

# fizikai szemle

2018/10





# Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Rendkívüli Küldöttgyűlése

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2018. november 9. pénteken 15:00 órai kezdettel tartja Rendkívüli Küldöttgyűlését<sup>1</sup> az Eötvös Loránd Tudományegyetem északi épülettömb 0.81-es Ortway-termében (Budapest XI. Pázmány Péter sétány 1/A).

A Rendkívüli Küldöttgyűlés nyilvános, azon bárki részt vehet, a vitákban felszólalhat, de a szavazásban csak a területi és a szakcsoportok által megválasztott, küldöttigazolvánnyal<sup>2</sup> rendelkező küldöttek vehetnek részt.

A Rendkívüli Küldöttgyűlés összehívása azért vált szükségessé, mert bírósági végzést kaptunk, miszerint az Alapszabály két pontját módosítani kell, hogy összhangban legyen a 2011. évi CLXXV. törvény az egyesülési jogról, a közhasznú jogállásról, valamint a civil szervezetek működéséről és támogatásáról (Ectv.) előírásaival.

## **Az ELFT Elnöksége a következő napirendi pontokat javasolja a Rendkívüli Küldöttgyűlésnek:**

1. A napirend elfogadása
2. A Szavazatszámoló Bizottság és a jegyzőkönyv-hitelesítők felkérése
3. Javaslattétel az Alapszabály módosítására a Fővárosi Törvényszék végzésének megfelelően
4. Szavazás a napirend 3. pontjáról és a szavazás eredményének kihirdetése
5. Fórum a Társulat szerkezeti felépítéséről
6. Zárzó

<sup>1</sup> Ha a Rendkívüli Küldöttgyűlés a meghirdetett időpontban nem lenne határozatképes, akkor 15:30-ra ismét összehívjuk. Az ily módon ismételt összehívott Rendkívüli Küldöttgyűlés határozatképes, tekintet nélkül a megjelent küldöttek létszámára.


<sup>2</sup> Kérjük, hogy a küldöttek a küldöttigazolványukat hozzák magukkal és azt a regisztrációnál mutassák be.



## OKTÓBER

Egy új lehetőséggel szeretnénk szolgálni a *Fizikai Szemle* szerzőinek és olvasóinak: bevezetjük, pontosabban fogalmazva kiterjesztjük a csak interneten elérhető tartalmak körét. Célunk az, hogy az internet segítségével lehetőséget adjunk olyan anyagok közzétételére, amelyek a *Fizikai Szemle* hagyományos, folyóirat-jellegű formájába nem beilleszthetők. Mire gondolunk? Például prezentációkra, képekre, videókra (és biztos van még sok minden, ami nem jutottak eszünkbe). Eddig is előfordult, hogy a nyomtatott vagy pdf-formátumú lapszámban megjelent írásokat kiegészítő tartalmakat (bővebb hivatkozási listákat, nagy táblázatokat, fényképeket, videókat stb.) mellékletként az interneten tettünk elérhetővé. A mostani változással ezt a lehetőséget olyan anyagokra is kiterjesztenénk, amelyek a lapban nem, csak az internetes mellékletben jelennének meg. Elképzelésünk szerint ez elsősorban a fizika tanításában alkalmazható tartalmak közzétételéhez jelenthet segítséget. Így megjelenhetnek vetítésre készített prezentációk, videók stb. Előnye a szerzők számára az lenne, hogy az anyagok megjelentetése *szakértői lektorálás után*, de a hagyományos publikációnál lényegesen gyorsabb átfutással történhet, továbbá a nyomtatott lap tartalomjegyzékében is megjelenik a szerző és a cím, valamint természetesen a mű internetes elérhetősége. Így az anyag megjelenéséről a *Szemle* teljes olvasótáborára értesül.

Más: október 19-én lezajlott a Nemzeti Alaptanterv megújítását célzó javaslat véleményezésére meghirdetett társulati vitafórum. Az elhangzott előadásokból és hozzászólásokból egyetértés látszott abban, hogy a természettudomány tárgy bevezetésével a NAT módosítási javaslat a fizika- és kémia tanárok csökkenő számára kísérel meg reagálni. A tárgy bevezetése jelenleg megalapozatlan: nincsenek képzett tanárok, nincs kidolgozott tananyag és tankönyv. Több hozzászóló szerint a tanári pályát kellene megfelelő intézkedésekkel vonzóbbá tenni. Ugyancsak egyetértés volt abban, hogy az eredménycélokban megfogalmazott követelményeket nem alapozzák meg a javaslatban felsorolt kötelezően elsajátítandó ismeretek, és a csökkenő óraszám tovább mélyíti ezt az ellentmondást. Felmerült az is, hogy a természettudományi tárgyak 10. évfolyammal lezáruló kötelező oktatása azt a káros üzenetet közvetíti, hogy a természettudományok nem is fontosak a társadalom számára. Ugyanakkor gyakorló gimnáziumi tanárkollégák tapasztalata szerint vannak előnyei is annak, hogy az utolsó két évben csak azokkal kell foglalkozni, akik tényleg érdeklődnek a fizika (vagy a kémia) iránt. Többen hangsúlyozták, hogy az alsóbb évfolyamokban kizárólag a mérések és kísérletek alkalmasak a fizika megszerettetésére. A fórumon elhangzott és az egyéb beérkezett vélemények alapján az Elnökség által felkért bizottság fogalmazza meg a NAT módosítási javaslatról a Társulat állásfoglalását, amit az október 31-i határidőre be is küldenek.

  
Lendvai János  
főszerkesztő

**Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.**

**Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete**

Főszerkesztő:  
**Lendvai János**

Szerkesztőbizottság:  
**Bencze Gyula, Biró László Péter, Czitrovsky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Hebling János, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Koppa Pál, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor**

Műszaki szerkesztő:  
**Kármán Tamás**

A folyóirat e-mailcíme:  
**szerkesztok@fizikaiszemle.hu**  
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

**A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.**

A folyóirat honlapja:  
**<http://www.fizikaiszemle.hu>**



A címlapon:

**Az APOGEE projekt során használt egyik távcső, az új-mexikói Apache Point Observatórium 2,5 méter tükörátmérőjű teleszkópja 2800 méterrel a tengerszint fölött. E távcsövet kifejezetten a Sloan Digitális Égboltfelmérés számára létesítették.**

<i>Lendvai János:</i> Október	329
<i>Tóth Gábor:</i> Száz évesek Noether tételei <i>Emmy Noethernek a variációs problémák folytonos szimmetriái és a megmaradó mennyiségek közötti kapcsolatról szóló tételai alapvető fontosságúak a modern fizika számára</i>	331
<i>Makai Mihály:</i> Csoportelmélet reaktorfizikai alkalmazásai <i>A cikk bemutatja, hogy a csoportelmélet basznos a reaktorfizika numerikus módszereiben</i>	335
<i>Fényes Tibor:</i> A stabilitási sávától távol eső atommagok – 1. rész <i>A stabilitási sávától távol eső atommagokra irányuló vizsgálatok újabb fejleményeinek áttekintése</i>	340
<i>Szígeti László, Mészáros Szabolcs, Szabó M. Gyula:</i> Extra felkeveredés óriáscsillagokban <i>A 12-es és 13-as szénizotópok csillag felszínén mérhető aránya a csillagban lejátszódó felkeveredési folyamatok jó indikátora</i>	343
<b>A FIZIKA TANÍTÁSA</b>	
<i>Sükösd Csaba:</i> XXI. Országos Szilárd Leó Nukleáris Tanulmányi Verseny – 3. rész <i>A nukleáris technológia iránti érdeklődés fokozását szolgáló verseny feladatainak és azok megoldásának ismertetése</i>	348
<i>Kosztly János:</i> Középfiskolai tanulók aktivitásának fokozása élményt nyújtó fizikaórai mérési kísérletekkel <i>Nébány tanórán is elvégezhető mérőkísérlet bemutatása</i>	354
<i>Komáromi Annamária, Nagy Dániel:</i> Akusztikus lebegtetés és más kísérletek Arduino felhasználásával – avagy ne féljünk tanulni diákjainktól <i>Kísérleti összeállítások önálló megtervezése és kivitelezése alkalmas a tanulók motiválására</i>	356
<i>Krammer Melinda:</i> Öveges József nyomdokain – a XX. Ifjú Fizikusok Találkozója Péren <i>Miként tartják ébren Öveges József emlékét és szellemét ott, ahol kisdíákként élt</i>	361
<b>KÖNYVESPOLC</b>	
<i>J. Lendvai:</i> October	363
<i>G. Tóth:</i> Noether's theorems 100 years old	
<i>M. Makai:</i> Applications of group theory in reactor physics	
<i>T. Fényes:</i> Atomic nuclei far from the stability line	
<i>L. Szígeti, Sz. Mészáros, M. Gy. Szabó:</i> Extra mixing processes in giant stars	

**TEACHING PHYSICS**

<i>Cs. Sükösd:</i> 21 <sup>st</sup> Szilárd Leo National Nuclear Study Competition – Part 3	
<i>J. Kosztly:</i> Increasing the activity of secondary school students with exciting physical measuring experiments	
<i>A. Komáromi, D. Nagy:</i> Acoustic levitation and other experiments using Arduino, or do not be afraid when the teacher learns from the student	
<i>M. Krammer:</i> In the footsteps of József Öveges – XX <sup>th</sup> Young Physicists Meeting in Péren	

**BOOKS**

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacímje: [elft@elft.hu](mailto:elft@elft.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtiszt, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrizzük meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyzámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 900.- Ft (duplaszámé 1800.- Ft) + postaköltség.

**HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588–0540 (online)**



# SZÁZ ÉVESEK NOETHER TÉTELEI

Tóth Gábor Zsolt  
MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont, RMI Elméleti Osztály

Idén ősszel száz éve, hogy megjelent *Emmy Noether Invariante Variationsprobleme* című, a modern fizika szempontjából alapvető fontosságúnak bizonyult cikke [1] a variációs problémák szimmetriái és megmaradó áramai közötti összefüggésekről. Ezen alkalomból idézzük fel az ebben leírt főbb eredményeket, kitérve létrejöttük körülményeire és későbbi hatásukra is.

Noether cikkében két tétel és néhány további eredmény található, amelyek közül az első tétel a legismertebb, de a százéves évforduló alkalmából a második tételt is érdemes áttekinteni. A tételek teljes általánosságban való precíz megfogalmazására nem törekszünk, mert az terjedelmesebb előkészítést igényelne.

## A Noether-tételek létrejöttének előzményei

Amalie Emmy Noether 1882-ben született a bajorországi Erlangenben. Apja, *Max Noether*, matematikus volt, az Erlangeni Egyetemen tanított. Emmy Noether is az Erlangeni Egyetemen tanult matematikát, és egy félévet Göttingenben is eltöltött, ahol *Karl Schwarzschild*, *Hermann Minkowski*, *Otto Blumenthal*, *Felix Klein* és *David Hilbert* előadásait hallgatta. Doktori dolgozatát algebrai invariánsokról – Erlangenben *Paul Gordan* vezetésével, akinek az invariánselmélet volt a fő szakterülete – írta. A doktori fokozatot 1907-ben szerezte meg, ezután 1915-ig az Erlangeni Egyetemen tanított és végzett kutatásokat. 1915-ben Klein és Hilbert hívta meg Göttingenbe abból a célból, hogy segítségükre legyen az általános relativitáselmélet bizonyos következményeinek felderítésében. Hilbert és Klein ekkoriban szoros kapcsolatban állt *Einstein*nel, aki 1915 nyarán Hilbert meghívására előadás-sorozatokat is tartott a göttingeni matematikusoknak az éppen kialakulóban lévő általános relativitáselmületről. Einstein a róla elnevezett gravitációs egyenleteket 1915 vége felé hozta nyilvánosságra, és Hilbert is ugyanekkor vezette le ezen egyenleteket a később kettejükéről elnevezett hatáshól. Az általános relativitáselmélet felfedezésekor azonnal felvetődött a kérdés, hogy az elmélet keretei között miként kell értelmezni az energia és az impulzus fogalmát, valamint ezek megmaradását. E problémával intenzíven



Amalie Emmy Noether (1882. március 23. – 1935. április 14.), „a legkreatívabb matematikai zseni, amióta a nők számára is megnyíltak az egyetemek kapui”. (Albert Einstein)

foglalkozott – többek között – Einstein, Hilbert és Klein, Noether is ennek kapcsán hívták Göttingenbe. Einstein és Hilbert látszólag eltérő energia- és impulzusmegmaradási törvényekre jutott, így az volt az egyik kérdés, hogy ezek milyen viszonyban vannak egymással. Hilbert azt is megállapította, hogy az általános relativitáselméletben az energia- és impulzusmegmaradási törvények más jellegűek, mint a klasszikus mechanikában és a speciális relativitáselméletben, de ezen eltérés pontos matematikai oka még tisztázásra várt.

## Az első tétel

Noether a Hilbert és Klein által felvetett problémákkal kapcsolatban elért eredményeit 1918-ban publikálta a *Göttinger Nachrichten* című<sup>1</sup> folyóiratban az *Invariante Variationsprobleme* (*Invariáns variációs prob-*



Tóth Gábor Zsolt 2002-ben végzett az ELTE fizikus szakán részecskefizika szakirányon, majd 2007-ben PhD fokozatot szerzett. 2007-től 2009-ig posztdoktori ösztöndíjas volt a triezsti SISSA intézetben. Jelenleg az MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont tudományos munkatársa. Eddigi főbb kutatási területei: 1+1 dimenziós kvantumtérelméleti modellek; terek dinamikája fekete lyukak környezetében.

<sup>1</sup> A folyóirat teljes címe *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* volt.



*lémák*) című, német nyelvű cikkében. Közéletéle előtt előadásban kellett bemutatni a dolgozatot a Göttingeni Tudományos Társaságban, amelynek Noether – habilitáció híján – nem lehetett tagja. Az előadást Klein tartotta meg. A cikkben megfogalmazott két fő tétel közül az első, amelyet ma Noether-tételnek vagy Noether első tételének nevezünk, a variációs problémák folytonos szimmetriái és megmaradó áramai közötti kapcsolatról szól.

Variációs probléma alatt a következőt értjük: tekintsük az

$$S = \int d^D x L(x^\mu, \Phi_i(x^\mu), \partial_\nu \Phi_i(x^\mu), \partial_{\nu\lambda} \Phi_i(x^\mu), \dots) \quad (1)$$

integrált, amelyben  $D$  az  $x^\mu$  független változók száma,  $\mu = 0, 1, \dots, D-1$ ;  $\Phi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  jelöli a függő változókat, és  $L$  a Lagrange-sűrűségfüggvény. A mechanikában és a térelméletben  $x^0$  általában az időkoordináta,  $S$ -t pedig hatásnak nevezzük. A probléma azon  $\Phi_i(x^\mu)$  függvények megtalálása, amelyek esetén  $S$  stacionárius.  $S$  stacionaritása – mint jól ismert – egyenértékű azzal, hogy a  $\Phi_i(x^\mu)$  függvények kielégítik az Euler–Lagrange-egyenleteket.

Noether variációs problémákra való koncentrálását a Hamilton-elv fizikában betöltött fontos szerepe, továbbá az a körülmény indokolta, hogy – mint Hilbert megmutatta – az Einstein-egyenletek is előállnak Euler–Lagrange-egyenletként.

Egy  $j^\mu$  áramot megmaradó áramnak nevezünk, ha az Euler–Lagrange-egyenletek teljesülése esetén

$$\sum_\mu \partial_\mu j^\mu = 0 \quad (2)$$

teljesül.  $j^\mu$  általában az  $x^\mu$ ,  $\Phi_i$  és  $\Phi_i$  deriváltjainak függvénye.  $j^0$ -t töltéssűrűségnek nevezzük; a teljes töltést – amely egy  $(D-1)$ -dimenziós  $\Omega$  térrészben található – az

$$\int_\Omega dx^1 dx^2 \dots dx^{D-1} j^0$$

integrál adja. A Stokes-tétel szerint a (2) kontinuitási egyenlethől következik a töltés megmaradása, ami azt jelenti, hogy egy  $\Omega$  térrészben levő töltés megváltozása egy adott időintervallum alatt megegyezik a térrész határán ezen idő alatt átáramló töltéssel. Ha az idő az egyetlen független változó, akkor  $j^\mu$ -nek természetesen csak egy komponense van,  $j^0$ , amely ebben az esetben nem töltéssűrűség, hanem a teljes töltés, és  $j^\mu$  megmaradása azt jelenti, hogy  $j^0$  időben állandó.

Egy variációs probléma folytonos szimmetriája a független és a függő változók olyan egyparaméteres transzformációcsoportja, amelynek hatása  $S$ -t nem változtatja. Azokat a folytonos szimmetriákat nevezzük klasszikus szimmetriáknak, amelyek generátora csak  $x^\mu$ -től és  $\Phi_i$ -től függ. Noether mindazonáltal azon szimmetriákat

is figyelembe vette, amelyek generátora  $\Phi_i$  deriváltjaitól is függ; ezeket később általánosított szimmetriáknak nevezték el.

Az első tétel szerint egy variációs probléma minden folytonos szimmetriájához tartozik egy megmaradó áram, és ennek megfordítása is igaz.

Noha speciális eredmények mechanikai rendszerek szimmetriáira és megmaradó mennyiségeire vonatkozóan korábban is ismertek voltak, Noether tétele egységes keretbe foglalta és nagyon messzemenően általánosította is ezeket. A tétel mechanikai és térelméleti modellekre egyaránt érvényes, tetszőlegesen magas deriváltakat enged meg a Lagrange-függvényben, továbbá a klasszikus szimmetriákon túlmenően az általánosított szimmetriákat is figyelembe veszi. Az általánosított szimmetriákra azért is szükség van, mert általában nem minden megmaradó áram felel meg valamilyen klasszikus szimmetriának.

A szimmetriák és a megmaradó mennyiségek a fizikai rendszerek legalapvetőbb jellemzői közé tartoznak, és központi szerepet játszanak az egyes fizikai rendszerek tanulmányozásában-megértésében. Ezek ismeretében fontos kijelentéseket lehet tenni egy fizikai rendszer viselkedéséről anélkül, hogy teljes részletességgel ismernénk annak időbeli fejlődését. A szimmetriákkal kapcsolatos megfontolások gyakran szolgálnak vezérlő elvként új modellek, illetve elméletek megalkotásakor, mint ahogy ez az általános relativitáselmélet esetében is történt. Egy fizikai rendszer szimmetriáinak és megmaradó mennyiségeinek ismerete a mozgásegyenletek megoldásához is jelentős segítséget ad, sőt elegendően sok szimmetria vagy megmaradó mennyiség ismeretében a mozgásegyenletek teljes megoldása is lehetséges. A mozgásegyenletek numerikus megoldása során is fontos a szimmetriák és a megmaradó mennyiségek ismerete, mivel ez gyakran egyszerűbb és hatékonyabb számolást tesz lehetővé, segíti az eredmények értelmezését, továbbá a numerikus eredmények ellenőrzésére is használható. Mindezek alapján mondhatjuk, hogy az első tétel a fizika törvényeire vonatkozó, általános érvényű, speciális modellekre nem korlátozódó, alapvető fontosságú összefüggést fogalmaz meg.

Az Erlangeni Egyetem 1916-ban.



Az első tételt gyakran használjuk arra, hogy egy fizikai rendszer ismert szimmetriáihoz meghatározzuk a megfelelő megmaradó áramokat. A legismertebb szimmetriák a klasszikus fizikában az időeltolások, a térbeli eltolások és a forgatások, amelyekhez az energia, az impulzus és az impulzuszómomentum tartozik, mint megmaradó mennyiség. Jól ismert téridő-szimmetria még a Galilei-szimmetria (a Galilei-transzformációk az egymáshoz képest konstans sebességgel mozgó inerciarendszerek közötti transzformációk), illetve a speciális relativitáselméletben ezt helyettesítő Lorentz-szimmetria. Zárt, konzervatív pontrendszer esetén a Galilei-szimmetriából az

$$m \frac{d\mathbf{r}}{dt} t - m\mathbf{r} \quad (3)$$

mennyiségek megmaradása következik, ahol  $m$  a pontrendszer teljes tömege,  $\mathbf{r}$  a tömegközéppont helyvektora és  $t$  az időt jelöli. Könnyen látható, hogy a (3) mennyiségek megmaradása egyenértékű a tömegközéppont egyenes vonalú egyenletes mozgásával, az impulzus megmaradásához hasonlóan. Megmaradó mennyiségre további jól ismert, klasszikus mechanikai példa a Kepler-probléma vonatkozásában a Runge–Lenz-vektor, azaz ennek három komponense. Ezek, mint megmaradó mennyiségek a Kepler-probléma bizonyos általánosított szimmetriáihoz tartoznak.

A térelméletben a téridő-szimmetriák mellett a szimmetriák egy másik fontos osztályát alkotják a belső szimmetriák, amelyek a különböző terek, mint például az elektromágneses tér és az anyagterek komponenseit transzformálják egymás között. A belső szimmetriák egyik legfontosabb példája az elektrodinamika globális mértékszimmetriája, amelyből az elektromos áram megmaradása következik, de a különféle részecskefizikai elméletekben még számos további hasonló szimmetria előfordul. Az egyik jól ismert részecske- és magfizikai belső szimmetria az izospin-szimmetria, amelyet *Heisenberg* a proton és a neutron erős (nukleáris) kölcsönhatásai azonosságának magyarázatára vezetett be. Ez a magfizikai elmélet olyan megfogalmazását követelte meg, amelyben a hatásfüggvény invariáns az izospin-szimmetriatranszformációkra. Ebben az esetben tehát nem egy meglévő elmélet ismert tulajdonságának elegáns reprodukálásáról volt szó, hanem egy felismert megmaradási tulajdonság beépítéséről a jelenség elméletébe.

## A második tétel

Noether második tétele olyan variációs problémákra vonatkozik, amelyek lokális szimmetriacsoporttal rendelkeznek. A lokális szimmetriacsoportok olyan végtelen dimenziós csoportok, amelyek elemei függvényekkel (ezek a független változók függvényei) paramétrezhetők, ellentétben a globális szimmetriacsoportokkal, amelyek elemei néhány valós számmal paramétrezhetők. Az ilyen típusú szimmetriacsoportok a mai

fizika szempontjából alapvető fontosságúak, mivel az elemi kölcsönhatásokat leíró, jelenleg általánosan elfogadott modellek, azaz az általános relativitáselmélet és a részecskefizika standard modellje (az elektroyenge és az erős kölcsönhatások elmélete) mind valamilyen lokális szimmetriára épülnek. Az általános relativitáselmélet lokális szimmetriája az általános koordináta-transzformációkkal szembeni invariancia. Az elektroyenge és az erős kölcsönhatások lokális szimmetriái a Yang–Mills-féle mérték(gauge)szimmetriák, amelyek az elektrodinamika mértékszimmetriájának általánosításai. A különféle további részecskefizikai elméletek legnagyobb részében szintén fontos szerepet játszanak a lokális szimmetriák.

Noha Noether szempontjából elsősorban az általános relativitáselmélet volt fontos, és az ő idejében a Yang–Mills-féle mértékszimmetriák még nem voltak ismertek (*Yang* és *Mills* 1954-ben fedezte fel ezeket), a második tétel nemcsak az általános koordináta-transzformációkra vonatkozik, hanem egy teljesen általános lokálisszimmetria-fogalmat vezet be, amely speciális esetekként magába foglalja az általános koordináta-transzformációkat és a Yang–Mills-féle mértékszimmetriákat is.

A tétel azt mondja ki, hogy ha egy variációs probléma lokális szimmetriával rendelkezik, amelyet  $n$  függvénnyel lehet paraméterezni, akkor az Euler–Lagrange-egyenletekben szereplő Euler–Lagrange-deriváltak nem függetlenek egymástól, hanem  $n$  (általában deriválásokat is tartalmazó) azonosságot elégítenek ki, és ennek a megfordítása is igaz. Noha ez a tétel nem tűnik annyira érdekesnek, mint az első, fontos következményei vannak. Az Einstein–Hilbert-hatásra alkalmazva az Einstein-tenzor kovariáns divergenciamentessége ( $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$ ) adódik, amelyből az Einstein-egyenlet felhasználásával az energia-impulzus tenzor kovariáns divergenciamentessége ( $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ ) is következik. Az elektrodinamikában pedig a második tétel és a Maxwell-egyenletek felhasználásával az elektromos áram megmaradását lehet levezetni. Ezeket az eredményeket a második tétel használata nélkül is meg lehet kapni, de a második tétel azt is megmutatja, hogy ezek összefüggnek a lokális szimmetriákkal, és hogy hasonló eredmények más lokális szimmetriákkal rendelkező elméletekben is érvényesek.

Az energia-impulzus tenzor kovariáns divergenciamentessége általában nem jelenti azt, hogy a  $T^{\mu\nu}$ ,  $\nu = 0, 1, 2, 3$  áramok megmaradó áramok lennének, mivel a kovariáns deriválás általában nem egyezik meg a koordináták szerinti egyszerű parciális deriválással. Mindazonáltal abban a speciális esetben, amikor a metrikának valamilyen folytonos szimmetriája (folytonos izometriája) van, például időeltolási vagy forgási szimmetriája, a  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$  egyenlőségből az következik, hogy az energia-impulzus tenzorból és az izometriát generáló vektormezőből (a folytonos izometriákat generáló vektormezőket Killing-vektormezőnek szokták nevezni) egy megmaradó áram képezhető, amely a téridőben levő anyagot jellemzi. Fontos hangsúlyoz-

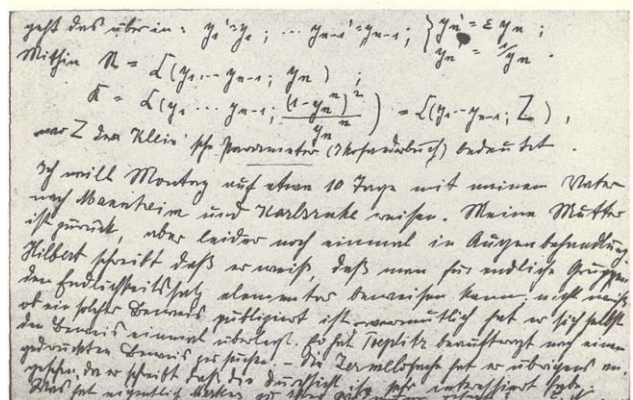
ni, hogy a szóban forgó energia-impulzus tenzor az Einstein-egyenlet jobb oldalán álló tenzort jelenti, nem a Minkowski-téridőben megszokott kanonikus energia-impulzus tenzort.

Noether még egy további eredményt is közölt a lokális szimmetriacsoporttal rendelkező variációs problémákról, amely részben szintén a második tétel következménye. Ezt harmadik tételnek is lehetne tekinteni, noha Noether maga nem jelölte külön tételként. Eszerint, ha az első tételt egy olyan szimmetriára alkalmazzuk, amely egy lokális szimmetriacsoporthoz tartozik, akkor a kapott megmaradó áram egy azonosan megmaradó áram és egy, az Euler-Lagrange-egyenletek teljesülése esetén eltűnő áram összege lesz. Az azonosan vagy automatikusan megmaradó áram olyan áramot jelent, amelynek divergenciája nulla, függetlenül attól, hogy teljesülnek-e az Euler-Lagrange-egyenletek. Az Euler-Lagrange-egyenletek teljesülése esetén eltűnő áram fizikai szempontból nem lényeges, így azt lehet mondani, hogy a lokális szimmetriacsoportok által tartalmazott szimmetriákhoz lényegében azonosan megmaradó áramok tartoznak. Továbbá ennek megfordítása is igaz, azaz ha egy szimmetriához tartozó áram azonosan megmaradó, akkor ez a szimmetria egy lokális szimmetriacsoport része.

