

(lásd a doboz távolabbi végét) síkbeli elhelyezkedésének szimmetriája hogyan borul fel  $S'$  nézőpontjából, és hogyan lesznek sűrűsödések és ritkulások a kerék tetején és alján (lásd a doboz közelebbi végét).

## Záró gondolatok

A cikkben a guruló autókerék alakjának problémáját tárgyaltam ugyan, de a fő célom az volt, hogy – egy konkrét példán keresztül – általában a *3D téridődiagramok* pedagógiai értékéről meggyőzzem az olvasót. Lenyűgöző tulajdonságuk, hogy térben és időben lezajló folyamatokat egyetlen statikus ábrán, részletekbe menően jelenítenek meg. Természetükből adódóan csak olyan jelenségek tárgyalásához nyújtanak segítséget, amelyek két térbeli dimenzióra szorítkoznak. A relativitáselméletben több fontos ilyen jelenség van. Első példaként a *Wigner-rotációt* (és a szorosan hozzá kapcsolódó *Thomas-precessziót*) említem. A Wigner-rotáció lényege, egyszerűsített megfogalmazásban: egy vízszintes irányú löket és egy függőleges irányú löket egymásutánja nem egyenértékű egy ferde irányú lökettel, viszont egyenértékű egy ferde irányú löket és egy *elfordulás* egymásutánjával. Ezt a meglepő, intuíciónknak ellentmondó jelenségét magától értetődő ter-

mészetességgel és szemléletességgel rajzolja ki egyetlen 3D téridődiagram. A Wigner-rotáció részletes tárgyalása és 3D téridődiagrammal való szemléltetése megtalálható az [5] internetes linken. Két további példa, amelyek meggondolását és a hozzájuk tartozó 3D téridődiagram felrajzolását az olvasóra bízom: a *fényszóróeffektus* (az elhaladó autó fényszórójának kúp-szerű fénycsóvája az út mellett álló megfigyelő mérése szerint az autó mozgási irányában szűkebb nyílású kúp-ra koncentrálódik) és az *aberráció* (két, egymáshoz képest mozgó távcső tengelye szöveget zár be, ha ugyanarra a távoli csillagra vannak irányítva). Mindhárom fenti példa (kvantitatív részleteket mellőző) szemléletes megjelenítéséhez elég egy-egy olyan 3D téridődiagram, amely – a 6–7. ábrákhoz hasonlóan – csak a koordinátatengelyek irányát mutatja, a kalibrációs osztásokat a tengelyeken nem.

## Irodalom

1. Ø. Grøn: Relativistic description of a rotating disk. *Am. J. Phys.* 43/10 (1975) 869–876.
2. Bokor N.: Relativisztikus fogócska I. *Fiz. Szemle* 62/9 (2012) 301–305.
3. V. N. Matvejev, O. V. Matvejev, Ø. Grøn: A relativistic trolley paradox. *Am. J. Phys.* 84/6 (2016) 419–425.
4. Lásd például: Bokor N.: Lucky Luke – az ember, aki gyorsabban lő, mint az árnyéka. *Fiz. Szemle* 64/11 (2014) 382–387.
5. [http://fizipedia.bme.hu/images/5/5b/Wigner\\_Thomas4.pdf](http://fizipedia.bme.hu/images/5/5b/Wigner_Thomas4.pdf)

# TÖRÉSMUTATÓ MEGHATÁROZÁSA SAJÁT MÉRŐESZKÖZ SEGÍTSÉGÉVEL

Csatári László, Molnár Tamás, Zámbo Szabolcs

Szent József Általános Iskola, Gimnázium, Szakgimnázium és Kollégium, Debrecen

A National Instruments myDAQ pályázatára beadott művűnkkel munkánkkal egy jól ismert fizikai mérés számítógépes feldolgozását mutattuk be. A Snellius–Descartes-törvény a fény törését írja le. Egyszerű szögmérések segítségével meghatározható a fénytörő közeg törésmutatója. A munkánk célja a klasszikus mérés számítógépes kiértékelésének megvalósítása volt. Ehhez saját „gyártású” mérőeszközt készítettünk.

