

## IFJÚ FIZIKUSOK NEMZETKÖZI VERSENYE 2018 – MAGYAR SZEMMEL – 1. rész

Kovács Levente – Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest  
 Nagy Dániel – XVII. kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest  
 Szakály Marcell – Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium, Budapest  
 Hömöstrei Mihály – Budapesti Német Gimnázium, ELTE TTK  
 Ispánovity Péter Dusán – ELTE TTK  
 Asbóth János – Wigner Fizikai Kutatóközpont  
 Tüzes Dániel – ELTE TTK  
 Jenei Péter – ELTE TTK

2018. július 19. és 26. között Pekingben került megrendezésre az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye. A 2017 júliusában meghirdetett 17 nyílt végű problémát (lásd <http://iypt.org>) a magyar diákok majdnem egy éves kutatómunkával oldották meg, hogy a 31. alkalommal rendezett versenyen 32 másik ország diákjaival mérjék össze felkészültségüket. A magyar csapat (Földes András Ottó, ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Általános Iskola és Gyakorlógimnázium, Budapest; Gyulai Márton, Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc; Nagy Dániel, XVII. kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest; Penc Patrik, ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Gimnázium, Budapest; Vavrik Márton, Berzsenyi Dániel Gimnázium, Budapest) nagyon kiegyenlített mezőnyben a 15. helyen végzett, ami bronzérmes helyezést jelentett. A bővebb magyar csapat további tagjai (Kadlecsik Ádám, Tatai Eötvös József Gimnázium és Kollégium, Tata; Kovács Levente, Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest; Szakály Marcell, Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium, Budapest) hazánkat az Ausztriában rendezett felkészülési versenyen (lásd <http://aypt.at>) képviselték sikerrel. Nyolc ország 16 csapata között a 2. helyezést érték el.

A versenyre való felkészülés és a versenyen való részvétel anyagi háttérét a MOL Nyrt., az Audi Hungaria Zrt. és az Emberi Erőforrások Minisztériuma, valamint a nemzeti tehetség program NTP-NTMV-17-B-0001 számú pályázata biztosította. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatósi Programja támogatta.



Nagy Dániel 2018-ban érettségizett a Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnáziumban, jelenleg a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem első éves mechatronikai mérnök szakos hallgatója. 2018 júliusában Pekingben, a bronzérmes magyar csapat tagjaként részt vett az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT), ahol előadta a *Mozgó gyűrűk* című feladatot.

Az IYPT versenyről részletesen írtunk korábbi cikkünkben [1]. A továbbiakban a diákok és felkészítőik által közösen végzett kutatásokból szeretnénk ízelítőt adni. Reméljük, ezzel sok fizikatanárnak is sikerül kedvet csinálni, hogy a jövőben ők is belekóstoljanak a verseny által felkínált érdekes feladatok megismerésébe, és tehetséges diákjaikat bátorítsák a részvételre. Minden fejezet egy-egy problémát mutat be, és közvetlenül az elején, dőlt betűvel szedve található a versenykiírásban szereplő eredeti problémaleírás. A diákoknak a feladat megoldásához további információ nem áll rendelkezésre. Minden fejezet végén feltüntettük annak szerzőit, őket az írásuk előtt külön is bemutatjuk.

### Hanglebegtetés

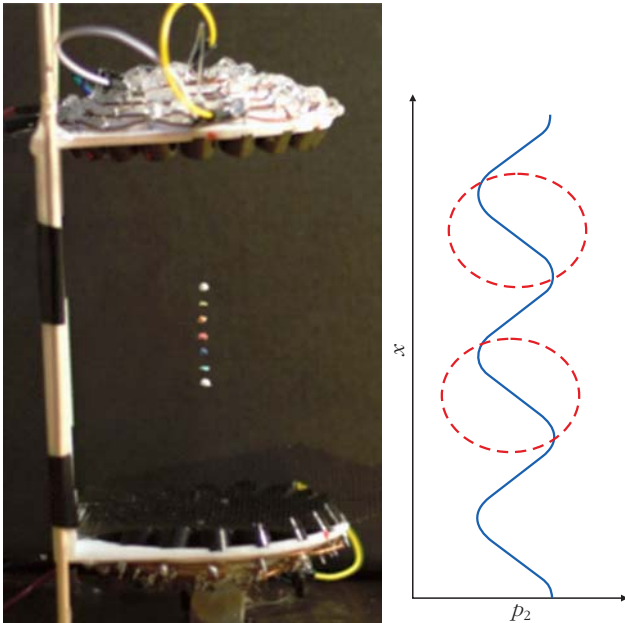
*Kis objektumok képesek lebegni akusztikus állóhullámokon. Vizsgád meg a jelenséget! Milyen mértékben tudod manipulálni az objektumokat?*

### Elkészített eszközök

A jelenség előállítása nem egyszerű. Csak ultrahangok használatával érhető el, amelyekhez speciális sugárzó, mikrohullámú transzduktor szükséges. Az 1. ábrán látható az általam megépített eszköz. A tervek internetes leírás alapján készültek [2], ez a berendezés 72 darab transzduktort tartalmaz, amelyek két darab gömbfelületdarabon helyezkednek el, így a hanghullámok a középpontban fókuszáltak. A transzduktorok egy jelgenerátorhoz vannak csatlakoztatva, amely egy 40 kHz-es négyszögjelet biztosít, ezáltal a transzduktorok 40 kHz-es hanghullámot bocsátanak ki.

### Mégis miért lebeg?

A lebegés akkor valósulhat meg, amikor a lebegtető erő kiegyenlíti a nehézségi erőt. A lebegtető erő az átlagos nyomáskülönbségekből származó erő lesz, amely akkor fogja kiegyenlíteni a nehézségi erőt, ami-



1. ábra. Ultrahangos levitátor (balra) és az eszközben kialakuló átlagos nyomáshullám (jobbra).

kor a lebegő tárgy alatt a nyomás nagyobb, mint a lebegő tárgy felett. De mégis miért alakulnak ki átlagos nyomáskülönbségek? Ez hagyományos állóhullámképpel nem magyarázható!

