

A LENZ-TÖRVÉNY DEMONSTRÁLÁSÁBAN HASZNÁLT RÉZCSŐ MÉRETÉNEK HATÁSA

A CSŐBEN MOZGÓ MÁGNESES TESTEK SEBESSÉGÉRE

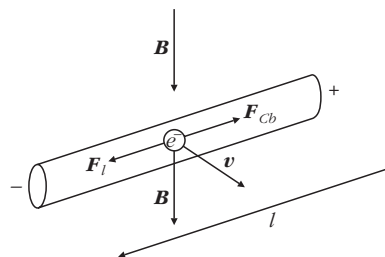
Németh Viktória, Nguyen Q. Chinh
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Anyagfizikai Tanszék

Elektromágneses indukció alapjelensége:
mozgási indukció

Az alaptananyagból jól ismert, hogy ha egy vezető mágneses mezőben mozgatunk, akkor a Lorentz-erő miatt a végei között feszültség keletkezhet, illetve a végeket vezetővel összekötve elektromos áram jöhet létre. Az így keletkezett feszültséget és áramot, indukált feszültségnek, illetve áramnak nevezzük.

A jelenség oka, hogy a vezetőben lévő szabadon mozgó elektronokra, mint mozgó töltésekre hat a Lorentz-erő, ahogy az 1. ábra sematikusan mutatja. Ennek hatására a vezetődarab végein töltések halmozódnak fel: az egyik végén a negatív, míg másik végén ezek hiányaként pozitív töltések lesznek, tehát a vezető töltései bizonyos mértékig szétválnak. Így a vezetődarab végei között potenciálkülönbség alakul ki, elektromos térerősség jön létre [1].

A töltésszétválás folyamata addig tart, amíg az elkülönült töltések által keltett elektrosztatikus mező a fémen belül éppen egyensúlyt tart a töltésekre ható



1. ábra. Állandó \mathbf{B} mágneses mezőben mozgatott vezető belsejében levő elektronokra ható erők.

mágneses Lorentz-erővel. Ennek alapján kiszámítható a kialakult elektromos mező \mathbf{E} térerőssége. Az egyszerűség kedvéért legyen a mező homogén, az l hosszúságú vezeték merőleges a \mathbf{B} indukcióvektorra. A \mathbf{B} -re merőleges irányban, \mathbf{v} sebességgel mozgó vezeték belsejében levő töltésre ható Lorentz-erő ekkor $F_L = QvB$ nagyságú. A pozitív és negatív töltések térbeli szétválása folytán keletkező statikus Coulombmező a Q töltésre $F_{cb} = QE$ nagyságú erővel hat.

Egyensúlyban:

$$QvB = QE,$$

amiből az indukált statikus elektromos térerősség

$$E = vB$$

értéket veszi fel. Ebből következik, hogy az indukált feszültség nagysága a homogén elektromos térre

$$U_i = vBl.$$

Általános esetben, ha a \mathbf{v} sebesség és a \mathbf{B} indukció tetszőleges α szöget zár be egymással, de a vezeték továbbra is merőleges \mathbf{v} -re és \mathbf{B} -re, akkor az indukált feszültség nagysága:

$$U_i = Blv\sin\alpha.$$

A Lenz-törvény

Végezzük el a 2. ábrán vázolt gondolat kísérletet, amely során a fent említett vezetékdarab – egyik végén R ellenállással és egy árammérővel összezárt – vezető sínpáron mozog.

Az egész szerkezetet egy állandó \mathbf{B} mágneses indukciójú térbe helyezzük, és a mozgatható vezetékdarabot \mathbf{v} sebességgel a nyílal jelzett irányban balra elmozdítjuk. A mozgási indukció miatt elektromos feszültség indukálódik, és a zárt áramkör miatt az

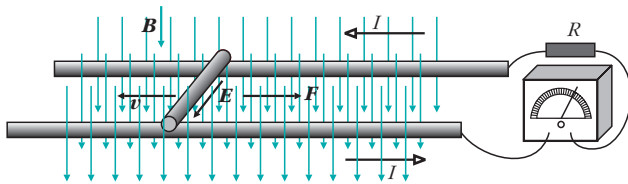
A szerzők köszönetet mondanak *Krannauer Tamásnak*, *K. Papp Lászlónak*, *Ajtay Jánosnak*, akik sokat segítettek a rézcsövek megmunkálásában és a mérések összeállításában. Köszönettel tartozunk *Vörös Györgynek* az elméleti számolásokban nyújtott hasznos tanácsaiért. A kutatás az ELTE Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program (1783-3/2018/FEKUTSRAT) keretében valósult meg az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatásával.



Németh Viktória a fizika BSc után fizika-matematika tanári mesterszakon végzett az Eötvös Loránd Tudományegyetemen 2018-ban. Jelenleg a Leövey Klára Gimnázium fizika-matematika szakos tanára. Alapszakos szakdolgozata otthon is elkészíthető ködkamráról szól, míg a mesterszakos diplomamunkájából készült a jelen tanulmány. Aktív tagja volt a fizikushallgatók közösségének, egyetemi éve alatt is segédkezett tudomány népszerűsítő rendezvényeken, amelyeken már diákjaival vesz részt.