A szerzők itt ismertették munkájukkal 2017. évi myDAQ pályázaton III. helyezést értek el.



Csatári László 1995-ben fizika – ábrázoló geometria, 1998-ban informatika szakos tanári diplomát szerzett a Kossuth Lajos Tudományegyetemen. A debreceni Szent József Gimnázium, Szakközépiskola és Kollégiumban tanít. A fizikatanári ankétok rendszeres résztvevője, ezeken több alkalommal tartott műhelyfoglalkozást. Legfontosabb kiténtetése: Színpadon a Természettudomány (2014 – fődíj), Öveges József-díj (2014, 2016), Ericsson-díj (2015).

## A Snellius–Descartes-törvény

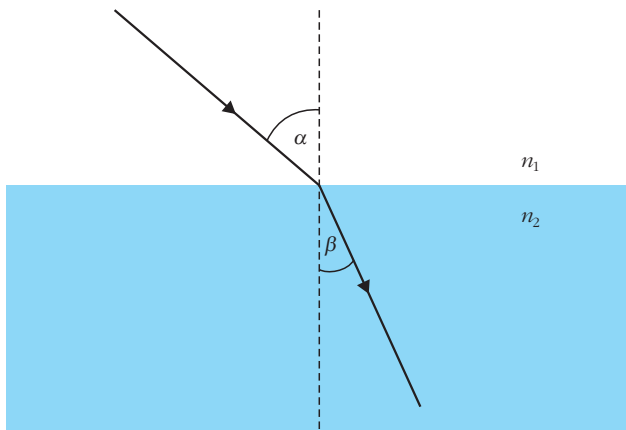
Új közegbe átlépő fény irányváltozást szenved. Ezt a

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21}$$

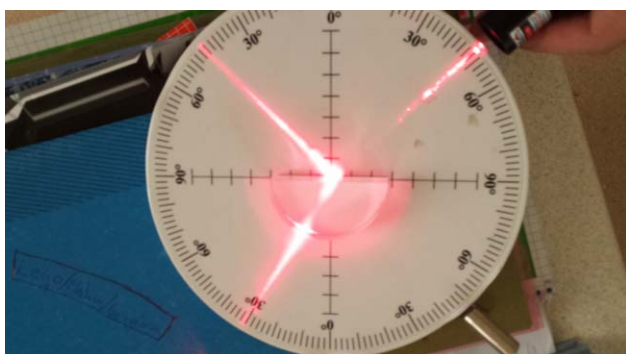
törvény fejezi ki, ahol  $\alpha$  a beesési,  $\beta$  a törési szög,  $c_1$  és  $c_2$  a közegbeli fénysebességek,  $n_{21}$  az adott közegre jellemző törésmutató (1. ábra).



Molnár Tamás a szakgimnázium informatika szakmacsoportjának 10. osztályos tanulója. Szívesen foglalkozik elektronikával, 3D nyomtatással.



1. ábra. A fény törése.



2. ábra. Mérés Hartl-koronggal.

Ha megmérjük a beesési és törési szöget, ki tudjuk számolni az anyag (levegőre) vonatkoztatott törésmutatóját. Mérés során egy szögbeosztással ellátott tárcsát, a Hartl-korongot használjuk (2. ábra). E korongra helyezük a félhenger alakú optikai testet, amelyet vékony fénysugárral (lézerrel) világítunk meg. Kihaszaljuk, hogy a sugárirányú fény a közegethatár váltásakor nem szenved irányváltást. A szöveget a skáláról olvashatjuk le.

## Számítógépes mérés

Mérési elrendezésünk hasonlít a fentebb leírtakhoz, de a szögek leolvasását, és ezekből a törésmutató meghatározását a számítógépre bízuk.

A mérésautomatizálás a következő problémákkal jár:

- hogyan határozhatók meg a szögek?
- hogyan detektáljuk a fénysugarakat?



Zámbo Szabolcs a szakgimnázium informatika szakmacsoportjának 10. osztályos tanulója. Az iskolai tananyagon kívül is szívesen foglalkozik elektronikával, informatikával. Rendszeresen részt vesz innovációs kiállításokon, megyei versenyeken.



