

KERÉKPÁR MOZGÁSI JELLEMZŐINEK MEGHATÁROZÁSA ISKOLAI PROJEKTFELADATBAN

Beke Tamás
Nagyasszonyunk Katolikus Ált. Isk. és Gimn., Kalocsa

A tanév végén azt a feladatot adtam a 9. évfolyamon, hogy a tanulók projektmunkában mérjék meg egy kerékpáros sebességét és gyorsulását. Kicsit részletesebben: egy kerékpáros álló helyzetből indulva felgyorsít, majd amikor elérte „utazósebességét”, akkor nagyjából egyenletesen halad egy darabig, végül lefékez és megáll. Mérés segítségével határozzuk meg a kerékpáros sebességét, illetve gyorsulását az idő függvényében!

Ehhez hasonló számításokat végeztünk a tanév folyamán, de akkor csak számoltunk. Most viszont mérnünk is kellett. A mérések többségét az iskola sportudvarán végeztük.

A mérés

A tanulók első ötlete az volt, hogy kérjünk egy úgynevezett „szuper traffipaxot”, ami állítólag nagyon pontosan mér. Mivel ilyen készüléket nem tudtunk beszerezni, ezért ezzel a módszerrel nem foglalkozom. Ezután már pontosabban határoztam meg a feladatot: saját magunknak kell elvégezni a méréseket, és csak olyan eszközöket használhatunk, amelyek az iskolában vagy otthon rendelkezésünkre állnak.

Kiválasztottunk néhány jelentkező tanulót, akik kerékpárral közlekedtek, és a kerékpározó tanulók mozgásának jellemzőit kívántuk különböző módszerekkel meghatározni. A tanulók feladata az volt, hogy az aszfaltpálya alapvonaláról (startvonalról) elindulva a kerékpárjukkal próbáljanak meg nagyjából egyenletesen felgyorsítani egy „közepesen nagy” sebességre, ezzel haladjanak egyenletesen, ameddig csak tudnak, majd az aszfaltpálya túlsó oldalán fékezzenek le biztonságosan, (ha lehet) nagyjából egyenletesen. Több mérést végeztünk, különböző módszereket próbáltunk ki. A mérések közül kiválasztottam egy esetet, amelyben a kerékpározó tanulónak a feladatot sikerült elég jól végrehajtani; azaz az elején elég egyenletesen gyorsított, utána majdnem egyenletes sebességgel haladt, a végén pedig majdnem egyenletesen lassított.

Stopperórás módszer

Az első módszer lényege, hogy az aszfaltozott sportpálya szélén az oldalvonalnál 1 méterenként felsorakoztak a tanulók, mindegyiknél volt egy-egy stopper, vagy mobiltelefonnal mérték az eltelt időt. Az aszfaltozott pálya hossza 40 méter volt, két végén 2,5 méter

üres résszel; ez az induláshoz és a biztonságos megálláshoz kellett. A lényeges, hogy a kerékpárosnak a pályán pontosan 40 métert kellett megtennie. A pálya szélén méterenként felsorakozott tanulók a vizuális startjelre indították a stopperjukat (hogy a hang terjedéséből adódó késéseket kiküszöböljük), és akkor állították le amikor a kerékpár első kereke pontosan egy vonalba került velük. Ezután az adatokat feljegyeztük. Az *1. ábrán* az oldalvonal mentén felsorakozott tanulók láthatók a mérés közben.

Táblázatkezelő programba írtuk a tanulók által mért adatokat. Az összetartozó időpontokat és a megtett utakat könnyedén ábrázoltuk. A *2.a ábrán* a kerékpáros által megtett távolságok láthatók az eltelt idő függvényében. A grafikon menete körülbelül olyan, mint amire előzetesen is számítottunk: az elején egy emelkedő paraboláivhoz hasonló görbe, majd egy nagyjából egyenes szakasz, végezetül egy csökkenő meredekségű parabolászerű ívszakasz.