Ahhoz, hogy az átlagos nyomáskülönbségeket megmagyarázzuk a Navier–Stokes- és a kontinuitás-egyenleteket használtuk fel [3]. Első közelítésben feltételezzük, hogy a nyomás a levitátorban  $p_0$  légköri nyomás, de ez idő és hely függvényében ettől egy kicsit eltérhet ( $p_0 \gg p_1$ ):

$$p = p_0 + p_1(x, t). \quad (1)$$

A sűrűség a levegő  $\rho_0$  sűrűsége, ebben szintén lehetnek kisebb eltérések ( $\rho_0 \gg \rho_1$ ):

$$\rho = \rho_0 + \rho_1(x, t). \quad (2)$$

A levegő molekuláinak sebessége pedig az idő és hely függvényében változhat [3]:

$$v = v_1(x, t). \quad (3)$$

Ezen közelítéseket, valamint a Navier–Stokes- és a kontinuitás-egyenleteket felhasználva a hagyományos állóhullám megoldásra jutunk, amely a nyomásra a következő (a sűrűsége és sebessége kapott összefüggéseket most nem részletezzük):

$$p_1(x, t) = P_0 \sin(\omega t) \cos(kx), \quad (4)$$

ahol  $P_0$  a hanghullám nyomásának amplitúdója,  $\omega$  a körfrekvencia és  $k$  a hullámszám. Ez utóbbi két mennyiséget a hangsebesség köti össze ( $c = \omega/k$ ). A (4) nyomáshullámot jobban megvizsgálva látható, hogy időátlagos, azaz nincs átlagos nyomáskülönbség, tehát

a lebegés nem lehetséges. Az akusztikus levitáció megmagyarázásához további sorfejtés szükséges [3]:

$$p = p_0 + p_1(x, t) + p_2(x, t). \quad (5)$$

Ezek és a Navier–Stokes-egyenlet felhasználásával levezettük, hogy a  $p_2(x, t)$  nyomáshullám időátlagos értéke a következő:

$$p_2(x) = \frac{P_0^2}{4 \rho_0 c^2} \cos(2kx). \quad (6)$$

Láthatjuk, hogy  $P_0$  növelésével az átlagos nyomáskülönbségeknek is egyre nagyobbak lesznek. A kísérleti összeállításához ezért nagy nyomásamplitúdójú hanghullámot kibocsátó hangszórókat kellett használni, erre a piezoelektromos hangszórók a leginkább megfelelők. A statikus nyomáskülönbségekből következik, hogy a hangnyomásból származó erőnek léteznie kell. Ha egy tárgy lebeg, a hangnyomásból származó erőnek felfelé kell mutatnia, hogy kiegyenlítsa a gravitációs erőt. Ez akkor történhet meg, ha a lebegő tárgy alatt nagyobb a nyomás, mint a lebegő tárgy fölött. Az átlagos nyomáshullámot (6) az 1.b ábra mutatja, a piros körök azon helyeket jelölik, ahol a levitáció létrejöhet.

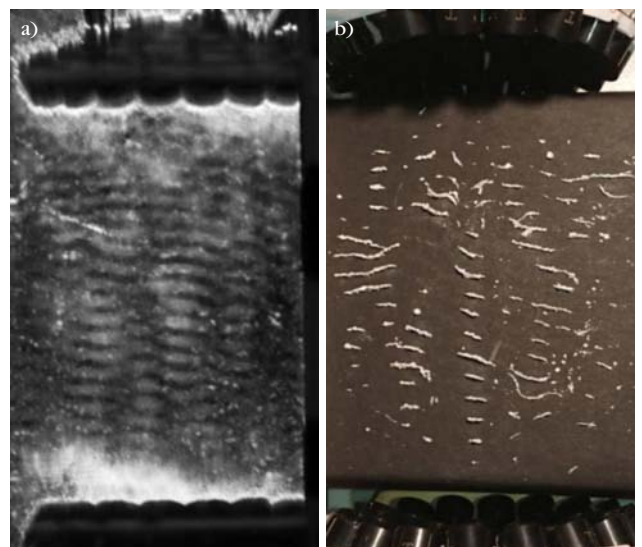
A levitációra alkalmas helyek egymástól félhullámhossz-távolságra találhatóak (hiszen a  $p_2$  állóhullám kétszeres hullámszámú), tehát a lebegő tárgyak közötti távolság [4]:

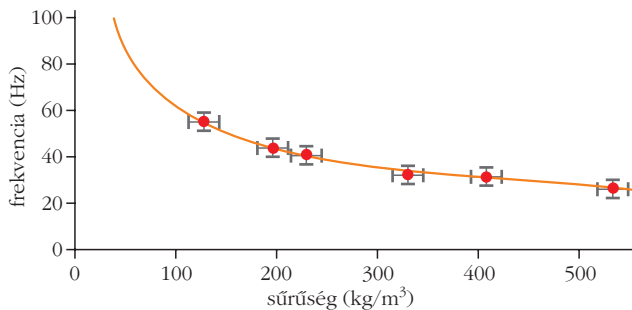
$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}. \quad (7)$$

Az elmélet kísérleti megerősítése

Első lépésként Schlieren-optika [5] segítségével azt mutattuk meg, hogy állóhullámoknak és nyomáskülönbségeknek valóban létezniük kell. A 2.a ábrán az

2. ábra. (a) Schlieren-optikával készült kép. (b) Vízzintesre állított eszközben a finom por elrendeződik.





3. ábra. Különböző sűrűségű testek lebegés közbeni rezgési frekvenciája. A pontok a kísérleti adatokat, a folytonos vonal az elméleti görbét mutatja.

így készült képek láthatók, a fehérebb részek a legnagyobb nyomásváltozás helyei.