3. ábra. Bipoláris léptetőmotort vezérlő.

Megoldás az első kérdésre a léptetőmotor használata, amelynél az elfordulás szöge arányos a lépésszámmal. A működtető program konvertálja a lépésszámot szöggé.

Két típusú léptetőmotort találhatunk: unipoláris és bipoláris motort.

Az unipoláris motor egy egyszerű kapcsolósorral is vezérelhető. A motor egy közös kivezetéssel (– pólus) és 4 tekercskivezetéssel rendelkezik, ez utóbbiakra + feszültséget adva vezérelhetjük. A motor „0001”, „0010”, „0100”, „1000” jelsorozattal az egyik, „1000”, „0100”, „0010”, „0001” jelsorozattal a másik irányba forog. A forgás sebességét a jelsorozat gyorsasága határozza meg.

A bipoláris motor vezérlése kicsit összetettebb, hiszen itt a tekercskivezetések (általában 4) felváltva kapnak + és – polaritást.

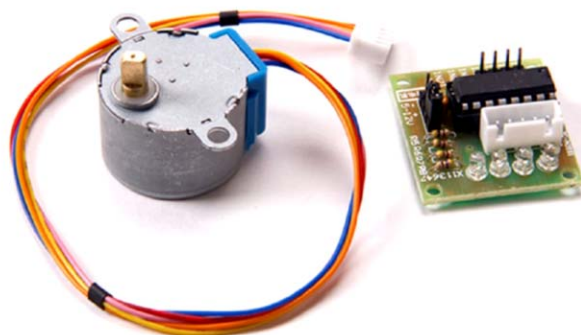
Szerencsére mindkét típushoz találunk vezérlőket. Bipoláris esetben csak egy léptető (STEP) és egy irányt meghatározó (DIR) digitális jelre van szükségünk. Mivel a léptetőmotorok általában nagy áramot igényelnek, a vezérlő hűtést is kap (3. ábra).

Eszközünkben ULN2003 alapú vezérlőt és 4 fázisú, 5 vezetékes unipoláris motort használunk (4. ábra).

A motorok fontos adata a lépésköz, azaz, hány lépéssel fordíthatók körbe. A motorunk (28BYJ-48) áttételes, ami azt jelenti, hogy egy teljes fordulathoz a motor 64 lépéses körbefordulása és az 1:64 áttételt figyelembe vételével 4096 lépés szükséges. Ebből könnyen kiszámíthatjuk, hogy egy lépés  $360^\circ/4096 = 0,087^\circ$ -ot jelent. Ezt később, a mérés során felhasználjuk.

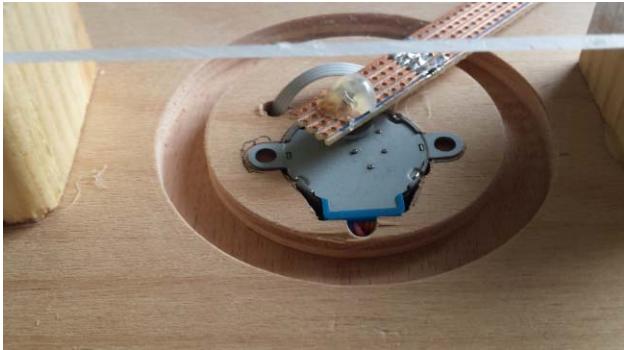
A mérőeszköz elkészítéséhez a léptetőmotort a vezérlővel együtt fa talapzatra szereltük (5. ábra).

4. ábra. Unipoláris léptetőmotor és vezérlője.





5. ábra. A szerelt léptetőmotor és vezérlő.



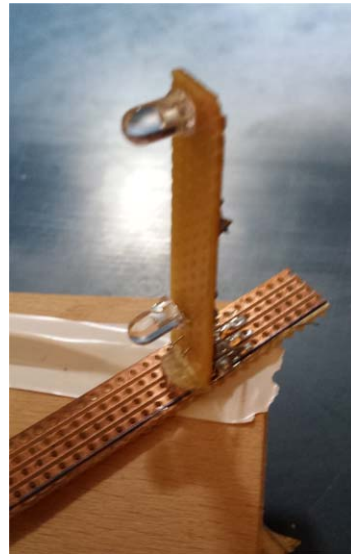
6. ábra. A detektort mozgató kar.