Ezzel a harmadik fő eredménnyel Noether megoldást adott az egyik, Hilbert által felvetett problémára is, amelyet az első fejezet végén is említettünk. Hilbert saját vizsgálatai során arra a megállapításra jutott, hogy az általános relativitáselméletben az energia-áram azonosan megmaradó áram, és levezetés nélkül megfogalmazta azt a vélekedést, hogy ez az általános koordinátatranszformációkkal szembeni invarianciával van összefüggésben, így az általános relativitáselméletnek egy jellegzetes tulajdonsága. Noether eredménye bizonyította Hilbert ezen sejtését, sőt messzeemenően általánosította is.

## A Noether-tételek fogadtatása

Klein, Hilbert és Einstein nagyra értékelte és hasznosnak találta Noether eredményeit. Klein több, az általános relativitáselméletre vonatkozó dolgozatában is alkalmazta őket; például az Einstein és Hilbert által levezetett energia- és impulzusmegmaradási tételek közötti kapcsolatot ezek felhasználásával tisztázta. Noether göttingeni habilitációjára és tanári (Privatdozent) kinevezésére is nagyrészt az *Invariante Variationsprobleme* alapján került sor 1919-ben; ezelőtt Noether csak asszisztensi pozíciókban dolgozhatott. Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy a weimari köztársaság 1919-ben kezdődő korszaka előtt a Német Birodalomban nők nem kaphattak tanári állást az egyetemeken, ezért Noethernek nem volt lehetősége a habilitációra 1919 előtt. Hilbert ugyan korábban is megpróbálta elérni, hogy Noether kivételesen habilitálhasson, de az egyetem ezt elutasította.



Emmy Noether néha levelezőlapon számolt be absztrakt algebrai kutatásairól kollégájának, Ernst Fischernek – e lapot 1915. április 10-én adta postára.

1921-ben *Erich Bessel-Hagen* kis mértékben általánosította az első tétel eredeti változatát, bár ez az általánosítás is tulajdonképpen még Noethertől származott, akivel Bessel-Hagen beszélgetéseket folytatott a szimmetriák és megmaradó áramok témájáról. Ezután az *Invariante Variationsprobleme* kedvező fogadtatása ellenére Noether tételei még mintegy harminc évig viszonylag ismeretlenek maradtak. Az első tétel egy amerikai fizikus, *Edward Lee Hill* 1951-ben írt cikke után kezdett szélesebb körben ismertté válni, de e cikkben a második tételről nem esik szó, és az első tétel csak egy egyszerűsített változatban szerepel, amelyben a Lagrange-függvény nem tartalmaz elsőnél magasabb rendű deriváltakat és a Noether által bevezetett általánosított szimmetriák sincsenek figyelembe véve. A későbbiekben azután teljes általánosságban újra felfedezték és többek hozzájárulásával modernebb formában újrafogalmazták az első tételt. Ezt többek között az is ösztönözte, hogy a 70-es évektől kezdve a teljesen integrálható rendszerek elmélete intenzíven tanulmányozott témává vált, és e területen az általánosított szimmetriák alapvető fontosságúak. A huszadik század végére a Noether-tétel teljesen közismertté vált, noha sok fizika tankönyv ma sem a legáltalánosabb formában tárgyalja.

Kétségtelen, hogy Noether tételei nagymértékben járultak hozzá az energia természetének tisztázásához az általános relativitáselméletben, de e témában a későbbiekben is sok új eredmény született. Az energia pozitívításáról szóló egyik legismertebb eredményt, az Arnótt–Deser–Misner-féle teljes energia pozitívítását



például csak 1979-ben bizonyította be *Richard Schoen* és *Shing-Tung Yau*, továbbá 1981-ben más módszerrel *Edward Witten*. Az energia és impulzus természetének problémája az általános relativitáselméletben még ma sem tekinthető teljesen lezártnak. A fő nehézség az, hogy a gravitációs mezőnek nincs egyértelmű energia-impulzus tenzora, továbbá az általános relativitáselméletben nincsenek egyértelmű globális idő- és téreltolási szimmetriák. A gravitációs energia és impulzus legrégebbi definícióiban különféle pszeudotenzorok szerepelnek; egy gravitációs energia-impulzus pszeudotenzort maga Einstein is bevezetett. Egy másik lehetséges megközelítés, hogy az energia- és impulzusáramok helyett csak véges térrészekhez tartozó, azaz kvázilokális, illetve teljes energiát és impulzust próbálunk meg értelmezni. Magyarországon ezen a területen *Szabados László Benő* ért el jelentős eredményeket, többek között a zárt univerzumok teljes tömegére, illetve az aszimptotikusan de Sitter-tér-időkben bevezethető energiára és impulzusra vonatkozóan [2–5]. A gravitációs energia-impulzus problémájáról részletesebb ismertető található Szabados László nemrég megjelent cikkében [6].

Bár a fizika sok fontos differenciálegyenlete előáll Euler–Lagrange-egyenletként, természetes módon felvetődik az a kérdés is, hogy általában mit lehet mondani a differenciálegyenletek szimmetriáiról és megmaradó mennyiségeiről. A huszadik század második felében ezt a problémát is alaposan megvizsgálták. A Noether-tételben megfogalmazotthoz hasonló megfelelés a szimmetriák és a megmaradó áramok között ugyan általában nem áll fenn, de használható szisztematikus módszereket sikerült találni a megmaradó áramok és a szimmetriák megkeresésére.

Noether a variációs problémák szimmetriáinak és megmaradó áramainak tanulmányozása után visszatért az absztrakt algebrahoz, és pályafutásának további részében ezen az éppen erősen fejlődő területen ért el jelentős eredményeket, amelyek által neves és elismert matematikussá vált. 1933-ban *Hitler* hatalomra jutása után zsidó származása miatt sok más tanárral együtt őt is elbocsátották a Göttingeni Egyetemről. El kellett hagynia hazáját, az Egyesült Államokba emigrált, ahol a Philadelphia mellett található Bryn Mawr College tanára lett, és Princetonban is tartott előadásokat. Amerikában azonban csak rövidebb ideig volt lehetősége dolgozni, mivel 1935-ben, egy műtétet követő komplikációk következtében elhunyt.

#### Irodalom

1. E. Noether: Invariante Variationsprobleme. *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse 1918* (1918) 235, [https://www.digizeitschriften.de/en/dms/toc/?PID=PPN252457811\\_1918](https://www.digizeitschriften.de/en/dms/toc/?PID=PPN252457811_1918)
2. L. B. Szabados: Mass, gauge conditions and spectral properties of the Sen-Witten and 3-surface twistor operators in closed universes. *Class. Quant. Grav.* 29 (2012) 095001.
3. L. B. Szabados: On the total mass of closed universes. *Gen. Rel. Grav.* 45 (2013) 2325–2339.
4. L. B. Szabados: On the total mass of closed universes with a positive cosmological constant. *Class. Quant. Grav.* 30 (2013) 165013.
5. L. B. Szabados, P. Tod: A positive Bondi-type mass in asymptotically de Sitter spacetimes. *Class. Quant. Grav.* 32 (2015) 205011.
6. Szabados B. László: A gravitációs energia-impulzusról. *Fizikai Szemle* 68/6 (2018) 183.
7. Y. Kosmann-Schwarzbach: *The Noether Theorems: Invariance and Conservation Laws in the Twentieth Century*. Springer (2010)
8. P. J. Olver: *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. Springer (2000)
9. *Encyclopaedia Britannica*

## CSOPORTELMÉLET REAKTORFIZIKAI ALKALMAZÁSAI

Makai Mihály

BME Nukleáris Technikai Intézet és  
MTA Energetudományi Kutató Intézet

A csoportelmélet sohasem volt népszerű. *Slater* [1] az alábbiakat írta egy, a kizárási elvről folytatott vita kapcsán: „Ez volt az a pont, amikor Wigner, Hund, Heitler és Weyl belépett a képbe a maguk »Gruppenpest«-jével, a csoportelmélet pestisével, ahogyan néhány elégedetlen nevezte, akik sohasem tanultak csoportelmé-

let iskolai tanulmányaik során.” Az évtizedekkel ezelőtti vita újra felbukkant *P. Weinberger* [2] cikkében.

Az idő azonban megtette a magáét, ma már a csoportelmélet hasznát, még a reaktorfizikai alkalmazásokban is – igaz néha vitatható formában – a szakma elfogadta. Jelen dolgozat fel kívánja hívni a figyelmet a csoportelméleti módszerek használhatóságára a reaktorfizika numerikus modelljeiben.

Azonban még évtizedek múltával is megállapítható, hogy a numerikus problémákkal foglalkozók jól ismerik a numerikus módszereket, alkotó módon alkalmazzák azokat, viszont a modern algebrát nem használják. Akik viszont a csoportelméletben járatosak, nem tudják, miként hasznosítható tudásuk a numerikus módszerek területén. A szerző célja annak bemutatása, hogyan használható a csoportelmélet numerikus módszerekben.



*Makai Mihály* az MTA doktora, fizikus diplomáját az Eötvös Loránd Tudományegyetemen szerezte 1970-ben. A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetének professzor emeritusa. Két angol és két magyar nyelvű monográfia, illetve könyv és további több mint 130 tudományos publikáció szerzője.

## A megoldandó feladat

A feladat meghatározni a  $\Psi(\mathbf{r})$  neutronfluxust az  $\mathbf{r} \in V$  tartományban. A  $V$  tartomány  $\partial V$  peremén az alábbi homogén peremfeltételt írjuk elő:  $\mathbf{B}\Psi(\mathbf{r}) = 0$ , ahol  $\mathbf{B}$  adott lineáris operátor. A neutronfluxus kielégíti az alábbi lineáris egyenletet:

$$\mathbf{A}(p)\Psi(\mathbf{r}) = \lambda\Psi(\mathbf{r}), \text{ ha } \mathbf{r} \in V; \quad (1)$$

$$\mathbf{B}\Psi(\mathbf{r}) = 0, \text{ ha } \mathbf{r} \in \partial V.$$

Itt  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{B}$  lineáris operátor, az  $\mathbf{A}$  operátorban szereplő  $p$  paramétert úgy választjuk, hogy a homogén (1) egyenletnek legyen nem azonosan nulla megoldása. A  $\Psi(\mathbf{r})$  megoldást az alábbi iterációval határozzuk meg: kiindulunk egy  $\Psi_0(\mathbf{r})$  kezdeti eloszlásból, a  $k$ -ik iterációból meghatározzuk  $\Psi_{k+1}$ -et:

$$\mathbf{A}(p)\Psi_{k+1}(\mathbf{r}) = \lambda\Psi_k(\mathbf{r}), \quad (2)$$

ahol  $\mathbf{r} \in V$  és  $k = 1, 2, 3, \dots$ . A peremfeltételt az alábbi módon kezeljük. Felosztjuk a  $V$  tartományt  $N_b \gg 1$  egybevágó részre, a részeket megszámozzuk. Két szomszédos tartomány közös része belső határ, amin a  $\Psi(\mathbf{r})$  megoldásnak és normális deriváltjának – pontosabban a neutronáramnak – folytonosnak kell lennie. A külső határokon peremfeltételt írunk elő, például rögzítjük a  $\Psi$  fluxus és a  $\partial\Psi$  normális irányú derivált következő kifejezését:

$$\mathbf{B}\Phi(\mathbf{r}_b) = \Phi(\mathbf{r}_b) + \gamma\partial\Phi(\mathbf{r}_b) = 0, \quad (3)$$

ahol  $\mathbf{r}_b \in V$ . Itt  $\gamma$  adott paraméter,  $\partial\Psi$  normális irányú derivált a peremen. Az  $\mathbf{A}(p)$  operátor  $p$  paraméterét úgy kell megválasztani, hogy az (1) egyenleteknek legyen nem azonosan nulla megoldása.

Egy iterációs lépés során a  $V$ -t kitöltő minden rész-térfogatot végig kell az iterációnak járni. Belső határokon folytonossági feltételeket írunk elő, külső határokon a (3) peremfeltételeket. Amennyiben a  $k$ -ik lépésben  $(\Psi_{k+1} - \Psi_k)/\Psi_k$  elég kicsi az egész  $V$  tartományban, az iteráció konvergál. Az alábbi feltételek kiemelten fontosak az eljárás alkalmazhatósága szempontjából:

1. Az iterációban szereplő  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{B}$  operátorok lineárisak.

2. A numerikus módszerekben az egyenletek közelítő formában vannak felírva.

3. A fenti leírásban nem szerepelnek visszacsatolások – például az  $\mathbf{A}$  operátorban szereplő mennyiségek nem függenek paraméterektől (mint a fűtőanyag és a moderátor hőmérséklete) –, amit egy újabb iterációval kellene figyelembe venni.

Reaktorfizikai alkalmazásokban az  $\mathbf{A}(p)$  operátor két tag összege: egyrészt tartalmazza a kifolyást, amit most  $D\nabla^2$  alakba írunk, ahol  $D$  a diffúziós állandó, másrészt a reakciógyakoriságokat (szórás, abszorpció) amit egy általános  $\Sigma$  hatáskeresztmetszet-mátrixszal írunk le. Mindkét tag a  $\Psi$  neutronfluxusra hat. A megoldásban a

$$D^{-1}\Sigma\mathbf{t}_i = \lambda_i^2\mathbf{t}_i \quad (4)$$

– ahol  $i = 1, \dots, N_G$  – operátor  $\lambda_i$  sajátértékeit és  $\mathbf{t}_i$  sajátvektorait fogjuk használni.

A (4) egyenlet analitikus megoldása megadható  $\exp(\lambda_i\xi\mathbf{r})$  alakú tagok összegeként, ahol  $|\xi| = 1$ . Megfelelő súlyokkal az exponenciális függvényekből (4) egzakt megoldása [6]:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^G \int_{|\xi|=1} \mathbf{t}_i(\xi) \exp(\lambda_i\xi\mathbf{r}) d\xi. \quad (5)$$

Itt  $G$  az energiacsoportok száma. (5)-ből következik, hogy  $D$  és  $\Sigma$  meghatározza  $\xi$  abszolút értékét, de irányát nem.

## Rövid csoportelmélet

Amennyiben az (1) és (2) egyenletben szereplő  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{B}$  lineáris operátorokhoz létezik olyan  $\mathbf{P}$  operátor, amelyre fennáll

$$\mathbf{P}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{P} \text{ és } \mathbf{P}\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{P}, \quad (6)$$

akkor  $\mathbf{P}$  a vizsgált feladat *szimmetriája*. Egy numerikus probléma leírásához az  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, V)$  hármas szükséges és elegendő.

Ha  $\mathbf{P}_1\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{P}_1$  és  $\mathbf{P}_2\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{P}_2$ , akkor  $(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)$ . Ez definiál egy műveletet (szorzás), a lehetséges szimmetriák *csoport* nevű struktúrát alkotnak.

Legyen  $G$  véges csoport, amelynek elemei  $g_1, g_2, \dots, g_N$ , ekkor:

- $G$ -nek van egységeleme, amit  $e$ -vel jelölünk:  $ge = eg = g$ .

- Minden  $g \in G$  elemnek van inverze, jele  $g^{-1}$ , amire  $gg^{-1} = g^{-1}g = e$ .

- $G$  közös elemet nem tartalmazó *konjugált osztályokra*, röviden *osztályokra* bontható. Az  $a \in G$  elemhez tartozó konjugált osztály a  $ga g^{-1}$  elemekből áll, itt  $g$  a  $G$  csoport minden elemén végigfut.

- $GN$  darab mátrixszal ábrázolható. A mátrix spúrját *karakternek* nevezik. Egy osztály mátrixainak spúrja azonos.

- A karakterek négyzet alakú mátrixba rendezhetőek. Az oszlopok a konjugált osztályokat, a sorok az irreducibilis altérket mutatják.

- A karaktertábla  $i$ -ik sorának  $j$ -ik eleme megadja az  $i$ -ik irreducibilis  $j$  altér mátrixainak karakterét (spúrját).

A felsorolt tulajdonságok lehetővé teszik, hogy egy  $\mathbf{P}$  csoportelem hatását az  $f(\mathbf{r})$  függvényre az alábbi módon adjuk meg:

$$\mathbf{P}f(\mathbf{r}) \equiv f(\mathbf{O}^{-1}\mathbf{r}), \quad (7)$$

azaz, egy  $\mathbf{P}$  operátor hatását az  $\mathbf{r}$  helykoordinátákra – egy lineáris transzformációval – az  $\mathbf{O}$  mátrixszal írhatjuk le. Ezzel a szimmetriákat izomorfiába hoztuk a



koordinátatranszformációkat leíró mátrixokkal. Ez adja az alábbi definíciókat:

- A  $\mathbf{P}$  operátor a  $V$  térfogat szimmetriája, ha  $\mathbf{P}$  a  $V$  térfogatot önmagába képezi le.

- Orbitnak nevezzük egy adott  $\mathbf{r}$  pontnak a csoportelemek transzformációi alatt kapott  $\mathbf{r}_i$  pontok halmazát.

- $V/G$ -vel jelöljük az orbitok halmazát, ami egy ekvivalenciarelációt definiál  $V$  pontjai között: az  $x$  és  $y$  pontok ekvivalensek, ha a  $G$  csoport azonos orbitjának elemei.

- Legyen az  $\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2, \dots, \mathbf{O}_n$  mátrixok halmaza zárt a mátrixszorzás műveletére nézve. Az  $\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2, \dots, \mathbf{O}_n$  mátrixok a  $G$  csoport egy ábrázolását adják, ha a  $G$  csoport minden eleme előállítható az  $\mathbf{O}_i$  mátrixok segítségével az alábbi módon:  $\mathbf{O}_i \mathbf{O}_j \mathbf{O}_i^{-1}$ , ahol  $1 \leq i \leq n$ . Itt az  $\mathbf{O}_j$  mátrixok minden osztályból választandók.

- Egy reprezentációt (ábrázolást) reducibilisnek nevezünk, ha minden  $\mathbf{O}_i \in G$  mátrix előállítható

$$\mathbf{O}_i = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ 0 & C_i \end{pmatrix}$$

alakban. Ellenkező esetben az ábrázolás irreducibilis.

- Minden csoporthoz hozzárendelhető egy karaktertábla, ami négyzet alakú, sorainak és oszlopainak száma  $n$ , ami a csoport konjugált elemosztályainak száma.

- A karaktertábla segítségével kivetíthető egy adott vektorból vagy függvényből annak minden irreducibilis komponense.

- Az irreducibilis komponensek ortogonálisak egymásra.

*Összefoglalva:* egy alakzat szimmetriái csoportot alkotnak, a csoport elemeinek hatása függvényekre a függvény független változóira ható mátrixokkal adható meg.

## A csoportelmélet alkalmazása

Amennyiben a  $V$  térfogat szimmetrikus,  $V$  szimmetriacsoportja segítségével a  $\Psi(\mathbf{r})$  megoldást fel lehet bontani egymásra ortogonális  $\phi_s(\mathbf{r})$  irreducibilis komponensekre.<sup>1</sup> A továbbiakban ezeket *irrepeknek* fogjuk nevezni. Legyen

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^{N_c} \phi_s(\mathbf{r}), \quad (8)$$

és az irredek ortogonalitása miatt

$$(\phi_s; \phi_{s'}) = \delta_{s,s'}, \quad (9)$$

a skalárszorzatban az integrálás a helyváltozóra történik.

A (4) egyenlet megoldására a (2) iterációt szokás használni [4, 6]. Az iteráció  $k$ -ik lépésében a megoldást jelölje  $\Psi_k(\mathbf{r})$  és módosul (8) is mert a  $k+1$ -ik iterációs lépés eredményét a  $\phi_{sk}(\mathbf{r})$  függvényekből számítjuk:

$$\Psi_{k+1}(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^{N_c} \phi_{sk}(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Bontsuk fel az (5) egyenletben szereplő ismeretlen  $f_j(\mathbf{r})$  függvényeket a (8)-ban szereplő  $\phi_s(\mathbf{r})$  irrepekre. Az utóbbiak lineárisan függetlenek, ezért az iteráció minden  $\phi_s$  irrepre külön végrehajtható:

$$\phi_{sk+1}(\mathbf{r}) = \lambda_s \phi_{sk}(\mathbf{r}), \quad (11)$$

ahol  $s = 1, 2, \dots$ . Vegyük észre, hogy a lineárisan független  $\phi_s$  irrepek nem keverednek az iteráció során, noha az egyes irrepek konvergenciája  $\lambda_s$ -től függ, ami minden irrepre eltérő lehet.

1. Megoldandó a következő homogén peremérték-probléma:

$$\mathbf{A}(p) \Psi(\mathbf{r}) = 0, \text{ ha } \mathbf{r} \in V; \quad (12)$$

$$\mathbf{B} \Psi(\mathbf{r}) = 0, \text{ ha } \mathbf{r} \in \partial V.$$

A fenti probléma homogén. Megismételjük, hogy az  $\mathbf{A}$  operátorban szereplő  $p$  paramétert úgy kell megválasztani, hogy a homogén feladatnak legyen nemtriviális megoldása.

2. Ha léteznek olyan  $\mathbf{P}$  operátorok, amelyekre fennáll

$$\mathbf{P}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{P} \text{ és } \mathbf{P}\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{P}, \quad (13)$$

$$\text{valamint } \mathbf{P}V = V,$$

akkor a  $\mathbf{P}$  operátorok csoportot alkotnak.

3. A csoporthoz tartozó karaktertábla segítségével bármely  $\Psi(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in V$  függvény felbontható ortogonális irredekre:

$$\Psi^\alpha(\mathbf{r}) = \frac{l_\alpha}{|G|} \sum_{g \in G} \chi^\alpha(g)^* \Psi(\mathbf{r}), \quad (14)$$

ahol  $\alpha$  az irred azonosítója,  $\chi^\alpha(g)$  a karaktertábla  $\alpha$  sora  $g$  elemének megfelelő érték.

Az  $f_j(\mathbf{r})$  függvények a  $\Psi(\mathbf{r})$  megoldások egy orbiton felvett értékeinek lineáris kombinációja:

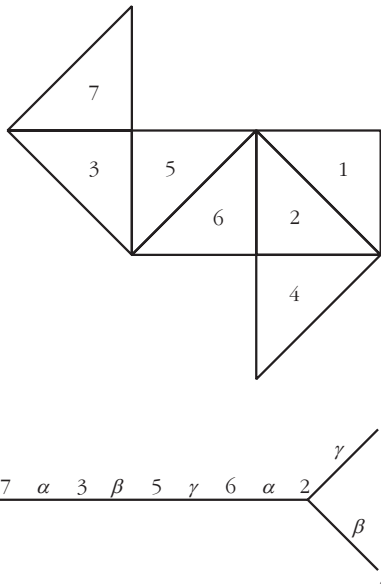
$$f_i(\mathbf{r}) = \sum_k \gamma_{ik} \Psi(\mathbf{r}_k), \quad (15)$$

ahol a  $k$  index az orbitok pontjainak sorszáma,  $\gamma_{ik}$  a karaktertábla,  $i$  a karaktertábla sorait indexeli.

## Aszimmetrikus struktúrák

*T. Sunada* [8] felvetette, hogy csoport előállítására felhasznált eszközöket tágabban is lehet értelmezni: a csoport objektumok olyan halmaza, amelyek közül bármelyik kettőt egy művelettel (ragasztás) össze lehet kapcsolni. Egy objektum szimmetrikus, ha úgy

<sup>1</sup> Itt az ortogonalitás jelentése:  $(\phi_s(\mathbf{r}), \phi_{s'}(\mathbf{r})) = 0$ .



1. ábra. Szabálytalan alakzat 7 egybevágó háromszögből.

transzformálható, hogy közben az objektum nem változik. *C. Gordon* és *D. Webb* [3] három csoportelemből ( $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$ ) hozott létre egy hételemű objektumot, jelölje ezt  $G$ . Legyenek  $G$  alkotóelemei az  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  szorzatai, ahol a szorzat ragasztást jelent.

A csoport elemeit azzal írjuk le, hogyan hatnak az alábbi hételemű halmazra:  $X = [1, 2, \dots, 7]$ .  $G$  egy elemét jelölje  $g$ , és  $g$  hatása  $G$ -re legyen  $G$  elemeinek egy permutációja.  $G$  hatását az  $X$  halmazon egy gráffal lehet leírni (Cayley-gráf). *Gordon* és *Webb* [3] a  $G$  csoport leírására az alábbi „ragasztás” technikát javasolta:

1. Az alapelem legyen egy poligon, annyi oldalal, ahány alkotóelemet használunk  $G$  felépítéséhez (esetünkben három). A poligon oldalait jelöljük az alkotóelemeknek megfelelően  $\alpha$ -val,  $\beta$ -val és  $\gamma$ -val.

2. A gráf annyi elemből álljon, ahány eleme van az  $X$  halmaznak. Két adott elemnek egy közös oldala lehet, a közös oldal kizárólag a két érintkező háromszög azonos oldala lehet:  $\alpha$ ,  $\beta$  vagy  $\gamma$ .

3. Belső oldal: két háromszög közös oldala. Külső oldal: nincs olyan háromszög, amelynek lenne közös oldala az adott határon. Egy háromszögnek legfeljebb három belső oldala lehet, az 1. ábrán egyetlen ilyen van, a „2” elem.

4. Az 1. ábra alsó része mutatja az elemek „szorzatait”. A „7” és „3” elemeket egy  $\alpha$ -típusú él köti össze, a „3” és „5” elemeket egy  $\beta$ -típusú él stb.

A Cayley-gráf ismeretében az 1. ábrához is lehet egy csoportot rendelni, némi munkával meg lehet találni a projektorokat, amelyekkel az ortogonális komponenseket ki lehet vetíteni. Ezek segítségével a numerikus módszer hatékonyabbá tehető.

Kuriózum: lehet konstruálni olyan, egymással nem ekvivalens alakzatokat, amelyeken a

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) = \lambda \Psi(\mathbf{r}) \quad (16)$$

egyenlet minden  $\lambda$  sajátértéke azonos.

Az 1. ábrán lévő felső alakzaton a 7 háromszöget megszámoztuk. Az alakzatot egybevágó háromszögek alkotják, ezek éleit  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  jelöli. Két háromszögnek csak egy közös oldala lehet, ezért az oldal jelölése felhasználható az alakzat felépítéséhez. Az ábra alsó részén látható alakzat elemeit számok mutatják, a közös éleket – amelyek  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  lehetnek – a rajzon szintén feltüntettük.

## A konvergencia buktatói

A numerikus módszerek egyenletrendszert származtatnak a keresett függvényben szereplő együtthatókra. A próbafüggvényeket (a közelítő függvénytér bázisait) úgy kell megválasztani, hogy megfelelően írják le a fizikai folyamatokat, de arra is ügyelni kell, hogy a kapott egyenleteket hatékonyan tudjuk megoldani.

A neutrontranszport-egyenlet megoldása során a VARIANT program [4] az alábbi módszert használja:

- A megoldás  $V$  térfogatát egybevágó  $V_i$  –  $i = 1, \dots, N$  – régiókra osztja fel, ezekben az anyagi tulajdonságok helytől függetlenek.

- A keresett neutronfluxusra  $V_i$  határán közelítést alkalmaz, két szomszédos elem határán megköveteli a megoldás folytonosságát.