Ezután a lebegő tárgyak közötti távolságot mértük meg. Eldöntöttük a levitátort, majd finom port szórunk az alatta levő papírra, a por ott gyűlt össze, ahol a tárgyak lebegni tudnak, ezt mutatja a 2.b ábra. A (7) képlet alapján az elméleti távolság 4,25 mm, általunk mért érték  $4,38 \pm 0,2$  mm, tehát jó eredményt kaptunk. A kísérletet lebegő tárgyakkal is elvégeztük, és így is hasonló eredményekre jutottunk.

E módszerrel mennyire tudunk tárgyakat mozgatni?

Kicsiny tárgyak esetén a hangnyomásból származó erő a (6) összefüggés alapján levezethető:

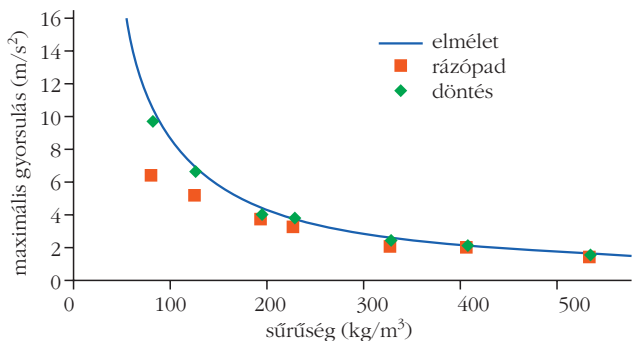
$$F_{\text{radiation}}(x) = V \frac{P_0^2 k}{2 \rho_0 c^2} \sin(2 k x), \quad (8)$$

ahol  $V$  a lebegő tárgy térfogata. Az átlagos nyomás (6) és a tárgyra ható erő (8) a levitátorbeli meghatározásához  $P_0$  értékének pontos ismerete szükséges. A használt hanghullám frekvenciája 40 kHz, azaz a nyomásamplitúdó változik másodpercenként, ezért a nyomásamplitúdó hagyományos módszerekkel nem mérhető meg. Megfigyelhető, hogy a lebegő tárgyak rezgőmozgást végeznek, így a hangnyomásból származó erő az egyensúlyi helyzet közelében rugóerőként viselkedik. A rezgés frekvenciáját mérve a nyomásamplitúdó a következő egyenlettel számolható ki:

$$P_0 = f \lambda c \sqrt{\rho_0 \rho_t}, \quad (9)$$

ahol  $f$  a tárgy rezgési frekvenciája,  $\lambda$  a hullámhossz,  $c$  a hangsebesség,  $\rho_0$  a közeg,  $\rho_t$  a tárgy sűrűsége. Több különböző sűrűségű tárggyal végeztünk méréseket, a tárgyak mozgását nagysebességű kamerával rögzítettük (1200 fps), majd frekvenciájukat a Tracker program segítségével határoztuk meg. A 3. ábra mutatja a mérési eredményeket, amelyből  $P_0$  értéke kiszámolható, ez  $1957 \pm 113$  Pa-nak adódott. Ebből következik  $p_2$  (6) amplitúdója, tehát az a nyomáskülönbség, amely a tárgyakat lebegteti, ennek az értéke mindössze  $6,77 \pm 0,63$  Pa.

A lebegő tárgyak maximális oldalirányú gyorsulását szintén levezettük (ami az a gyorsulás, amikor a levi-



4. ábra. Testek maximális gyorsulásának kísérleti és elméleti eredményei.

tátor nem tartja meg) a (8)-as egyenletből és a második Newton-törvényből:

$$a_{\text{max}} = \frac{P_0^2 k}{2 \rho_0 c^2 \rho_t}. \quad (10)$$

A gyorsulás értéke a levitátor döntésével is meghatározható, ebben az esetben  $a_{\text{max}} = g \sin \alpha$ . Itt  $g$  a gravitációs gyorsulás  $\alpha$  az a dőlésszög, amelynél a lebegő tárgy leesik. A maximális gyorsulást egy rázópadon is meg tudtuk mérni. Az eredményeket a 4. ábra mutatja, a döntéssel kísérlet eredményei jól egyeznek az elméleti értékekkel.

Megpróbáltuk elhangolni a levitátor alsó és felső hangszóróit, azaz  $\Delta \varphi$ -vel megváltoztattuk azok egymáshoz képesti fázisát. Ebben az esetben a tárgyak – a fáziseltolás irányától függően – felfelé vagy lefelé mozdultak el a levitátorban. Mérések alapján a következő egyenlet adja meg a  $\Delta \varphi$  fáziseltolás hatására arébb helyezkedő lebegő tárgy  $\Delta x$  elmozdulását:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta \varphi}{2 \pi}. \quad (11)$$

Tehát, ha az első és felső részt egymáshoz képest  $2\pi$ -vel toltuk el, akkor a tárgyak  $\lambda/2$ , azaz 4,25 mm-t mozdultak.

Össességében elmondható, hogy sikerült megvalósítani a manipulációt és annak elméleti hátterét is megadtuk. Nehezebb tárgyak mozgatásához természetesen jóval erősebb hangszórókra lenne szükség.

Nagy Dániel

## Olajozott gyűrűk

*Egy olajozott vízszintes henger egyenletes sebességgel forog a tengelye körül. Készíts egy kartongyűrűt úgy, hogy a belső sugara körülbelül kétszer akkora legyen, mint a hengeré. A gyűrű dőlésétől függően mindkét irányban végigmozoghat a hengeren. Vizsgáld meg a jelenséget!*

A feladat szövege leírja a mérési összeállítás alapjait, ám számtalan kérdés is felmerül, többek között, hogy miért kell kartonpapírgyűrűket használni, ha az olajos rúd ezeket könnyen tönkretelheti. Az első lépés a változtatható paraméterek megállapítása: a gyűrű külső és belső sugara, vastagsága, tömege, anyaga; a



5. ábra. Az olajoztgyűrűk-probléma kísérleti összeállítása. Az ábrába szerkesztett kis képen a kísérletekben használt gyűrűk láthatók.

