ez utóbbi esetében az időbeli (közönséges) termodinamika módszertanát használjuk, közönséges differenciálegyenleteket építve dinamikai rendszerekre, úgy, ahogy a pontmechanikában is. Ennek precíz matematikai formalizmusát *Matolcsi Tamás* adta meg.

A Fourier-törvényen túlmutató jelenségekről

A hővezetéssel kapcsolatos termodinamikai kutatások igazán a 20. század közepe felé erősödtek fel újra. Meg kell említenünk *Tisza László* (1907–2009), *Landauval* párhuzamosan folytatott, szuperfolyékonyságra vonatkozó kutatásait. Habár mindkettejük munkássága főként a kétfolyadékok kvantummechanikai elveire és leírására fókuszál, közös eredményük a Fourier-törvényen túli jelenségek meglétének predikciója. Ez a jóslat az úgynevezett második hang – a hő egy disszipatív hullámterjedési formája – létezésére utal. Ezt kísérletileg, reprodukálható módon először *V. P. Peshkov* találta meg 1944-ben, szuperfolyékony héliumban.[3] Peshkov munkája áttörést jelentett a hővezetésre irányuló kutatásokban.

A rákövetkező 30 évben igen sikeresnek tekinthetők az alacsony hőmérsékletű hővezetési kísérletek. Szuperfolyékony hélium mellett szilárd közegekben (például bizmut- és nátriumfluorid-kristályokban) is kimérték a második hangot, valamint *T. F. McNelly* PhD tanulmányai alatt végzett munka során kísérletileg is kimutatta az elvi úton is megjósolt harmadik hőterjedési formát, az úgynevezett ballisztikus hővezetést. A második hanghoz hasonlóan, ez is egy hullámterjedési forma, azonban annál gyorsabb, mindig a közegre jellemző hangsebességgel terjed. Eme tulajdonság alapján lehet kísérletileg megkülönböztetni az egyes hővezetési mechanizmusokat.

A ballisztikus elnevezés a kinetikus elméleti alapokon nyugvó fonon hidrodinamikai képből ered: a fononok, a kristályrács rezgéseinek kvantumai, mint kvázirészecskék, egymással való kölcsönhatás nélkül, szabadon terjednek az anyagon belül. A kontinuumtermodinamikai nézőpont ettől eltérő módon értelmezi a jelenséget. A hangsebességű terjedés egyértelműen mechanikai csatolásra utal, azaz összességében nézve egy termomechanikai jelenséggel állunk szemben. A legkézenfekvőbb interpretációban a hőtágulás, mint reverzibilis mechanikai csatolás vezethet ballisztikus hővezetéshez.

Vegyük észre, hogy a kinetikus és a kontinuumelméleti megközelítés mennyire eltér egymástól. Ez nem csupán a jelenség megértésében tükröződik, hanem a modellek alkalmazhatósági határaiban is. Amíg a kinetikus alapú modell ritka, kicsi vagy alacsony hőmérsékletű rendszerek esetén alkalmazható,[4] addig a kontinuummodell nem kötődik semmilyen mikroszerkezeti képhez és e tekintetben nem is ad korlátot.

Meg kell jegyeznünk, hogy ekkor, vagyis az 1970-es évek derekán még nem áll rendelkezésre semmilyen „egyesített" termodinamikai elmélet, amely egységes keretben lenne képes az összes hővezetési jelenség modellezésére. Mivel ekkorra számtalan kísérleti eredmény állt rendelkezésre a Fourier-törvényen túlmutató jelenségek meglétéről, így igen fontos kérdéssé vált egy „összefoglaló" (esetleg egységesítő) termodinamikai elmélet kidolgozása. Ennek során az irodalomban több megközelítés is született, ezek közül a belső változókkal történő általánosítást emeljük ki.

[1] Most tekintsünk el a precíz matematikai definícióktól.
[2] Részben innen eredeztethetők az egyensúlyi és a nemegyensúlyi hőmérsékletekkel kapcsolatos kutatások.