Ezután az egyes szakaszokhoz tartozó átlagsebességeket („szakaszsebességeket”) számítottuk ki: a megtett szakaszok hosszát (minden esetben 1 m volt) elosztottuk a szakasz megtételéhez szükséges idővel. A *2.b ábrán* az egyes szakaszokhoz tartozó átlagsebességeket ábrázoltuk az eltelt idő függvényében.

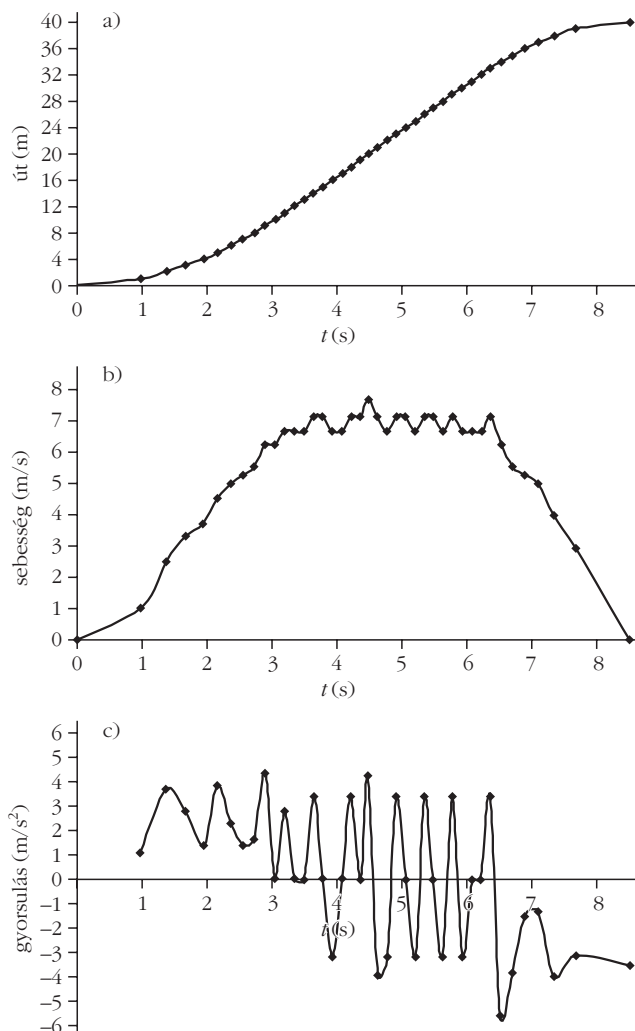
Végül kiszámítottuk az egyes szakaszokhoz tartozó gyorsulások értékeit. Ezt láthatjuk a *2.c ábrán*. A kapott ábra első ránézésre elég „furcsa”, nem ilyenre számítottunk. Azt vártuk, hogy az elején lesz egy pozitív értékű gyorsulás, majd a középső résznél a gyorsulás szinte zérus lesz, végül a harmadik résznél negatív gyorsulást kapunk.

Alaposabban szemügyre véve a grafikont észrevehetjük, hogy a mozgás első részében pozitív értékű gyorsulásokat kaptunk az egyes szakaszoknál. Erre a részre kiszámoltuk az átlagos gyorsulást, ez $2,28 \text{ m/s}^2$

1. ábra. A tanulók stopperrel mérnek.



Az írás az ELTE *Fizika tanítása* PhD-program keretében készült. Köszönöm a kutatási program vezetője, *Tél Tamás* és témavezetőm, *Bene Gyula* tanácsait, továbbá *Fekete Antal* kollégám okostelefonos mérésekben nyújtott segítségét és a tanulók közreműködését.