A fénysugár, amelyet mérésünkben lézer szolgáltat, detektálására fototranzisztort használunk.

A két szög (beesési és törési) meghatározásához két fototranzisztort egy próba NYÁK-lemez segítségével a léptetőmotor tengelyére erősítettük (6. ábra). Alátámasztását szigetelő szalaggal rögzített hurkapálcával oldottuk meg. Ezen kis súrlódással tud mozogni a kar és függőlegesen nem mozdul el, így biztosítva, hogy a lézerek mindig a detektorra világítsanak (7. ábra).

Mivel a beesési és törési szöget is meg kell határozni, ezért két lézert használunk. Az egyik fénye direktben jut az érzékelőbe (ez lesz a beesési szög) a másik a félhengeren megtörve (törési szög) A két lézert egy közös tartóra helyeztük el (8. ábra). A fadarabon fűrt lyukak pont olyan méretűek, hogy a bedugott lézermutatók kapcsolóit benyomott állásban tartásák. Itt finomíthatjuk a beállítást, hogy mindkét sugár elérje a fototranzisztort. A direkt sugárral nem lesz gond, a problémásabb a félhengeren szóródó fénysu-

8. ábra. A tartóba szerelt lézerciódák.



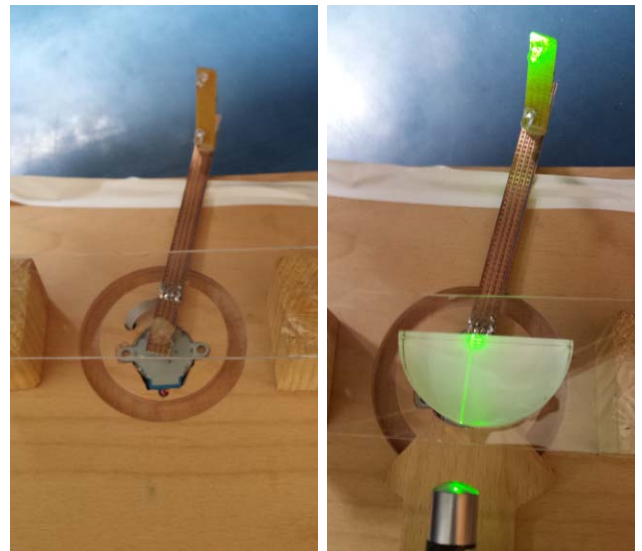
7. ábra. A fototranzisztor-detektorok.

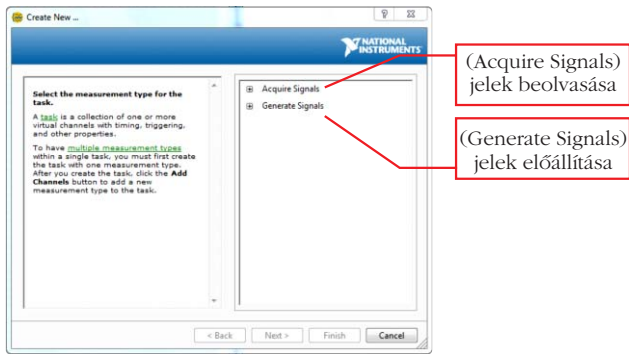
gár. Kísérleteink szerint ez is jól meghatározható fénysugár ad. A teljes mérőberendezés a következő 9. ábrán balra látható. A félhengert kis emelvényre helyeztük. Az alatta elvilágító lézer a beesési, a félhengeren átvilágító a törési szöget adja. A félhenger elhelyezésénél gondosan ügyeljünk arra, hogy a alapkörének középpontja pontosan a léptetőmotor tengelye fölé essen (9. ábra, jobbra). (Klasszikus esetben is így állítjuk be a testet a Hartl-korongon.)