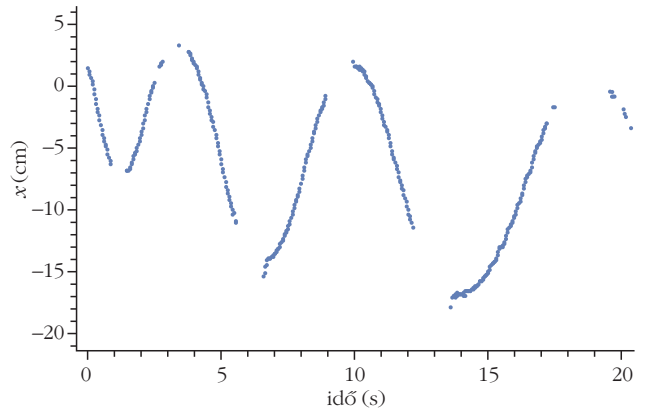
rúd átmérője, hossza, felszíne, forgási sebessége. Ezen paraméterek változtatását figyelembe véve készült el az 5. ábrán látható összeállítás.

A rudat két csapágyazott pillér tartja, és egy ékszíjon keresztül egy léptetőmotor forgatja. A rudat vízszintesen szemből egy kamera figyeli. A kamera által rögzített videókat későbbi feldolgozásra számítógépen tároljuk. A kezdeti feltételek kontrollálására egy kioldó szerkezetet készítettünk, amely a gyűrűket a megfelelő pillanatban reprodukálható szögekből engedte szabadon.

A gyűrűk – mint ahogy az 5. ábrán látható – jól meghatározott módon festve voltak: külső élük zöld, belső élük piros. A köztes terület egyik oldalán fehér, hátoldalán fekete volt. Az élénk és jól megkülönböztethető színeknek köszönhetően a mozgástól gyakran elmosódott videókon is – egy saját fejlesztésű tracker program segítségével – követni tudtuk a gyűrű helyzetét. A programot a Python nyelven írtuk, és a képfeldolgozáshoz általános OpenCV csomagot használtuk. A videókat a program képkockáról képkockára elemezte: először a szokványos RGB (piros, zöld, kék) színmodellből a HSV (árnyalat, telítettség, világosság) modellbe alakította a képet, mivel így az objektumok színét kényelmesebb elemezni. Ezután megkereste a piros és zöld színű pixeleket, és elkülönítette a gyűrűt alkotó, viszonylag egybefüggő halmazt a háttérzajban felbukkanó egy-egy pixeltől. A kúpszeletek tulajdonságaiból következik, hogy egy térbeli körgyűrű leképezése kamerával mindig ellipszis lesz, így a program a két pixelhalmazra ellipszist illesztett. Mivel a gyűrű valós adataiból ismert a két ellipszis nagytengelyének aránya, amely a leképezés során változatlan, a két illesztett ellipszist egyesíteni lehet, hogy a mérési zaj szintjét csökkentsük. Mindezen felül a program ele-



Szakály Marcell 2018-ban érettségizett a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban, jelenleg az Oxfordi Egyetem első éves fizika szakos hallgatója. A 2017 júliusában, Szingapúrban megrendezett Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT) az aranyérmes magyar csapat tagja volt. A 2018. évi fizika OKTV 2. kategória nyertese. Az Európai Fizika Diákolimpián aranyérmet, a Nemzetközi Fizika Diákolimpián bronzérmet szerzett.



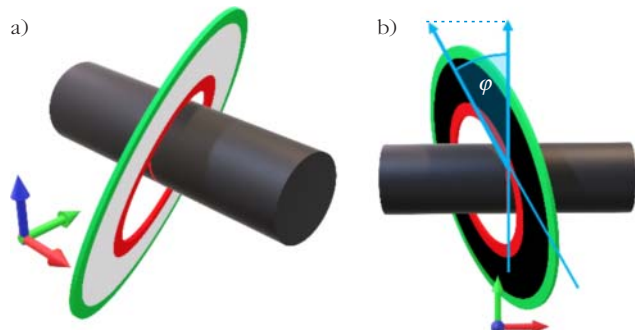
6. ábra. A gyűrű mozgásának hely-idő grafikonja.

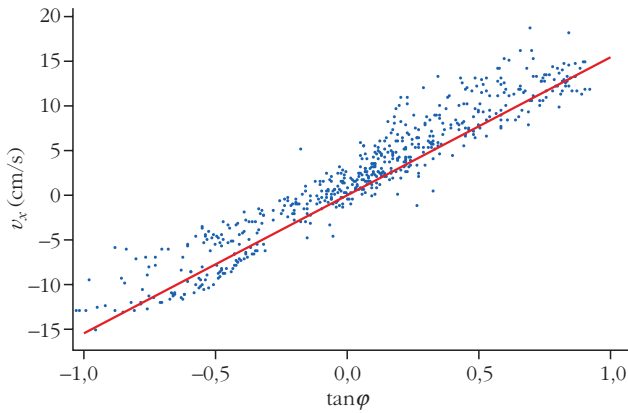
mezte a gyűrű belső részének színét (fekete vagy fehér), és ez alapján eldöntötte, hogy melyik oldalát látjuk. A leképezett, korrigált külső-ellipszis pixelekből mért elhelyezkedése, a kamera felbontása és nyílásszöge, valamint a gyűrű valós adatai és látott oldala segítségével a kamera koordináta-rendszerében meghatározható a gyűrű adott pillanatbeli eredeti, térbeli helyzete. A kamera vízszintesen, merőlegesen nézte a tengelyt, ebből a gyűrű koordinátái a rúd rendszerében is meghatározhatók. Megfelelő mozgó átlagokkal és numerikus differenciálszámítással a pillanatnyi sebességet és gyorsulást is meg tudtuk határozni (természetesen egyre növekvő numerikus hibával). A pozíciókövetés eredményét a 6. ábra mutatja. Jól látható, hogy a gyűrű egyre növekvő amplitúdójú és periódusidejű oszcillációt végez.