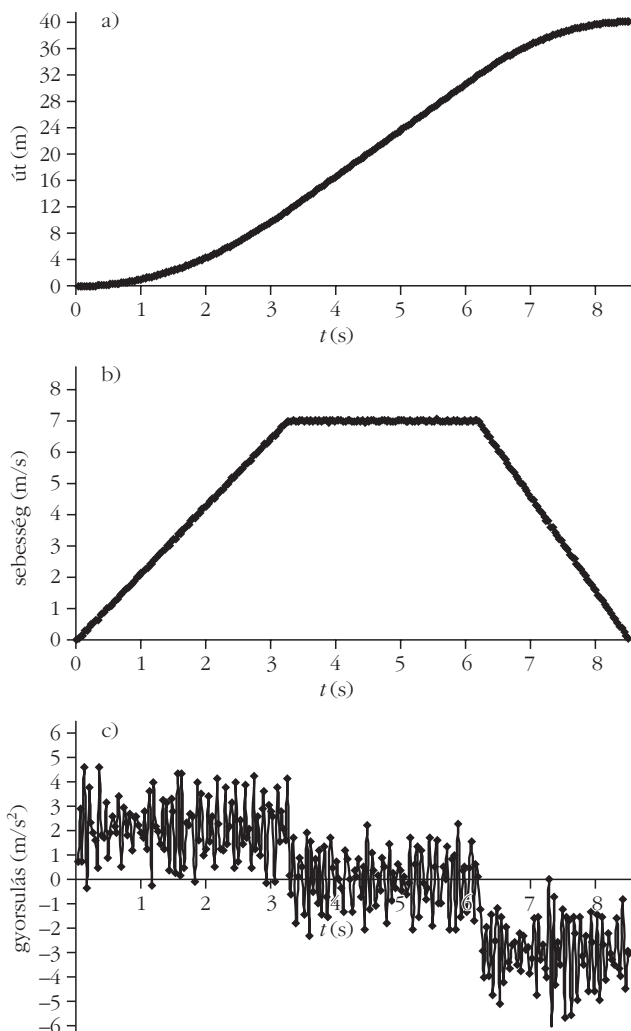
2. ábra. A mozgás jellemzői a **stopperórás mérés** alapján: a) megtett út az idő függvényében; b) sebesség az idő függvényében; c) gyorsulás az idő függvényében.

volt. A mozgás középső részében a gyorsulások átlaga $0,22 \text{ m/s}^2$. A mozgás utolsó részében a gyorsulások átlaga $-3,28 \text{ m/s}^2$.

Az út-idő valamint a sebesség-idő grafikonok tehát nagyjából megfeleltek „előzetes várakozásainknak”, de a gyorsulás-idő grafikonon nem. A tanulókkal elgondolkoztunk, hogy milyen okból nem úgy jöttek ki a gyorsulások, mint ahogyan vártuk. Egyfelől a valós mérések mindig hibával terhelték. 41 diák esetén értelemszerűen különbözőek a reakcióidők, vagy például a kerékpár első kerekét hogyan nézték stb. A sebességet az elmozdulás idő szerinti differenciáhányadosaként, a gyorsulást a sebesség idő szerinti differenciáhányadosaként kaptuk, azaz a mérési hibák fokozottan számítanak a gyorsulás kiszámításánál.

Videofelvételes módszer

A következő ötletünk az volt, hogy vegyük fel videóra a kerékpáros mozgását, majd a videót utólag elemezzük, és így határozzuk meg a sebességeket és a gyorsulásokat.



3. ábra. A mozgás jellemzői a **videofelvétel** alapján: a) megtett út az idő függvényében; b) sebesség az idő függvényében; c) gyorsulás az idő függvényében.

Léteznek olyan számítógépes programok, amelyek segítségével egy videofelvételen látható mozgást elemezhetünk (például VideoPoint, Webcam Laboratory). Ha viszonyítási pontokat jelölünk ki a képen és megadjuk ezek távolságát, akkor a program kiszámolja a mozgó test által megtett távolságokat, sebességeket, gyorsulásokat; ezeket grafikusán ábrázolhatjuk. Sajnos ezen programokért általában fizetni kell. Mi a projekt indulásakor elhatároztuk, hogy mindent magunk oldunk meg, ingyenesen rendelkezésre álló eszközökkel.