[3] Az interneten – *Alfred Leitner* előadásában – látványos áttekintést kapunk a kísérleti aspektusokról és a felhasznált eszközökről.
[4] Összefoglalóan, a nagy Knudsen-számú esetekben.

Belső változókkal általánosított nemegyensúlyi termodinamika

A Klasszikus Irreverzibilis Termodinamika[5] keretein belül a Fourier-törvény az I. és II. főtételek következményeként adódik. Az I. főtétel alatt a belső energia (2) mérlegét értjük. A II. főtétel esetén azt mondjuk, hogy az entrópiára, mint az állapothatározók konkáv potenciálfüggvényére, szintén érvényesnek tekintünk egy mérlegegyenletet:

$$\rho \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{J}_s = \sigma \geq 0, \tag{3}$$

ahol s a fajlagos entrópia, $\boldsymbol{J}_s$ annak áramsűrűsége és σ-t entrópiaprodukciónak nevezzük. Mivel zárt rendszerben irreverzibilis folyamatok esetén ez pozitív definit mennyiség, ezért ezt az egyenlőtlenséget ki kell elégítenie bármely anyagtörvénynek (konstitutív összefüggésnek). Tisztán termikus folyamatok esetén $s = s(e)$, valamint $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{q}/T$, így az entrópiaprodukciót közvetlenül kiszámolva kapjuk, hogy

$$\sigma = \boldsymbol{q} \nabla \frac{1}{T} > 0. \tag{4}$$

Az efféle egyenlőtlenségek megoldásakor használjuk ki a korábban említett Farkas-lemmát, valamint *Onsager* fontos észrevételét: az entrópiaprodukció felírható termodinamikai erők és áramok szorzataként, és az egyenlőtlenség megoldását a két mennyiség kapcsolataként lehet felírni:

$$\boldsymbol{q} = l \nabla \frac{1}{T} = -\frac{l}{T^2} \nabla T = -\lambda \nabla T. \tag{5}$$

Tehát a II. főtételben megfogalmazott egyenlőtlenségek megoldásaként konstitutív, azaz anyagtulajdonságokat leíró egyenleteket kapunk eredményül. Jelen esetben a Fourier-törvényt, amelynek számtalan egyéb általánosítása létezik. Ezek közül kettőt emelünk ki.

Általánosítás belső változóval

Gyarmati István (1929–2002) és *Verhás József* (1937–) munkáit követve, lehetőségünk van a klasszikus megközelítésben használt (lokális egyensúlyi hipotézis néven már korábban emlegetett) állapottér kiterjesztésére, amely jól használható az egyensúlytól „távol” lévő folyamatok leírásában. Ilyenek például a hullámjelenségek, de bármilyen tehetetlenséghez hasonló anyagi memóriahatás is ide tartozik. Ez a fajta kiterjesztés később egy speciális esete lett a még általánosabb, belső változóknak vagy belső dinamikai szabadsági fokoknak nevezett megközelítésnek. Amíg az előbbi esetben kikötik, hogy az új változó disszipatív áram (mint például a hőáram) kell legyen, addig a belső változós megközelítés esetén nem feltétlenül kell pontos fizikai jelentést kötni az új állapothatározóhoz. Annak ellenére, hogy e belső változós megközelítés használata első hallásra bizonytalannak tűnhet, ez az általánosítási út vezetett el a nemegyensúlyi (kontinuum) termodinamika egyik legkonstruktívabb keretrendszeréhez.

Erre nézzünk az alábbiakban egy példát, amelyben a $\boldsymbol{q}$ hőáramot, mint a belső változó egy speciális esetét tekinthetjük, ekkor $s = s(e, \boldsymbol{q})$, azaz

$$s(e, \boldsymbol{q}) = s_e(e) - \frac{m}{2} \boldsymbol{q}^2, \tag{6}$$

ahol s_e a lokális egyensúlyt reprezentálja, a kvadratikus kiterjesztés pedig az ettől való eltérést (ahol $m > 0$, a konkáv tulajdonságok megőrzéséhez). A σ entrópiaprodukció kiszámolása után a Fourier-törvény egy olyan kiterjesztéséhez jutunk, amely már képes modellezni a második hang jelenségét. Ezt a szakirodalom Maxwell–Cattaneo–Vernotte-egyenlet néven ismeri:

$$\tau \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \boldsymbol{q} = -\lambda \nabla T, \tag{7}$$

amelyben τ-t relaxációs időnek nevezzük és egyfajta „hőtehetetlenséget”, mint mechanikai analógiát mutat az új, időderivált tag. Az utóbbi 50 év kutatásai rávilágítottak arra, hogy (7) nem lehet a „végső” kiterjesztés.