Nguyen Quang Chinh az ELTE Anyagfizikai Tanszékének egyetemi tanára. Évek óta foglalkozik az anyagok plasztikus alakváltozásának vizsgálatával, a plasztikus instabilitás és hasonló folyamatok leírásával, illetve elemzésével. Oktatási és kutatási munkája mellett elkötelezett támogatója a Tudományos Diákköri (TDK) mozgalomnak. Országos konferenciákon Több hallgatója is helyezést szerzett. Jelenleg az ELTE Fizikai Intézet TDK-felelőseként koordinálja a kari fizikai TDK tevékenységeket.



2. ábra. A Lenz-törvényre vezető gondolkísérlet [2].

ábrán látható irányban I indukált áram keletkezik. Ekkor azonban egy áramjárta vezető kerül mágneses térbe, amire úgyszintén hat a Lorentz-erő, mégpedig jobbkékszabály szerint a vezetékdarab mozgásával ellentétes irányban. Látható tehát, hogy az indukált áramra ható Lorentz-erő olyan irányú, hogy azzal akadályozza azt a mozgást, aminek hatására az indukált áram keletkezett. Ez a Lenz-törvény lényege, ami úgy is megfogalmazható, hogy az indukált áram mindig olyan irányú, hogy az őt létrehozó hatást csökkenti igyekezzon. Jobban meggondolva: a mozgás fenntartásához a Lorentz-erő ellen kell dolgoznunk, munkát kell végeznünk. Ez az a munka, ami elektromos energiává fordítódik, a rendszerre így érvényes az energia-megmaradás.

Középiskolai és egyetemi fizikai oktatásban is az elektromágneses indukció témakörét általában a fent említett mozgási indukcióban fellépő Lorentz-erővel szokás bevezetni. A Lenz-törvénnyel immár általánosságban, így a nyugalmi indukciós jelenségeket is értelmezni tudjuk. A Lenz-törvényt demonstráló „klaszszikus” kísérletek közé tartozik a nagyon jól ismert Lenz-gyűrűvel [3], Thomson-ágyúval [4] vagy rézcsővel [5] végzett kísérlet. A Lenz-törvényen nagyon sok alkalmazás alapszik, mint például a Head Rush Technologies által fejlesztett fékező biztonsági szerkezet [6], vagy a vidámparkokban működő népszerű zuhanó torony [7]. Érdekes még megemlíteni egy szintén a Lenz-törvényen alapuló, magyar találmányú, érdekes játékot, a Feel Fluxot [8].

Lenz-törvény kvalitatív demonstrálása a rézcsőben szabadon eső mágnessel

A Lenz-törvény nagyon jól és egyszerűen szemléltethető a már fent említett rézcsőben „szabadon” eső kis mágnes mozgásával. Ez a kísérlet nemcsak egyetemi előadásokon, hanem – szó szerint – bárhol elvégezhető. Függetlenül álló rézcsővön először egy nem-mágneses (fa vagy fém... stb.), majd egy mágneses testet leejtve azt tapasztalhatjuk, hogy míg a nem-mágneses test gyorsuló mozgással szinte szabadon esik, mintha a rézcső ott sem lenne, addig a mágneses test a csőbe kerülve gyakorlatilag azonnal állandó – szemmel láthatóan kis – sebességgel esik a csőben. A mágneses test mozgása egyáltalán nem utal a szabadesésre.

Jól ismert a jelenség kvalitatív magyarázata. A leeső mágnes a rézcső egyes keresztmetszetében időben változó mágneses fluxust hoz létre, ami a cső falában feszültséget, illetve (örvény)áramot indukál. Mivel az

indukció oka ebben az esetben a mágneses test (nehézségi erő hatására) lefelé tartó mozgása, a Lenz-törvény értelmében – az indukált áram mindig olyan irányú, hogy az őt létrehozó hatást csökkenti igyekezzon – a nehézségi erővel ellentétes irányú erő lép fel, és megakadályozza a test szabadesését.

Ilyen kísérleteknél felmerülhet a kérdés, miként függ a mágnesestest esési sebessége a cső falvastagságától, illetve belső átmérőjétől, milyen kvantitatív összefüggések használhatók a kísérletben használt cső paraméterei hatásának a leírására. Ez utóbbi kérdés a jelen munka motivációja.

Megjegyezzük, hogy tudomásunk szerint a Lenz-törvénnyel kapcsolatban eddig csak kvalitatív kísérletek voltak. Szisztematikus, mennyiséget is meghatározó méréseket nem találtunk szakirodalomban, így a mérések összeállításában minden tényezőt alaposan meg kellett vizsgálnunk, és a mérés-összeállítás fejlődése céljából minden részletre kiterjedően lépésről lépésre haladnunk. Sok, előre nem látható buktatóval találkozunk, úgy mint a mágnesgolyó leejtésének problémája, az időmérés nehézségei, a mágnes polaritásának figyelembevétele az esés során.

A rézcsőben leeső mágnesestestek sebességének mérése

Időmérés a kísérlet során

A sebesség meghatározásához időmérésre van szükségünk. Az idő minél pontosabb méréséhez olyan eszközt kell keresni, ami kiküszöböli az emberi tényezőt, és ezzel a reakcióidőből származó mérési hibát.