A videofelvételek elemzése úgy is történhet, hogy valamilyen (ingyenes) képszerkesztő programmal (például Windows Live Movie Maker vagy Secure Cam) képkockákra bontjuk a videót [1]. A videofelvétel tulajdonképpen állóképek sorozatából áll, csak nagyon rövid időközönként (néhány század másodpercenként) követik egymást a képkockák.

A program mindegyik képkockához hozzárendel egy-egy időködot, ez alapján a mozgás jellemzőit – ha ismerjük az egyes időpontok közötti elmozdulásokat – már kiszámíthatjuk. A legegyszerűbb esetben a videofelvételen jelölünk ki ismert viszonyítási pontokat,

és ezekhez képest határozhatjuk meg az egyes elmozdulások értékeit. Ezzel a módszerrel – képkockáról képkockára haladva – kiszámíthatjuk a „pillanatnyi” szakaszsebességeket; ha a sebességek változnak, akkor a „pillanatnyi” gyorsulásokat.

A videofelvételes módszernél először a kamerát a sportpálya szemközti oldalán helyeztük el és onnan készítettük a videofelvételt. Már így is „jobb” eredményeket kaptunk, mint a stopperórás módszer esetében, de a távolságok „becslésével” nem voltunk teljesen megelégedve. Ezért a videós módszert „továbbfejlesztettük”. A kerékpár kormányára szereltünk egy mobiltelefont, amelynek kameráját lefelé irányítottunk. A távolságok pontosabb meghatározásához az aszfaltra 5 centiméterenként krétával jeleket rajzoltunk. A mobiltelefon kamerája másodpercenként 30 képkockát rögzített. A videofelvétel alapján 1/30 másodpercenként a krétajelek segítségével meghatároztuk (megbecsültük) kerékpár elmozdulásait.

Az adatokat a táblázatkezelő programba írtuk, kiszámoltuk az egyes időszakaszokhoz tartozó átlagos sebességeket és gyorsulásokat. A 3. ábrán az út-idő, a sebesség-idő és a gyorsulás-idő grafikonok láthatók.

A gyorsulás-idő grafikonon a mozgás első szakaszában végig pozitív gyorsulásokat kaptunk, amelyek átlaga $2,15 \text{ m/s}^2$; a középső szakaszon vegyesen láthatunk pozitív és negatív gyorsulásokat is, ezek átlaga $0,01 \text{ m/s}^2$; a fékezési szakaszon a gyorsulások végig negatív értékűek, az átlaguk $-2,98 \text{ m/s}^2$. Természetesen most is vannak ingadozások az egyes szakaszok gyorsulásainak értékeiben, de kisebbek, mint a stopperórás mérések esetében.

Idealizált mozgás vizsgálata

A videó elemzése alapján azt láttuk, hogy a kerékpáros mozgása 3 szakaszra bontható: álló helyzetből indulva 3,25 másodpercig majdnem egyenletesen gyorsít, ezután 3,25 s és 6,20 s között közelítőleg egyenletesen halad, majd 6,20 s és 8,52 s között nagyjából egyenletesen lassít, végül megáll.

A valódi mozgás során – természetesen – nem állandó az első szakaszon a kerékpáros gyorsulása, a középső szakaszon nem állandó a sebessége és a fékezésnél sem állandó a lassulása, de most ezt elhanyagoljuk, és idealizáljuk (leegyszerűsítjük) a test mozgását.