- A  $V_i$  régió belsejében is közelítést alkalmaz, ennek alapján számítja a reaktorfizikában kiemelt fontosságú reakciógyakoriságokat.

Ez a közelítési mód a numerikus módszerek körében tipikusnak mondható. Azt találták, hogy a VARIANT program algoritmusai csak akkor konvergálnak, ha a felületen megadott lineáris közelítéshez a térfogat belsejében legalább hatodfokú közelítést társítanak, ami a szerzők szerint érthetetlen, programhibára gyanakodtak.

A feladat vizsgálatához elemezzük a közelítést! Először leszögezzük, ha a keresett megoldást lineárisan független alterekben vizsgáljuk, akkor az iterációnak

1. táblázat					
A legfeljebb negyedfokú polinomok irreducibilis komponensei (négyzet, azaz $C_{4v}$ csoport esetén)					
polinomfok / $i$	0	1	2	3	4
1	1	–	$x^2 + y^2$	–	$x^2 y^2, x^4 + y^4$
2	–	–	–	–	$x^3 y - y^3 x$
3	–	–	$x^2 - y^2$	–	$x^4 - y^4$
4	–	–	$xy$	–	$x^3 y + y^3 x$
5	–	$x$	–	$x^3$	–
6	–	–	–	$xy^2$	–
7	–	–	–	$x^2 y$	–
8	–	$y$	–	$y^3$	–



minden ilyen altérben biztosítania kell a konvergenciát, hiszen a lineáris függetlenség miatt az alterek között nem léphet fel kompenzáció, azaz olyan helyzet, hogy egy altérben a konvergencia hiányát más alterek kombinációi pótolják. Ezután az a kérdés, hogy ilyen lineárisan független altereket miként lehet egyszerűen találni. Erre a választ a diszkretizált térfogat egy nódusának automorfizmusai szolgáltatják. Ez az automorfizmus-csoport (8) szerint egy felosztást generál a közelítő függvények által kifeszített téren, és a konvergencia minden egyes altéren fenn kell álljon. Vizsgáljuk meg a konvergenciát az egyes altereken [5].

A számítás úgy történik, hogy az előző nódus kimenő áramából meghatározzuk a bemenő áramokat. Amennyiben a peremen lineáris függvényekkel közelítjük a bemenő áramokat, minden altérben nemnulla járulékat kapunk. Ezután megoldjuk az egyenletet a tartomány belsejében, de ott is adott fokszámú polinomok szerint fejtjük ki a megoldást. Amennyiben a közelítő polinomok nem teszik lehetővé, hogy a megoldásnak minden altérben legyen el nem tűnő komponense, az eljárás nem konvergálhat. Az 1. és 2. táblázatból megállapítható, hogy a térfogat belsejében alkalmazott polinomok fokszámának növelésével elérhető, hogy minden lineárisan független altérben legyen el nem tűnő komponens, ám ehhez legalább hatodfokú polinom kell szabályos hatszög alakú nódusokban, és legalább negyedfokú polinom négyzet alakú nódusokban.

Az ismertetett módszer egyúttal útmutatást is ad, hogyan lehet egy adott közelítést javítani, illetve alkalmassá tenni más geometria esetére.

2. táblázat

**A legfeljebb negyedfokú polinomok irreducibilis komponensei (hatszög, azaz  $C_{6w}$  csoport esetén)**

polinomfok /i	0	1	2	3	4
1	1	–	$x^2 + y^2$	–	$(x^2 + y^2)^2$
2	–	–	–	–	–
3	–	–	–	$y(y^2 - 3x^2)$	–
4	–	–	–	$x(x^2 - 3y^2)$	–
5	–	$x, y$	–	$x(x^2 + y^2)$	–
6	–	$x, y$	–	$y(x^2 + y^2)$	–
7	–	$x, y$	–	–	–
8	–	$x, y$	–	–	–
9	–	–	$x^2 - y^2$	–	$(5x^4 - 6x^2y^2 - 3y^4), x^3y$
10	–	–	$xy$	–	$y^3x$
11	–	–	–	–	$6x^2y^2 - (x^4 + y^4)$
12	–	–	–	–	–

#### Irodalom

1. J. C. Slater: *Solid State and Molecular Theory: A Scientific Bibliography*. Wiley, NY, New York (1975)
2. P. Weinberger: Arthur Cayley and the "Gruppen Pest". *Phil. Mag.* 95 (2015) 3039–3051.
3. C. Gordon, D. Webb: *You Can't Hear the Shape of a Drum*. *American Scientist* 84 (1996) 46–55.
4. G. Palmiotti et al.: VARIANT. ANL-95/40, Argonne National Laboratory, Argonne, 1995.
5. M. Makai, Y. Orehwa: Symmetries of boundary value problems in mathematical physics. *J. Math. Phys.* 40 (1999) 5247–5263.
6. M. Makai: Symmetries Applied to Reactor Calculations. *Nucl. Sci. Eng.* 82 (1982) 338–353.
7. M. Makai: Plane waves and Response Matrices. *Ann. Nucl. Energy* 19 (1992) 715–736.
8. T. Sunada: Riemannian coverings and isospectral manifolds. *Ann. of Mathematics* 121 (1985) 169.

## Jobb egy mentőötlet mint öt mentő egylet

– írta Karinthy Frigyes az egyletistápolás margójára.

**Most Társulatunknak lenne szüksége egyletmentő ötletekre!**



Ezek az ötletek nem vesznek el,

ha a <http://forum.elft.hu>

linken, az ELFT stratégiai vitafórumán adjuk elő.



# A STABILITÁSI SÁVTÓL TÁVOL ESŐ ATOMMAGOK

## – 1. rész

Fényes Tibor  
MTA Atommagkutató Intézet, Debrecen

A magfizika az elmúlt évszázadban hatalmas fejlődésen ment át, és ez a fejlődés napjainkban is folytatódik. Hozzávetőleg 7000 atommag lehet kötött állapotban, úgy hogy felezési ideje hosszabb, mint 1  $\mu$ s. Ezek közül körülbelül 300-nak van alapállapotban elegendően hosszú felezési ideje ( $T_{1/2} > 1$  milliárd év) ahhoz, hogy stabilnak tekinthessük. Ilyen körülmények között természetes, hogy az atommagfizika egyik alapvetően fontos fejlődési irányát a még alig ismert vagy teljesen ismeretlen atommagok előállítására és sokoldalú vizsgálatára jelenti. A következőkben a stabilitási sávtól távol eső atommagok vizsgálatának újabb fejleményeit foglaljuk össze röviden. Az atommagok táblázatát az 1. ábra mutatja.

A stabilitási sávtól távol eső atommagokat világszinten számos laboratóriumban vizsgálják. A európai kutatóhelyekről részletes áttekintés található a [2] munkában.

A stabilitási sávtól távolodva az atommagokban (és a róla alkotott ismereteinkben) számos változás tapasztalható. Néhány ezek közül:

- A héjszerkezet változásai
- Neutronglóriás atommagok, neutronbőr
- Óriásrezonanciák
- $Z = N$  magok
- Atommagtömeg-változások
- Hiperdeformált magok
- Túl a nukleonleszakadási határon
- Elméleti eredmények

## A héjszerkezet változásai

Régóta ismeretes, hogy bizonyos  $Z$  proton- és  $N$  neutronszámoknál az atommagok különösen stabilak, ezek a mágikus számok. Erre utalnak például

- az első  $2^+$  gerjesztett állapotok energiái,
- a kétnukleon-szeparációs energiák,
- az atommagok tömegei és
- töltéssugarai,
- valamint az ab-initio<sup>1</sup> számítások is.

A stabilitási sáv mágikus számai a következők:  $Z$  és  $N = 2, 8, 20, 28, 50, 82$ , továbbá  $N = 126, 152$ .



Fényes Tibor az MTA Eötvös-kosorús doktora, az ATOMKI professor emeritusa. Hat évig dolgozott Dubnában az Egyesített Atommagkutató Intézetben és közel fél évig a Kentucky Egyetem tandemgyorsító laboratóriumában. Fő kutatási területei az atommag- és részecskefizika. Több mint 130 tudományos publikáció és 10 könyv szerzője, illetve társszerzője.

A stabilitási sávtól távolodva azonban változás történhet, új mágikus számok is megjelenhetnek.

A RIKEN Laboratórium RIBF radioaktív izotópnyaláb-gyára (Tokió mellett) különösen sok új izotópot állított elő  $^{238}\text{U}$  röptében való hasadásával, vagy  $^{14}\text{N}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{70}\text{Zn}$  és  $^{124}\text{Xe}$  lövedék fragmentációjával. A 2014-ig elért eredményekről a 2. ábra szemléletes áttekintést ad. Meghatározták az előállítási hatáskeresztmetszeteket 877 radioaktív izotópra. A  $^{54}_{20}\text{Ca}_{34}$ -nál (azaz  $N = 34$ -nél) a RIKEN mérések új mágikus számot találtak, lásd a 3. ábrát *En'yo* alapján [3].

A 4. ábrán felül a páros-páros oxigénizotópok első  $2^+$  állapotának energiái láthatók. Az  $^{24}_{8}\text{O}_{16}$ -nél az első  $2^+$  állapot energiája kiugróan magas, és az egy neutron leszakító reakció vizsgálata is arra utal, hogy a neutronok a  $^{24}\text{O}$ -nél a  $2s_{1/2}$  pályát betöltik. Ezek együtt jelzik, hogy a  $^{24}\text{O}$ -nél (azaz  $N = 16$ -nál) alhéjlezáródás van, új mágikus szám jelentkezik. Ezt az önkonzisztens számítások is alátámasztják.

A 4. ábrán középen az oxigénizotópok kötésenergiái vannak feltüntetve a kísérleti adatok és az önkonzisztens Green-függvényelmélet alapján. Látható, hogy a magasabb közelítésben végzett számítások a kísérleti adatokat jól reprodukálják. A számítások információt szolgáltatnak arra, hogy az oxigén- (és nitrogén-) izotópoknál hol van a neutronleszakadási határ.

A 4. ábrán alul a nyolc neutronot tartalmazó páros-páros atommagok alsó nívói láthatók. A  $^{12}_{4}\text{Be}_8$ -nál (azaz  $Z = 4$ -nél) jól látható a  $2^+$  és  $1^-$  gerjesztési energiák hirtelen változása, ami itt a  $Z = 4$  kitüntetett jellegére utal. Az ACCULINNA nevű, fragmens-szeparátorokra alapozott együttműködés (Dubna, Orosz Föderáció) eredménye.

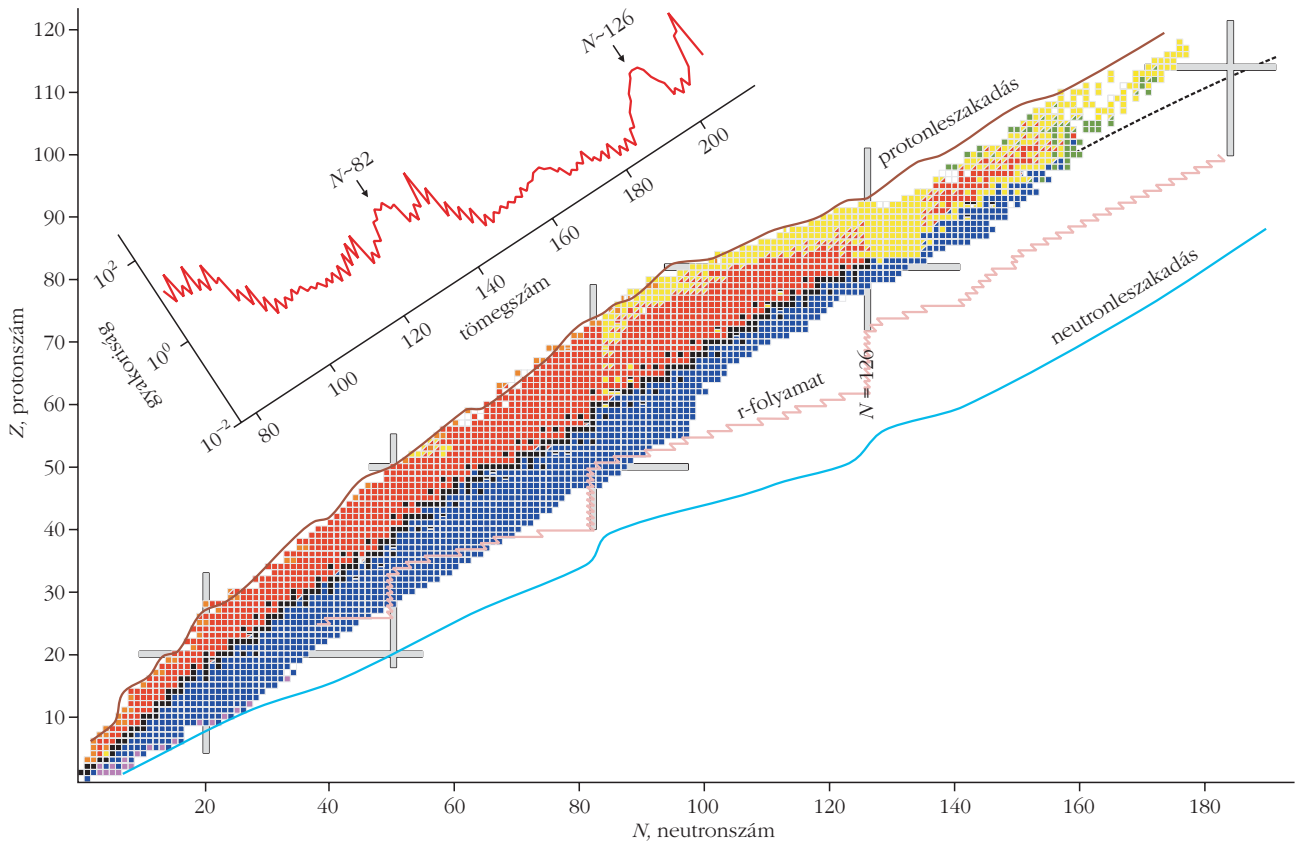
A héj- és magszerkezet változásait  $Z$  és  $N$  függvényében az MTA Atomkiban is – a RIKEN (Japán), GANIL (Franciaország), Legnaro (Olaszország), GSI (Németország) és NSCL (Michigan, USA) laboratóriumokkal együttműködésben – intenzíven vizsgálták. Ezekhez radioaktív izotópnyalábokat használtak, kombinálva fragmens-szeparátorokkal. Mérték a  $\beta$ - és  $\gamma$ -spektrumokat, vizsgálták a Coulomb-gerjesztést, és a nyert adatokat összevetették az elméleti eredményekkel.

A kutatómunkában az ATOMKI részéről Dombrádi Zs., Elekes Z., Fülöp Zs., Kuti I., Podolyák Zs., Sobler D. és Vajta Zs. vettek részt. Az elmúlt évtizedben több mint 30 publikációjuk született a következő atommagokkal kapcsolatban:

$Z = 5$	$^{17}\text{B}$	$Z = 10$	$^{26,28,30}\text{Ne}$
$= 6$	$^{16,19,20}\text{C}$	$= 11$	$^{30,31}\text{Na}$
$= 7$	$^{21}\text{N}$	$= 12$	$^{33,34,36}\text{Mg}$
$= 8$	$^{20,22}\text{O}$	$= 14$	$^{33,34,39,41}\text{Si}$

<sup>1</sup> Itt „ab-initio” a kezdetekből kiinduló, azaz a kvantum-szindinamika Lagrange-energiásűrűségéből, vagy annak különböző közelítéseiből kiindulót jelöli.





1. ábra. Atommagok a  $Z$  rendszám és  $N$  neutronszám síkban. A stabil magokat fekete négyzetek jelölik. Balra felül a stabil magok relatív gyakorisága látható. Minden atommag a  $Z = 100$  felett neutronhiányos. Zagrebaev és Greiner [1] alapján.

$Z = 16$	$^{40,44}\text{S}$	$Z = 28$	$^{70,72}\text{Ni}$
$= 18$	$^{46}\text{Ar}$	$= 29$	$^{79}\text{Cu}$
$= 20$	$^{44}\text{Ca}$	$= 30$	$^{80,81,82,83}\dots\text{Zn}$
$= 24$	$^{66}\text{Cr}$	$= 36$	$^{96}\text{Kr}$
$= 25$	$^{68,69,70}\text{Mn}$	$= 46$	$^{122,124,126}\text{Pd}$
$= 26$	$^{70,72}\text{Fe}$	$= 48$	$^{132}\text{Cd}$
$= 27$	$^{70,76}\text{Co}$	$= 50$	$^{100,104,136}\text{Sn}$

## Neutronglóriás atommagok, neutronbőr

### Neutronglóriás atommagok

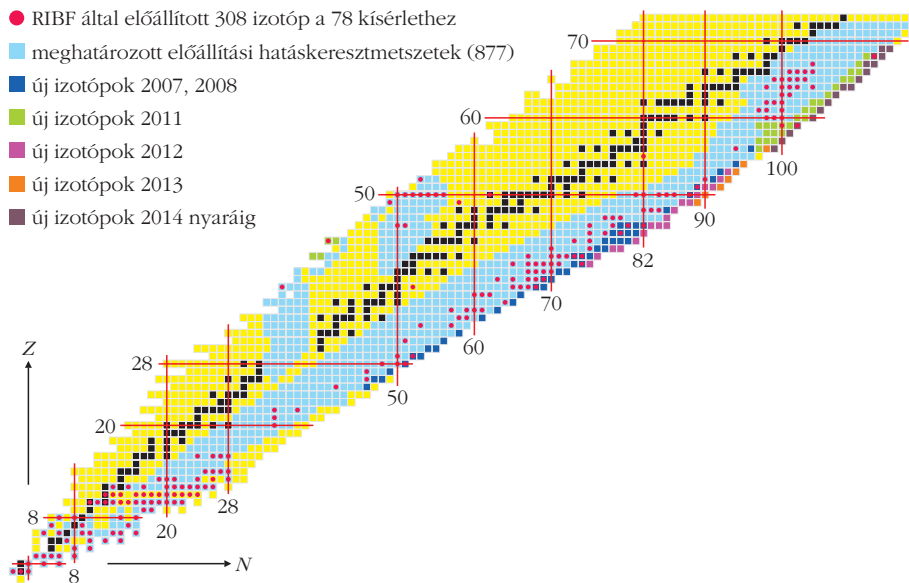
A stabilitási sávtól távol a legkülső nukleonok kötés-energiája kicsi, ami az atommag térbeli kiterjedésének jelentős növekedésével járhat. Az extrém nagy kiterjedésű, kis sűrűségű nukleoneloszlást halónak (glóriának) nevezzük. A mag többi nukleonja továbbra is nagysűrűségű törzset alkothat.

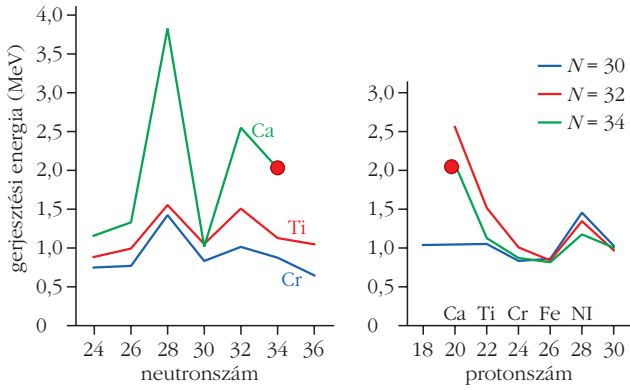
Összefoglalóan megállapítható, hogy a nukleonudvarok léte jól megalapozott a könnyű, neutrontöbbletes, valamint a neutronhiányos atommagok között is. A teljes kinematikai reakcióvizsgálatok, szögeloszlásmérések, a fragmentek  $\gamma$ -spektrumának vizsgálata halofeltöltési reakciókban lehetőséget adnak arra, hogy pontos betöltési valószínűségeket határozzanak meg a héjmodellállapotokra, és adatokat nyerjenek a magtörzs esetleges módosulásaira is.

A halomagok szerkezetéről és reakcióiról részletes összefoglalás található *Suzuki, Lo-*

2. ábra. A RIKEN BigRIPS (Radioactive Ion Projectile Separator) berendezéssel elért eredmények. 2014 nyaráig 120 új izotópot és 43 új izomért fedeztek fel.

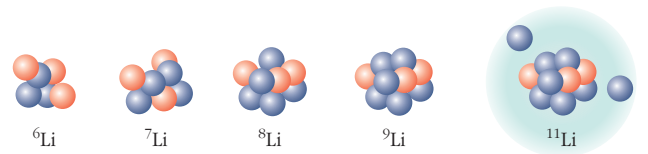
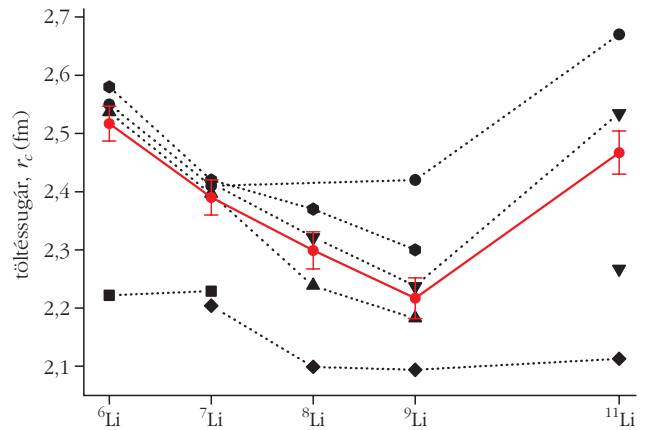
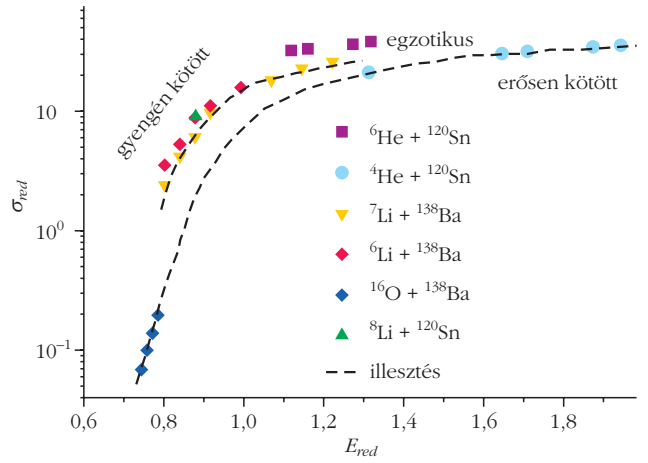
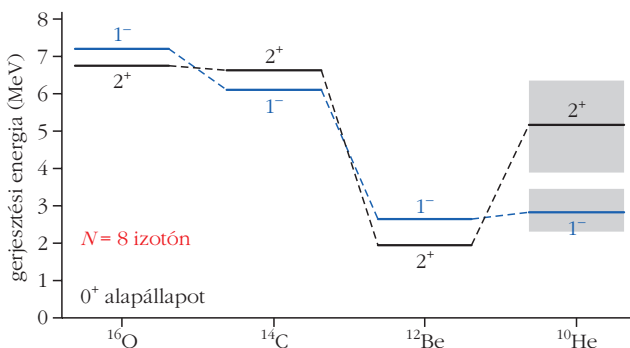
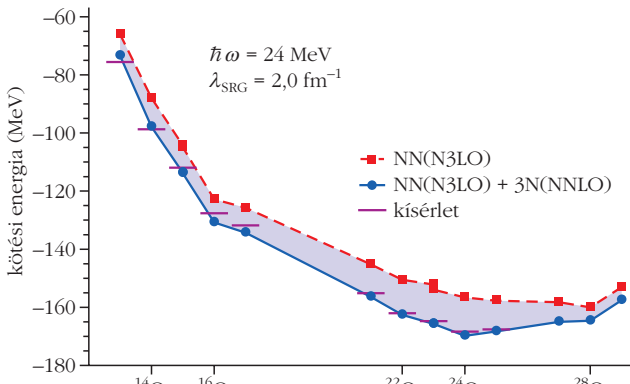
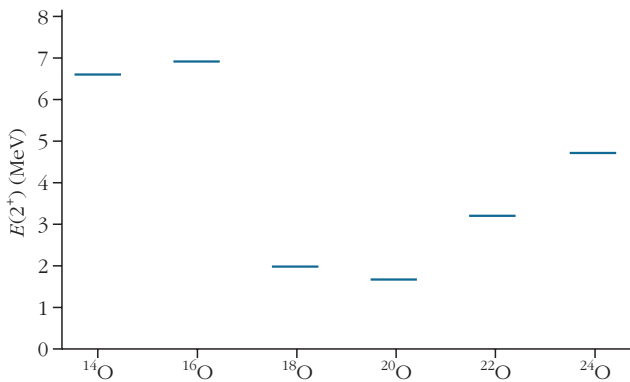
- RIBF által előállított 308 izotóp a 78 kísérlethez
- meghatározott előállítási hatáskeresztmetszetek (877)
- új izotópok 2007, 2008
- új izotópok 2011
- új izotópok 2012
- új izotópok 2013
- új izotópok 2014 nyaráig





3. *ábra.* Az  $^{54}\text{Ca}$ -nál felfedezett új mágikus neutronszám,  $N = 34$ . A  $2^+$  állapot  $E$  gerjesztési energiája a neutron- és protonszám függvényében.

4. *ábra.* Felül a páros-páros oxigénizotópok első  $2^+$  állapotai. Középen az oxigénizotópok kötésienergiái a kísérleti adatok alapján, valamint az önkonzisztens Green-függvény elmélet számításainak eredményei különböző közelítésekben. Alul a nyolc neutron tartalmazó páros-páros atommag alsó nívói. A  $^{12}\text{Be}$ -nál jól látható a héjszerkezet változása.



5. *ábra.* Felül az  $E_{red}$ -hez (red: redukált) tartozó  $\sigma_{red}$  reakció-hatáskeresztmetszetek az  $A \sim 120$  céltárgyakon különböző bombázó részecskéknél.  $E_{red} = E_{cm}(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})Z_pZ_t$ , ahol  $p$  = projectile (bombázó részecske),  $t$  = target (céltárgy),  $cm$  = tömegközéppont. A szaggatott vonalak csak a tájékozódást segítik. A  $^4\text{He}$  és  $^{16}\text{O}$  erősen kötött magok vannak alul, a gyengén kötöttek ( $^{6,7,8}\text{Li}$ ) középen és a  $2n$ -halo  $^9\text{He}$  felül. Lépíne-Szilgy és munkatársai [7] nyomán. Középen a Li-izotópok  $r_c$  töltéssugara a tömegszám függvényében. A vastag vonal a kísérletileg mért eredményeket köti össze, a pontozott vonalak különböző elméleti számítások eredményeit mutatják. Látható, hogy a  $^{11}\text{Li}$ -nál a töltéssugár a kétneutron-halo miatt ugrásszerűen megnőtt. Alul a Li-izotópok atommagjainak modelljei zárják az ábrát.

*vas, Yabama, Varga* [4] alapvető munkájában. A nukleonglóriás atommagokat részletesen tárgyalják *Fényes* és munkatársai [5] és *Fényes T.* [6] könyvei is.

A kutatásoknak új lendületet ad, hogy radioaktív nyalábokban is vizsgálják a halojelenséget. Az eddigi legnehezebb  $^{31}_{10}\text{Ne}_{21}$  halomagon kívül – a rövid felezési idejű atommagok között – várhatóan még sok haloerjesztett állapot van.