Elsőként a nehézségi gyorsulás mérésénél is használt ejtőgépet szeretnénk volna használni (amely megtalálható az ELTE Anyagtudományi Tanszék Fizikai Alapmérések laboratóriumában), ám az eszközzel több problémánk is adódott. A golyót kiengedő – vas alkatrészekkel teli – szerkezetből a mágnesgolyó nem tudott leesni. Ezt műanyag elemek beiktatásával ki tudtuk küszöbölni, ám a mágnesestestek sebessége a rézcsőben igen kicsi, így a műszer nem érzékelte a mágneses testek becsapódását, ezért vele nem lehetett esési időt mérni.

Következő lehetőségként a fénykaput próbáltuk ki. Ez a mérőműszer a fény útjának megszakítása – fotocella – elvén működik. Két villa alakú alumínium „kapu” között esik át a golyó, s amikor megszakítja a kapu két oldala között a fény útját, akkor indul az időmérés, míg a másik kapunál való megszakításkor áll meg a mérés. Az eseményhez egy egyszerű számítógépes programra van szükség, amely az egyetemen rendelkezésünkre állt.

A mérési összeállítás

Miután megtaláltuk a megfelelő időmérő műszert, ki kellett találni a rézcsővek rögzítését.

Először egyszerű, és kézzel fogható megoldásokat kerestünk, ám hamar rájöttünk, hogy a rézcsővek



3. ábra. A mérési összeállítás: fénykapu és mintatartó állvány.

mérete, valamint a golyók mágneses hatása ebben az esetben is komoly feladat elé állít minket. Arra a következtetésre jutottunk, hogy a tartóelem minden részének fából vagy műanyagból kell készülnie, hogy semmilyen fémtárgy se befolyásolja a mérés menetét. A nehéz rézcsövek függőleges rögzítését műanyag toldásokkal, illetve gyorskötegelővel oldottuk meg, ezt a 3. ábra képein lehet látni.

A mérések során három különböző, a 4. ábrán látható mágneses testtel dolgoztunk. Volt egy 10 mm átmérőjű golyó, egy 8 mm átmérőjű és 10 mm hosszú, valamint egy 8 mm átmérőjű és 20 mm hosszú henger.

A sebességmérés pontosítása

A kísérletek azt mutatták, hogy a rézcsőben a mágnesgolyó igen hamar felveszi állandó esési sebességét. Ez a tapasztalat elméleti megfontolás alapján is könnyen igazolható.

A rézcsőben mozgó mágnesestest esetében a mozgásfolyamat során először a gravitációs (nehézségi) erő hatására gyorsul a test, és ezzel együtt – a fluxus időbeli változása miatt – áram indukálódik a cső falában, eredményezve a Lenz-törvénynek megfelelő F_f erőt. Kvalitatívan az F_f erő nagysága egyenesen arányos a cső falában – az indukció következtében – fellépő örvényárammal, ami pedig a Φ fluxus időbeli változásával ($d\Phi/dt$) arányos. Mivel a $d\Phi/dt$ egyenesen arányos a mágnesestest v haladási sebességével, végeredményben az F_f erő nagysága is egyenesen arányos v -vel. Emiatt a v sebesség addig nőhet (addig gyorsul a mágnesestest), amíg az F_f erő nagysága el nem éri az m tömegű mozgó mágnesestestre ható mg nehézségi erő értékét. Ezt követően a mágnesestest már állandó sebességgel mozog tovább. Az egyszerűség kedvéért elhanyagoltuk a közegellenállás és a levegőbeli felhajtóerő hatását.



4. ábra. A mérés során használt mágnesestestek.

Az előzetes mérések eredményei azt mutatják, hogy a $D = 12$ mm belső átmérőjű, $d = 2$ mm falvastagságú cső esetében a mágnesgolyó sebessége bőven alacsonyabb, mint $0,2$ m/s. Ezt a sebességértéket levegőben – indukció nélkül – a $v = gt$ képlet alapján ($g = 10$ m/s²) $t = 0,02$ s alatt veszi fel a golyó, közben pedig – a szabadesés $s = 0,5gt^2$ négyzetes úttörvényét használva – körülbelül $s = 2$ mm utat tesz meg. Ez azt jelenti, hogy a v állandó esési sebesség elméletileg 2 mm-nyi út megtétele után beáll.

Mivel a számolás nem teljesen pontos (nem vettük figyelembe a légellenállást) így ezt az s utat szintén felülről becsültük. A mérés pontosítása érdekében a sebesség mérését nem a rézcső két szélé között végeztük, hanem mindegyik rézcsövet a végeiktől körülbelül $10-10$ mm-re átfúrtuk (5. ábra), ezen lyukakon keresztül vezettük a fénykapu által használt lézert fényt, és a mérést a rézcső belsejében végeztük. Ezzel kiküszöböltük a rézcső széléinél keletkező zavar miatti hibát is. A rézcső széléinél ugyanis a mozgó mágnes hatására éppen kialakuló ellentétes irányú mágneses mező befolyásolja a mágnesgolyó rézcsőbe való beengedésének sebességét, pontosságát, így az idő mérésében is hibát eredményezne, csakúgy, mint a cső alsó végénél, ahol a mágneses hatás még kieséskor is érzékelhető.

Az eső mágnes sebességét befolyásolja, hogy mágneses tere milyen irányban áll az elengedése pillanatában, ezért a mágnesek pólusait megjelöltük, és minden ejtés során ugyanazzal a függőleges pólusiránnyal engedjük el a testeket. Ezzel kiküszöböltük azt a hibaforrást, hogy a mágneses golyónak arra kelljen energiát fordítania, hogy esése kezdetén forduljon be a függőleges pólusirányba, mert akkor kevésbé hatékony az esés közbeni fékeződés.