Általánosítás több belső változóval és áramszorzóval

A kinetikus elméleten nyugvó, később Racionális Kiterjesztett Termodinamika[6] néven ismertté vált megközelítés egyik fontos érdeme a ballisztikus jelenségeket is magába foglaló modell levezetése. Ebben már a konstitutív egyenletek szintjén jelenik meg a csatolás a hőáram és a hőáram árama, mint másodrendű tenzor között, ami klasszikus keretek között (izotrop anyagokban) nem megoldható.[7] A fő kérdés tehát az, hogy ilyen mélységig egy kontinuummodellben miként lehet ezt a csatolást megvalósítani? A választ *Nyíri Balázs* munkája adta meg az entrópia áramsűrűségének általánosításával. Az eddigi $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{q}/T$ helyett használjuk a következő összefüggést:

$$\boldsymbol{J}_s = \mathbf{B} \boldsymbol{q}, \tag{8}$$

ahol $\mathbf{B}$ egy áramszorzó, másodrendű tenzor, úgynevezett Nyíri-szorzó. A (8)-féle általánosítás közvetlen következménye a konstitutív egyenletek térben gyengén nemlokális kiterjesztése, valamint azok parabolikus szerkezete. Amennyiben a fajlagos entrópiát tovább általánosítjuk egy $\boldsymbol{Q}$ tenzori változóval (mint szintúgy speciális belső változó bevezetésével):

$$s(e, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{Q}) = s_e(e) - \frac{m_1}{2} \boldsymbol{q}^2 - \frac{m_2}{2} \boldsymbol{Q}^2, \tag{9}$$

[5] Mivel alapvető irányzat, megadjuk az angol terminológiáját: „Classical Irreversible Thermodynamics”.

[6] Angol terminológiával „Rational Extended Thermodynamics”.

[7] A Curie-elv szerint izotróp anyagokban csak azonos tenzori rendű mennyiségek csatolódhatnak. Klasszikus értelemben csatolás csak a mérlegegyenletek szintjén jelenhet meg, például forrástagokon keresztül.

ahol m_1, $m_2 > 0$, úgy (4) megoldásaként olyan egyenletrendszert kapunk eredményül, amelyben az alábbi módon csatolódnak különböző tenzori rendű mennyiségek:

$$\tau_q \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \boldsymbol{q} = -\lambda \nabla T + l \nabla \cdot \boldsymbol{Q},$$
$$\tau_Q \frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial t} + \boldsymbol{Q} = -l \nabla \boldsymbol{q}. \tag{10}$$

Ez kompatibilis a kinetikus elméleti megközelítéssel, és a ballisztikus hővezetési kísérletek elméleti modellezésére is alkalmas.

Ha a $\boldsymbol{Q}$ változót lecseréljük a viszkózus nyomásra, akkor világossá válik a termodinamikai egyenértékűség a ritka (alacsony nyomású) fonongázok és ritka (valódi molekulákat tartalmazó) gázok között: az egyenleteik szerkezete egyezik (10)-zel. Ezt a kísérletekkel való összevetéseink is alátámasztják. Sajnos a rövid terjedelem miatt nincs lehetőségünk a (10) egyenlet további tulajdonságait diszkutálni, azonban röviden meg kell említenünk, hogy a második hang és a ballisztikus hővezetési jelenségek mikro- és makroszkopikus skálákon egyaránt megjelenhetnek, amelyet nanorendszerekben, szobahőmérsékleten kísérletileg is megtaláltak.