### A mozgás elméleti leírása

Helyezzünk a rendszerre egy olyan koordináta-rendszert, amelyben az  $x$  (piros) tengely a rúddal párhuzamos, a  $z$  (kék) felfelé mutat, az  $y$  (zöld) pedig – a jobbkézszer szabály szerint – a rúdra és a függőlegesre is merőleges. A jelenség megfigyelésével tapasztaltuk, hogy a gyűrű és a rúd érintkezési pontja jó közelítéssel mindig legfelül helyezkedik el, továbbá a gyűrű tömegközéppontja az érintkezési pont alatt van, azaz a gyűrű mozgás közben is „csüng” a rúdon. A gyűrű a függőleges tengely körül még mindig elfordulhat: ezt a szabadsági fokot a gyűrű síkja és a rúdra merőleges sík  $\varphi$  szögével írtuk le (7. ábra).

7. ábra. (a) A mozgás elméleti leírásához használt koordináta-rendszer, valamint (b) felülnézetből a  $\varphi$  szög értelmezése.





8. ábra. Az  $x$  irányú sebesség és a korong elfordulási szögének függvénye. Piros vonal: elméleti érték, kék pontok: mérési adatok.

Fontos megfigyelés továbbá, hogy a gyűrű és a rúd nem csúszik meg egymáson, azaz az érintkezési pontbeli sebességeik egyenlők. Ennek következtében természetesen a gyűrű forog a saját tengelye körül. Amennyiben  $\varphi \neq 0$  az érintkezési pontban – a gyűrű saját, síkjára merőleges tengelye körüli forgása miatt –, a gyűrűsebességnek  $x$  irányú komponense is kell legyen, ám a rúdnak csak  $y$  irányú komponense van. Ennek következtében a gyűrűnek egy  $v_x$  haladási sebességgel kell rendelkeznie, hogy a sebességek egyensúlya az érintkezési pontban fennmaradjon.

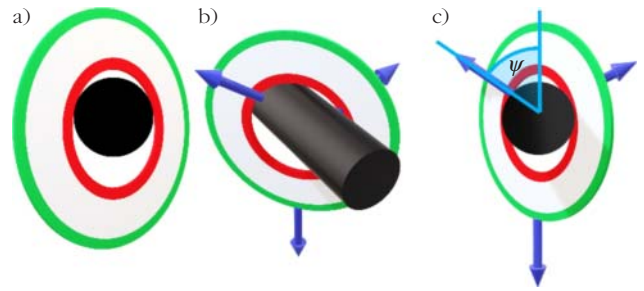
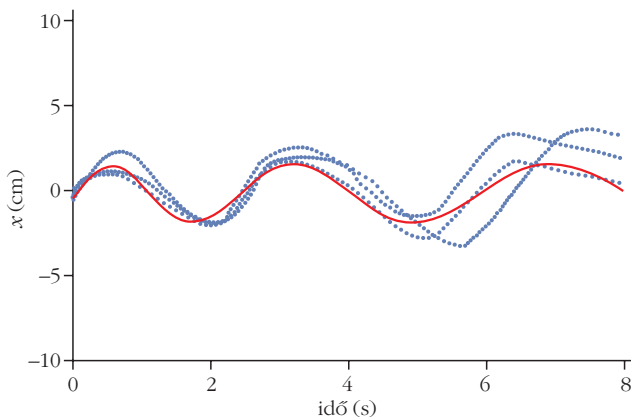
Amennyiben  $v_y$  a rúd (és gyűrű) pontbeli sebessége az  $y$  irányban, és  $v_x$  a gyűrű sebessége az  $x$  irányban, a  $\varphi$  szög definíciójából következik, hogy  $\operatorname{tg}\varphi = v_x/v_y$ . Amennyiben a rúd sugara  $r$  és szögsebessége  $\omega_c$  felváltja  $v_y$  sebessége  $r\omega_c$ , így:

$$v_x = r\omega_c \operatorname{tg}\varphi. \quad (12)$$

Ezt az összefüggést kísérletileg is igazoltuk (8. ábra).

A sebesség nem más, mint a hely idő szerinti deriváltja, így  $\varphi(t) \rightarrow v_x(t) \rightarrow x(t) + x_0$ , a  $\varphi(t)$  függvény meghatározza a gyűrű hely-idő függvényét. Amennyiben a  $\varphi$  szög időben állandó lenne, a hely arányosan változna az idővel. A valóságban  $\varphi$  az időben nem állandó, így a sebesség sem maradhat állandó. Gon-

10. ábra. Az azonos kiindulású mérések során a korong helye az idő függvényében (pontok) és a paraméterekhez tartozó elméleti görbe (folytonos vonal) összehasonlítása.



9. ábra. (a) A korong egy kritikus szögnél nagyobb elfordulása esetén geometriai okok miatt kénytelen felemelkedni. (b) Ebben az esetben a gyűrűre ható erők sematikusán. (c) A  $\psi$  szög definíciója.

doljunk meg egy olyan szélső esetet, ahol a gyűrű olyannyira elfordul  $\varphi$  irányban, hogy a rúdra merőleges vetülete a 9. ábrán látható módon sokkal vékonyabb lesz. Ekkor a gyűrű geometriai okokból kénytelen felemelkedni.

A gyűrűre ekkor – a 9. ábra alapján – forgatónyomaték hat. Amennyiben az érintkezési pontok a 9.c ábrán látható módon  $\psi(\varphi)$  szögben helyezkednek el, a gyűrűre ható nyomóerők:

$$F_z = \frac{mg}{2}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{F_y}{F_z},$$

így

$$F_y = \frac{1}{2} mg \operatorname{tg}\psi \quad (14)$$

erő fejt ki a forgatónyomatékokat. Az erőkar  $r\operatorname{tg}\varphi\sin\psi$ , így a forgatónyomaték

$$M = -mg \operatorname{tg}\psi r \operatorname{tg}\varphi \sin\psi. \quad (15)$$

Az  $I\ddot{\varphi} = M$  egyenlet és a forgatónyomaték előjele miatt  $\varphi$  és  $\dot{\varphi}$  között negatív a visszacsatolás, így  $\varphi(t)$  oszcillálni fog:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{4gr \operatorname{tg}\varphi \tan\psi \sin\psi}{(R_{out} + R_{in})^2} - C\dot{\varphi}|\dot{\varphi}|. \quad (16)$$

Ha a gyűrű vastagságát figyelembe vesszük (amely elfordulásakor igen lényeges és nem elhanyagolható torzulást okoz),  $\psi(\varphi)$  függvény meghatározása zárt alakban szinte lehetetlen, numerikus kiszámítása is lassú.