5. ábra. A mérésekhez használt rézcsövek a végek közelébe fúrt lyukakkal.



1. táblázat

A mágnesgolyó v esési sebességei és azok átlaga a különböző d falvastagságok mellett

d (mm)	v_1 (mm/s)	v_2 (mm/s)	v_3 (mm/s)	v_4 (mm/s)	v_5 (mm/s)	$v_{\text{átlag}}$ (mm/s)
14	24,7	24,8	24,5	24,5	24,7	24,6
11,5	25,5	25,6	25,7	25,7	25,5	25,6
9	26,0	26,0	26,4	26,2	26,0	26,1
6,5	27,3	27,4	27,6	27,5	27,5	27,5
4	31,5	37,8	31,4	31,6	31,5	32,8
2	40,2	40,3	40,8	40,4	40,4	40,4
1,75	43,3	43,6	43,6	43,5	43,9	43,6
1,25	53,9	52,9	53,6	53,7	53,2	53,5
1	62,7	62,9	62,8	63,2	62,9	62,9
0,76	74,7	74,9	75,0	75,9	75,2	75,1
0,26	168,8	168,9	169,4	170,5	169,6	169,4

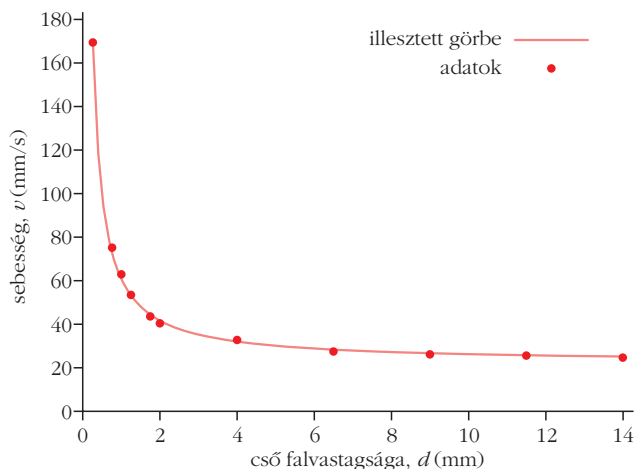
A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső falvastagságának hatása

A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső falvastagsága hatásának vizsgálatához 11 darab különböző falvastagságú, de azonos, 12 mm belső átmérőjű rézcsőben mértük a függőlegesen eső mágnesestestek sebességét. Minden mérést – azonos körülmények között – legalább ötször ismételtünk meg. A golyóejtéses mérések reprodukálhatóságát demonstrálандó az 1. táblázatban öt mérési sorozat eredményeit, illetve azok átlagát tüntetjük fel. Jól látható, hogy ilyen mérésben igen kicsi a szórás. Mindhárom mágnesestestre kapott átlagsebességeket tartalmazza a 2. táblázat.

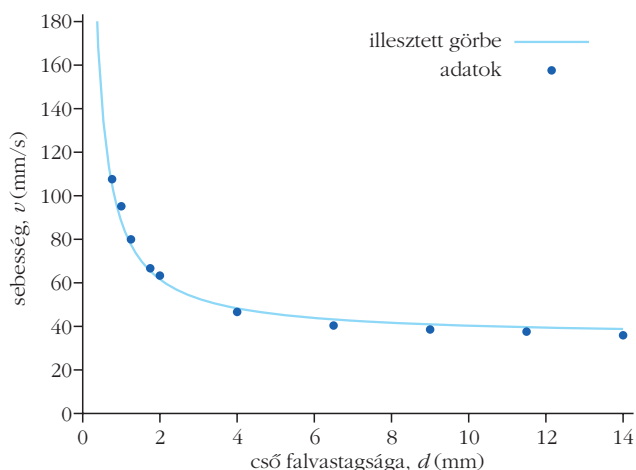
2. táblázat

A mágnesgolyó és a hengerek átlagos v esési sebessége a különböző d falvastagságok mellett

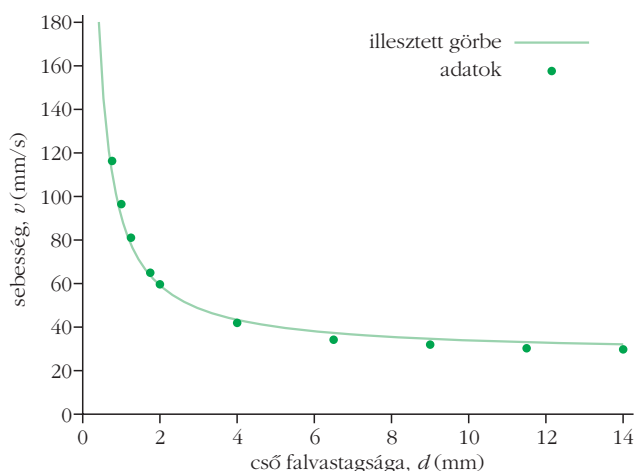
d (mm)	$v_{\text{golyó}}$ (mm/s)	$v_{\text{kis benger}}$ (mm/s)	$v_{\text{nagy benger}}$ (mm/s)
14	24,6	35,9	29,7
11,5	25,6	37,6	30,3
9	26,1	38,5	31,9
6,5	27,5	40,4	34,2
4	32,8	46,6	41,9
2	40,4	63,3	59,6
1,75	43,6	66,6	64,9
1,25	53,5	79,9	81,0
1	62,9	95,1	96,4
0,76	75,1	107,5	116,2
0,26	169,4	236,3	266,3



6. ábra. A mágnesgolyó v esési sebessége a d falvastagság függvényében.