A következőkben a 5. *ábrán* csak néhány újonnan nyert eredmény ismertetésére szorítkozunk.

Az 5. *ábra* felső része a redukált hatáskeresztmetszeteket mutatja  $A \sim 120$  céltárgyakon, különböző bombázó részecskével létrehozott reakciókra az  $E_{red}$



függvényében. A  ${}^4\text{He}$  és  ${}^{16}\text{O}$  erősen kötött magokkal létrehozott reakciók vannak alul, a  ${}^{6,7,8}\text{Li}$ -mal létrehozottak középen és a  $2n$ -halo  ${}^6\text{He}$ -mal nyert eredmények felül. Az ábra világosan utal arra, hogy a  ${}^6\text{He}$ -ban két neutron lazán kötött,  $2n$ -halót alkot.

Az 5. ábra középső részén a Li-izotópok  $r_c$  töltéssugara van feltüntetve a tömegszám függvényében. Az optikai izotópeloldást lézerspektroszkópai módszerekkel mérték. Látható, hogy a  ${}^{11}\text{Li}$ -nál – a  $2n$ -halo miatt – ugrásszerűen megnőtt a töltéssugár. Mérték a  ${}^{11}\text{Li}$  tömegét is Penning-csapdában és meghatározták a  $2n$  szeparációs energiát. Ezek egyúttal arra is utalnak, hogy a  ${}^{11}\text{Li}$ -nál az  $N = 8$  nem mágikus szám. A Penning-csapdában a részecske homogén mágneses térben kering és a keringési frekvenciából a tömeg nagy pontossággal meghatározható. A módszer nagyon kis mennyiségű (néhány atomnyi) és igen rövid felezési idejű (néhány ms) atommagok tömegének meghatározására is alkalmas részletesebben lásd az [5]-ben a IV.3.7. pontot.

## Neutronbőr

Mind az elméleti relativisztikus Hartree–Fock-számítások, mind a kísérleti adatok arra utalnak, hogy az erősen neutrontöbbletes atommagokban neutronbőr épül ki a magtörzs felett. A neutronbőr vastagsága a  $\Delta R_{np} = R_n - R_p$  neutron-, illetve protonmagsugár-különbséggel jellemezhető, ami például a  ${}_{28}\text{Ni}$ - és  ${}_{50}\text{Sn}$ -izotópoknál a tömegszám növekedésével egyértelműen nő.

Krasznahorkay és munkatársai [8] új eredményeket nyertek az  ${}^{124}_{50}\text{Sn}$ - és  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ -atommagokban fellépő neutronbőr vastagságára. Ezek szerint

$$\Delta R_{np} = 0,21 \pm 0,05 \text{ fm a } {}^{124}\text{Sn-nál és}$$

$$\Delta R_{np} = 0,161 \pm 0,042 \text{ fm a } {}^{208}\text{Pb-nál.}$$

Az eredmények jól egyeznek a korábbi adatokkal. A neutronbőr meghatározásához  $(n,p)$  töltéscsere antianalóg óriásdipólrezonancia-módszert használtak. A módszer az egzotikus atommagoknál is ígéretes lehetőséget a nyújt a neutronbőr vastagságának meghatározására.

Kívánatos lenne, hogy szisztematikusan vizsgálják az alacsony sűrűségű neutronanyag (neutronbőr) előfordulását a rendszám függvényében, például  ${}^{126-138}_{50}\text{Sn}$ -nál és sok más rövid felezési idejű izotópnál.

Az  $(e,e)$  reakciók információt adnak az atommagok töltéssugarára és töltéssűrűségére. Ezeket kombinálva a  $(p,p)$  szórási eredményekkel a nukleonok eloszlására és az anyagsűrűségekre is nyerhetők adatok.

Távlatilag nagy előrelépést jelentene, ha a radioaktív ionnyalábokat (RIB) előállító laboratóriumokban elektron-RIB ütközéseket is lehetne vizsgálni.



Az óriásrezonanciák,  $Z = N$  atommagok, atommagtömeg-változások, hiperdeformált magok, túl a nukleonleszakadási határon és az elméleti vonatkozások tárgyalására a *Fizikai Szemle* következő számában, cikkünk második, befejező részében kerül sor.

## Irodalom

1. V. I. Zagrebaev, W. Greiner, *Nucl. Phys. A* 944 (2015) 257.
2. A. Bracco et al.: *NuPECC Long Range Plan 2017, Perspectives in Nuclear Physics*. [http://nupecc.org/publ/lrp\\_2017.pdf](http://nupecc.org/publ/lrp_2017.pdf)
3. H. En'yo, *Nucl. Phys. News* 25 (2015) 5.
4. Y. Suzuki, R. G. Lovas, K. Yabana, K. Varga: *Structure and reactions of light exotic nuclei*. Taylor and Francis, London (2003)
5. T. Fényes és mts.: *Atommagfizika I. 2. korszerűsített kiadás*, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen (2009)
6. T. Fényes: *Structure of atomic nuclei*. Akadémiai Kiadó, Budapest (2002)
7. A. Lépine-Szily et al., *Nucl. Phys. News* 23/3 (2013) 5.
8. A. Krasznahorkay et al., *Phys. Lett. B* 720 (2013) 428 és *Phys. Scr.* (2013) 014018.

# EXTRA FELKEVEREDÉS ÓRIÁSCSILLAGOKBAN

Szigeti László, Mészáros Szabolcs, Szabó M. Gyula  
ELTE Gothard Asztrfizikai Observatórium, Szombathely

## Szénizotóparány-változások a csillaglégkörökben

A csillagok életük jelentős részén (az úgynevezett fősorozaton) a magjukban hidrogénből fúzió útján héliumot gyártanak. Ez alapvetően kétféleképpen megy végbe: proton-proton és/vagy CNO-ciklus során. Az előbbinél a protonok közvetlenül egyesülnek, míg az utóbbi esetén a C, N és O katalizátorként működik. A CNO-ciklus évmilliárdok során megváltoztatja bizonyos elemek izotópjainak arányát a csillagok magjában.

Amikor a csillag magjában a hidrogén elfogy és a csillag felfúvódik, a magban lévő anyag valamilyen felkeve-

redési folyamat által a felszínre jut. Ez a felkeveredés megváltoztatja a kezdeti elemek arányát, és ebből a változásból a csillagok belsejében végbemenő (elsősorban



Szigeti László 2014-ben szerezte csillagász diplomáját a Szegei Tudományegyetemen. 2015 végén csatlakozott a szombathelyi Gothard Asztrfizikai Observatórium munkatársaihoz. Jelenleg Mészáros Szabolcs vezetésével az ELTE fizika doktori iskolájában PhD-hallgató. Kutatási területei a nagy felbontású spektroszkópiai felmérések (APOGEE), elemgyakoriság analízis, gömbhalmaz kinematika.

felkeveredési) folyamatokra tudunk következtetni.

A standard modell szerint, amikor egy csillag a Hertzsprung–Russell-diagramon (1. ábra) a fősorozatról a vörösóriáságra vándorol, megtörténik az első felkeveredés (first dredge-up). Ilyenkor a csillag magjában elfogy a hidrogén és a fúzió a magot körülvevő hidrogénhéjba tevődik át. A csillaglégkör opacitása jelentősen megnő (fotonok számára átlátszatlaná válik), ezért a fotonok sugárzási energiaszállítását az ionok konvekciós energiáttranszportja váltja fel. Az ekkor kialakuló konvekciós zóna a csillaganyagban mélyre, egészen abba a régióba hatol, ahol a fúzió már megváltoztatta összetételét. A felkeveredés alatt a teljes konvekciós zóna összetétele (a felszíné is) homogén módon feldúsul a fúzióból származó elemekkel. A standard modell által megjósolt elemarányokat a megfigyelésekkel összehasonlítva azt vesszük észre, hogy a  $2,5 M_{\text{Nap}}$  nagyobb tömegű csillagokra a modell nagy pontossággal képes megjósolni a felszíni elemek összetételének változását, ellenben a kisebb ( $0,7\text{--}2,5 M_{\text{Nap}}$ ) tömegű, a fősorozatról elfejődött csillagok esetében már eltérés mutatkozik a megfigyelések és az elméleti számolások között.

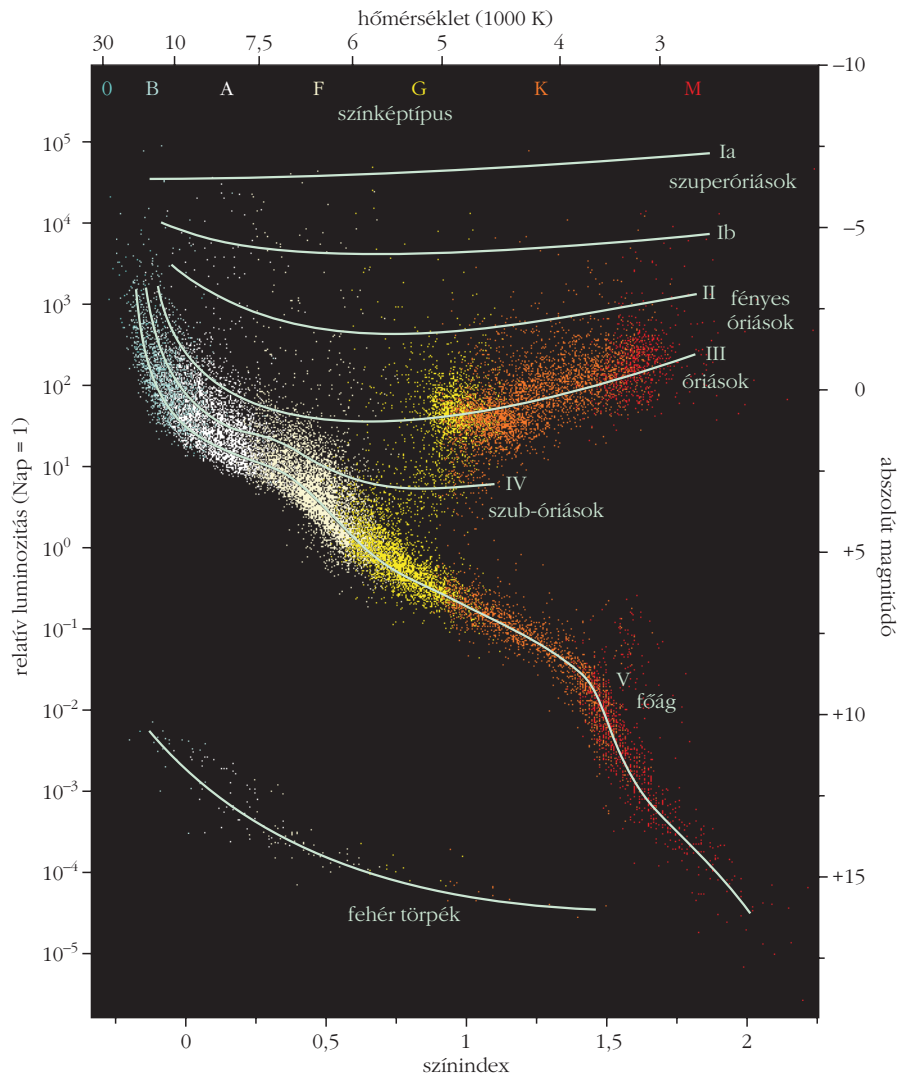
Vizsgálatunk célpontjával a szén 12-es és 13-as izotópjának arányát választottuk. Ez az arány kiváló indikátora a csillag felkeveredési folyamatainak, mert míg a csillag belsejében a fúzió megváltoztatja az elemek arányát, addig a felszínen az elemek azon gázfelhő összetételét reprezentálják (a felkeveredés előtt), amiből a csillag kialakult. A Nap esetében ez a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány 89. A standard modell alapján, egy Nap típusú csillag esetén az első felkeveredés folyamán a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány 89-ről körülbelül 29-re csökken.



Mészáros Szabolcs a Magyar Tudományos Akadémia Prémium posztdoktori ösztöndíjasaként dolgozik az ELTE Gothard Asztrofizikai Observatóriumában. Kutatási területe a csillagok fizikai paramétereinek és kémiai összetételének meghatározásán keresztül a Tejútrendszer csillaghalmozai kialakulásának és fejlődésének megértése.



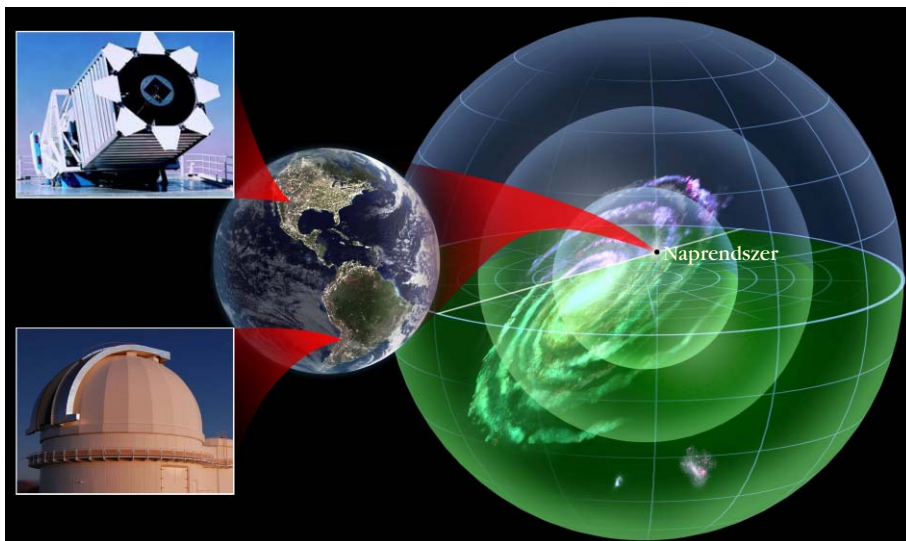
Szabó M. Gyula csillagász, az MTA doktora, az ELTE Gothard Asztrofizikai Observatórium és Multidiszciplináris Kutatóközpont igazgatója. Kutatási területe a bolygórendszerek fejlődése, az exobolygók és a csillagok kapcsolata, és a Naprendszer kis égitestjei. Kutatja az alkalmazott statisztika korszerű lehetőségeit a nagy adattárak vizsgálatában és a jelkeresésben. Számos égboltnémelési és űrtávcsöves program tudományos csoportjának tagja.



1. ábra. Az általunk vizsgált csillagok a Hertzsprung–Russell-diagramon az óriáságon helyezkednek el (III.). A vörös csomó az óriáság elején található csoportosulás, körülbelül 5000 K hőmérsékletű és nagyjából +1-es abszolút fényességű csillagok alkotják.

A már korábban említett CNO-ciklus során a csillag több 12-es tömegszámú szént alakít át más elemekké, mint 13-as izotópot, ezért utóbbi a magban feldúsul. A felkeveredés ezt az arányaiban több  $^{13}\text{C}$  és kevesebb  $^{12}\text{C}$  izotópot tartalmazó anyagot hozza a felszínre, ami a csillag légkörében lévő  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány csökkenéséhez vezet.

Ezek után a standard modell több változást nem jósol a csillag felszíni összetételében. Ezzel az állítással szemben – a megfigyelések alapján – azt tapasztaljuk,



mok, például a Gaia-ESO, a GALAH és az APOGEE galaxisunk kémiai összetételét és ezen keresztül kémiai evolúcióját térképezik fel különböző hullámhosszakon, különböző térbeli felbontásokkal. A jelenlegi programok közül minden bizonnyal az APOGEE [3] a legjelentősebb, amely a Sloan Digitális Égboltfelmérő program részeként (SDSS-III) immár a második fázisánál tart. Célja, hogy nagy felbontású ( $R = 225\,000$ ) spektrumokkal több mint fémmillió vörösóriás-ági csillag a kémiai összetételét térképezze fel az infravörös-tartományban.

2. ábra. Az APOGEE az egész égboltot belátja köszönhetően az új-mexikói és a chilei 2,5 méteres teleszkópoknak [3].

hogy az első felkeveredés után, a csillagok fejlődése során, a szén aránya tovább csökken, míg a nitrogén növekszik. A felszíni összetétel-változás magyarázatához egy extra felkeveredési folyamatra van szükség. A lehetséges elméleti mechanizmusok közül jelenleg a termohalin felkeveredés (thermohaline mixing) [1] a leginkább elfogadott magyarázat a jelenségre. Az elnevezés földtudományi analógiára utal: az óceánok vertikális, azaz le- és felfelé irányuló mozgásait is tartalmazó, mélytengeri áramlások összességét termohalin cirkulációnak nevezzük, mert ezeket az óceánok hőmérséklet- és sűrűségváltozásai irányítják [2].

A termohalin felkeveredés lényege, hogy a csillagok belsejében létrejövő konvektív áramlás nemcsak a hőmérséklettől függ, hanem a kémiai összetételen keresztül az átlagos molekulásúlytól is.

A lokálisan megváltozó átlagos molekulásúly indukálja a termohalin felkeveredést. Ahogy a csillag öregszik és halad a vörösóriáságon, a hidrogént égető héj külső részén egy reakció indul be, amely abban a régióban megváltoztatja az átlagos molekulásúlyt. A  ${}^3\text{He}$  égése során a lokális átlagos molekulásúly csökken és a cella hőmérséklete magasabb lesz, mint a környezeté. Az égés során két  ${}^3\text{He}$  részecskéből 3 részecske ( $2\text{ p}^+$  és egy  ${}^4\text{He}$ ) keletkezik, ami nyomásnövekedéshez vezetne. A környezetével egyensúlyban maradás végett a cella kitágul és emelkedni kezd a csillag légkörében. Amint az emelkedő cella és a környezet között kialakul a hőmérséklet- és molekulásúly-gradiens, a keveredés is beindul. A modell alapján ez a felkeveredés megváltoztatja a Li,  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  és  ${}^{14}\text{N}$  felszíni arányát.

## Az égboltfelmérő programok szerepe

Az utóbbi években a nagy égboltfelmérő programok eredményei jelentősen fejlesztették tudásunkat a Tejútrendszer felépítéséről. A jelenleg is folyó nagy felbontású spektroszkópiai égboltfelmérő progra-

Am APOGEE által választott infravörös-tartomány érzékeny a  ${}^{12}\text{C}/{}^{13}\text{C}$  arány változására, ezzel – több tízezer csillag esetében – téve lehetővé a felkeveredés mechanizmusának tanulmányozását. Az APOGEE egyedülálló az égboltfelmérő programok között, ugyanis jelenleg már az egész égboltról képes homogén adatsort rögzíteni. Az északi féltekén, az Apache Point Observatóriumban (Új-Mexikó) üzemelő 2,5 m átmérőjű Ritchey Chrétien-távcső mellett 2017-ben üzembe állt a chilei Las Campanason az Irénée du Pont-teleszkóp (2. ábra). A két távcső nagyon hasonló, de az adatsor homogenitását igazából a távcsövek fókuszaiiban működő két ikerspektrográf biztosítja.

A nyers spektrumokat az ASPCAP programcsomag automatizálva redukálja ki, és határozza meg az egyes objektumok fizikai paramétereit. A szoftver folyamatos fejlesztés alatt áll, ebben az ELTE-GAO is aktív szerepet vállal. Jelenleg a programcsomag 23 elem arányát képes meghatározni minden egyes objektumban, egyéb alapvető fizikai paraméterek – például az effektív hőmérséklet, log g, fémesség – mellett. Ezen adatokból a csillagok szerkezetére, kialakulására és fejlődésére tudunk következtetni. A csillagok kémiai evolúciójában fontos szerepet játszó egyik paraméter a csillag  $[\text{M}/\text{H}]$  fémessége, amely az összes, héliumnál nehezebb elem aránya a hidrogénhez képest, és ennek értékét a Nap esetében mérhető megfelelő arányhoz viszonyítják:

$$[\text{M}/\text{H}] = \log \left( \frac{N_{\text{M}}}{N_{\text{H}}} \right)_{\text{csillag}} - \log \left( \frac{N_{\text{M}}}{N_{\text{H}}} \right)_{\text{Nap}},$$

ahol  $N_{\text{M}}$  és  $N_{\text{H}}$  a fém-, illetve hidrogénatomok koncentrációja. A fémesség a kor jelzője is egyben, hiszen az öregebb csillagok születésénél még kevesebb nehezebb elem volt a gázfelhőkben, mint később, a fiatalabb csillagok létrejöttkor. A nagy égboltfelmérő programokkal lehetőségünk nyílik olyan csillagok vizsgálatára is, amelyek fémtartalma jelentősen eltér



egymástól, ezáltal könnyebben azonosíthatjuk a lehetséges összefüggést a kémiai összetétel és a felkeveredés folyamata között.

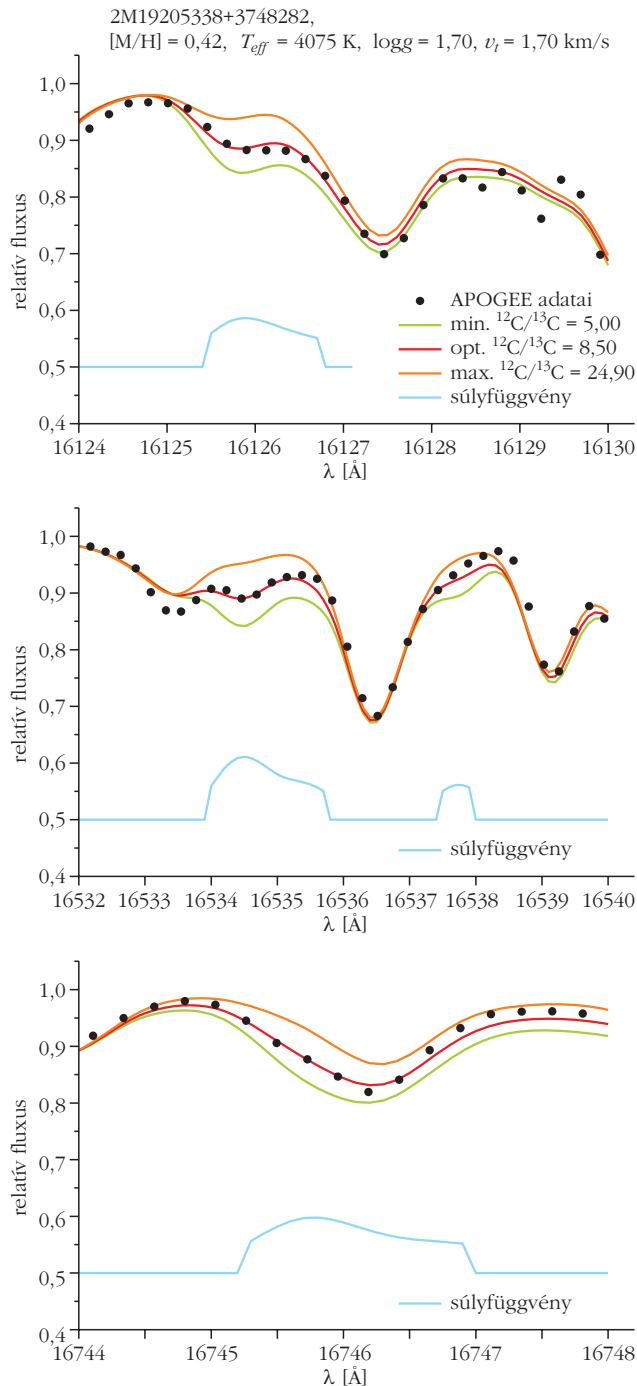
## A $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ arány mérésének módszere

A  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány ismerete elengedhetetlen a felkeveredési mechanizmusok tanulmányozásában, azonban ezt az izotóparányt az ASPCAP jelenleg nem határozza meg. Ehhez azokat a korábban még nem definiált hullámhossztartományokat szükséges azonosítani, ahol a spektrum érzékeny a szénizotóparány változására. Az általunk meghatározott tartományok idén már be is kerültek az ASPCAP-ba. A  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány változására érzékeny hullámhossztartományokat elméleti spektrumok szintetizálásával lehet meghatározni [4]. Első közelítésben felhasználtuk az ASPCAP által származtatott paramétereket, például az effektív hőmérsékletet, a felszíni nehézségi gyorsulást ( $\log g$ ), a metallicitást,  $[\text{C}/\text{Fe}]$ ,  $[\text{N}/\text{Fe}]$  és a mikroturbulens sebesség értékét. Második lépésben ezen paramétereket rögzítettük és új színeképeket számolva csak a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  paramétert változtattuk. Eredményként több száz szintetikus spektrumot kaptunk, ezek – a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arányt kivéve, amely egy kezdeti értéktől az általunk meghatározott lépésközzel egy maximális értékig tart – teljesen azonosak. A létrejött mesterséges spektrumokat – figyelembe véve az érzékeny régiókat – az APOGEE által rögzített nyers adattal hasonlítottuk össze (3. ábra), majd a  $\chi^2$  minimalizáló függvény segítségével kiválasztottuk a legjobban illeszkedőt és az ahhoz tartozó  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arányt.

A tanulmányhoz az NGC 6791 nyílthalmaz 11 csillagát használtuk [5]. Választásunk elsősorban azért esett erre a csillaghalmazra, mert fémekben az egyik leggazdagabb halmaz a Tejútrendszerben ( $[\text{Fe}/\text{H}] \sim 0,39$ ), ezáltal az extrém fémgazdag tartományban kiválóan alkalmas a felkeveredés folyamatának vizsgálatára. A jelenlegi megfigyelések az izotóparány észlelési nehézségei miatt főleg a fémekben szegényebb, illetve a Naphoz hasonló fémességű csillagokkal foglalkoztak. A modellek igazolása, pontosítása magas fémtartalom esetén így különösen problémás. A másik szempont, hogy a halmaz a Kepler-mezőben található, gyakran észlelt (például a Kepler-űrtávcső által), és a csillagok paramétereit (például tömeg) is pontosan ismerjük. A halmaztagok kiválasztásánál szintén fontos szempont volt, hogy az észlelt spektrumok magas jel/zaj arányúak legyenek, így küszöbölendő ki a random megfigyelési hibákat. A csillagok felszíni hőmérséklete 3500 K-től 4500 K-ig terjed, ugyanis a szénizotóparány észlelési küszöbe magasabb hőmérsékleteken erősen romlik.