Az egyenletben szereplő  $C$  tagot a megfigyelésekhez illesztjük, és a forgó gyűrűre ható légellenállás forgatónyomatékát képviseli szemempirikus módon.

A 10. ábrán látható, az elmélet jól közelíti a mérési görbe alakját. Érdeemes megjegyezni, hogy a feladat előírja, a rúd és gyűrű sugara között körülbelül kétszeres szorzó legyen. Ugyan a szám pontos értékét számításal nem, de érveléssel alátámaszthatjuk: amennyiben a gyűrű és a rúd mérete nagyon hasonló, a  $\psi(\varphi)$  függés nagyon hirtelen nő, így a gyűrű kis  $\varphi$  szögtartományban ingadozna, és igazi távolság mértéke helyett egyhelyben remegne. Hasonlóan túl

nagy gyűrű esetén a  $\varphi$  szög jelentősen megközelítené az abszolút elméleti maximum  $90^\circ$ -ot, ahol hatalmas sebességgel haladna oldalirányba, így a reálisan beszerezhető rudaknál sokkal hosszabb távra lenne szükség érdemleges megállapítások tételéhez.

Szakály Marcell, Nagy Dániel

## Sugárzó lámpa

*Amikor éjszaka fényképet készítünk egy világító lámpáról, a képen megjelenhetnek a lámpa középpontjából kiinduló fénysugarak. Vizsgálj és magyarázd meg a jelenséget!*

Ezt a jelenséget rengetegszer lehet látni jó minőségű fényképeken a hétköznapokban is (11. ábra).

A jelenséget a fényképezőgép blendéje okozza azért, hogy a blendén áthaladó fénycsugárak fényelhajlást szenvednek. A jelenség jobb megértéséhez ismernünk kell a Huygens–Fresnel-elvet, ami kimondja, hogy egy hullámfront apró elemi hullámok összegére bontható fel, ezek fázishelyes összege (avagy interferenciája) a későbbi hullámfront minden pontjában megadja annak alakját és amplitúdóját.

Interferencia egy pontban akkor lép fel, ha azonos hullámhosszú és időben állandó fáziskülönbségű hullámok találkoznak egymással. Egymással ellentétes fázisban találkozó két hullám gyengíti egymást, ha amplitúdóik is azonosak, akkor kioltás következik be. Ha a két hullám ugyanabban a fázisban találkozik egymással, akkor erősítésről beszélhetünk, ekkor a két hullám amplitúdója összeadódik.

A fényképezőgép-objektív leképezésének jobb megértéséhez tekintsük a 12. ábrát!

A tárgy a tér minden irányába fénycsugárakat bocsát ki, aminek a fényképezőgép felé tartó részét az objektívben lévő lencse(rendszer) párhuzamosakká alakítja, a párhuzamos fénycsugárak áthaladnak a blendén, majd a második lencse(rendszer) a tárgy egy-egy adott pontjáról érkező fénysugarakat más-más pontba fókuszálja, ami által egy bizonyos távolságban kép keletkezik, amit film vagy elektronikus eszköz (CCD) rögzít.

## Elmélet

Az elmélet kidolgozását egy  $B(x, y)$  apertúrafüggvénnyel kezdtük, ami megadja, hogy az adott fénycsugár áthalad-e a blendén, vagy sem. Ha a fénycsugár



11. ábra. A Szabadság híd éjszakai képe. A lámpák körül jól láthatók a csillag alakú fények.

lám áthalad rajta, akkor a függvény értéke egy, különben pedig nulla. Ezután meghatározhatjuk, hogy a fény mekkora utat tesz meg külön-külön a blende minden egyes pontjától a tőle  $d$  távolságban lévő ernyő minden egyes pontjára. Ennek felírásához a 13. ábrán látható koordináta-rendszert használtuk. A blendénél az  $x$  és  $y$  koordinátákat  $x$  és  $y$ -nal, míg az ernyőnél ugyanezt  $X$  és  $Y$ -nal jelöltük.

Látható, hogy a  $z$  koordináta a blendénél nulla, az ernyő pontjainak a  $z$  koordinátája a  $d$  értéket veszi fel. Ezek alapján, a Pitagorasz-tétel segítségével már meg lehet határozni, hogy mekkora utat tesz meg a fény a blendétől a kamera ernyőjéig:

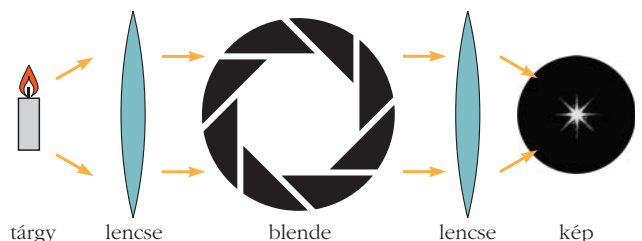
$$r(x, y, X, Y) = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2}. \quad (17)$$

Egy  $P$  pontból kiinduló elemi gömbhullám elektromos (vagy mágneses) térerősségének a járulékat egy  $Q$  pontban,