## Néhány gondolat a LabVIEW-ről és a myDAQ-ról

A program legfrissebb verziójának 45 napos ingyenes csomagja letölthető a National Instruments [www.ni.com/hu-hu/shop/labview/download.html](http://www.ni.com/hu-hu/shop/labview/download.html) honlapjáról. Az e-mail cím megadása és az alkalmazási terület kiválasztása után már le is tölthetjük a telepítőt. A myDAQ működtetéséhez saját szoftverét kell telepíteni (ezt

9. ábra. A kész mérőegység (balra) és a törésmutató-mérés (jobbra).





10. ábra. A DAQ Assistant.

megtaláljuk a dobozban). Ha készen vagyunk, a DAQ Assistant segítségével teremthetjük meg a program és az eszköz közti kapcsolatot.

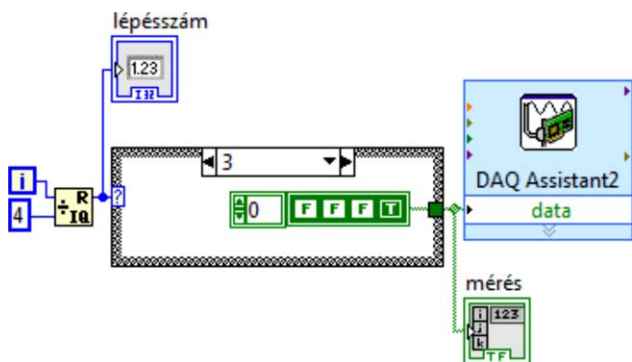
Csatlakoztassuk a myDAQ-ot a számítógéphez, majd a Block Diagramon állva válasszuk ki a Measurement I/O / NI-DAQmx / DAQ Assist-ot, majd tegyük le. Ekkor a program jelzi, hogy „Initializing”. Ezt követően a 10. ábrán látható ablakot kapjuk. Itt dönthetünk, hogy jeleket akarunk beolvasni, vagy kimeneti jeleket akarunk előállítani.

A következő funkciókat használtuk: a fototranzisztorok feszültségének mérésére az Analog Input bemeneteket (DAQ Assistant1), lásd a 11. ábrát!

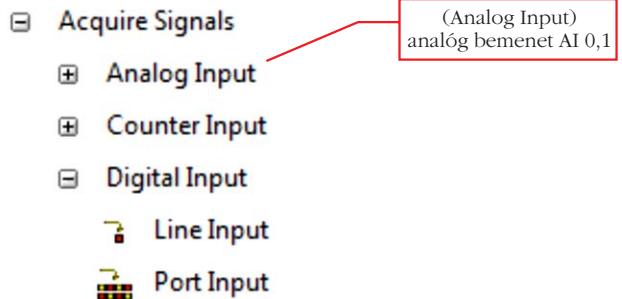
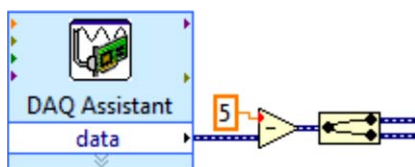
A léptetőmotor vezérlésre (12. ábra) a Digital Output kimeneteket (DAQ Assistant2).

A léptetőmotort meghajtó áramkör számára (IN1 – IN4 csatlakozók) a jelsorozatot a myDAQ D0 – D3 kimenetein kaptuk, a lépésszám nevű változó 0 – 4 értékekből egy Case-struktúra segítségével. Magát a változót a teljes program futási ciklusváltozójából (i) állítottuk elő maradékos 4-gyel osztással. A működtető jelsorozatot bináris konstansok segítségével generáltuk (13. ábra). Ezt a „mérés” nevű bináris tömb, mint visszajelző segítségével tettünk szemléletessé. (Itt a pontok vándorlása szemlélteti a léptetőmotor

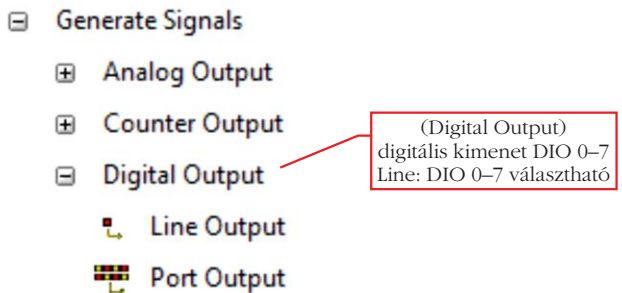
13. ábra. A léptetőmotor vezérlése.