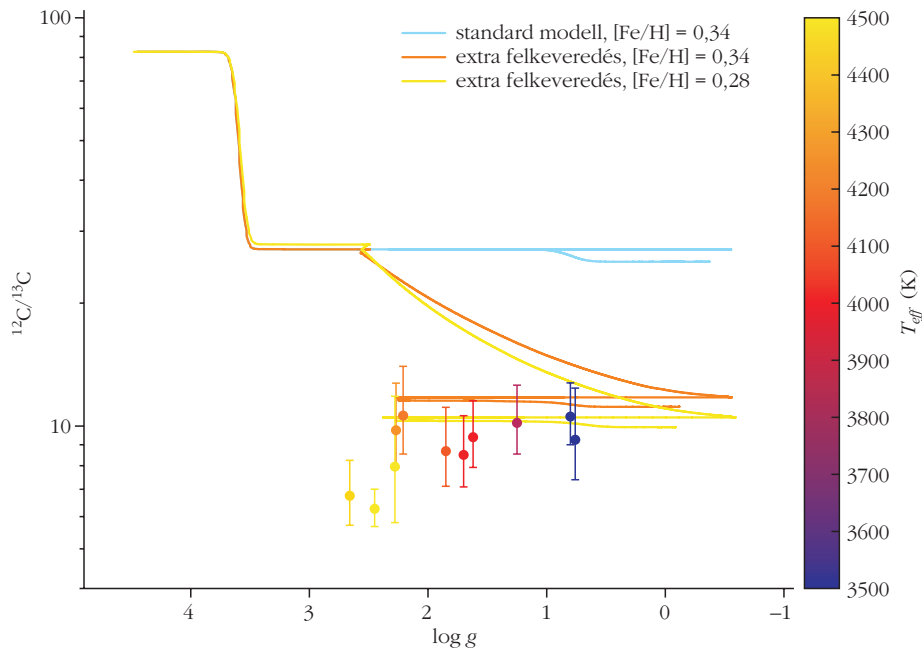
## Eredményeink

Az első felkeveredés alapján az ilyen paraméterekkel jellemezhető csillagok esetében a várható  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány 26 és 30 körül lett volna, ezzel szemben az álta-



3. ábra. Az ábra a meghatározott hullámhossztartományokat, súlyokat, valamint a különböző izotóparányok spektrumokbeli megjelenését mutatja.

lunk megfigyelt arányok 6 és 11 között változtak. A meghatározott  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arányok konzisztensek a termohalin felkeveredési modell jóslataival, ellentmondva a standard modellnek [6]. Az izotóparány az észlelt tartományon belül nem korrelál a hőmérséklettel, bár a legforróbb 3 csillagra az értékek alacsonyabbak, de úgy gondoljuk, hogy ezen esetekben a csillagok egy későbbi evolúciós állapotban vannak (vörös kupac; red clump). Eredményeinket összevetettük a legújabb, immár magas fémmességgel számolt és a termohalin felkeveredést is figyelembe vevő csillagfejlődé-



4. ábra. A különböző elméleti modellek összehasonlítása az általunk kapott eredményekkel.

si modellel. A 4. ábrán láthatjuk az összevetés eredményét. A három színes vonal a különböző modellek számítások alapján mutatja a csillagok felszíni szénizotóp arányát a felszíni gravitáció függvényében a csillag fejlődése során. A kék vonal a standard modell, amely nem veszi figyelembe az extra felkeveredést. Látható, hogy  $\log g \sim 3,5$  után (első felkeveredés) az arány nem változik számottevően. A másik két modell már számításba veszi az extra felkeveredést is. A világosabb sárga vonal az alacsonyabb ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0,28$ ), míg a narancssárga a magasabb ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0,34$ ) fémességgel számolt értékeket mutatja. Látható, hogy itt az első felkeveredés után  $\log g \sim 2,5$  körül megtörténik az extra felkeveredés. Mért értékeink hibahatár-

5. ábra. Az összehasonlításhoz használt M 67 nyílthalmaz részlete az SDSS felvételén.



ron belül jól egyeznek a modellel. A vörös kupac három legforróbb csillaga itt is láthatóan elkülönül a többi célponttól.

Eredményeinket összehasonlítottuk az M67 nyílthalmaz csillagaival (5. ábra). Választásunk azért esett az M67-re, mert a két halmaz csillagainak asztroszeizmikus és izokron illesztéssel meghatározott tömege megegyezik, viszont az M67 átlagos fémessége jelentősen alacsonyabb, a Napunkéhoz hasonló. Ez utóbbi halmazban a néhány csillagra meghatározott evolúciós állapot és  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány alapján azt figyelhetjük meg, hogy a vörös kupac csillagainak izotóparánya 11 és 13 közötti, míg az általunk vizsgált

NGC 6791 csillagainál ez az arány alacsonyabb (8 körüli). Az összehasonlítás nem egyszerű, mert az NGC 6791-ben viszonylag kevés csillag fejlődési állapotát ismerjük, de az elméleti modellek alapján magasabb fémtartalom esetén a termohalin keveredés is kissé erősebben működik, ami összhangban van eredményeinkkel. Meg kell jegyezni, hogy a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arány meghatározása nem konzisztens módon, nem azonos hullámhossztartományok alapján történt a két halmazban.

A jelenlegi adatok alapján nehéz jól alátámasztott összefüggéseket találni a szénizotóparány és egyéb paraméterek (evolúciós állapot, tömeg és fémtartalom) között. Ezen összefüggések meghatározása jövőbeli feladat, amelynek során sokkal több csillag esetében fogjuk konzisztens módszerrel meghatározni a  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  arányt. Ehhez az APOGEE új pipeline-ja lesz segítségünkre, amelybe munkánk alapján már az izotóparány kiszámolása is be lesz építve.

## Irodalom

- Charbonnel, C., Lagarde, N.: Thermohaline instability and rotation-induced mixing. I. Low- and intermediate-mass solar metallicity stars up to the end of the AGB. *Astronomy and Astrophysics* 522 (2010) id. A10.
- Bartholy Judit és Pongrácz Rita (szerk.): *Klímaváltozás*. ELTE (2013) [http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/Kli\\_mavaltzas/index.html](http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/Kli_mavaltzas/index.html)
- Mészáros, S.: Az APOGEE égboltfelmérés. *Meteor Csillagászati Évkönyv*, MCSE, Budapest (2018) 222–234.
- Mészáros, S., Martell, S. L., Shetrone, M., et al.: Exploring Anticorrelations and Light Element Variations in Northern Globular Clusters Observed by the APOGEE Survey. *The Astronomical Journal* 149 (2015) id. 153.
- Cunha, K., Smith, V. V., Johnson, J. A., et al.: Sodium and Oxygen Abundances in the Open Cluster NGC 6791 from APOGEE H-band Spectroscopy. *The Astrophysical Journal Letters* 798 (2015) id. L41.
- Szigeti, L., Mészáros, S., Smith, V. V., et al.:  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$  isotopic ratios in red-giant stars of the open cluster NGC 6791. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 474 (2018) 4810.

# XXI. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ NUKLEÁRIS TANULMÁNYI VERSENY – 3. rész

Sükösd Csaba  
BME Nukleáris Technikai Intézet

## A döntő versenyfeladatai – 2. rész

Ezen a versenyen is, mint az első Szilárd Leó Versenyen (valamint 2004 óta ismét), a Junior kategória versenyfeladatai részben eltértek az I. kategória (11–12. osztályosok) feladataitól. E részben 3 közös és 3-3 I. kategóriás, illetve junior versenyfeladatot közlünk.

### 5. feladat

kitűzte: *Halász Máté*

A  $^{63}\text{Cu}$  izotóp (p,n) magreakció során  $^{63}\text{Zn}$  izotóppá alakul, melyet követően a  $^{63}\text{Zn}$  pozitív  $\beta^+$ -bomlással ismét  $^{63}\text{Cu}$  izotóppá bomlik. A bomlás során felszabaduló energia 2,344 MeV.

a) A megadott bomlási energia alapján határozzuk meg a  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$  magreakció létrehozásához szükséges energiát!

b)  $^{63}\text{Cu}(d,2n)^{63}\text{Zn}$ , azaz a deuteron elnyelésével és két neutron kibocsátásával járó reakció végbemeneteléhez a tömegközépponti rendszerben 6,373 MeV kezdeti mozgási energiára van szükség. A megadott energia és az a) részfeladat eredményei alapján határozzuk meg a deuteron kötési energiáját!

*Javaslat:* az energiamérlegeket leíró egyenleteket *atomtömegek* segítségével írjuk fel, és mindenhol tömegközépponti rendszerben számoljunk!

### Megoldás

a) A  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$  magreakció energiamérlege a következőképpen írható:

$$M_{\text{Cu}} c^2 + M_p c^2 = M_{\text{Zn}} c^2 - m_e c^2 + M_n c^2 + Q_1,$$

ahol  $Q_1$  a  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$  magreakció létrehozásához szükséges energia (–1)-szerese,  $M_{\text{Cu}}$  és  $M_{\text{Zn}}$  pedig rendre a  $^{63}\text{Cu}$  és  $^{63}\text{Zn}$  izotópok atomtömegei. Emiatt jelenik meg az egyenlet jobb oldalán a mínusz egy

elektrontömeg. A  $^{63}\text{Zn}$  ezt követő pozitív  $\beta^+$ -bomlásának energiamérlege a következő:

$$M_{\text{Zn}} c^2 = M_{\text{Cu}} c^2 + 2 m_e c^2 + Q_2,$$

ahol  $Q_2$  a  $^{63}\text{Zn}$  izotóp pozitív  $\beta^+$ -bomlása során felszabaduló energia, és az egyenlet jobb oldalán szereplő plusz két elektrontömeg szintén az atomtömegek miatt jelent meg. Az egyenletek átrendezésével a proton, neutron, elektron (pozitron) tömegének ismeretében  $Q_1$  kifejezhető:

$$Q_1 = M_p c^2 - M_n c^2 - m_e c^2 - Q_2 = -4,149 \text{ MeV.}$$

b) A  $^{63}\text{Cu}(d,2n)^{63}\text{Zn}$  magreakció annyiban különbözik az előző reakciótól, hogy mindkét oldalon megjelenik plusz egy neutron, viszont a deuteronban a proton, illetve neutron kötött állapotban van (kötési energia  $B_D$ ). A plusz neutronok nyugalmi energiája tehát kiesik, a kötési energia pedig a két magreakció létrehozásához szükséges energia különbsége lesz:

$$\begin{aligned} M_{\text{Cu}} c^2 + M_p c^2 &= \\ &= M_{\text{Zn}} c^2 - m_e c^2 + M_n c^2 + Q_1, \\ M_{\text{Cu}} c^2 + M_p c^2 + M_n c^2 - B_D &= \\ &= M_{\text{Zn}} c^2 - m_e c^2 + M_n c^2 + Q_3 + M_n c^2, \end{aligned}$$

ahol  $Q_3$  a  $^{63}\text{Cu}(d,2n)^{63}\text{Zn}$  magreakció végbemeneteléhez a tömegközépponti rendszerben szükséges kezdeti mozgási energia. A deuteron kötési energiája az egyenletrendszer megoldásával adódik:

$$B_D = Q_1 - Q_3 = -4,149 - (-6,373) = 2,224 \text{ MeV.}$$

### 6. feladat

kitűzte: *Tarján Péter*

Egy hidrogénszerű (egy vegyérték-elektronos) atom által kibocsátott fotonok energiáját a módosított Balmer-formulával lehet felírni:

$$hf_{1,2} = E_H (Z - z)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

ahol  $E_H = 13,6 \text{ eV}$  a hidrogénatom ionizációs energiája,  $Z$  az atom rendszáma,  $z$  pedig az úgynevezett „ár-



*Sükösd Csaba* (1947) a BME címzetes egyetemi tanára, az ELFT elnökségi tagja. Kísérleti magfizikus, aki kísérleti munkáját nagyrészt külföldi kutatóintézetekben végezte. Kutatási területe a magreakciók, óriásrezonanciák és némely asztrofizikailag releváns magreakció vizsgálata radioaktív ionnyalábokkal. Marx György tanítványaként részt vett a 70-es évek MTA oktatási kísérletében. Azóta is szoros kapcsolata van a fizikatanárok közösségével, több tanár- és oktatókkal kapcsolatos program vezetője.



nyékolási” korrekció. Ez azt írja le, hogy a legutolsó vegyértékelektron „pályáján” belül lévő elektronok milyen mértékben „árnyékolják le” az atommag elektromos mezéjét.

a) Ezt a formulát felhasználva számoljuk ki a vegyértékelektronra vonatkozó árnyékolási tényezőt az alapállapotú Li-atomban és  $\text{Be}^+$ -ionban, ha ezek ionizációs energiája 5,39 eV, illetve 17,0 eV! Az árnyékolási tényezőket tekintsük azonosnak.

b) Indokoljuk meg, hogy az árnyékolási tényező miért tekinthető azonosnak a két esetben!

c) Értelmezzük az a) pontban kapott eredményt!

### Megoldás

Először a b) kérdésre válaszolunk.

b) Mind a Li-, mind a Be-atomoknál a vegyérték-elektron-állapotok a 2s állapotok. Mind a Li-atomnál, mind a  $\text{Be}^+$ -ionnál ebben az állapotban egyetlen vegyérték-elektron van. E héjon „belül”, az 1s állapotban mindkét esetben 2 elektron foglal helyet. Elektron-szerkezeti szempontból tehát a két rendszer teljesen megegyezik. Az egyedüli különbség közöttük tehát csak az atommag töltésében van: a Li-atom magjának  $+3e$ , míg a Be-atom magjának  $+4e$  töltése van. Mivel az elektronszerkezet azonos, ezért jogos feltételezni, hogy az árnyékolási faktorok is azonosak.

a) A feladat szerint a Li-atom ionizálásához  $E_1 = 5,39$  eV, a  $\text{Be}^+$ -ion további ionizálásához  $E_2 = 17,0$  eV energia kell. Ekkora energiát a  $hf_1$ , illetve  $hf_2$  energiájú fotonok tudnak szolgáltatni. Mivel az elektronpályák is azonosak, ezért a két esetben az ionizáláshoz szükséges kvantumszámok négyzeteinek reciprokából képezett különbség is azonos. Képezzük tehát a kettő arányát:

$$\frac{hf_1}{hf_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(Z_1 - z)^2}{(Z_2 - z)^2}.$$

Ebből

$$\frac{5,39}{17,0} = \frac{(3 - z)^2}{(4 - z)^2},$$

amiből az egyetlen ismeretlen,  $z$  kifejezhető:

$$z = \frac{3 - 4 \cdot \sqrt{\frac{5,39}{17,0}}}{1 - \sqrt{\frac{5,39}{17,0}}} = 1,711.$$

c) Látható, hogy az 1s állapotban lévő 2 elektron a mag töltéséből nem teljesen 2 elektronnyi töltést „árnyékol le”. Ennek oka az, hogy az egy csomógömbös 2s állapotban lévő elektronnak a mag helyén, azaz az 1s állapot tértartományán belül is van megtalálási valószínűsége.

### Megjegyzések

1) Az árnyékolási tényezőket külön-külön is meg lehetne határozni, hiszen  $E_i$  értéke, valamint az, hogy

$n_1 = 1$  és  $n_2 = \infty$  ismert. Így kiszámolva, a két árnyékolási tényező:

$$5,39 = 13,6 \cdot (3 - z)^2 \cdot \frac{1}{2^2},$$

amiből  $z = 1,741$  a Li-atomra. Hasonlóan a  $\text{Be}^+$ -ionra  $z = 1,764$ . Látjuk, hogy a két árnyékolási tényező valóban 2%-on belül megegyezik, így a feladat fent közölt megoldásánál jogos volt a feltételezés, hogy ezek jó közelítéssel azonosak.

2) A módosított Balmer-képlet egy másik alkalmazása a  $K_\alpha$  röntgenátmenetek energiájának leírása. Ezeknél egy  $n = 2$  állapotból ugrik be egy elektron az  $n = 1$  állapot egy üresen maradt helyére. Ilyenkor az 1s állapotban csak egyetlen elektron van az átmenet előtt. A kísérletek szerint az átmenetek energiáját a  $z = 1$  árnyékolási tényező jól leírja. Első pillanatra furcsának tűnik, hogy egyetlen elektron árnyékolási tényezője 1, míg a feladat alapján 2 elektron árnyékolási tényezője kevesebb, mint 2. A megoldás az, hogy az árnyékolási tényező nemcsak az árnyékolást létrehozó elektrontól függ, hanem attól is, hogy milyen állapotot árnyékol le. A  $K_\alpha$  röntgenátmenetek 2p állapotokból kiindulva következhetnek be, az elektromágneses átmenetekre vonatkozó kiválasztási szabályok szerint. A p állapotoknak pedig csomója van a mag helyén. Ezért a belső, 1s állapotban maradt elektron jobban le tudja árnyékolni a 2p elektronokat, mint a jelen feladatban szereplő 2s elektronokat, amelyeknek a mag helyén, illetve az 1s állapoton „belül” nem nulla a tartózkodási valószínűsége.

### 7. feladat

kitűzte: Tarján Péter

Két egyforma ürengugárgó dobozt vákuumban, más testektől távol, egymástól  $R = 10$  cm távolságra helyezünk el. A két üreg nyílása  $d = 0,9$  cm átmérőjű és egymással szemben helyezkednek el. A dobozok külső felülete tökéletes tükörként viselkedik. Ha az egyik üreg belsejében 1800 K hőmérsékletet tartunk fenn, mekkora egyensúlyi, állandósult hőmérséklet alakul ki a másik üreg belsejében? (Az ürengugárgó egy zárt doboz, amelynek kicsi nyílása közel abszolút fekete testként viselkedik.)

### Megoldás

A második ürengugárgó egyetlen módon kaphat energiát:

- csak hőszugárgás révén (hiszen vákuumban van),
- csak a nyíláson át (hiszen mindenhol máshol ideális tükör, minden ráeső sugárgást visszaver),
- csak az első ürengugárgótól (hiszen más test nincs a közelben).

A második üreg belsejében hosszú idő elteltével egy olyan  $T_2$  hőmérséklet fog kialakulni, amelynél egyensúly áll fenn az üreg nyílásán kisugárgzott és felvett teljesítmény között:

$$P_2^{be} = P_2^{ki}.$$

Mindkét test sugárzási teljesítményét a Stefan–Boltzmann-törvényből számolhatjuk. A 2. testnél figyelembe kell vennünk, hogy a nyílást körülvevő teljes  $4\pi$  térszögnek csak a fele a kifelé irány; továbbá ki kell számolnunk azt, hogy a 1. test nyílásából kisugárzott hőnek csak egy kicsiny, a lefedett térszöggel arányos része megy a 2. test nyílása irányába. Így

$$P_2^{ki} = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{2} \right)^2 \pi \sigma T_2^4,$$

valamint

$$P_2^{be} = \left( \frac{d}{2} \right)^2 \pi \sigma T_1^4 \frac{\left( \frac{d}{2} \right)^2 \pi}{4 R^2 \pi}.$$

A két kifejezést egyenlővé téve  $T_2$  kifejezhető:

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{8} \frac{d^2}{R^2}} T_1 = 2^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{d}{R}} T_1 \cong 321 \text{ K}.$$

I. kategória, 8. feladat

kitűzte: *Sükösd Csaba*

Sokáig rejtély volt az, hogy az Univerzumban miként jöttek létre az élethez annyira szükséges  $^{12}\text{C}$ -atomok. *Fred Hoyle* (Cambridge) 1952-ben azt feltételezte, hogy léteznie kell egy gerjesztett állapotnak a  $^{12}\text{C}$ -atommagban 7,656 MeV gerjesztési energiánál, amelyen keresztül a következő két fúziós reakció valamelyike a  $^{12}\text{C}$ -atommag létrejöttéhez vezethet:

- 1)  ${}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^8_4\text{Be}$  és  ${}^8_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C}$ ,
- 2)  ${}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C}$ .

a) Vajon a két reakció közül melyik tud alacsonyabb hőmérsékleten és kevésbé sűrű csillaganyagban megvalósulni? Indokoljuk meg a választ!

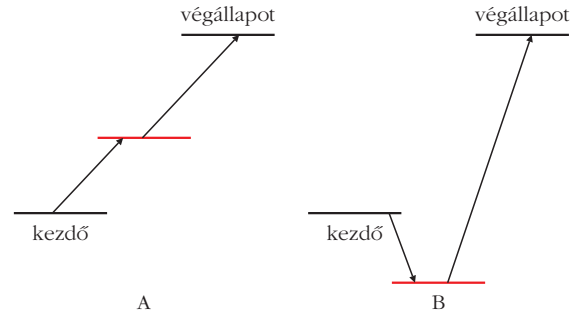
b) Vajon mekkora hőmérséklet kell az egyes reakciólépések létrejöttéhez?

c) A  ${}^8\text{Be}$ -atommag felezési ideje csak  $6,7 \cdot 10^{-17}$  s. Milyen jelentősége van ennek?

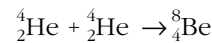
*Adatok:* a  ${}^8\text{Be}$  tömege 8,00530520 u, a  ${}^4\text{He}$  tömege 4,00260325415 u, a  $^{12}\text{C}$  tömege 12,000 u.  $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,4940954 \text{ MeV} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot c^2$ .

*Megoldás*

a) Mindkét reakciólánban a kezdő és a végállapot azonos. A kezdő állapotban 3 héliumatommag, a végállapotban egyetlen, 7,656 MeV energiájú gerjesztett állapotú szénatommag van. Mivel a kérdésben az szerepel, hogy a reakciók csak magas hőmérsékleten zajlanak le, ezért már konkrét számítás nélkül is megmondható, hogy a végállapot magasabb energiájú kell legyen, mint a kezdő. Az első reakciólánban a végállapotot két lépésben, egy közbülső reakción keresztül érjük el. A közbülső állapot energiájától függően két lehetőség van:



A „B” esetben az első reakció exoterm, de a második reakcióhoz nagyobb energia kell, mintha egyetlen lépésben érnék el a végállapotot. Az „A” esetben pedig külön-külön mindegyik reakcióhoz kevesebb energia kell, mint a (végállapot – kezdőállapot) energiakülönbség. Azt, hogy a konkrét esetben melyik valósul meg, a tömegekből lehet megtudni. A berilliumos lánc első,



lépésének energiamérlege a következő:

$$\Delta M = M_{\text{Be}} - 2 M_{\text{He}} = 0,002986917 \text{ u}.$$

A  ${}^8\text{Be}$  alapállapota tehát „magasabban” van, mint a 2  $\alpha$ -részecskeállapot (ezért is tud szinte azonnal „visszabomlani” két  $\alpha$ -részecskére). Tehát a fenti ábrán az „A” helyzet valósul meg. Ebből következik, hogy a  ${}^8\text{Be}$ -on keresztül vezető reakciólánhoz kell alacsonyabb hőmérséklet. A három  $\alpha$ -részecskés reakcióhoz jóval nagyobb sűrűség is kellene, hiszen annak valószínűsége, hogy három részecske ütközik, mindig jóval alacsonyabb, mint azé, hogy kettő.

b) Először a megvalósulási hőmérsékletéhez szükséges energiákat kell meghatározni:



esetére

$$\Delta E = 0,0002986917 \text{ u} \cdot c^2 = 0,278 \text{ MeV}.$$

A két  $\alpha$ -részecske ennyi (mozgási) energiát kell bevi-  
gyen ahhoz, hogy a reakció létrejöhessen. Az ekvipar-  
tíció tétele szerint hőmérsékleti egyensúlyban mind-  
két részecske átlagosan ugyanakkora mozgási ener-  
giával rendelkezik, ezért az egy részecskére eső átl-  
gos mozgási energia 0,139 MeV kell legyen. Az  $\alpha$ -ré-  
szecske tömegpontként közelíthető, így

$$\frac{3}{2} k T = 0,139 \text{ MeV} = 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Ebből kapjuk, hogy

$$T = \frac{2}{3 k} \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} = 1,08 \cdot 10^9 \text{ K}.$$

Azaz, ez a folyamat körülbelül egymilliárd K-en megy végbe. (Megjegyezzük, hogy a valóságban a hőmér-  
sékleti egyensúlyban található Maxwell–Boltzmann-

sebességeloszlás és az alagúteffektus miatt alacsonyabb hőmérséklet is elegendő. Ez általánosan is igaz minden, fúzióval kapcsolatos hőmérséklet számítására.) A folyamat második,  ${}^8_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C}$  részére a tömeghiány:

$$\begin{aligned}\Delta M &= M_{\text{C}} + \frac{E_x}{c^2} - M_{\text{He}} - M_{\text{Be}} = \\ &= 12,0 + \frac{7,656 \text{ MeV}}{c^2} - 4,00250325415 - \\ &\quad - 8,0053052 = \\ &= -0,00780845415 \text{ u} + \frac{7,656 \text{ MeV}}{c^2}.\end{aligned}$$

Az ehhez szükséges energia:

$$\Delta E = \Delta M c^2 = -7,273 + 7,656 = 0,382 \text{ MeV}.$$

Mivel ezt a reakciót is két részecske hozza létre, ezért az egyes részecskék átlagos energiája 0,191 MeV. Az ehhez tartozó hőmérséklet:  $1,48 \cdot 10^9 \text{ K}$ , azaz körülbelül másfél milliárd K. Látható, hogy a kétlépcsős folyamat mindkét lépcsője nagyságrendileg eléggé közeli hőmérsékleten végbemehet. A második folyamat (a  ${}^{12}\text{C}$  rezonanciaenergiája) az, amely „beállítja” a csillag hőmérsékletét. Ezen a – valamivel magasabb – hőmérsékleten a folyamatlánc első lépcsője – a  ${}^8\text{Be}$  létrejötte – is végbemehet.

Az egylépcsős „ $3\alpha$ ” folyamathoz szükséges hőmérséklet kiszámítása:

$$\begin{aligned}\Delta M c^2 &= M_{\text{C}} c^2 + E_x - 3 M_{\text{He}} c^2 = \\ &= (12,0 - 3 \cdot 4,00250325415) \cdot 931,4940954 + 7,656 = \\ &= 0,660 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Ezt három  $\alpha$ -részecskének kellene „összeadnia”, így mozgási energiájuk egyenként átlagosan 0,220 MeV kellene legyen. Látható, hogy ez magasabb hőmérsékletet jelentene, mint a kétlépcsős folyamat bármely tagja.

c) A  ${}^8\text{Be}$  rövid élettartamának jelentősége az, hogy a kétlépcsős reakció lezajlásához az energiatétel (hőmérséklet-feltétel) teljesülése nem elegendő, hanem a héliumatomok sűrűségére is szükséges egy feltétel. Ugyanis a harmadik  $\alpha$ -részecskének a  ${}^8\text{Be}$  rövid élettartamán belül kell ütköznie ahhoz, hogy a  ${}^{12}\text{C}$  gerjesztett állapota létrejöhessen.

#### Megjegyzés

A sűrűségre a következőképpen lehet durva becslést adni. A körülbelül  $2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}$  mozgási energiájú  $\alpha$ -részecske sebessége

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ (J)}}{4,0025 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ (kg)}}} \cong \\ &\cong 2,6 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.\end{aligned}$$

Ahhoz, hogy ezzel a sebességgel a  ${}^8\text{Be}$  felezési idején belül ütközzön a berilliummal, az  $\alpha$ -részecskének

$$d = 2,6 \cdot 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 6,7 \cdot 10^{-17} \text{ (s)} = 1,74 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

távolságon belül kell lennie.<sup>1</sup> No, de pillanatokkal előbb a  ${}^8\text{Be}$ -atomnak is ezen a távolságon belül kellett létrejönnie, azaz a kezdőállapotban legalább három He-atomnak kellett egy ilyen sugarú gömbön belül lennie. A He-atomsűrűség tehát legalább:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{3}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{9}{4\pi \cdot (1,74 \cdot 10^{-10})^3} = \\ &= 1,36 \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3} = 1,36 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{cm}^3}.\end{aligned}$$

Az ideális gáznak feltételezett hélium (parciális) nyoma:

$$\begin{aligned}p &= \frac{N}{V} k T = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{3}{2} k T = \\ &= \frac{2}{3} \cdot 1,36 \cdot 10^{29} \left( \frac{1}{\text{m}^3} \right) \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ (J)} = \\ &= 2,03 \cdot 10^{15} \text{ pa(!)}\end{aligned}$$

#### I. kategória, 9. feladat

kitűzte: *Papp Gergely* és *Sükösd Csaba*

A nyugvó müonok ( $\mu$ -mezonok) átlagos élettartama (a  $\lambda$  bomlási állandó reciproka)

$$\tau_0 = \frac{1}{\lambda} = 2,196 \mu\text{s}.$$

Nyugalmi tömege,  $m_\mu = 207 m_e$ . Mekkora kinetikus energiája kell legyen  $N \gg 1$  darabból álló müoncsoport müonjainak a Föld felszínétől mért  $h = 30 \text{ km}$  magasságban, hogy merőleges beérkezésnél jó közelítéssel  $N/2$  darab érje el a felszínt? (A légköri hatásokat hanyagoljuk el. A *távolság számításában* az egyszerűség kedvéért tegyük fel hogy  $v_\mu \cong c$ .)