7. ábra. A rövid, 10 mm magas mágneshenger v esési sebessége a d falvastagság függvényében.



8. ábra. A hosszú, 20 mm magas mágneshenger v esési sebessége a d falvastagság függvényében.

A több mérésből vett v átlagsebességet a falvastagság függvényében mutatják az 6–8. ábrák a mágnesgolyó, illetve a rövid és hosszú hengerek esetében. A mérési eredmények azt mutatják, hogy a d falvastagság növekedésével mindhárom test esetében az esési sebesség monoton csökken. Nagy d -nél (vastag falú

csőben) lassan, de kis d tartományban (vékony falú csőben) gyorsan csökken a sebesség. Elemzések – amire később visszatérünk – alapján mindhárom kísérleti mágnesestest esetében kapott v - d mérési adatokra jól illeszthető a

$$v(d) = \frac{a}{d} + b \quad (1)$$

alakú függvény, ahol a és b az adott mágnesestest jellemző állandók (illető paraméterek).

Golyó esetén:

$$a = 38,5 \pm 0,4 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 22,4 \pm 0,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}},$$

illetve rövid hengerre:

$$a = 53,2 \pm 1,0 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 35,0 \pm 1,3 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

és hosszú hengerre:

$$a = 63,1 \pm 1,1 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 27,6 \pm 1,4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Ezen paraméterekkel illesztett (1) alakú függvényeket is feltüntettük az 6–8. ábrákon. Látható, hogy az (1) alakú függvény igen jól írja le a kísérleti tapasztalatokat. Az elméleti értelmezésre később visszatérünk.

A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső belső átmérőjének hatása

Az indukciójelenség lényegét – a rézcsőben mozgó mágnesestest által okozott mágneses fluxus időbeli változását – tekintve, a cső belső átmérője is fontos tényező, és ez határozottan befolyásolja az eső mágnesestest sebességét. Ezért azonos d falvastagság mellett különböző D belső átmérőjű rézcsövekkel is vizsgáltuk az eső sebességét. Csak a $d = 1,5$ mm falvastagságú csövekből tudtunk különböző belső átmérőjű darabokat beszerezni. Méréseinket 4 eltérő belső ($D = 15, 19, 22$ és 35 mm-es) átmérőjű csővel (9. ábra) végeztük.

A nagyon nagy belső átmérőjű csőben túl nagy az eső mágnes mozgási szabadsága, ezért egy – minden rézcsőbe beilleszthető – műanyag betétcsövet készítettünk. A mágnes e műanyag csőben esik, így az eső körülményei minden rézcső esetén azonosak, a sebességkülönbséget csak a körülötte lévő rézcsőben indukált feszültség hatására kialakuló mágneses tér befolyásolhatja. A méréseket itt is mindhárom mágnessel elvégeztük, az eredményeket, azaz az esési sebességek átlagát a 3. táblázat tartalmazza. A mág-



9. ábra. A méréshez használt 35, 22, 19 és 15 mm belső átmérőjű rézcső.

nesgolyóra, illetve a két hengerre vonatkozó mérési v - D adatokat a 10. és 11. ábrán tüntettük fel.

Jól látható, hogy mindegyik mágnesestest esetében a mérési adatok leírhatóak a

$$v(D) = pD + k \quad (2)$$

lineáris függvénnyel, ahol a p és k a mozgó mágnesestestre jellemző állandók.

Golyó esetén:

$$p = 57,5 \pm 1,5 \frac{1}{\text{s}},$$

$$k = -681 \pm 35 \frac{\text{mm}}{\text{s}},$$

illetve rövid hengerre:

$$p = 52,5 \pm 3,3 \frac{1}{\text{s}},$$

$$k = -513 \pm 78 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

és nagy hengerre:

$$p = 50,8 \pm 3,4 \frac{1}{\text{s}},$$

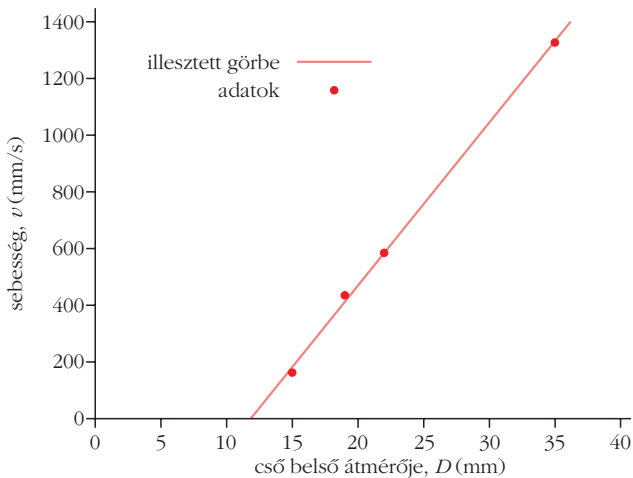
$$k = -630 \pm 80 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Méréseink eredménye jól mutatja, hogy a cső belső átmérőjének növekedésével mindhárom mágnesestest mozgására jellemző v sebesség lineárisan nő. Érdemes megjegyezni, hogy a (2) formulában levő k állandó negatív értéke azt jelenti, hogy adott mozgó test esetén van egy D_k küszöb belsőátmérő-méret, amelyre a test csak nagyon lassan (zérushoz közeli sebességgel) tud-