14. ábra. A mért jelek beolvasása.



11. ábra. Analóg jel beolvasása.



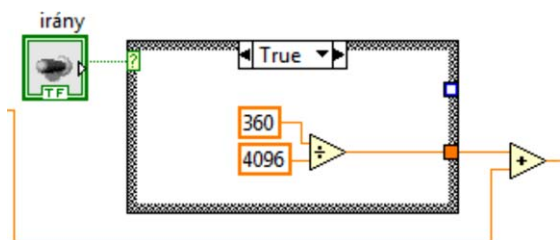
12. ábra. A digitális kimenetek kiválasztása.

„forgásirányát” mérés közben. Megjegyezzük, ilyen visszajelzés a léptetőmotor-meghajtó is ad LED-ek segítségével, de konstrukciónkban ezt az eszköz aljára szereltük.)

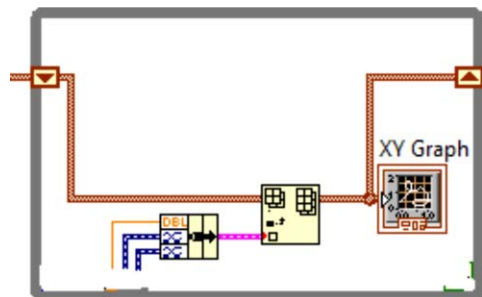
A mért feszültség feldolgozását szintén egy DAQ Assistant végzi (14. ábra). A két feszültséget az AI0 és AI1 bemeneteken mértük. Mivel a fototranzisztor növekvő fényerőre csökkenő ellenállással válaszol a jelet „invertáltuk” ami egyszerűen az 5 értékből való kivonást jelent, majd a bemeneteknek megfelelően a „Split Signals” segítségével szétosztottuk.

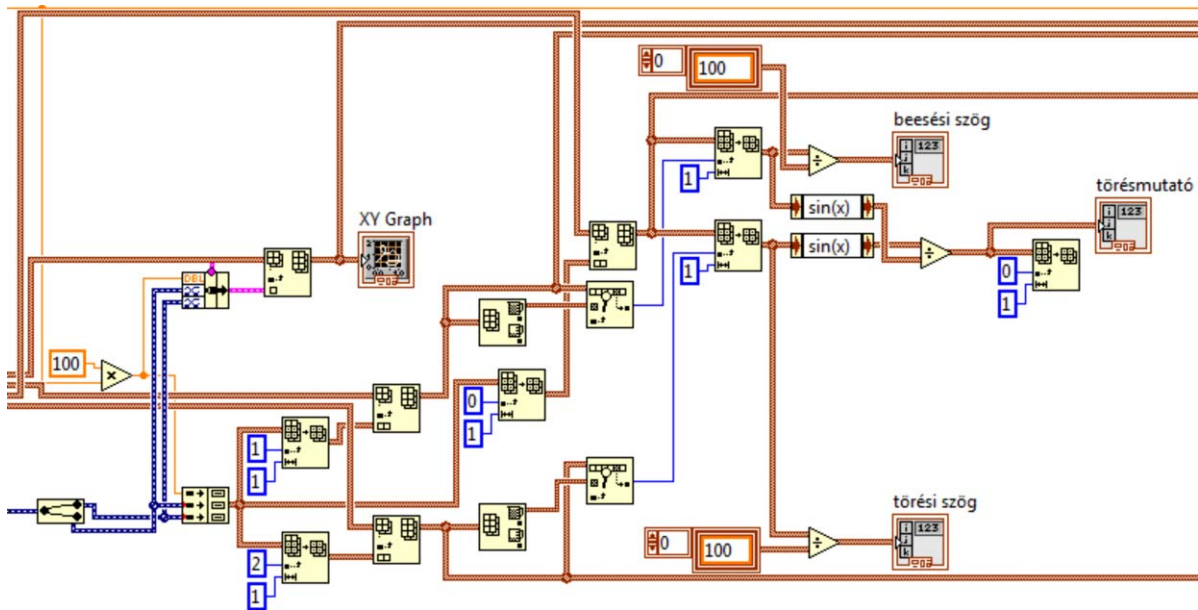
A méréshez szükségünk volt a léptetőmotor szögelfordulására. Ezt a körbefordulás lépésszámából és az áttételből ki lehet számolni. A pillanatnyi értékhez