#### Megoldás

Ha azt szeretnénk, hogy a kiindulási müonok fele érje el a felszínt, akkor a müonok inerciarendszerében éppen egy felezési idő telik el. Ezt mi, mint külső szemlélő az idődilatació értelmében úgy észleljük, hogy a müonoknak

<sup>1</sup> Itt el lehet gondolkozni azon, hogy nemcsak az  $\alpha$ -részecske mozog, hanem a berillium is mozoghat, tehát a relatív sebességüknek kell akkorának lennie, hogy a Be felezési idején (életidején) belül ütközzenek. Viszont a sebességek vektormennyiségek, és ezért egymáshoz képest véletlen irányokba mozoghatnak. A pontosabb számításához valószínűségi-sűrűség-függvényeket kellene felírni. Ezen a szinten viszont nem rossz közelítő becslés az, hogy a Be áll, és az  $\alpha$ -részecske hozzá képest mozog.



$$t = \frac{t_{1/2}}{\sqrt{1 - \frac{v_{\mu}^2}{c^2}}} = \gamma t_{1/2}$$

idő áll rendelkezésre, hogy a külső szemlélő által  $h$ -nak érzékelt távolságot  $v_{\mu} \cong c$  sebességgel megtegyék, azaz  $h = ct = c\gamma t_{1/2}$ . (Idődilatáció helyett Lorentz-kontrakcióval számolva is ugyanide jutunk, ott a műonok által  $h' = h/\gamma$ -nak észlelt távolság lesz az, amit a műonoknak  $t_{1/2}$  idő alatt kell megtennie.)

Mivel  $\lambda = (\ln 2)/t_{1/2}$ , ezért  $t_{1/2} = \tau_0 \ln 2$ , így  $h = c\gamma\tau_0 \ln 2$ . Ebből kapjuk, hogy

$$\gamma = \frac{h}{c\tau_0 \ln 2} \cong 65,7.$$

A keresett kinetikus energia a teljes és a nyugalmi energia különbsége, azaz

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= E_{\text{tot}} - E_0 = E_0(\gamma - 1) = m_{\mu} c^2(\gamma - 1) = \\ &= 207 m_e c^2(\gamma - 1) = 207 \cdot 0,511 \cdot 64,7 \approx \\ &\approx 6844 \text{ MeV.} \end{aligned}$$

Mivel  $\gamma \approx 65,7$ , így

$$\frac{v_{\mu}}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0,99988 \approx 1,$$

tehát helyes volt a  $v_{\mu} \approx c$  feltevezésünk.

I. kategória, 10. feladat kitűzte: Papp Gergely

Az 50-es években a Lawrence Berkeley kutatóintézetben antiprotonok előállítására alkalmas gyorsítót készültek építeni (ez lett a Bevatron [Billions of eV Synchrotron], és itt fedezték fel 1955-ben az antiprotonot, amiért az 1959. évi Nobel-díjat adták). Az antiprotonokat proton-proton ütközésekkel hozták létre:  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$  reakcióban. A gyorsító tervezésekor kritikus volt tudni, hogy mekkora kell legyen a bejövő protonok minimális kinetikus energiája, hogy a proton-antiproton párkeltés létrejöheszen. (A felgyorsított protonok nyugvó hidrogén céltárggyal ütköztek.) Számoljuk ki ezt a küszöbenergiát, az egyszerűség kedvéért a proton nyugalmi energiájának egységeiben! Nagyságrendileg hány eV ez az energia?

*Javaslat:* használjuk ki, hogy a nyugalmi energia

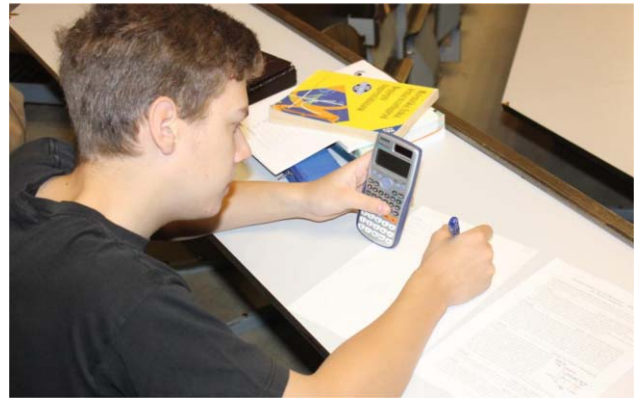
$$(m_0 c^2)^2 = E^2 - (pc)^2$$

minden inerciarendszerben azonos, több részecske-rendszerekre is!

*Megoldás*

Használjuk ki, hogy az

$$E^2 - (pc)^2 = (m_0 c^2)^2$$



(nyugalmi energia) invariáns, azaz inerciarendszertől független. Ezzel könnyen transzformálhatunk a laboratóriumi és tömegközépponti (TKP) rendszerek között. A TKP-rendszerben az összes lendület nulla, míg laboratóriumi rendszerben minden lendületet a bejövő proton hordoz:

$$\underbrace{E_{\text{TKP}} - 0_{\text{TKP}}}_{\text{TKP}} = \underbrace{[(m_{\text{be}} + m_0) c^2]^2}_{E_{\text{labor}}} - \underbrace{p_{\text{be}}^2 c^2}_{p_{\text{labor}}}$$

ahol  $m_0 = m_p$  a proton nyugalmi tömege,  $m_{\text{be}}$  a bejövő proton teljes (relativisztikus) tömege, és  $p_{\text{be}}$  a bejövő proton lendülete. Az antiproton-keletkezési küszöbnél a tömegközépponti teljes energia  $E_{\text{TKP}} = 4 m c^2$ , hiszen itt négy – protontömegnyi – részecske van „nyugalomban”. Így kapjuk hogy

$$\begin{aligned} (4 m_0 c^2)^2 &= \\ &= (m_{\text{be}} c^2)^2 + 2 m_{\text{be}} c^2 m_0 c^2 + (m_0 c^2)^2 - p_{\text{be}}^2 c^2. \end{aligned}$$

Mivel a bejövő protonra is fennáll, hogy

$$(m_{\text{be}} c^2)^2 - p_{\text{be}}^2 c^2 = (m_0 c^2)^2,$$

így

$$16 (m_0 c^2)^2 = 2 (m_{\text{be}} c^2) (m_0 c^2) + 2 (m_0 c^2)^2.$$

Ebből azonnal adódik, hogy  $m_{\text{be}} c^2 = 7 m_0 c^2$ , amiből a bejövő proton kinetikus energiájára kapjuk:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{totál}} - m_0 c^2 = 6 m_0 c^2.$$

Tehát ahhoz, hogy két új részecskét hozzunk létre  $2 m_0 c^2$  teljes nyugalmi energiával, a bejövő proton kinetikus energiájának minimum  $6 m_0 c^2$ -nek kell lennie, ami nagyságrendileg 6 GeV.

Junior kategória, 8. feladat kitűzte: Radnóti Katalin

Melyik esetben szabadulna fel több energia, ha egy nagy rendszámú (uránközel vagy transzurán) atommag két vagy három egyenlő részre hasadna? Melyiknek lenne nagyobb az aktiválási energiája? Indokoljuk meg a választ!



### Megoldás

Ha a nagy rendszámú atommag három részre hasad, akkor kisebb rendszámú atommagok keletkeznek, mint két részre hasadáskor. Például a  $^{96}\text{Cm}$  (kúrrium) esetében a két egyenlő részre történő hasadásakor a keletkezett izotópok rendszáma 48, míg a három részre hasadásakor 32. Ezért ez utóbbi esetben a végtermékek közelebb lesznek az energiavölgy mélypontjához, a 26-os rendszámú vashoz.

A három részre történő maghasadás aktiválási energiája viszont jóval nagyobb, mint a két részre történő hasadásé, mert a felületi energia nagyon megnő. Emiatt egy ilyen folyamat valószínűsége sokkal kisebb.

Junior kategória, 9. feladat kitűzte: Sükösd Csaba

Az LHC 26 655 m kerületű gyűrűjében két irányban, egymással szemben „csomagokban” keringenek a fénysebesség közelébe felgyorsított protonok. Irányonként 2808 protoncsomag kering. Az egymással szemben futó protoncsomagok a gyűrű 4 pontján elhelyezett detektorok középpontjában ütköznek. Az ütközések leggyorsabban 25 ns-ként követik egymást. Ezeknek az adatoknak az alapján válaszoljunk a következő kérdésekre.

a) Legalább milyen távolságra haladnak protoncsomagok egymás után?

b) A protoncsomagok helyek egyenletes gyűrűmenti eloszlását feltételezve irányonként hány „hely” nincs feltöltve protonokkal?

### Megoldás

a) Az ütközések legrövidebb időbeli távolságából következtethetünk a protoncsomagok minimális távolságára. Ha a részecskék fénysebességgel haladnak, és két ütközés között 25 ns telik el, akkor távolságuk:

$$s = ct = 3 \cdot 10^8 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 25 \cdot 10^{-9} \text{ (s)} \cong 7,5 \text{ m.}$$

b) A feltétel szerint a csomagok helye „egyenletesen” oszlik el a gyűrű mentén, azaz minden hely azonos távolságra van a következőtől. Mivel az előző kérdésre adott válasz alapján tudjuk, hogy vannak csomagok, amelyek 7,5 m távolságra vannak egymástól, ebből következik, hogy minden csomaghely tá-

volsága is 7,5 m-re kell legyen a következőtől. Ezért a 26 655 m kerületen

$$N = \frac{26\,655 \text{ (m)}}{7,5 \text{ (m)}} = 3554$$

csomaghely fér el. A feladat szerint viszont csak 2808 protoncsomag kering, tehát a fel nem töltött helyek száma:  $3554 - 2808 = 746$ .

Junior kategória, 10. feladat kitűzte: Kis Dániel

A SPECT-vizsgálatokhoz használt  $\gamma$ -sugárzó  $^{99\text{m}}\text{Tc}$ -izotópot a  $^{99}\text{Mo}$   $\beta$ -bomlásából nyerik. Az izotópgenerátoron kezdetben 200 MBq Mo van jelen. 83 óra elteltével 80% kémiai kitermelési hatásfokkal (rövid idő alatt) leválasztják a keletkezett Tc-ot. (A kitermelési hatásfok megmutatja, hogy az ott lévő anyag hányad részét tudjuk egyáltalán elválasztani.)

Adjuk meg, hogy legfeljebb mennyi idő telhet el a vizsgálat kezdetéig, ha a detektálás hatásfoka 1%, és a mérés akkor sikeres, ha a teljes hossza alatt (mérési idő: 10 perc) a detektoron legalább  $6 \cdot 10^5$  darab beütést mérünk.

Adatok:  $T_{1/2}^{\text{Mo}} = 65,9$  óra,  $T_{1/2}^{\text{Tc}} = 6,01$  óra.

### Megoldás

Mivel a kiinduló anyag felezési ideje sokkal hosszabb a keletkezett anyag felezési idejénél, ezért  $t = 83$  h elteltével beáll a radioaktív egyensúly. Emiatt a keletkezett Tc aktivitása jó közelítéssel ( $\pm 10\%$ ) megegyezik a Mo aktivitásával:<sup>2</sup>

$$A_0^{\text{Tc}} \cong A^{\text{Mo}} = A_0 e^{-\lambda_{\text{Mo}} t}$$

A 80% hatásfok miatt a kitermelés után (a bomlások elhanyagolása mellett) a maradék Tc aktivitása:  $0,8 A_0^{\text{Tc}}$ . A pihentetés során ez az aktivitás csökken, amelyből az adott detektálási hatásfok mellett a  $t_{\text{m}} = 600$  s mérési idő alatt bekövetkező bomlások száma:

$$\begin{aligned} N_{\text{min}} &= \eta_{\text{det}} N_{\text{b}} = \eta_{\text{det}} t_{\text{m}} A_0^{\text{Tc}} 0,8 e^{-\lambda_{\text{Tc}} t_{\text{pih}}} = \\ &= \eta_{\text{det}} t_{\text{m}} A_0 0,8 e^{-(\lambda_{\text{Tc}} t_{\text{pih}} + \lambda_{\text{Mo}} t)}, \end{aligned}$$

ahol kihasználtuk, hogy a mérési idő alatti Tc aktivitáscsökkenésével nem kell számolnunk, és  $N_{\text{min}}$  a minimális beütés száma. A kapott képlet alapján a keresett pihentetési idő:

$$t_{\text{pih}} = \frac{1}{\lambda_{\text{Tc}}} \ln \left( \frac{\eta_{\text{det}} t_{\text{m}} A_0 0,8 e^{-\lambda_{\text{Mo}} t}}{N_{\text{min}}} \right),$$

így a pihentetési idő 56,4 óra.

Folytatása következik.

<sup>2</sup> Az aktivitások csak szekuláris egyensúly esetén egyeznének meg pontosan. Ebben az esetben csak úgynevezett „részleges” egyensúly áll be, ahol az aktivitások csak arányosak egymással, de nem egyeznek meg teljesen. Az eltérés azonban körülbelül 10%, ezért ezt itt nem kértük számon a versenyzőktől.

# KÖZÉPISKOLAI TANULÓK AKTIVITÁSÁNAK FOKOZÁSA ÉLMÉNYT NYÚJTÓ FIZIKAÓRAI MÉRÉSI KÍSÉRLETEKKEL

Kosztju János  
Móricz Zsigmond Gimnázium és Közgazdasági  
Szakközépiskola, Kisújszállás

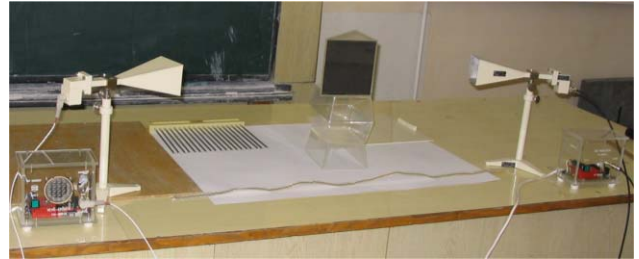
A fizikaórai mérési kísérletek az egész osztály tanulói-  
nak bevonásával történnek az előzőleg tanult tan-  
anyag hatékony rögzítése céljából. A tapasztalat azt  
mutatja, ha rendszeressé tesszük az ilyen kísérleteket,  
jól átgondoltan szervezzük meg a diákok órai kiscso-  
portos és egyéni konkrét tevékenységét-feladataikat,  
akkor a tanulók nagy igyekezettel és eredményesen  
vesznek részt az ilyen tanulási folyamatban, megnő az  
érdeklődésük a fizika, mint tantárgy iránt, sikerél-  
ményhez juttatja a diákok nagy többségét és javulnak  
a tantárgyi jegyeik is. A tanulók aktivitása azzal is  
fokozódik, ha már a mérésekkel kapcsolatos felada-  
tok, tevékenységek napi megbeszélés tárgyává válnak  
közöttük. Nagyon fontos, hogy minden konkrét eset-  
ben történjen meg a tanulók egyéni, illetve kiscsoportos  
felkészítése a mérési kísérletezésekhez, bevoná-  
suk a tanórai munkába, a mérési folyamatokba, a mé-  
rési eredmények feldolgozásába és kiértékelésükbe,  
illetve a következtetések levonásába. Jelen írásban a  
fizika három különböző területén végzett tanulói mé-  
rési kísérletek bemutatása történik.

## Mérési kísérletek mikrohullámokkal

A magyar gyártmányú „Diák-radar” a 10 GHz frekven-  
cián kisugárzott elektromágneses hullámok tulajdon-  
ságainak szemléltetésére készült: bemutatható a hullám-  
visszaverődés fémllemezről, hullámtörés szurok-  
prizma esetén, a hullám akadálytalan áthaladása pél-  
dául papírlapon. Egy „fémfésű” segítségével szemléltethetjük,  
hogy az elektromágneses hullámok transzverzálisak – az  
elektromos térerősség  $\mathbf{E}$  vektora merőleges a hullám terjedési irányára. Maga a diákradar,  
mint szemléltető eszköz bemutatása is élményszerű a  
diákok számára precíz kidolgozásával és kivitelezésével,  
valamint szemléltető jellegével, ugyanis az elekt-  
ronikai részek, de maga a szurokprizma is ízléses,  
áttetsző plexidobozokban vannak elhelyezve. Az adó-  
antennából kisugárzott mikrohullámok belépnek a



Kosztju János, a fizikai tudomány kandidá-  
tusa 24 éven át oktatott az Ungvári Állami  
Egyetemen. Kutatómunkája a magreakciók  
kísérleti vizsgálata, alkalmazott atommagfi-  
zika és eszközfejlesztés volt. Majd új mun-  
kahelye (lásd fenn) fizikatanárként (ké-  
sőbb igazgatójaként) a fizikatanári anétek  
rendszeres kísérleti előadója. Kísérleti be-  
mutatót tartott a Physics on Stage rendezvé-  
nyen (2003, Hollandia). A Színpadon a termé-  
szettudományon (2014, Debrecen) mé-  
réselemekkel egybekötött előadásai voltak.



1. ábra. A diákradar adója és vevője, közöttük a bitumenprizma.

vevőantennába és a demodulálásnak köszönhetően  
hangot hallunk. Így a vevőantenna megfelelő irányítá-  
sával megtalálhatjuk a visszavert, illetve a megtört  
hullámsugarak irányát, valamint észleljük a vevőan-  
tennába közvetlenül érkező sugarakat.

A tanórai mérések során mikrohullám hullámhosz-  
zának meghatározása történik levegőben, továbbá  
terjedési sebességének és hullámhosszána mérése a  
szurokban, illetve a szurok törésmutatójának megha-  
tározása (1. ábra). A méréseket és számítási feladato-  
kat a tanulók előre meghatározott 2-3 fős kiscsoportos  
beosztásban végezték. Természetesen előzőleg  
felkészültek a feladatok elvégzésére, bemutatására és  
a szükséges magyarázatok megadására az osztály  
tanulói részére.

a) A hullámhossz mérése a levegőben egy fémlemez  
segítségével történik. A fémlemezt lassan mozgatjuk az  
adó- és vevőantenna között. Mivel az antennák magas-  
ságát úgy állítjuk be, hogy a fémlemez az antennák fe-  
léig érjen, így a fémlemez mozgása során pulzáló han-  
got hallunk, amelynek hangerejét úgy állítjuk be, hogy a  
tanulók az osztály bármely részéről hallhassák azt. A  
mérést úgy végeztük, hogy  $n = 10$  hangjelzés észleléséig  
mozgattuk a fémlemezt és megmértük az elmozdulás  $L$   
nagyágát, ami ebben az esetben 15 cm volt.

A mérésadatokból meghatározható a mikrohullám  
hullámhosszána értéke:

$$\lambda = \frac{L}{n/2} = 3 \text{ cm.}$$

A meghatározott hullámhossz lehetőséget ad a hullám  
 $f$  frekvenciájána kiszámítására:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f},$$

ahol  $T$  a periódusidő, tehát

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10^{10} \text{ 1/s} = 10 \text{ GHz.}$$

Így a tanulók megbizonyosodnak, hogy az általuk meghatározott frekvenciaérték megegyezik a „Diákradar” leírásában szereplő paraméterrel.

b) A mikrohullám szurokbeli terjedési sebességének meghatározásakor a szurokprizmát úgy helyezték el az adóantennából kisugárzott mikrohullám elé, hogy az merőlegesen érkezzon a prizma első oldallapjára, ekkor a sugár törés nélkül hatolt a prizmába. Hullám-törés csak a sugár prizmából levegőbe való kimenetelénél, a második oldallapnál történik. Előzőleg megbeszéltük a tanulókkal, hogy ez a mérési geometria lényegesen egyszerűbbé teszi a feladat megoldását. A megtört hullámsugár irányát a vevőantenna mozgatásával és a maximális hangerő elérése alapján határozták meg. Egy külön diákcsoporthoz megrajzolta a sugármenetet és a szurokprizma szögeinek ismeretében meghatározták a beesési szög értékét,  $\alpha = 45^\circ$ , illetve a törésszöget, amely  $\beta = 65^\circ$ -nak bizonyult.

A mérési adatokból a tanulók meghatározták a mikrohullám terjedési sebességét a szurokban:

$$v = c \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 65^\circ} = 2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

c) A terjedési sebesség és a már ismert frekvencia felhasználásával kiszámolhatták a mikrohullám hullámhosszát a szurokban:

$$\lambda_{sz} = \frac{v}{f} = \frac{2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 2,3 \text{ cm}.$$

d) A korábban megmért  $\alpha$  beesési és  $\beta$  törési szög ismeretében a szurok levegőre viszonyított törésmutatóját is meghatározhatták:

$$n_{2,1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1,3.$$

## Optikai kísérlet a vörösértetek méretének meghatározására

Ez a mérési feladat azért érdekes, mert a diákok az általuk elsajátított tananyagot, a mérési tapasztalatokat felhasználva, úgynevezett alkalmazott fizikai kísérletben – mérésben vehettek részt. Egy mikroszkóp tárgyüvegére felvitt saját vércseppből egy másik tárgyüveggel vékony – átlátszó fóliaréteg – minta készült. A minta biztonsági okokból egy másik tárgyüveggel lett lezárva. A lézertény áthatol a mintán és a vörösértetek térbeli elrendezése miatt körgyűrűs interferenciaképet hoz létre a vetítőlapon (2. ábra).

Fényforrásként  $\lambda = 650 \pm 10$  nm hullámhosszúságú fénysugarat kibocsátó lézermutatató szolgált. Ismerve a lézertény hullámhosszát, lemérve a minta és az ernyő közötti távolságot, valamint az elsőrendű interferenciakör sugarát, a vörösértetek mérete meghatározható. A mintán áthaladó lézertény a mintától

$L = 15$  cm-re elhelyezett ernyőn koncentrikus köröket – interferenciaképet hozott létre. Az elsőrendű interferenciagyűrű sugara  $r = 2,5$  cm volt.

A vörösértetek átmérője a következő összefüggésből számítható:

$$n \lambda = d \sin \alpha,$$

ahol  $n$  az interferenciagyűrű rendje (jelen esetben, az elsőrendű maximumnál természetesen 1),  $d$  az akadály, azaz a vörösértetek átmérője, a maximum (ami most elsőrendű) pedig  $\alpha$  szög alatt látszik.

Kis  $\alpha$  szög esetén  $\sin \alpha = \text{tg } \alpha = r/L$ . A feltétel ellenőrzése:

$$\text{tg } \alpha = \frac{2,5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 0,166;$$

$$\alpha = \arctg 0,166 = 9,5^\circ \text{ és}$$

$$\sin 9,5^\circ = 0,165,$$

tehát  $\sin 9,5^\circ \approx \text{tg } 9,5^\circ$ , így

$$\lambda = d \sin \alpha \approx d \text{tg } \alpha = d \frac{r}{L}.$$

Innen a vörösértetek mérete:

$$d = L \frac{\lambda}{r} = 3,9 \text{ } \mu\text{m}.$$

## Víz felületén létrehozott körhullámok terjedési sebességének meghatározása

Írásvetítőre plexi- vagy üvegtálcát helyezünk, amelybe vizet öntünk. A hangvilla egyik szárának érintgetésével a víz felületén körhullámokat keltünk, amelynek képe megjelenik a vetítőlapon. A tanulók látják, hogy a vízfelszíni körhullámok bizonyos sebességgel tovaterjednek. Tudatosítjuk a tanulókkal, hogy a hullám terjedési sebességének mérése a cél, és e sebesség közvetlen mérése körülményes, ráadásul nagyon pontatlan. Ezért a mérések elvégzésére a már megismert interferenciajelenséget használjuk.

2. ábra. Lézersugár interferenciája.





A már korábban meghatározott frekvenciájú hangvilla segítségével a víz felületén létrehozott interferenciaképet a vetítőlapon jelenítjük meg (3. ábra). Erről a diákok digitális fényképet készítenek, a legjobb több példányban kinyomtatjuk. Az interferenciakép, valamint a hangvilla szárai közötti távolság ismeretében a tanulók meghatározzák a körhullámok hullámhosszát. Ehhez a tanulók megméri a szárok közötti  $d$  távolságot (esetünkben 2,0 cm), megállapítják a hullámvölgyek vagy -hegyek számát és kiszámolják a  $\lambda$  hullámhosszat:

$$d = 8\lambda + \frac{1}{2}\lambda = \frac{17\lambda}{2},$$

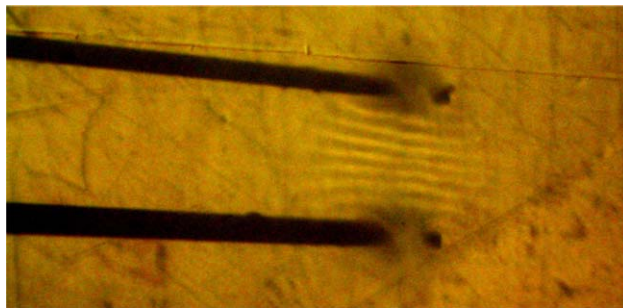
ebből

$$\lambda = \frac{2d}{17} = 0,235 \text{ cm} \approx 0,24 \text{ cm}.$$

A hangvilla ismert frekvenciájának (61,27 Hz) és a víz hullámok hullámhosszának ismeretében annak  $v$  terjedési sebessége is kiszámolható:

$$v = \lambda f = 14,7 \text{ cm/s} \approx 15 \text{ cm/s}.$$

Kérdés, hogy a víz felszínére érintett hangvilla frekvenciája megváltozik-e a szabad levegőn mért értékhez képest. Esetünkben masszív fémnyelű, a végük felé keskenyedő 3 mm vastagságú acél szárokkal rendelkező hangvillát használtunk, amelynek frekvenciája a szárok közötti hullámhosszok – mint azt külön mérések igazolták – hibahatárokra belül változatlanul 61,27 Hz maradt, és így nem befolyásolta a sebességmeghatározást.



3. ábra. Interferenciakép a hangvilla szárai között.

## Konklúzió

Az órai szemléltetések, a fizikai mennyiségek mérése, a jegyzőkönyvek készítése, a megfelelő házi feladatok és a megoldások ellenőrzése, valamint mindezek rendszeres megbeszélése alapján mindinkább megfigyelhető, hogy a tanulók között egyre több szó esik a közös munkáról – a fizika beszédtemává válik még a szünetekben is, és ez az egyik fontos állomás a fizika megkedveltetése során. Ily módon még a gyengébb tanulók is mindinkább aktív részeseivé válnak a tanulási folyamatnak, ami náluk is sikerélményhez vezet.

A kísérleti mérések kidolgozása általában az „Érdekes fizika” szakkörös diákok részvételével, hasznos ötleteik figyelembevételével történtek. Így a szakköri foglalkozások témakörei is többször – az iskola szertárában fellelhető és a tanórákon használatos szemléltető eszközök felhasználásával – fizikai mennyiségek mérésére irányultak.