Nézzük először az idealizált számítást! A mozgás első szakasza $\Delta t_1 = 3,25 \text{ s}$ -ig tartott; a megtett út, $s_1 = 0,5 v_k \Delta t_1$, ahol v_k a kerékpáros sebessége a középső szakaszon. A mozgás második szakasza $\Delta t_2 = 2,95 \text{ s}$ -ig tartott; a megtett út, $s_2 = v_k \Delta t_2$. A fékezési szakasz $\Delta t_3 = 2,32 \text{ s}$ -ig tartott; a megtett út, $s_3 = 0,5 v_k \Delta t_3$. A teljes út, $s_{\text{össz}} = s_1 + s_2 + s_3 = 40 \text{ m}$; ez alapján azt kaptuk, hogy a középső szakaszon $v_k = 6,975 \text{ m/s}$ sebességgel haladt a kerékpár. Az első szakaszon a kerékpáros gyorsulása, $a_1 = \Delta v_1 / \Delta t_1 = 2,15 \text{ m/s}^2$; a fékezési szakaszon a gyorsulás, $a_3 = \Delta v_3 / \Delta t_3 = -3,01 \text{ m/s}^2$.

Láthatjuk, hogy az idealizált számítás és a videofelvétel elemzéséből a középső szakaszon nagyon hasonló sebességek jöttek ki. Érdemes a normál tanórán az idealizált mozgással foglalkozni, mert a valódi mozgások elég bonyolultak. A projektfeladat méréseivel viszont az volt a célunk, hogy *valódi* mozgásokkal kapcsolatban végezzünk *tényleges* méréseket.

Kerékpárcomputeres mérés

A következő ötlet szerint egy sebességmérő computert szereltünk a kerékpárra. Ez egy olyan sebességmérő eszköz, amely a kerék elfordulását méri, így határozza meg az adott kerületű kerék elmozdulását, beépített órája méri a mozgás idejét, és az eszköz automatikusan kiszámítja a kerékpár sebességét. (Fel-tételeztük, hogy a kerekek nem csúsznak meg a száraz aszfalton, azaz a kerékpár kerekei végig tisztán gördülnek.)

Az kerékpárcomputeren elsőként a kerék átmérőjét kellett beállítanunk. Az eszköz úgy működik, hogy egy kis mágnest kell az egyik küllőre szerelni, a kerék forgásakor a mágnes elhalad egy érzékelő előtt, ami-ben feszültséget indukál, majd ez a jel egy központi adatfeldolgozó egységbe kerül, ami tulajdonképpen egy „célszámítógép”; ez számítja ki a megtett távolságot. Az eszköz méri az eltelt időt, majd meghatározza az átlagsebességet, az aktuális („pillanatnyi”) sebességet, és a memóriájában elraktározza a maximális sebességet is. Ilyen kerékpárcomputerek léteznek vezetékes és vezeték nélküli kivitelben is, a legegyszerűb-bek ára néhány ezer forintról indul.

Kipróbáltunk több ilyen eszközt. Az átlagsebességet nagyjából helyesen mutatták, ha a teljes 40 méteres utat nézzük. Néhány méteres útszakaszokon viszont nem lehetett velük érdemi méréseket végezni. Ezen nem kell csodálkoznunk, hiszen például a 0,64 m átmérőjű kerék kerülete 2,01 méter, azaz ekkora távolságok megtétele után van egy-egy mágneses jeladás. Ez nagyjából annak felelt volna meg, ha a tanulók 2 méterenként sorakoztak volna fel az aszfalt-pálya oldalvonalánál és stopperal mérték volna az időt. (A kerékpárcomputer időmérése valószínűleg pontosabb, mint a tanulóké.) A legnagyobb gondot az jelentette, hogy a kerékpárcomputer adatait nem tudtuk a táblázatkezelő programba importálni, így az adatokkal nem tudtuk utólag számításokat végezni, például a gyorsulásokat nem tudtuk meghatározni.