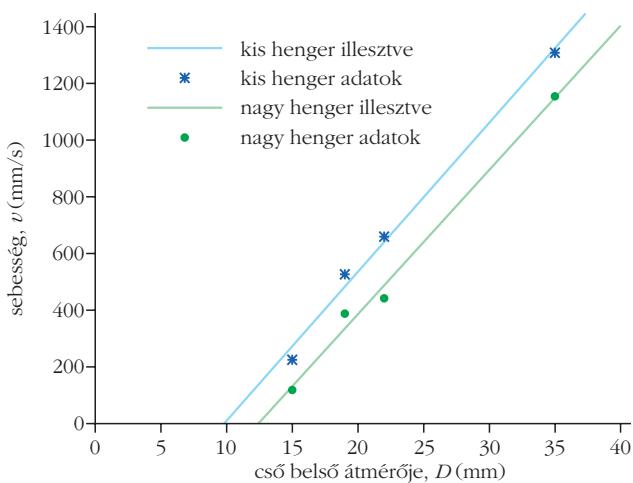
3. táblázat

A mágnesgolyó és a hengerek v esési sebessége a különböző D belső átmérők mellett

D (mm)	$v_{\text{golyó}}$ (mm/s)	$v_{\text{kis henger}}$ (mm/s)	$v_{\text{nagy henger}}$ (mm/s)
35	1326,4	1308,6	1155,0
22	584,5	660,8	443,4
19	435,0	527,8	389,2
15	162,4	226,7	119,9



10. ábra. A mágnesgolyó v esési sebessége a D belső átmérő függvényében.

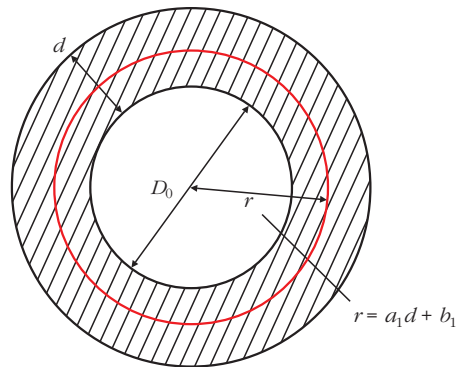


11. ábra. A rövid (10 mm) és hosszú (20 mm) mágneshenger v esési sebessége a D belső átmérő függvényében.

na mozogni a csőben. Elméletileg a mozgó test sebessége nem lehet zérus, mert megszűnne az indukció, és az ezzel járó – a Lenz-törvény értelmében – fékező erő, ami miatt újra szabadon esne a test. A D_k -t közelítve a v - D függvény valószínűleg megváltozik, nem a fent említett, kísérletileg kapott lineáris alakú lenne. Mindenesetre, a D_k 10-12 mm körüli értéke azt jelzi, hogy amikor a cső belső átmérője a benne mozgó test átmérőjéhez közelít, akkor a cső falában indukálódó áram (fékező) hatása már nagyon jelentős.

A kísérletileg kapott v - d és v - D összefüggések értelmezése

Kísérletileg kimutattuk, hogy állandó belső átmérő esetén a rézcsőben mozgó mágnesest sebessége és a cső falvastagsága közötti összefüggés hiperbola alakú függvénnyel írható le. Állandó falvastagság esetén a mágnesest sebessége lineárisan változik a belső cső-átmérővel. A következőkben elméleti megfontolásokkal értelmezzük a kapott (1) és (2) összefüggéseket, alátámasztva azok érvényességét.



12. ábra. Állandó belső átmérőjű, változó falvastagságú rézcső keresztmetszetének vázlatos rajza.

A *sebességmérés pontosítása* fejezetben már említettük, hogy a rézcsőben eső mágnesest a mozgása során először a gravitációs (nehézségi) erő hatására gyorsul, és ezzel együtt – a fluxus időbeli változása miatt – a cső falában áram indukálódik, ami a Lenz-törvénynek megfelelő F_f fékező erőt eredményezi. A v sebesség addig nőhet, amíg az F_f erő nagysága el nem éri az m tömegű mozgó mágnesestre ható mg nehézségi erő értékét. Ezt követően a test már állandó sebességgel mozog tovább. Ez az alapja a következő elméleti megfontolásoknak.

Állandó belső átmérőjű, különböző falvastagságú csövek esete

Tekintsünk egy, a 12. ábrán sematikusan vázolt D_0 belső átmérőjű, d falvastagságú csőkeresztmetszetet, amelyen a t időpillanatban a mágneses test éppen áthalad.