15. ábra. Az egy lépéshez tartozó szög meghatározása.



16. ábra. A mérési grafikon rajzolása.





17. ábra. A kiértékelő program részlete.

folyamatosan hozzáadjuk (ellentétes forgásnál levonjuk) az egy lépéshez tartozó szöget (15. ábra).

A két jelből (vastagabb szaggatott vezeték) és a léptetőmotor szögelfordulásából (vékony vezeték) egy tömböt fűztünk össze a megjelenítés számára (XY Graph). A LabVIEW működéséből adódóan a mérés közbeni megjelenítést shiftregiszterek segítségével oldottuk meg. (A programrészlet – 16. ábra – csak a Shiftregiszterek használatát szemlélteti, önmagában nem működőképes!)

Innen bonyolódik a program, hiszen a mért jeleket összefűztük, egy clustertömbben tároltuk, majd (a beeső és a megtört fénysugár intenzitását tartalmazó) résztömbökben maximumértékeket kerestünk. Ezen értékekből kerestük vissza a beesési és törési szögeket, és a jól ismert képlettel határoztuk meg a törésmutató értékét (17. ábra). (Azt tapasztaltuk, pontosabb értéket kapunk, ha a feldolgozás során a szög értéket 100-zal felszorozzuk, majd a kijelzés előtt visszaosztjuk. Ezért szerepelnek 100-as konstansok a programban.)

18. ábra. A mérés képernyőképe.



## A mérés menete

A meghatározandó törésmutatójú félhengert az emelvényre tesszük. Úgy állítjuk be a lézereket, hogy a félhenger egyenes oldalára merőlegesen álljanak, majd a „nulláz” feliratú gombbal lenullázzuk a fokszámlálót. Ezzel tulajdonképp a beesési merőleges helyzetét határoztuk meg. Elmozgatjuk a lézereket, majd kiválasztjuk a haladási irányt, és elindítjuk a mérést a „lépés” feliratú kapcsolóval. A léptetőmotor folyamatosan mozgatja a kart, rajta a detektorokkal. Mérés során mindkét detektor értékét rögzíti a program, majd meghatározza az egyes detektorok által szolgáltatott jel maximumhelyét, vagyis a szögeket. Innen a törésmutató a képlet alapján kiszámolható. A mérés képernyőképe a 18. ábrán látható. Jól megfigyelhető a beeső és a megtört sugarakhoz tartozó maximumérték, amely helyének (a tulajdonképpeni szögnek) meghatározását a LabVIEW egyszerűen elvégzi.

## Összegzés

A LabVIEW grafikus program, a myDAQ és a saját készítésű mérőeszköz segítségével egy egyszerű optikai mérést valósítottunk meg. A Snellius–Descartes-törvény segítségével történő törésmutató-meghatározást végeztük el.

Az eszköz megépítése kidobásra szánt anyagokból, fillérekből megoldható. A vezérlő elektronika és a léptetőmotor, valamint a fototranzisztorok sem jelennek nagy kiadást. A mérés során felhasználtuk a klasszikus Hartl-korongos elrendezést, amit egy elektronikus mérőegységgel egészítettünk ki. A program kiértékelő része kicsit bonyolult, de ez szükséges a teljes automatizáláshoz. Szerencsére a LabVIEW sok beépített függvényt tartalmaz, ezekkel a mérés könnyen kiértékelhető.