Okostelefonos mérés

A tanulók következő ötlete az volt, hogy okostelefonnal határozzuk meg a sebességeket és gyorsulásokat. Az okostelefonokba beépített gyorsulásmérő szenzorokat használhatjuk a mozgó test (a telefon) gyorsulásának meghatározására [2]. A kerékpározó tanuló hátizsákjába betettünk több különböző okostelefont, tehát ezek a mobiltelefonok együtt mozogtak a kerék-

párral. Arra gondoltunk, hogy a mozgás végén csak kivesszük a hátizsákból őket, majd megnézzük, hogy mit mutatnak.

Az okostelefonokban egy úgynevezett többtengelyű gyorsulásmérő szenzor (accelerometer) van beépítve. Azért szerelnek ilyen szenzorokat a készülékekbe, hogy azok érzékelné tudják a különböző mozgásokat. Például a telefon elforgatásakor automatikusan változik a képernyő tájolósi módja a fekvő és az álló képmegjelenítés között. Egy másik alkalmazási terület, amikor bizonyos okostelefonos játékoknál (például autóverseny, motorverseny) a készülék jobbra vagy balra döntésével lehet kormányozni a járművet a „versenypályán”.

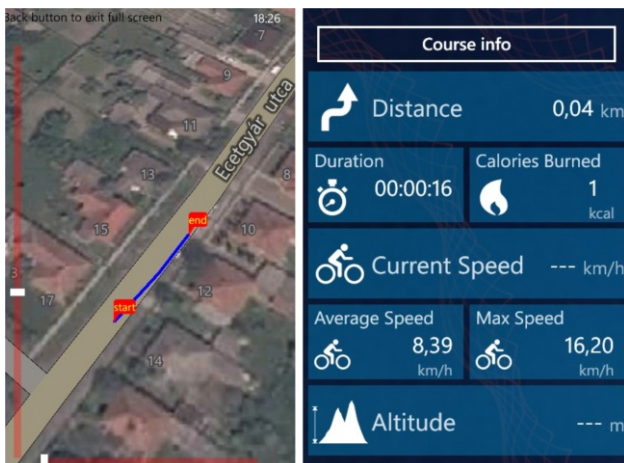
Az okosmobilhoz letölthetünk olyan ingyenes alkalmazást, amellyel a készülék gyorsulásmérő szenzorainak adatait elemezhetjük: például Sensor Kinetics alkalmazás az Android operációs rendszert használó telefonokhoz [3]. A Sensor Kinetics alkalmazás segítségével a telefon pillanatnyi gyorsulásait megjeleníthetjük a kijelzőn. Azonban a gyorsulásadatokat nem sikerült a számítógépre vinni, így ezzel a módszerrel kiértékelhető eredményt nem kaptunk.

Általánosságban elmondhatjuk, hogy az okosmobilokkal végzett mérések sok lehetőséget kínálnak a fizikaórákon. A telefonba épített különböző szenzorokat sokrétűen kihasználhatjuk: megbeszélhetjük a működési elvüket, konkrét méréseket végezhetünk velük, illetve összehasonlíthatjuk egymással a különböző készülékekben lévő szenzorok mérései adatait. Az okostelefon tehát jó kiegészítő eszköz lehet a fizika tanításában, tanulásában.

GPS-módszer

Egy újabb módszer volt a GPS (Global Positioning System = Globális Helymeghatározó Rendszer) felhasználásával történő mérés. Ez a rendszer a Föld körül keringő navigációs műholdaktól való távolsá-

4. ábra. Az okostelefonban lévő GPS segítségével meghatározhatjuk a kerékpáros által megtett távolságokat és sebességeket: a) GPS által rajzolt térkép; b) a mozgás jellemző paramétereit. (A felvétel RunMaster Cycle alkalmazással az utcán készítettük.)



gok alapján határozza meg a vevőkészülék helyzetét. A kerékpárra GPS navigációs eszközöket szerelünk. (A hagyományos GPS készülékek mellett az okostelefonok többségében is van beépített navigációs rendszer.)