# AKUSZTIKUS LEBEGTETÉS ÉS MÁS KÍSÉRLETEK ARDUINO FELHASZNÁLÁSÁVAL

– avagy ne féljünk tanulni diákjainktól

Komáromi Annamária, Nagy Dániel  
Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest

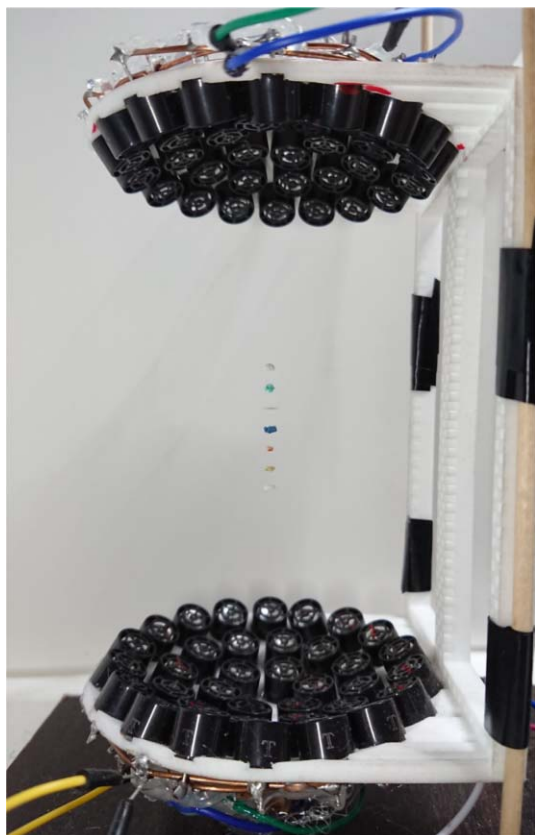
## A kezdet

Néhány éve még csak hallomásból ismertem az Arduinót, de nem használtam. Idegenkedtem a mikroelektronikától – gondolom sok kollégámhoz hasonlóan –, hiszen nem volt dolgom vele, soha sem volt szükségem rá. Az Arduino egy viszonylag olcsó mikrokontroller, amely Magyarországon és külföldről is beszerezhető. C++ programnyelvben magunk írhatunk rá programokat, és nagy előnye, hogy az interneten rendkívül sok segítség található hozzá. Egyik végzős diákom, *Nagy Dániel* még augusztusban azzal keresett meg, hogy akusztikus lebegtetőt szeretne építeni. Nagyon megörültem, mert e témával korábban, régebbi tanítványaim is foglalkoztak, de ők a Bay Zoltán Tudomány- és Technikatörténeti Alapítvány és a

BME Egyesült Innovációs és Tudásközpontja által meghirdetett verseny döntőjében az akusztikus lebegtetőt még csak elméletben ismertették. Nagy Dániel az interneten nagyon jól használható leírást talált a megvalósításhoz, és hozzáfogott egy lebegtető szerkezet elkészítéséhez. Ezzel egy sor Arduino-alkalmazásra épülő kísérleti berendezés készítése kezdődött el.

## Akusztikus lebegtetők

Az akusztikus lebegtető megépítésének első nehézsége a felül és alul 36-36 ultrahangos jeladó elhelyezése alkalmas tartóelem 3D-s nyomtatása volt. Sok utánajárás követően egy cég ingyen vállalta a nyomtatását. Diákom kitartó munkával összerakta a berende-



1. ábra. A levitátor működés közben.



2. ábra. Saját készítésű adagoló csanakok.



3. ábra. Saját tervezésű lebegető.

zést, elvégezte a szükséges forrasztásokat, de elsőre nem sikerült a várva várt lebegés. A leírás ismételt alapos elolvasása után néhány forrasztást szétbontott, majd újraforrasztva az eszköz működőképessé vált (1. ábra). Apró hungarocell- és papírdarabkák lebegtek egymás alatt az ultrahangos jeladók által létrehozott állóhullámok csomópontjai alatt.

A második nehézséget a rendkívül kicsi (1-2 mm) tárgyak lebegtetőbe helyezése jelentette. Kézzel nem nyúlhatunk a lebegtetőbe, mert az befolyásolja a hanghullámokat. Dániel ezért készítette el a 2. ábrán látható eszközöket, amelyek – a kísérlet szempontjából – lényeges része a hurkapálca végére rögzített szűnyoghálódarab. Ezek segítségével a hanghullámok torzítása nélkül, és sokkal könnyebben lehet elhelyezni a tárgyakat a lebegtetőben.

A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.



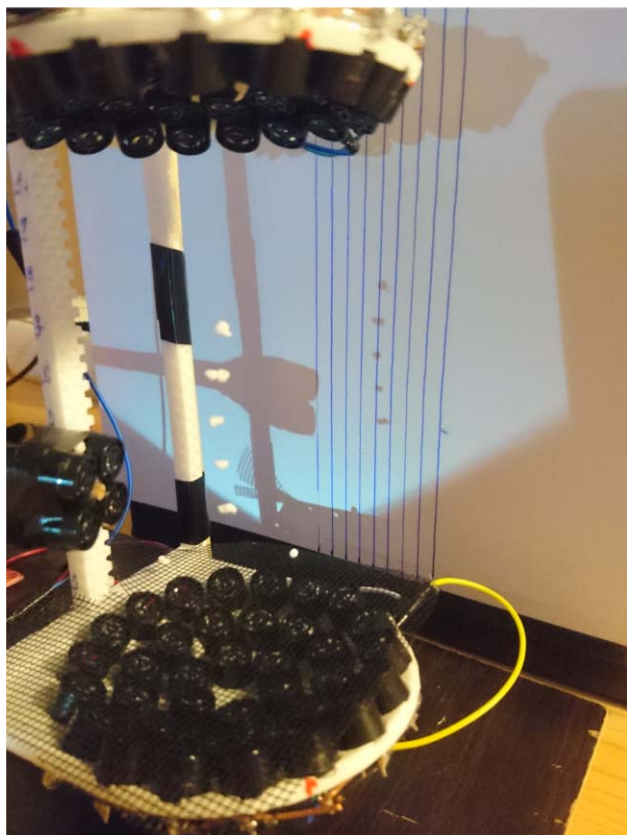
*Komáromi Annamária* a budapesti Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium matematika-fizika szakos tanára és az ELTE Fizika Tanítása Doktori Iskola hallgatója. Az ELTE-MTA Fizika Tanítása Kutatócsoport tagja.

Az eredeti eszközt tanítványom továbbfejlesztette. Ő már korábban is dolgozott Arduinóval, így neki nem okozott problémát megtervezni és kivitelezni egy tv-távírányítóval vezérelt Arduino-motorral meghajtott kart, amellyel különböző magasságokba tudta behelyezni e kis tárgyakat. Emellett egy kisebb levitátort is készített (3. ábra), amelyet ultrahangos pálcának nevezett el. Ez az eszköz is képes kisebb tárgyakat lebegtetni. Sőt ezen ultrahangos pálca közelítésével és távolításával mozgatni próbálta a tárgyakat, ami szintén sikerült.

Az IYPT versenyen e tanévben a választható témák között az akusztikus lebegtetés is szerepelt. Így ő a versenyre készüléskor saját eszközével tudott különböző kísérleteket végrehajtani. A nemzetközi verseny magyarországi válogatójára 3 jelentősebb kísérletet végzett el a levitátorral, amelyeket előadásában részletesen be is mutatott az akusztikus lebegés általa kidolgozott elméletével együtt. Ezen kísérleteket ott-



*Nagy Dániel* 2018-ban érettségizett a Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnáziumban, jelenleg a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem első éves mechatronikai mérnök szakos hallgatója. A 2018. májusban, Belgrádban megrendezett Ifjú Kutatók Nemzetközi Konferenciáján (ICYS) III. díjat, bronzérmet szerzett. 2018 júliusában Pekingben, a bronzérmes magyar csapat tagjaként részt vett az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT).

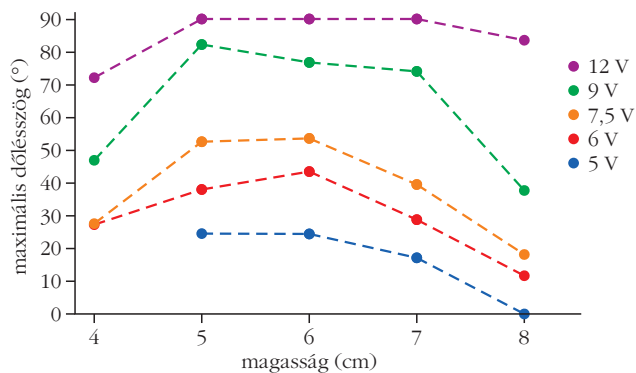


4. ábra. A lebegő tárgyak árnyékának vizsgálata.

hon vagy az iskolában, osztálytársai közreműködésével végezte el. A 4. ábrán láthatjuk, hogy miként vizsgálta a tárgyak árnyékát. A levitátortól távol elhelyezett egy zseblámpát, majd a lebegtető mögött közvetlenül egy 5 mm-es beosztású papírlapot (4. ábra). Látható, hogy az árnyékok és így a lebegő tárgyak közötti távolság állandó. Ezt megmérve (4,25 mm) kiderült, hogy ez pontosan – és persze várhatóan – a jeladók által kibocsátott ultrahang 8,5 mm-es hullámhosszának fele.

Sokan kérdezték tőle, hogy a megdöntött a levitátorban is lebegnek-e a kis hungarocelldarabok. Az ezzel kapcsolatban végzett kísérlet eredményeit az 5. ábra grafikonja mutatja. Láthatjuk, hogy a feszültség növelésével egyre meredekebben dönthetjük a levitátort anélkül, hogy a tárgy kiesne. Továbbá megfigyelhető, hogy a lebegtető tér közepén (6 cm közelében) elhelyezett tárgyak stabilabban lebegnek, néhány esetben még 90°-os dőlésszög mellett sem estek le. Dániel az IYPT csapatba kerülve – ELTE-n tanító mentora, *Ispánovity Péter Dusan* segítségével – az akusztikus levitáció elméletét részletesebben kidolgozta, és számos új kísérletet végzett el. Például sikerült a lebegtetőben lévő nyomáskülönbségeket láthatóvá tenni.

Iskolánk majd minden évfolyamán fizikaórai előadást tartott kísérleteiről, amelyeknek komoly motiváló hatása volt a fiatalabbakra. Például két diák elhatározta, hogy a fizikaszakkörön drónt épít Arduino segítségével.

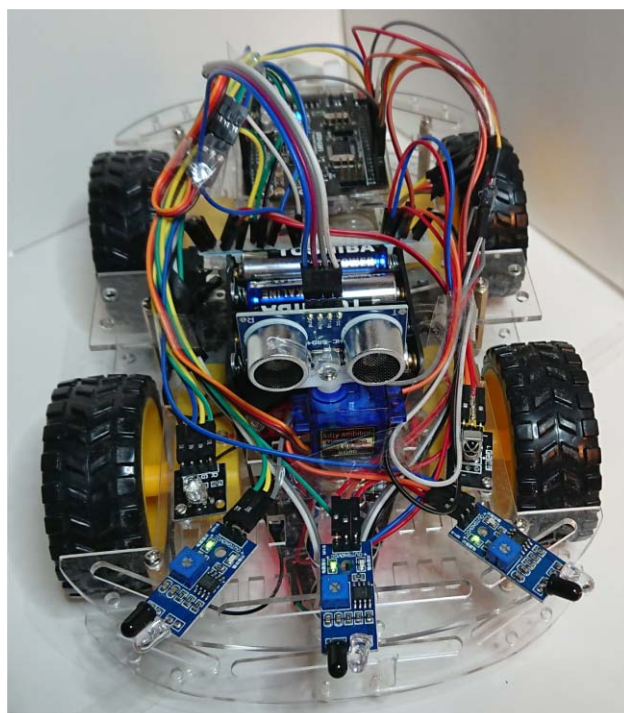


5. ábra. A levitátor elforgatásának maximális szöge, amikor még nem esnek ki a lebegtetett hungarocelldarabkák, azok behelyezési magasságának függvényében, az ultrahangos jeladókra adott különböző feszültségek mellett.

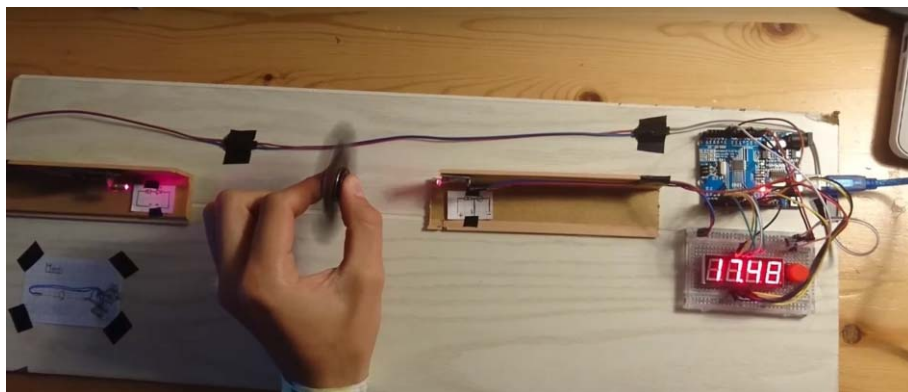
## Járművek és robotok

Dániel – az IYPT versenyre való készülés mellett – az Arduino mikrokontroller segítségével egy „autonóm” járműmodellt is készített (6. ábra). Az általa épített jármű legfontosabb tulajdonsága, hogy egy kijelölt irányt, az útba eső akadályok kikerülésével önmaga képes tartani. Továbbá követni tudja a vonalakat vagy a falakat, de kézzel is irányítható. A jármű elejére 3 infravörös érzékelőt – amelyek kis távolságról képesek észlelni az eléjük kerülő tárgyakat – helyezett el. A jármű alján két feketeszín-érzékelő szenzor található, ezeket a vonalkövetésnél használja. A környezet pontosabb felméréséhez egy forgatható, ultrahangos távolságmérőt – ez centiméteres pontossággal képes meghatározni a legközelebbi tárgy távolságát – is tartalmaz a modell. A modell elkészítésének legnehe-

6. ábra. A szenzorokkal teletűzdelt, önműködő autó.







7. ábra. Fidget-spinner fordulatszámának mérése Arduino segítségével.

tük lévő kapcsolatot. A kísérlet egy általa kidolgozott eszközre épült, amely – egy Arduino és egy lézer segítségével – az előbb említett játék forgási frekvenciáját képes megmérni. Azon a délelőttön egy egyszerűsített változatot építettek, hiszen az automatikus adatelemzés elkészítése túlságosan időigényes lett volna. A kísérlet során lézerrel egy fényérzékelő szenzort világítunk meg, amelynek elektromos ellenállása ekkor

zebb része a programozás volt, hiszen össze kellett hangolni a szenzorok működését, és a programnak egyszerre több funkciót is tartalmaznia kellett. Tanítványom e modellel bekerült a Tudományos Diákkörök Kárpát-medencei Konferenciájának döntőjébe, és ott első díjat kapott.

## Arduino-délelőtt az iskolában

Szerettem volna, ha iskolánkban Arduinóval későbbiekben is foglalkozó diákcsoport alakulna. Ezért megbeszéltem Dániellel, hogy az egyik tanítás nélküli munkanapot Arduino-délelőttnek hirdetem meg, és e napon intenzív, interaktív bemutatót tart az Arduino használatáról. Megbeszéltük, hogy a tanulók több csoportban fognak dolgozni.

A foglalkozás előtt jópár nappal megkaptam tőle, hogy milyen eszközökre lesz szüksége, ugyanis a délelőtt végére minden csoporttal egy-egy kész kísérleti összeállítást tervezett készíteni, majd fizikai mérést végezni velük. Prezentációval is készült, amelyben nagyon jól felépített ismertetés és tematikus összeállítás volt az Arduinóról. Lépésről lépésre mutatta be az Arduino lehetőségeit és programozásának elvét.

A foglalkozás végére a csoportok egy-egy fidget-spinner (néhány fordításban kézi bűgöcsiga) fordulatszámát mérték meg az Arduino, egy zseblámpa és egy fényérzékelő szenzor segítségével (7. ábra). Az értékeket számítógépre vitték, és ott elemezték a közöt-

megváltozik. A lézer útjába helyezett és megpörgetett kézi bűgöcsiga bizonyos időközönként kitarolja a lézert, illetve átengedi a fényt, ekkor a fényérzékelőn eső feszültség megváltozik, amit az Arduino képes érzékelni. A csoportok egy-egy ilyen, 500 adatból álló kísérletet végzett el – az Arduino 1 milliszekundumonként mért és szolgáltatott egy adatot. A grafikonon az egyik mérés eredménye látható (8. ábra).

A diákok megszámozták, hogy 500 ms alatt hány kitarulás történt, így megkapták a forgási frekvenciát, majd abból a fidget-spinner kerületi sebességét.

A fiatalabb diákok egy részét annyira elbűvölte a foglalkozáson hallottak, hogy hazaérve többen kérték szüleiket, rendeljenek Arduino-tartozékokat. Azóta egyikük fényorgonát készített Arduino felhasználásával. Itt jegyzem meg, hogy aki érdeklődik, az a hivatalos <http://arduino.cc> weboldalon további angol nyelvű információt találhat, de egyre több leírás magyarul is elérhető. További jó hír, hogy az Arduino-termékek már Magyarországon is megvásárolhatók.

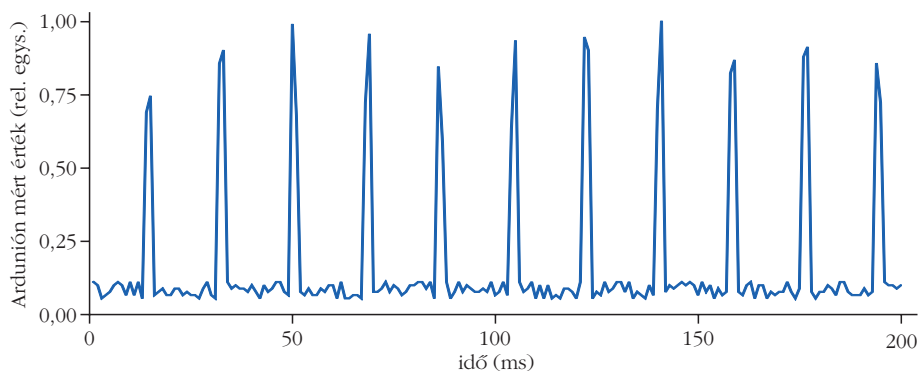
## Arduino és LEGO

Az Arduino mellett iskolánkban diákok robotikával is foglalkoznak. Egy háromfős hetedik osztályos csapatunk – LEGO EV3 robot segítségével – akváriumtisztító robotot épített (9. ábra). A robot nem vízálló, így tervezésekor a legnagyobb fejtörést az okozta, hogyan védjük meg a víztől. A fizikateremben meglátott apró mágnesek adták az ötletet: egy belül kivájt szivacsba

mágnes tesznek, a szivacs belülről tisztítja az akváriumot, a szivacsot pedig a benne lévő mágnes segítségével az akvárium külső oldaláról irányítja a robot.

Egy másik, szintén hetedik-es csapat ugyanilyen LEGO robot felhasználásával kezle-gyintéssel vezérelt könyvlapozó robotot készített (10. ábra). A nehézséget egyrészt a statikai problémák, másrészt a precíz – valóban csak egyla-

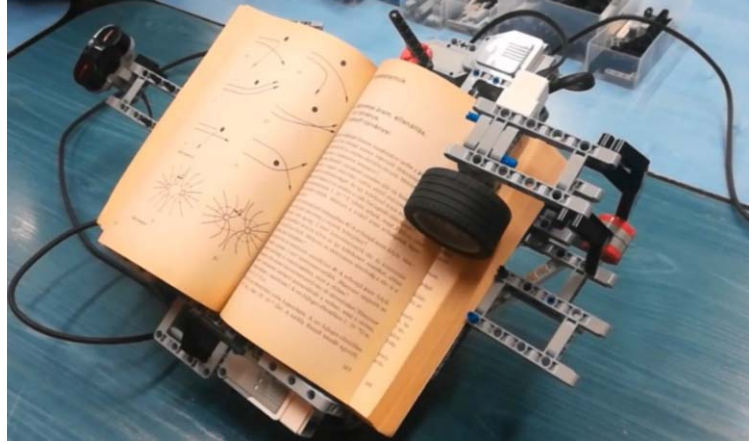
8. ábra. A fidget-spinner forgásából adódó, fényérzékelőn mérhető feszültség-idő grafikon.



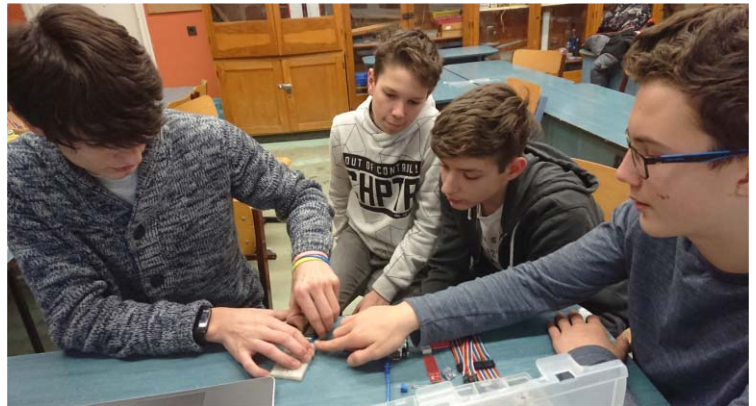




9. ábra. Az akváriumtisztító robot működés közben.



10. ábra. Könyvlapozó robot.



11. ábra. A 12-es diák és a 7-es diákok meteorológiai állomást készítenek.

pos lapozás – megvalósítása jelentette. A LEGO robotot Arduino segítségével még további funkciókkal egészítették ki. Fotoszenzorral nézi a fényerősséget, és ha túl sötét van, akkor bekapcsolja a világítást, hogy jobban lehessen látni a betűket. Arduinóval összekötve robotukat okos könyvjelzővel is kiegészítették.

## Meteorológiai adatgyűjtő állomás

Iskolánkban *Pető Mária* sepsiszentgyörgyi fizikatanár kollégánk útmutatása alapján – ismét más diákok bevonásával – meteorológiai állomás is készült. A fizikatanítás során kollégáimmal majd jól tudjuk használni, illetve – a tervek szerint – későbbiekben, az adatokat továbbítva, egy nemzetközi programba is be tudunk kapcsolódni. A meteorológiai állomást a kisebbek közreműködésével készítette el Nagy Dániel (11. ábra). Az eszköz egy Arduino Mega mikrokontrollerre épül, és egy külső, valamint egy szobai egységből áll. A kinti egység hőmérő, páratartalom-mérő, UV-fényérzekező és csapadékérzekező szenzort tartalmaz. A bent pedig hőmérőt, nyomásmérőt, illetve egy, a mért adatokat megjelenítő kijelző található. Tervezzük, hogy az adatokat USB porton keresztül lehessen lementeni, illetve, hogy az adatok a későbbiekben interneten keresztül is elérhetőek legyenek.

## Összefoglalás

Az elmúlt hónapok során egyik bámulatból a másikba estem diákjaim ügyessége, kreativitása láttán. Ez a tapasztalat engem két nagyon fontos dologról győzt meg. Nekünk, fizikatanároknak az a feladatunk, hogy koordináljuk diákjainkat, bátorítsuk őket ötleteik végrehajtásában, és ha elakadnak, találjuk meg a segítség módját, vagy azt akitől segítséget tudunk kérni. A megfelelő csatornák léteznek, hiszen például az ELTE Fizika Tanítása Doktori Iskola előadásai nyilvánosak, itt tanácsot kérhetünk, hogy egy-egy konkrét témában kihez forduljunk segítségért, ha elakadunk. Másik fontos tapasztalat, hogy a fiatalabb diákokra rendkívül jó hatással van, ha idősebb társuk példáját látják. Nekünk, tanároknak kell összehoznunk a különböző korosztályokat, hogy a tapasztaltabb diáknak lehetősége legyen átadni ismereteit a fiatalabbaknak. Tehát sokszor nem célravezető az gyakorlat, hogy teljesen elkülönítjük a kisebbeket a nagyobbaktól, mert például e területen nagyon hálásak, ha lehetőséget kapnak együtt gondolkodni, egymástól tanulni.

### Irodalom

<http://www.instructables.com/id/Measuring-the-Speed-of-a-Fidget-Spinner>  
<http://www.instructables.com/id/Acoustic-Levitorator>

# ÖVEGES JÓZSEF NYOMDOKAIN

## A XX. Ifjú Fizikusok Találkozója Péren

Nagy hiányt, elmaradást próbálunk pótolni ezzel az összefoglaló tudósítással. 2018 áprilisában a fizikát, kísérleteket szerető Győr-Moson-Sopron megyei általános iskolai tanulók – tanáraik kíséretében – már huszadik alkalommal gyűltek össze, mégis ez az első, hogy a *Fizikai Szemlében* hírt adunk róla.

1997-ben a Péri Általános Iskola akkori igazgatónője, *Takács Mária*, kollégáival egyetértve, úgy döntött, hogy *Öveges Józsefről* nevezik el az iskolát. A „legnépszerűbb fizikatanár” önéletrajzából tudjuk, hogy édesapja, *Öveges József* (1871–1910) 1901-ben Pérere került tanítónak. Ő maga 1901 és 1906 között a mai iskola elődjében tanult, a mezőn libapásztorkodott. Az ősei közül is többen éltek ezen a vidéken, a péri temetőben találhatunk *Üveges* felíratú sírkövet.

A névadó tiszteletére 1997. május 17-én, az avató ünnepségen Öveges-rokonok és jeles közéleti személyiségek jelenlétében márványtáblát lepleztek le az iskola aulává szélesedő folyosójának falán.

1999 tavaszán kezdődött a tiszteletadás aktív formája: fizikavetélkedőre, Öveges-típusú kísérletek bemutatására hívták a megye általános iskoláit. Az azóta is megtartott szertartásrend a következő. Az üdvözlések kis köszöntő műsor keretében hangzanak el. Az iskolai énekkar – amelynek tehetséges, lelkes vezetője *Németh Ildikó* tanárnő – többszólamú műveket ad elő, és szóló énekek, főként népdalok, hangszeres számok, versek – több esetben a tanulók saját költeményei – hangzanak el. Öröm hallani, hogy a művek többnyire az iskola, a haza szeretetéről szólnak.

Egy kísérlet bemutatásával kezdődik a szakmai rész. Ezt eleinte a főszervező, a Mikola- és Rutherford-díjas fizikatanár, *Szelecz László*, az iskola jelenlegi igazgatója mutatta be, az utóbbi éveken azonban mindig egy-egy vállalkozó kollégáját kéri fel e feladatra.

A versenyzőknek írásban kell értelmezniük a látottakat, a válaszokat rangsorolják.

Ezután következik a 20-25 tanuló saját építésű kísérleteinek bemutatása, amelyet szakmai zsűri értékeli, rangsorol. Rendkívül változatos és általában jól felépített, a jelenségek tényleges megértésén alapuló előadásokat hallhattunk. A szemléltetés sokszor Öveges-típusú, azaz hatalmas rajzok kerülnek a táblára, de gyakran használnak projektort is. Az eddig látott csaknem ötszáz – természetesen nem mind különböző – kísérletből nagyon nehéz néhányat kiemelni. Volt, amikor az egykori tv-adások hangulatát akarták visszaadni: Övegesnek öltözve idézték fel a *Legkedvesebb kísérleteim* egy-egy emlékezetes epizódját, Heki kutya kiugrott az óljából, és úrrakétként száguldott a ruhacsipeszből kilőtt golyó.