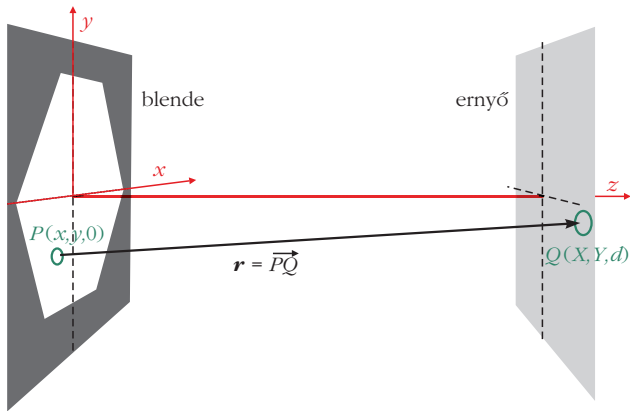
$$\begin{aligned} d\psi(t) &= \psi_{P \rightarrow Q}(t) = \\ &= B(x, y) A \sin(k_1(r(x, y, X, Y) - \omega t)) = \\ &= B(x, y) A \sin\left(k_1 \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2} - \omega t\right), \end{aligned} \quad (18)$$

ahol  $A$  a blendére eső hullám amplitúdója,  $k_1$  a hullámzámvektor  $PQ$  irányú komponense,  $\omega$  a frekvenciája. Ez az egyenlet akkor ad jó közelítést, ha a blende méretéhez képest attól távol (vagy egy lencse fókusz síkjában) nézzük a térerősségeket (ez a Fraunhofer-diffrakció esete). Ezt követően felösszegezhető a

12. ábra. Sematikus ábra egy tárgy kamerával való leképezéséről.



Kovács Levente az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium 12. osztályos tanulója. A 2017/2018-as tanévben a KöMaL G jelű fizika gyakorlatok versenyén IX. helyezést ért el. A 2018 áprilisában, Leobenben megrendezett Austrian Young Physicists' Tournamenten (AYPT) a magyar csapat tagjaként II. helyezést ért el.



13. ábra. A modell koordináta-rendszere és jelölései.

blende minden pontjáról kiinduló elemi hullámok járuléka, így meghatározva az ernyő minden egyes pontjában a térerősséget.

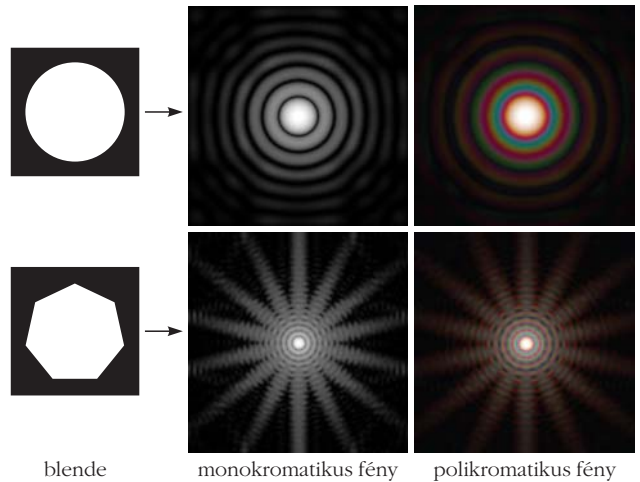
$$\psi(X, Y, t) = \int_{\text{blende}} B(x, y) A \sin(k_{\parallel} r(x, y, X, Y) - \omega t) dx dy. \quad (19)$$

Ezután már csupán a fényintenzitás eloszlását – ami végső soron megmutatja, hogy az ernyő mely részein fogunk sötét és világos részeket látni – kellett kiszámolni. Ehhez felhasználtuk, hogy az elektromos (vagy mágneses) térerősség négyzete arányos a fény intenzitásával, amit egy periódusra időátlagolni kell, hiszen szemünk is csak ezt a kiátlagolt értéket érzékeli.

$$I(X, Y) \sim \langle \psi^2(X, Y, t) \rangle_t = \left\langle \left( \int_{\text{blende}} B(x, y) A \sin(k_{\parallel} r(x, y, X, Y) - \omega t) dx dy \right)^2 \right\rangle_t. \quad (20)$$

(A (19) és a (20) egyenletben ne feledkezzünk meg  $r$  (17)-ben szereplő kifejezéséről!) Egyenlőséget akkor kapunk, ha – attól függően, hogy  $\psi$ -vel az elektromos vagy a mágneses teret jelöljük –  $\epsilon_0$  és  $\mu_0$  megfelelő kombinációjával ezt megszorozzuk. Azonban e jelenségnél nekünk elegendő volt a relatív intenzitáseloszlást ismerni.

15. ábra. Fényképek eltérő lamellaszámú blendével, balra 7 lamella: 14 ágú csillag; jobbra 8 lamella: 8 ágú csillag.



14. ábra. Szimulációs képek.

### Szimulációs program

Az elmélet és kísérleti eredmények összevetésére szimulációs programot írtunk, amelyben két közelítést használtunk: 1) az ernyő effektív távolsága lényegesen nagyobb a blende méreténél, 2) a képet egy lencse segítségével képeztük le. Ezekre azért volt szükség, mert így egy nagyon gyors matematikai módszerrel, a Fourier-transzformációt lehet alkalmazni. A szimulációs program Pythonban készült, használata igen egyszerű. Bemenő adat a blende alakját fekete-fehérben, valamint a fény hullámhosszát tartalmazó fájl. A program elkészíti ezen adatoktól függő szimulált diffrakciós képet.

A 14. ábrán láthatjuk, hogy a szimuláció milyen diffrakciós képet számol mono-, valamint polikromatikus (fehér) fényekre, kétfajta blendealak (kör és hétszög) mellett. A program a fehéret különböző színek összegeként kezeli, amit polikromatikusnak nevezünk az ábrán, mert csak véges sok színt adunk össze.

### Kísérleti eredmények

Kísérleteink során – többek között – azt vizsgáltuk, hogy a blende mérete miként befolyásolja a kapott képet. Azt tapasztaltuk, hogy minél szűkebb a blendenyílás, a fényképen annál jobban látható a jelenség. Ezzel szemben, minél tágabb a blende, annál szélesebbek a fénysugarak, és kevésbé határozott csillagalak látható a képen.