Az iskola melletti kerékpárúton is végeztünk néhány mérést. A legtöbb tanuló androidos okostelefonnal rendelkezett, de néhány telefonján Windows Phone operációs rendszer futott. Természetesen ezeket is kipróbáltuk. A 4. ábrán egy utcai mérés adatai láthatók, amelyet Nokia Lumia 820 okosmobillal és RunMaster Cycle [5] alkalmazással készítettünk. Ezzel az alkalmazással távolságokat és sebességeket mérhetünk, a gyorsulásokat nem jelzi ki. Az alkalmazás az okostelefonba épített GPS vevőkészülék adatai alapján számol.

A sebességek meghatározásában a hagyományos GPS-es navigációs eszközök egy része még a kerékpárcomputernél is pontatlanabban mért. Ennek oka valószínűleg az lehet, hogy a kisebb távolság miatt ezek a készülékek a megtett utat nem tudták pontosan meghatározni. (Esetleg az is előfordulhatott, hogy az udvaron végzett méréseknél az iskola épületei néha leárnyékolták valamelyik műhold jelét a kerékpár mozgásakor.)

Közúti közlekedés esetén a GPS segítségével kényelmesen és viszonylag pontosan meghatározhatjuk egy nem túl lassan és nem is túlzottan nagy sebességgel haladó test (jármű) mozgását. A közutakon tehát általában jól használhatjuk a GPS-t, de az iskolaudvaron végzett „finomabb” mérésekhez nem minden esetben felelt meg ez a módszer.

Az eredmények összehasonlítása

Összehasonlítottuk az egyes mérési módszerek és eszközök pontosságát. Ezt úgy végeztük, hogy a kerékpáros előre lemért útvonalon haladt, több GPS-es sportórát is viselt, a kerékpárra több GPS navigációs eszközt és kerékpárcomputert is rögzítettünk (5. ábra). A többi

5. ábra. A kerékpárra különböző mérőeszközöket szereltünk (kerékpárcomputer, okostelefon, GPS), hogy a megtett távolságokat és a sebességeket összehasonlíthassuk.



tanuló stopperórákkal mérte a szakaszok megtételéhez szükséges időket, és még videót is készítettünk a kerékpár mozgásáról, amit utólag elemeztünk.

A gyorsulások értékeit a stopperórás mérésből, illetve a videofelvétel elemzéséből tudtuk utólag meghatározni.

A sebességek meghatározásában a videofelvételek utólagos elemzéséből lehetett a legpontosabb értékeket megkapni. A kamera együtt mozgott a kerékpárral, az elmozdulásokat körülbelül centiméteres pontossággal tudtuk becsülni. A stopperórás módszer is megfelelő lehet, ha elég sűrűn helyezkednek el és elég pontosan tudnak mérni a megfigyelők. A kerékpárcomputerrel csak az átlagsebességet tudtuk nagyjából pontosan meghatározni. A GPS-es sportórák kicsit pontatlanabbak voltak az átlagsebesség meghatározásában.

A kipróbált okosmobil-alkalmazások sem bizonyultak mindig elég pontosnak. Természetesen ez nem egy reprezentatív vizsgálat volt, hiszen csak néhány különböző okosmobilt próbáltunk ki. Biztosan vannak pontosabban mérő okostelefon-alkalmazások is. (Ezt egy későbbi tesztben szeretnénk részletesebben is megvizsgálni.)

Összegzés

Az iskolánk tanulóival egy egyszerű, hétköznapi fizikai problémát vizsgáltunk meg projektfeladatban. A tanulók feladata egy kerékpáros sebességének és gyorsulásának meghatározása volt, mérés segítségével. A tanulók a feladat során mérési módszereket „találtak ki”, gyakorolták a mérési eredmények megadását, a statisztikai eredmények kiszámítását.

A projektfeladat remek lehetőséget kínált arra, hogy – a hagyományos tanóráktól eltérő módon – együtt gyakoroljuk a mérést, az adatelemzést és a számításokat.