A cső falában e pillanatban indukált feszültség:

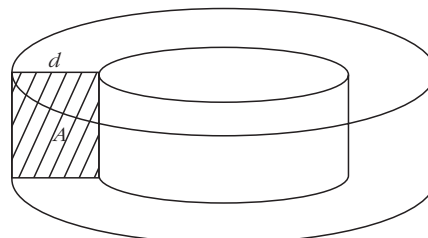
$$U_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = c_1 v, \quad (3)$$

ahol c_1 állandó. Az U_i ismeretében az indukált kör-áram (örvényáram) nagysága:

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{c_1 v}{R}, \quad (4)$$

ahol R az áramkör ellenállása. Nyilvánvalóan nehéz megmondani, hogy R teljes nagysága mennyi, azonban belátható, hogy a d falvastagság növekedése a köráram áramirányára merőleges keresztmetszet növekedését jelenti (ahogy a 13. ábra mutatja), ami az

13. ábra. A d falvastagságú csőben az R elektromos ellenálláshoz tartozó A keresztmetszet.



áramkör ellenállásának csökkenéséhez vezet. Így tehát R fordítottan arányos d -vel, azaz:

$$R = \frac{c_2}{d}, \quad (5)$$

ahol c_2 egy másik állandó. A (4) és (5) egyenletekből:

$$I_i = \frac{c_1 v d}{c_2} = c_3 v d, \quad (6)$$

$c_3 = c_1/c_2$ egy célszerűen bevezetett újabb állandó.

Az F_f fékező erő a hatása szempontjából úgy tekinthető, hogy a rézcsőben körbe, gyűrű mentén egy I_i nagyságú indukált áram folyik, amelynek r sugara – feltehetően – lineárisan változik a cső falvastagságával, vagyis

$$r = a_1 d + b_1 \quad (7)$$

alakban adható meg, ahol a_1 és b_1 állandók.

Ismeretes, hogy az r sugarú gyűrűben folyó I_i nagyságú áram mágneses tere (B mágneses indukciója) a gyűrű középpontjában egyenesen arányos I_i -vel és fordítottan arányos r -rel. Ez a mágneses tér lép kölcsönhatásba a mozgó mágnesestesttel, a fent említett F_f erővel fékezve őt. Mivel F_f egyenesen arányos a B -vel, így (6) és (7) egyenletek alapján

$$F_f \sim B \sim I_i \sim v d$$

és

$$F_f \sim B \sim \frac{1}{r} \sim \frac{1}{a_1 d + b_1}.$$

Ennek alapján F_f nagyságát a következő alakban írhatjuk:

$$F_f = \frac{c_4 v d}{a_1 d + b_1}, \quad (8)$$

ahol c_4 egy újabb állandó.

Mint említettük, a v esési sebesség akkor lesz állandó, ha az F_f eléri a mozgó test mg súlyát. Ennek alapján az állandó v sebesség úgy számítható ki, hogy az $F_f = mg$ összefüggésbe a (8) egyenletben kapott F_f kifejezését írjuk.

$$\frac{c_4 v d}{a_1 d + b_1} = mg,$$

amelyből

$$v = mg \frac{a_1 d + b_1}{c_4 d}$$

vagy

$$v(d) = \frac{a}{d} + b. \quad (9)$$

E kifejezésben bevezetett a és b értéke:

$$a = \frac{mg b_1}{c_4} \quad \text{és} \quad b = \frac{mg a_1}{c_4}.$$

A (9) formula egyértelműen alátámasztja a kísérletileg kapott (1) összefüggések érvényességét. Érdemes megjegyezni, hogy nagy falvastagság esetén (matematikailag $d \rightarrow \infty$) a mozgó mágnes sebessége b -hez tart. Nagyon kis falvastagság esetén ($d \rightarrow 0$) pedig a v értéke végtelenhez tartana. Ez fizikailag azt jelenti, hogy nagyon vékony falú cső esetében a fékezőerő már olyan kicsi, hogy a test (a nehézségi erő hatására) folyamatosan gyorsul, tehát sebessége folyamatosan nőne (ha a közegellenállást figyelmen kívül hagyjuk).

Állandó falvastagságú, különböző belső átmérőjű csövek esete

Ebben az esetben is abból indulunk ki, hogy egy adott t időpillanatban a cső falában indukált feszültség egyenesen arányos az ott áthaladó mágnesestest v sebességével. Továbbá, a D belső átmérő változásával a cső keresztmetszetén átmenő Φ fluxus – feltehetően a D -vel egyenesen arányosan – is nő. Ilyen feltételezésekkel az indukált feszültség a következő alakban adható:

$$U_i = b_1 v D, \quad (10)$$

ahol b_1 állandó. Ezzel az indukált köráram (örvényáram) nagysága:

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{b_1 v D}{R}, \quad (11)$$

itt R az áramkör ellenállása, amely ebben az állandó falvastagságú esetben egyenesen arányos a cső keresztmetszetének területével, vagyis R egyenesen arányos D -vel:

$$R = b_2 D, \quad (12)$$

ahol b_2 állandó. A (11) és (12) egyenletekből:

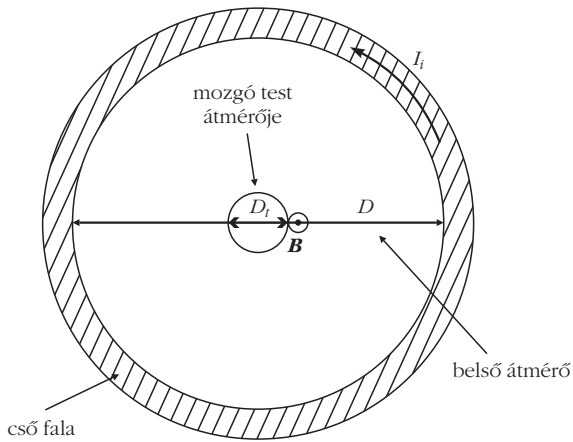
$$I_i = \frac{b_1 v D}{b_2 D} = \frac{b_1 v}{b_2} = b_3 v. \quad (13)$$

Itt b_3 újabb állandó, $b_3 = b_1/b_2$. A (13) formula azt jelzi, hogy a cső falában indukált áram erőssége feltehetően nem függ a belső átmérőtől.