*Guericke* négyszázegyedik születési évfordulóján rendezett, 2003. évi szombathelyi nagy, 16 lovas magdeburgi-félgömbös kísérletbemutató és a kiállítás megtekintése után évekig láthattunk szép vákuumos



kísérleteket: lőttek vákuumpuskával, és – a *Fizikai Szemlében* megjelent egyik cikk alapján – a mai napig is készítenek kis légszivattyút.

Sokszor szippantottak főtt tojást a lombikba és ropantották össze az üdítő pillé- vagy fémpalackot. Volt, aki ügyesen hangolt vizespoharakon *Weiner Leó Rókatáncának* dallamát játszotta el, és változó magasságú hangot adott a megpörgetett gumicső.

Első alkalommal 2009-ben rendezték meg az *Ifjú Fizikusok Találkozóját* – *Tóthné Váli Gabriella* és *Csorvás Gáborné* szervezésében – azzal a céllal, hogy a fizikát kevésbé szerető gyerekekhez is közelebb hozza a természettudományokat, és sikerélményt nyújtson. Ez egy csapatverseny, ahol a háromfős csapat általános műveltségéről, logikus gondolkodásáról, fizikai ismereteiről játékos formában számol be. Ez a találkozó még ügyességi feladatokkal is kiegészül. Egy-egy találkozón általában 10-12 csapat vett részt.

A szálak a szombathelyi Berzsényi Dániel Tanárképző Főiskola Fizika Tanszékére nyúlnak vissza. A kisiskolások tanárainak mintegy hetven százaléka nappali vagy levelező tagozaton ott szerzett fizikatanári diplomát. *Kovács László*, *Almási István*, *Haramia László*, *Molnár László*, *Boncz Ildikó* irányításával ott szívták magukba az Öveges-szellemű, *Játékos, gondolkodtató fizikatanítás* szeretetét, titkait. Hiszen volt az intézményben az imént dőlt betűkkel írt címmel országos szimpózium, ahol az ország összes tanárképző főiskola fizikatanszékének oktatói tanácskoztak, a tanárjelöltek pedig kísérleteket mutatattak be. Az *Országos Öveges-délután* (mert ugye volt minden évben helyi is) díszvendégei Öveges budapesti iskolája (Mikszáth Kálmán téri) Piarista gimnázium tanulói voltak. Ők bizony – nem szégyen bevallani – szebb bemutatót tartottak több tanárjelöltnél.

Felsoroljuk azon iskolákat, amelyek a házigazdák mellett az elmúlt 20 alkalommal legtöbbször küldtek diákokat a péri találkozóra: Szent Márton Általános Iskola, Halászi; Kisfaludy Károly Általános Iskola, Tét; Nádorvárosi Ének-zenei Általános Iskola, Győr; Mik-



rotárségi ÁMK, Beled; Szabadhegyi Közoktatási Központ, Győr; Pannonhalmi Radnóti Miklós Általános Iskola, Pannonhalma; Fiáth János ÁMK, Töltéstava; Vörösmarty Mihály Általános Iskola, Kisbajcs; Nádorvárosi Közoktatási Központ, Győr; Tulipános Általános Iskola, Győr.

Az összes felkészítő fizikatanár nevét nem írhatjuk ide, azonban néhányat – akikkel a legtöbbször találkozhattunk az Ifjú Fizikusok / Fifikusok Találkozóján – kiemelünk: *Völcsei Márta, Kováts Zsuzsanna, Kovacsics Berta, Sárközi Erika, Wöller Lászlóné, Boglári Éva, Szabó Miklós, Szelec László, Korodi Tiborné, Nagyné Békefi Gabriella, Ágoston Tünde.*

Ők nem azok a „sztár tanárok”, ahogy minap olvashattuk az Öveges névvel fémjelzett országos rendezvény szereplőiről. Nem, ők a szó eredeti, nemes értelmében vett falusi tanítók, olyanok, mint amilyen az idős Öveges József volt. Menniük kell órát tartani az egyik faluból a másikba, részben a szegényítően alacsony fizika óraszám, részben a tanárhiány miatt. Menniük kell, és tanítani kell, a zömében közepes képességű és szorgalmú, néha pedig fogyatékos gyerekeket is.

Szelec László tanár úr figyelme mindenre kiterjed, és kollégái mindenben segítik őt. A gondos házigazda szeretetével ügyelnek arra, hogy már reggel üdítő és ropogtatnivaló fogadja az érkezőket, majd igazán finom és bőséges az ebéd. Minden résztvevő emléklapot kap, amelyet az iskola nevelői készítenek. A verseny helyezetteit – egyéni és csapat – díszes trófeákkal, értékes, hasznos könyvekkel jutalmazzák. Évről évre más-más emléktárgyat is vihetnek haza a tanulók: az iskola címerével díszített hűtőmágnestől kezdve, a nyakba akasztható vagy kitűzhető Öveges-jelvényen át a gravírozott golyós tollig.

Majdnem minden évben volt valami különleges kísérő esemény is. A zsűri tagjait sétarepülésre vitték a péri repülőtérről, bekeretezték, és Öveges-portréval bővítették a márványtáblát, iskolazászlót avattak, az iskola belső udvari falán „felszentelték” a Molnár László által tervezett napórát és a nagy udvaron az Öveges-pavilont. Most, a XX. találkozón a Pannonhalmi Bencés Főapát-ság meglátogatása nyújtott felejthetetlen élményt!

Minden évben van kiadványfüzet – *Ibász Zsófia* tanárnő munkája –, amely az igazgatói köszöntő után felsorolja a vetélkedő diákok, iskoláik és felkészítő tanáraik nevét. A kis füzetben mindig található egy rövid tanulmányt is, valamelyik, az éppen évfordulós fizikusról. Róla ebéd után Kovács László – aki kezdetől fogva a verseny fővédnöke és a zsűri elnöke – tart előadást. Ezt követik a kitűnő tankönyvíró és kiemelkedően jó kísérletező Molnár László kísérletei és lenyűgöző magyarázatai. Annyira gazdag és azonosan magas színvonalú volt mindegyik, hogy nem tudunk kiemelni egyet sem.

Az utóbbi években a zsűri munkájába és a látványos kísérletek bemutatásába bekapcsolódott a mosonmagyaróvári *Futura* tudományos játszóház munkatársa, vezető demonstrátora, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Győr-Moson-Sopron megyei titkára, *Mészáros Péter*.



Ezzel válik a rendezvény a fizika ünnepén túl tanári továbbképzéssé is.

Nehéz dolga van a zsűrinek: valamennyi szereplő elismerést érdemel, hogy kiáll, előad, kísérletezik. Nehéz kiválasztani a legjobbkat. Ezért van mindig rengeteg tárgyjutalom, különdíj.

Több éven át volt a zsűri tagja a fizika szaktanácsadó, *Fülöp Viktorné*, Rózsika. Halála után, tiszteletére díjat alapított az iskola, amelyet özvegye ítél oda, és adja át az általa legjobbnak tartott bemutató jutalmazására.

Volt év, amikor egykori győztes diák, ma már felnőtt szakember is bekapcsolódott a bírálati munkába.

Támogatók nélkül nem lehet versenyt szervezni. Pér község, annak Önkormányzata magáénak vallja a rendezvényt, és minden évben jelentős mértékben nyújt támogatást. Mindig eljön *Herold Ádám* polgármester, ő nyitja meg a találkozót, és a rendezőknek ő adja át a jubileumi jutalmakat. 2017-ben a névadó és emléktáblavavató beszéd elmondásának 20. évfordulóján oklevelet és díszes emléktárgyat kapott Kovács László.

2018-ban Pér község önkormányzata „Az oktató-nevelő munka területén elért kiemelkedő eredmények elismeréseként” *Kovács László-díjat* alapított. Az ezzel járó díszoklevelet és emléklapok első ízben Takács Mária, az iskola nyugalmazott igazgatója vehette át.

A támogatók közt található a Győri Tankerületi Központ, képviselőjük minden alkalommal jelen van.

A legutóbbi, XX. találkozó azért is jelentős volt, mert immár másodszor Pér adott otthont az Öveges-iskolák találkozójának. Az iskolák – Zalaegerszegi Öveges József Általános Iskola, Zalaegerszeg; Veszprémi SZC Öveges József Szakgimnáziuma, Szakközépiskolája és Kollégiuma, Balatonfűzfő; Pákai Öveges József Általános Iskola, Páka; Szákszendi Öveges József Általános Iskola, Szákszend; BGSZC Öveges József Szakgimnáziuma és Szakközépiskolája, Budapest; Péri Öveges József Általános Iskola, Pér – egy-egy prezentációval mutatkoztak be, amit a kivétel nélkül mindenki láthatott. Ezt követték a tanulók kísérletei.

A résztvevők fáradtan, de nagy élményekben gazdagodva térnek haza minden évben Pérről. Nagy köszönet a périeknek!

*Krammer Melinda*  
igazgatóhelyettes

# Schiller Róbert: A KÉTELKEDÉS GYÖNYÖRŰSÉGE

Typotex Kiadó, Budapest, 2017, 400 oldal

Lehet-e érdemi recenziót írni egy olyan könyvről, amely hatvan korábbi újság/folyóirat-megjelenést tartalmaz? Amely talán nem más, mint leltár. Több-e, mint a külön-külön megjelent cikkek halmaza?

Nos, ezzel a kérdéssel nemcsak a recenzens, hanem a szerző is szembesült, és megoldásként hat nagyobb csokorba gyűjtötte az utóbbi tíz évben megjelent írásait. Hogy mindent-e, azt nem tudom. A kötetet a feje tetejére állítva, azaz hátulról előre felé haladva szemlézem őket. Méghozzá teljes mértékben felrúgva az „egyenlő bánásmód elvét”, vagyis nem érzem kötelezőnek, hogy valamennyi fejezetről hasonló alapossággal értekezsem.

Az utolsó egység a *Könyv vége* alcímre hallgat, benne egy interjú a szerzővel, cikk a Mintagimnázium (Trefort) történetéről és az *Élet és Irodalomban* 2010-ben megjelent bizzar javaslat a nyugdíjasok életminőségének tartós javítására. Ezt a cikket nehéz másnak, mint swifti szellemességű gúnyiratnak olvasni, a javaslat lényege az elhunyt nyuggerek csontjainak talajjavítási célú felhasználása (v.ö. magas foszfortartalom), a még életükben megkapott kis kompenzálás ellenértékéért, akasztó-fahumor a legkomolyabb formában. A szerző ekkor 75 éves, és még aktív, mert épp az említett interjú utolsó mondatában közli velünk, hogy akkoriban lett professor emeritus, „tessék megnézni a latin szótárban, hogy mit jelent az emeritus: kivénhedt”.

Alljunk meg itt a visszafelé sétában, és nézzük meg, kicsoda *Schiller Róbert*, a kötet szerzője. Az MTA Központi Fizikai Kutatóintézet (mára már MTA Wigner FK) jeles kutatója, a Mű- és egyéb egyetemek címzetes egyetemi tanára, a modern fizikai kémia avatott oktatója, 2012 óta „Az év ismeretterjesztő tudósa” büszke cím birtokosa, és a kitüntetés folyományaként egy kisbolygó – újabban ezeket hivatalosan törpebolygónak nevezik, javítana ki a díjazott –, az 196005 Robertschiller (2002 RS241), névadója.

Vissza a kötethez: hátulról a következő a *Vers, kép, szoborban* nem meglepő módon verstani és képzőművészeti írások sorakoznak – mindez az érzékeny

és mély humán műveltséggel rendelkező természetudós egyéni látásmódját tükrözi. Ha hiszik, ha nem, *József Attila* és *Kölcsey* néhány költeménye közötti párhuzam feltételezése, felderítése az *Irodalomtörténet 2005* című kötetben jelent meg, néhány, ugyancsak a magyar lírát a ritmus (és a gondolati ritmus) felől analizáló írás pedig a *Forrásban*.

A *Valami a kémiáról* fejezetben is nagyszerű írások kaptak helyet, de szerintem nem ez a típus a kötet erőssége, ezért bátran átugrom, ahogy az *Emberekről* és a *Könyvekről* fejezeteket is. Hiszen szabadon lubickolunk a szubjektivitás fürdőmedencéjében.

És végre megérkeztünk a kötet elejére szerkesztett, a recenzens véleménye szerinti csúcstra, a *Természet Világa* folyóiratban megjelent huszonkét 4-5 oldalas írást tartalmazó *Között* című csokorhoz. Sejtésem szerint ez a szerző krédója, hiszen korábbi kötetének is az *Egy kultúra között*<sup>1</sup> címet választotta. A hitvallás lényege: ne fogadjuk el, hogy külön létezik humán (bölcész), társadalomtudósi és természettudósi kultúra.

Ez a fejezet számomra olyan, mint egy születésnapra kapott óriási doboz bonbon. A kézzel gyúrt mives csokoládélabdacok egyforma, izléses papírba vannak csomagolva, kívülről egyformának látszanak, így nem árulják el, milyen mennyei ízeket rejtnek. De ha kibontjuk, és elkezdjük bármelyiket kóstolgatni, olvasni, megérezzük. Az egyetlen kultúrán belüli kalandozás szépségét. Amikor megtudjuk, hogy *Georg Philipp Friedrich von Hardenberg* 1794-ben jogi diplomát szerzett Jénában – miközben érdeklődésének megfelelően történelmi és filozófiai műveket olvasott szorgalmasan. Majd köztisztviselői pályafutását egy év után feladva a weissenfelsi sóbányák igazgatóságánál vállalt állást. És geológiát, kohászatot, kémiát kezdett el tanulni (mellesleg matematikát és biológiát is) a freiburgi bányászati akadémián. Ránk maradt terjedelmes feljegyzéseiből kiderül (*Sóbányai iratok*), hogy kora kémiájának elméleti kérdései is izgatták (a flogiszonelmélet mibenléte egyrésztől, és annak cáfolata másrésztől). Mellesleg egy-két évvel korábban, 1794-ben végezte ki nyaktólóval a Nemzeti Konvent Párizsban *Lavoisier*-t, a kor talán legnagyobb természettudósát. „A köztársaságnak

Az írás megjelent a revizoronline internetes portálon – <http://www.revizoronline.com/hu/cikk/7152/schiller-robert-a-ketelkedes-gyonyorusége> – a szerző és a szerkesztő engedélyével közöljük.

<sup>1</sup> <http://fizikaiszemle.hu/old/archivum/fsz0503/Konyvespolc.pdf>



sem tudósokra, sem kémikusokra nincs szüksége” – mondta állítólag a bíró. Sóbányai emberünk eközben fontos geológiai megfigyeléseket tesz, és lényeges dolgokat jegyez fel a szénbányászatról, de különféle gazdasági, szociális problémákra is keresi a megoldást. Schiller Róbert kiemeli, hogy mindezek közül az elméleti kémia aktuális kérdései voltak a legfontosabbak a költő számára. De miféle költő? Nos, von Hardenberget, e szorgos műszaki értelmiségit *Novalis* néven tartja számon az irodalomtörténet. Novalis világa, a korai német romantika csúcsa, zsúfolásig van mára nem könnyen felfejthető szimbólumokkal, amelyeket áthat a költészet, a filozófia és a természettudományos megfigyelés kevercse. Van nála kénkristályból készült trónus, vaspálca, amely északra mutat (v.ö. iránytű) és mintha a kémiai úton előállított elektromosság (Galván-elem) is feltűnne.

És mindez csak egy a bonbonok közül. A Novalis-kémia bonbon, *Paul Klee* Novalis-illusztrációival díszítve.

Bontsunk ki egy másik bonbont. A monitorom fölött kinézek szobám ablakán, de nem a kert fáit vagy a szemközti házat, hanem a két ablaktábla közé tett radiométert bámulom. A négy lapátkerék a kisnyomású gázzal töltött üveggömbben „magától” forog, illetve egyáltalán nem magától, hanem a kívülről közölt hőenergiától. De a szerkezet konstruktőre, *William Crookes* (1832–1919), a nagy tekintélyű angol természettudós, az angol Kémiai Egyesület elnöke, akit Viktória királynő érdemei elismeréséül lovaggá ütött, tévedett, mert azt hitte, hogy a fény sugárnyomása forgatja kereket. Crookesról az a nézet alakult ki, hogy „sikeresebbek a kísérletei, mint a magyarázatai”. Érdekes módon, miközben korának fizikáját nemcsak követte, hanem részben ő alkotta, például megszerkesztette az első katódsugárcsővet, a klasszikus televíziók lelkét, felfedezett egy új elemet, a talliumot, szóval mindeközben Crookes a spiritizmus elkötelezett híve lett. Schiller azt írja, hogy a szigorú tudomány néha nemhogy gátolná, hanem elősegíti a kö-

döt és a tévhiteteket. Remélem, csak nagyon-nagyon ritkán! De Crookes a spiritizmushoz is a természetmegfigyelő, kísérletező, a bizonyítékokat kutató tudós attitűdjével viszonyult. Méghozzá előítéletek nélkül. Tehát sem bizonyítani sem cáfolni nem akarta, csak megtudni, létezik-e. Egy spiritiszta médium (név szerint *Katie King*) mintha két személyként jelent volna meg a szeánszon. Hősünk méréseket végzett, lefényképezte mindkettőjüket, és megállapította, hogy tényleg két személy (szellem?) jelent meg a szobában. Annak eldöntésére, hogy melyik a valóságos és melyik az éteri, komplikált műszert épített, és a műszer azt jelezte, hogy egyikük valóban spirituális. Crookes három évig vizsgálódott Katie Kinggel, az időnként megkétszereződő médiummal, és végül arra a következtetésre jutott, hogy az okkult, spiritiszta jelenségek valóságok. „Soha semmi okom nem volt arra, hogy ebben a tárgykorban megváltoztassam a véleményemet” – írta ezután. Pedig nyilvánvalóan – méghozzá nagyon ügyesen – átvették.

És azt tudja-e a kedves olvasó, hogy miért írt a fiatal *Kosztolányi* gyászoló újságcikket a nagy bécsi fizikus, *Ludwig Boltzmann* halálhírére 1906-ban? Miért rendült meg? Mert Kosztolányi Bécsben akár hallhatta is Boltzmann előadásait, aki a természettudományok szigorú, minden egyes részletre kiterjedő determinisztikus „parancsuralmát” a valószínűségi szemlélettel váltotta fel. A természet véletlen jelenségeinek szükségszerű törvényeit tárta fel. Kosztolányi már-már boltzmanni önvalómmal él saját írói-költői munkamódszeréről: „Parancs és szeszély ez együtt, kényszer és akarat, kaland és törvény: a véletlen tündéri ajándéka.” Hát alighanem ezért siratta a nagy bécsi fizikust.

Mindössze három bonbont ízeletünk meg Schiller Róbert csokoládés dobozából. A többi élvezetét meghagynom az olvasónak. Nem fog csalódní. Mert lebilincselően érdekesen írni tudományról, tudósokról és egyetlen kultúránkról, hát ez az, amihez Schiller professzor nagyon ért. A könyv címe pedig telitalálat!

Váradí András

Braun Tibor:

## VÁNDORBOTTAL A TUDOMÁNYOS KUTATÁSBAN

Typotex Kiadó, Budapest, 2018, 300 oldal

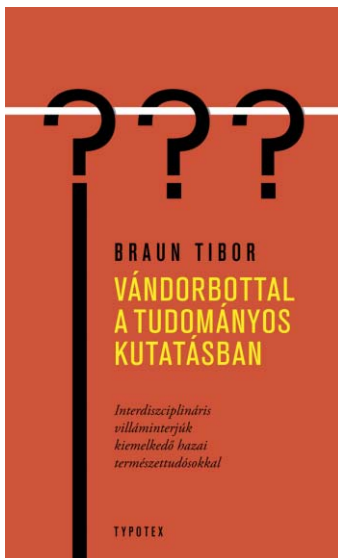
Ez a könyv a szerző/riporter sokoldalúságának egy újabb bizonyítéka. Olyan ismert és elismert kutatókkal az elmúlt években készített és publikált interjúit szerkesztette ebbe a kötetbe, akik szakmai tevékenységük egy jelentős részét külföldi kutatóhelyeken végezték, ami jelentős szerepet játszik az itthoni tudományos munkájukban is. A kötet nem egyszerűen a már korábban az *Élet és Tudomány* és a *Természet Világa* folyóiratokban megjelent interjúk egy kötetbe szerkesztésé-

vel született, a szerző az összeállítás során finomította és homogenizálta is ezeket az anyagokat.

Minden interjúalanyról szóló cikket egy rövid életrajzi leírás vezet be. Ezután következik az a rész, amelyben a kutató Braun Tibor kérdéseire válaszol.

A feltett és megválaszolt kérdések jellege olyan, hogy azok, véleményem szerint, minden fiatal, pályakezdő kutatóban, vagy akár később is megfogalmazódhatnak. Miért lettem kutató? Miért dolgoztam külföldön,

és miért jöttem egy idő után haza? Voltak vagy vannak-e példaképeim, és kitől tanultam a legtöbbet? Kitől kaptam a legjobb, számomra leghasznosabb tanácsot? A régi nagyok közül kivel dolgoznék együtt a legszívesebben? Hogyan teszem közzé kutatási eredményeimet a szakmán belül és a kívülállók körében, mit érdemes közölnem és hogyan? Mi érdekel a szakterületemen kívüli világból, a tudományos kérdéseken túlmutató társadalmi problémák, a kultúra, a gazdaság területein, az irodalom, a zene vagy a politika világában, és milyen, a szakmán túl kapcsolatokra vágyom? Milyen a viszonyom a könyvekhez, az internethez, a szakmai konferenciákhoz, vagy a fiatalabb generációkhoz? Mire vagyok a legbüszkébb az eredményeimből, és van-e olyan eredményem, amit szívesen elfelejtenék? Melyik könyv tette rám a legnagyobb hatást? Voltak-e sikerélményeim? Eljutottak-e eredményeim a gyakorlatba? Mit csinálnék másképp, ha újrakezdehetném a fel-



és elismerje a társadalom, netán a fiatalok ösztönzést kapjanak arra, hogy hasonlóan indítsák pályájukat. Az erős tudományos elittel nem rendelkező társadalmaknak ugyanis nem mernék fényes jövőt jósolni.

*Kroó Norbert*

## Géczi János, Csányi Vilmos: ŐSZI KÉK

Athenaeum Kiadó, Budapest, 2018, 336 oldal

Mihez kezdenénk, ha holnaptól ezer évig élhetnénk? Hogyan ad értelmet az ember saját pillanatnyi létének a földi élet végtelen folyamatában? Értelmezhető-e evolúciós szempontból a kultúra és a morál? Hogyan okoz tragédiát a legjobb emberi szándék is? Miért vágyakozunk mindig máshová, és miért keressük a kapcsolatot földön kívüli fajokkal, ha még a delfinnek sem tudunk egy jót beszélgetni?

*Csányi Vilmos* etológus és *Géczi János* író párbeszéde nem mindennapi intellektuális utazásra csalja el az olvasót. Két *Homo sapiens* próbál átlépni az emberi megismerés korlátain.

Két barát beszélget életről és halálról, alkotásról és kudarcról, apaságról és önmagunk becsapásáról. Arról, ami fontos, és arról, amit sohasem érthetünk meg. „Mindig utálom, amikor az életemről kérdeznak” – mondja az interjú alanya. A kérdésekre adott válaszok azonban lépésről lépésre nemcsak a tudós elfogulatlan ítéleteit, de egy kivételes ember kivételes életének személyes fordulópontjait és meghatározó felismeréseit is felfedik az olvasó előtt.

Géczi János évtizedek óta kutatja a szélsőséges magatartásformák természetét, a társadalom devianciaképét, az elfogadás és az elutasítás közösségi szintű gesztusait. Az *Őszi kék* immár a hatodik élet-történet-rekonstrukció, de az első olyan, amelynek egy világhírű professzor az alanya.

Csányi Vilmos pályája többször rendhagyó fordulatot vett. Ma mindannyian a sztártudóst látjuk benne, pedig szakterületének tudományos elfogadtatásáért évtizedekig kellett küzdenie, rengeteg elhallgatás, mellőzés, háttérbe szorítás kísérte munkásságát, mielőtt az áttérés megtörtént. Csányi hamarabb lett a világ mindenhol ismert bestselleríró, mint a legnagyobb szaklapok befogadott tudósa. Hogyan történhetett ez? Mi hozta el a változást? Milyen szerepet játszott és játszik a nagy etológus személyes életében a kert? Hogyan tekint Csányi Vilmos a gasztronómiára, az utazásra, a kultúrák diverzitására? Egyáltalán, hogyan lesz egy vegyészből a kutyaviselkedés-kutatás legnagyobb szaktekinélye?



# XVII. mnt Nukleáris Technikai

## szimpózium

Nukleáris tájékoztatás és tájékozódás!

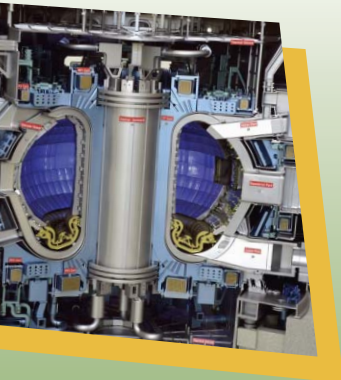
Fórumot biztosítunk szakembereknek, kutatóknak, a szakma ifjabb művelőinek műszaki és tudományos eszmecserére, kapcsolatépítésre.

### KIEMELT TÉMÁINK:

1. Nukleárisüzemanyag-fejlesztések,
2. Nemzeti Nukleáris Kutatási Program újabb eredményei,
3. A nukleáris ipar szakember-utánpótlása.

de várjuk az előadásokat az alábbi témakörökhöz kapcsolódóan is:

nukleáris technikák || új generációs reaktorok || fúziós technológia ||  
vegyészet || hulladékkezelés || leszerelés és transzmutáció || reaktorfizika  
|| termohidraulika || reaktoranyagok || nukleáris biztonság || informatikai  
biztonság || sugár- és környezetvédelem || üzemeltetés és hatósági szabályozás  
|| oktatás || PR és HR || új atomerőművi blokkok építése.



Idén is lehet pályázni a legjobb **poszter** díjra!

**November 29-én** a Marie Skłodowska-Curie élete alapján készült Radioaktív című monodrámát tekinthetik meg a résztvevők.

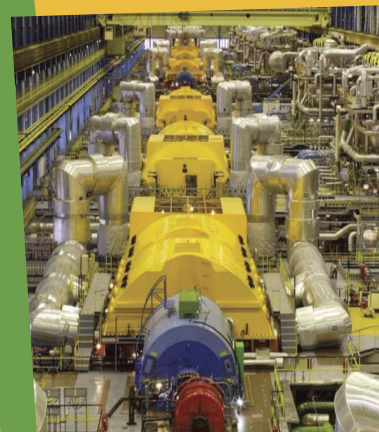
**November 30-án** Kerekasztal-beszélgetésre hívunk, illetve sajtótájékoztatót tartunk.

Minden érdeklődőt szeretettel várunk a XVII. Nukleáris Technikai Szimpóziumon!

2018. NOVEMBER  
29-30.

**BABITS MIHÁLY KULTURÁLIS KÖZPONT**  
7100 Szekszárd, Szent István tér 10.

Regisztrálni már most lehet: [www.nuklearis.hu](http://www.nuklearis.hu)  
(minden egyéb adat, információ a honlapon megtalálható)



ISSN 0015325-7  
9770015325009 48010