Azt is vizsgáltuk, hogy a különböző lamellaszámú blendék miként befolyásolják a jelenséget. Azt tapasztaltuk, hogy páros számú lamella esetén a csillag ágainak száma megegyezik a lamellaszámmal. Azonban páratlan számú lamellát használva a csillag ágainak száma a lamellaszám duplája. Ez azzal magyarázható, hogy a fény minden lamellánál két irányba törik, így páros számú lamella esetén a szemközti ágak átfedik egymást, két ágat egyként látunk. Páratlan számú lamella esetén a csillagok ágai között nincsenek átfedések, így minden elhajlást külön-külön lát-

hatunk. A 15. ábrán saját fényképeink láthatók, olyan blendével, amelynek a bal oldali képén páratlan, míg a jobb oldalon látható képen páros számú lamellája van.

Ezek mellett különböző fókusztávolságokkal is készítettünk fényképeket. Azt figyeltük meg, ha a tárgy élesre van állítva, akkor a fénysugarak vékonyabbak és sokkal élénkebben láthatók, azonban, ha a fókusztávolság túl kicsi vagy túl nagy, akkor egyre inkább a blende alakja jelenik meg a fényképen.

*Kovács Levente*

## Irodalom

1. Hömöstrei Mihály, Pham Thi Linh, Beregi Ábel, Laukó András, Béda Ármin, Nagy Péter, Ispánovity Péter Dusán, Jenei Péter: Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye magyar szemmel. *Fizikai Szemle* 64/12 (2014) 430–435.
2. instructables.com/id/Acoustic-Levigator – Akusztikus levitáció Asier Marzo-tól (megtekintés: 2018/08/23).
3. H. Bruus: Acoustofluids 7: The acoustic radiation force on small particles. *Lab on a Chip* 6 (2012).
4. M. Hakan Kandemir, M. Caliskan: Standing wave acoustic levitation on an annular plate. *Journal of Sound and Vibration* 382 (2016) 227–237.
5. [https://en.wikipedia.org/wiki/Schlieren\\_photography](https://en.wikipedia.org/wiki/Schlieren_photography) Schlieren photography – Wikipédia (megtekintés: 2018/08/23).

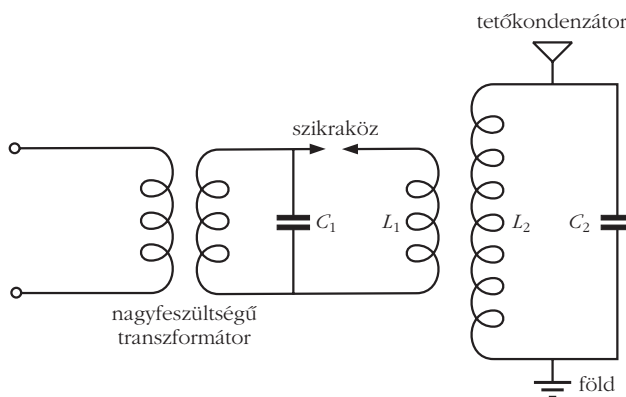
# A WIGNER JENŐ SZAKKOLLÉGIUM KÍSÉRLETI KÖR MUNKACSOPORTJA BEMUTATJA: A TESLA-TEKERCS

Träger Magdolna – Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Buday Csaba – Prolan Irányítástechnikai Zrt.  
Sánta Botond – BME Fizika Tanszék

## Az első Tesla-tekercs

Az 1800-as évek végén *Nikola Tesla* sokat foglalkozott a váltóárammal és nagyfrekvenciás generátorával. Ekkor alkotta meg az azóta róla elnevezett Tesla-tekercs is, amellyel nagyfeszültségű (akár 100 kV) és nagyfrekvenciás áramot lehet előállítani.

Az első Tesla-tekercs két egymásra hangolt áramkörből áll (1. ábra). Működésének lényege, hogy a szekunder kör egy rezgőkör, amelyet a primer körrel induktív módon lehet gerjeszteni. A primer körben egy néhány menetes szolenoid tekercs, a hozzá méretezett kondenzátor, egy nagyfeszültségű transzfor-



1. ábra. A Tesla-tekercs egyszerű kapcsolási rajza.



*Träger Magdolna* az Eötvös Loránd Tudományegyetem fizika-matematika tanárszakszakszagos ötödéves hallgatója, 2015-től a Wigner Jenő Szakkollégium Kísérleti Körének tagja. Szabad idejében szívesen vesz részt természettudományos versenyek szervezésében, illetve a fizika népszerűsítésében.



*Buday Csaba* 2010-ben szerzett mérnökfizikus diplomát a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen, majd 2017-ben villamosmérnök BSc-t az Óbudai Egyetemen. Jelenleg hardverfejlesztő mérnökként dolgozik a Prolan Irányítástechnikai Zrt.-nél. Egészen a kezdetektől tagja a Wigner Jenő Szakkollégiumnak és a Kísérleti Körnek, ahol főleg a kísérleti eszközök építésében tevékenykedik.

mátor (vagy induktor) és egy szikraköz van. A másik, a szekunder kör (amely a rezgőkör) egy sokmenetes szolenoid tekercsből és ezen egy tetőkondenzátorból – ami a tekercs tetejére helyezett hengeres alakú fém – áll. Valójában e fém földdel alkotott kapacitása határozza meg a szekunder kör kondenzátorának kapacitását és rezonanciafrekvenciáját.

Az eszköz kapcsolásakor a nagyfeszültségű transzformátorról vagy az induktorról a primer kör konden-



*Sánta Botond* 2016-ban végzett a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem fizikusképzésén, jelenleg doktorandusz-ként dolgozik a BME Fizika Tanszékén. Kutatási területe atomi méretű memóriák vizsgálata. Kutatási tevékenysége mellett a Wigner Jenő Szakkollégium Kísérleti Körének vezetőjeként (és egyik alapítójaként) aktív közéleti tevékenységet folytat, számos demonstrációs kísérleti bemutató és laborlátogatás megszervezése és megtartása fűződik a nevéhez.