Az F_f fékezőerő nagyságának becsléséhez tekintünk az I_i indukált köráram mágneses terének

$$\frac{D - D_i}{2}$$

pontjában – a mozgó mágnesestest felületén – levő értékét, amit a 14. ábrán szematikusan feltüntettünk. (Az önkényesen megadott I_i irányának megfelelően a B vektor iránya a papír síkjára merőleges, kifelé mutat az ábrán.)



14. ábra. A változó belső átmérőjű rézcső keresztmetszetének vázlatos rajza (D_t a mozgó test átmérője).

Numerikus számítások azt mutatják, hogy ebben a pontban az I_t köráram \mathbf{B} mágneses indukciójának nagysága egyenesen arányos I_t -vel és fordítottan arányos $(D - D_t)$ -vel. Ezzel együtt \mathbf{B} nagyságával egyenesen arányos F_f fékezőerőt a következő alakban írhatjuk:

$$F_f = \frac{b_4 v}{D - D_t},$$

b_4 állandó. Amikor F_f eléri a mozgó test mg súlyát, az $F_f = mg$ összefüggés helyett a

$$\frac{b_4 v}{D - D_t} = mg$$

egyenletet kapjuk, amelyből

$$v = mg \frac{D - D_t}{b_4}$$

vagy

$$v(D) = pD + k, \quad (14)$$

ahol

$$p = \frac{mg}{b_4} \quad \text{és} \quad k = -\frac{mg D_t}{b_4}.$$

A (14) formula pedig a kísérletileg kapott (2) összefüggés érvényességét támasztja alá. Érdekes megjegyezni, hogy kísérletileg és elméletileg is a mágnesest szinte megáll ($v \cong 0$), ha a cső belső átmérője kö-

zelít a mágnesest (golyó vagy henger) átmérőjéhez. Ennek értelmezése, valamint az egész elméleti megfontolás még további vizsgálatokat igényel.

Összefoglalás

A Lenz-törvény demonstrálására számos lehetőségünk van, ezeket kvalitatívan könnyen értelmezhetjük. Jelenlegi ismereteink szerint a Lenz-törvénnyel kapcsolatban szisztematikus, mennyiséget is meghatározó mérésekről még nem számoltak be a szakirodalomban. E munkában ezt tűztük ki célul.

A mérések megtervezése közben számos tényezőt kellett figyelembe vennünk, mint például a mágnesgolyó leejtésének vagy az idő mérésének problémáját, a mágnes polaritásának figyelembevételét az esés során. Mindezeket sok előzetes kísérlet alkalmával pontosítottuk és megtaláltuk azt az összeállítást, amely kiküszöböli az emberi tényezőből adódó, illetve az ejtés során a rézcső széléinél keletkező zavar miatti hibát is.

Méréseinket három különböző mágneses testtel (10 mm átmérőjű golyó, 8 mm átmérőjű és 10 mm hosszú kis henger, 8 mm átmérőjű és 20 mm hosszú nagy henger) végeztük, és vizsgáltuk, hogy a rézcső mérete miként befolyásolja a mágneses test esésének sebességét. Kísérleti eredményeink azt mutatják, hogy állandó belső átmérő esetén a rézcsőben mozgó mágnesest sebessége és a cső falvastagság közötti összefüggés egy módosított hiperbola alakú függvénnyel írható le. Állandó falvastagság esetén pedig a mágnesest sebessége lineárisan változik a belső csőátmérővel.

A kísérletileg kapott összefüggéseket elméleti számításokkal értelmeztük.

Irodalom

- Gulyás J., Honyek Gy., Markovits T., Rác M., Szalóki D., Varga A.: *Fizika – Elektromosság, mágnesség*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2011.
- Holics L.: *Fizika*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2009.
- <https://www.youtube.com/watch?v=b7IU3i3EHUQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=5hZyJ2qf1tg>
- <https://www.youtube.com/watch?v=5BeFoz3Ypo4&t=9s>
- <https://headrushtech.com/about/technology.html>
- <https://www.youtube.com/watch?v=HDjKEhHZVdc>
- <http://feelflux.com>
- Gulyás J., Honyek Gy., Markovits T., Szalóki D., Tomcsányi P., Varga A.: *Fizika III*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2013.
- Jurisits J., Szűcs J.: *Fizika 10. Elektromosság, hőtan*. Mozaik Kiadó, Szeged, 2017.
- Bérces Gy., Erostyák J., Klebiczki J., Litz J., Pintér F., Raics P., Skrapits L., Sükösd Cs., Tasnádi P.: *A fizika alapjai*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest–Debrecen–Pécs–Szeged, 2002.