Irodalom

1. Teiermayer A.: Kísérletek, fényképek és videofelvételek alkalmazása a fizikaoktatásban. *A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban*. Szerk.: Juhász András és Tél Tamás. ELTE Konferencia-kiadvány, Budapest (2013) 285–290.
2. Medvegy T.: Okostelefonok a fizikaoktatásban. *Fizikai Szemle* 64/3 (2014) 97–102.
3. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.innoventions.sensorkinetics&hl=hu>
4. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.innoventions.sensorkineticspro>
5. <http://www.windowsphone.com/hu-hu/store/app/runmaster-cycle/7117725d-c6d2-4938-9a5e-e7a37ea4100d>

SZÁMÍTÓGÉPPLEL SEGÍTETT MÉRÉSEK A FIZIKA TANÍTÁSÁBAN – myDAQ és LabView segítségével

Gyermán György
Szent József Gimnázium, Szakközépiskola
és Kollégium, Debrecen

Ismert tény, hogy az általános és középiskolás diákok számítógép nélkül már nem tudják elképzelni életüket, valamint nagy részük kevésbé szereti a természettudományos tantárgyakat, köztük a fizikát. A diákok többsége most is rendelkezik a természettudományos tantárgyak tanulásának alapjával, a kíváncsisággal, azonban annak kielégítésére csupán az elődei által használt idő töredékét szánja. E probléma megoldásához vezethet a számítógépek alkalmazása a fizika tanításában.

Az elmúlt mintegy 10 esztendőben általános lett a számítógép alkalmazása fizikaórákon. Szinte minden tanár használja a számítógépet és a hozzá kapcsolt projektort képek, filmek egész tanteremben jól látható méretű vetítésére. Már kevesebb az az iskola, ahol a fizika tanítását interaktív tábla is segíti, és még kevesebb, ahol az előadói asztalon „kis méretben” végrehajtott kísérletet webkamerával vetíti ki a fizikatanár.

A fizikai megismerés elkerülhetetlen mérések, adatrögzítések, majd azok elemzése nélkül. A hagyományos módon történő mérések (mérjük hússzor, majd számoljunk átlagot) esetében a mai fiataloknál az első mérések lendülete átvált az „ezt már unom” kategóriába. E problémára kínálhat megoldást a számítógép méréseknél történő alkalmazása. A National Instru-

ments által megalkotott grafikus programozási nyelv (LabView) könnyen tanulható és a cég által készített myDAQ eszközzel nagyon sok mérésben segíthet. A programozási nyelv legújabb verziója mindig ingyen letölthető a cég honlapjáról és adott ideig használható, míg a neten magyar nyelven sok segítséget találhatunk az elsajátításához. Számítógéphez szokott tanítványaink önmaguktól is szívesen és gyorsan tanulják ezt a programozási nyelvet. Micsoda élmény tanítványainkkal együtt kifejleszteni olyan felhasználóbarát alkalmazásokat, amelyekkel fizikai méréseket végezhetünk, és amelyekkel a kísérleteket sokan, sokfelé, sokszor végezhetik el! Az ilyen szoftverek készítésére az NI pályázatokat ír ki. Az elmúlt tanévben fizikatanároknak, ebben a tanévben pedig olyan fizikatanároknak, akik tanítványaikkal együtt dolgoznak (<http://sukjaro.eu/ELFT-NI-palyazat/NI-palyazat.htm>).

Amennyiben szert tettünk egy ilyen szoftverre és eszközre, a lehetőségeink szinte határtalanok, és a kiegészítő eszközök csupán néhány 100 Ft-ba kerülnek. A szoftverek készítésénél nem szabad abba a hibába esnünk, hogy „csupán egy gombnyomás, és már meg is van az eredmény”, mert ez nem vezet a fizika könnyebb tanulásához. Minden szoftver mű-