Egy kevéssé ismert, de fontos alkalmazási lehetőség a heterogén anyagok termikus modellezése (mint kőzetek, habok, kompozitok). Ilyen közegekben (makroskálán) az úgynevezett túlcsillapított terjedés jelenik meg a Fourier-törvényen túlmutató jelenségként. Ezek modellezésére jól használható a Guyer–Krumhansl-egyenlet, amelyet (10)-ből $\tau_Q = 0$ helyettesítéssel kapunk.

A termodinamika, mint tudományterület, nem korlátozódik csupán a hővezetési és a tisztán hőtani jelenségek leírására. Ennél lényegesen általánosabb, univerzálisabb módszertant szolgáltat, amelynek megértése és alkalmazása a mai napig számtalan területen fejlődik és várhatóan még sokáig fog. Ilyenek a mechanikai-reológiai és az analitikus és numerikus megoldási módszerek fejlesztése is.

A bemutatott belső változók módszertanáról, annak alkalmazási lehetőségeiről az alábbi irodalmakban részletesen is tájékozódhat a Tisztelt Olvasó.

Irodalom

Kutatócsoportunk legtöbb műve magyar nyelven megtalálható a Montavid Termodinamikai Kutatócsoport www.montavid.hu weboldalán. Angol nyelvű publikációink közül az alábbiakat ajánljuk:

B. Nyíri: On the entropy current. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics, 16/2* (1991) 179–186.

A. Berezovski, P. Ván: *Internal Variables in Thermoelasticity.* Springer, 2017.

V. Józsa, R. Kovács: *Solving Problems in Thermal Engineering,* Springer, 2020.

A ^{32}Mg ATOMMAG SZERKEZETÉNEK VIZSGÁLATA EGYPROTON-KILÖKÉSES REAKCIÓBAN

Begala Marcell
Debreceni Egyetem, Fizikai Intézet

Kunné Sohler Dorottya
Atommagkutató Intézet, Debrecen

Kísérletileg vizsgálva a stabilitási völgy környéki atommagokat megtanultuk, hogy bizonyos atommagok különösen stabilak, a természetben igen nagy gyakorisággal fordulnak elő, gömbszerűek, nagyon nehezen gerjeszthetők és nehéz róluk leválasztani egy protont vagy egy neutront. Ezek a – *Wigner Jenő* által mágikusnak nevezett – atommagok 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 számú protont vagy neutront tartalmaznak [1]. A mágikus számú protont vagy neutront tartalmazó atommagoktól messzebb a deformált (nem gömbszerű) magalakok a jellemzőek, a zárt héjon kívüli protonok és neutronok együttes mozgásai határozzák meg az atommagok szerkezetét.

Az atommagok ezen tulajdonságait a magfizika egyik alapvető modellje, a héjmodell írja le, amely szerint az atommagban a protonok és a neutronok (közös néven nukleonok) az atomi elektronokhoz hasonlóan különböző energiaszintekkel rendelkező állapotokban, pályákon találhatók. A Pauli-elv szerint az egyes pályákon csak meghatározott számú proton vagy neutron lehet. Az atommagban a nukleonok egy közös, az erős kölcsönhatás és a Coulomb-taszítás által létrehozott átlagtérben mozognak. Az átlagtér egy potenciálgödörrel írható le, amelynek alakja megszabja a pályák energetikai elhelyezkedését. A pályák héjakat alkotnak, a hozzájuk tartozó energiaszintek pedig csoportokat, amelyeket nagyobb energiaközök választanak el egymástól. Ilyen nagy energiaközök, vagyis héjzáródások fordulnak elő a mágikus atommagok proton-, illetve neutronszámánál. Az egyszeresen zárt héjú atommagokban egy proton- vagy egy neutronhéj van teljesen betöltve. A duplán zárt héjú atommagokban mind a proton-, mind a neutronhéj zárt. A potenciálgödörre az egyik legegyszerűbb közelítés a harmonikusoszcillátor-potenciál. Ezzel a feltételezéssel az első három héjzáródás helyesen adódik, de a 20-as proton/neutronszámtól feljebb eltérnek az elméleti és a kísérleti adatok. Ennek magyarázatát az adja, hogy az atommagban figyelembe kell venni a protonok