fizikai szemle

2015/5


MAGYAR TUDÓSOK ÉS MŰVÉSZEK SZÜLŐHÁZA
– akik Nyugaton alakították a 20. század történelmét és kultúráját
AZ ELEMI RÉSZECSKÉK ÉS ALAPVETŐ KÖLCSÖNHATÁSOK
Standard Modellje
Az atom szerkezete
A kölcsönhatások tulajdonságai
Bozonok – a kölcsönhatások közvetítői, spinjük: 0, 1, 2 ...
HELYÜNK A VILÁGEGYETEMBEN
A Naprendszer környezete
A Tejútrendszer
A galaxisok Lokális csoportja
Virgo-szuperhalmaz
POSZTEREINKET KERESD A FIZIKAISZEMLE.HU
MELLÉKLETEK MENÜPONTJÁBAN!
A poszterek szabadon letölthetők, kinyomtathatók és oktatási célra, nonprofit felhasználhatók.
Kereskedelmi forgalomba nem hozhatók, változtatás csak a Fizikai Szemle engedélyével lehetséges.
A kirakott poszterekről fényképet kérünk a szerkesztok@fizikaiszemle.hu címre.

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.
Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

A folyóirat e-mail címe:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://www.fizikaiszemle.hu

A címlapon:
A praxinoszkóp majd 150 évvel feltalálása után (Charles-Émile Reynaud, 1877), napjainkban is lenyűgözi a gyerekeket (fotó: lewebpedagogique.com). Lásd Csatári László cikkét.

TARTALOM

FÉNNYEL INDUKÁLT ELFAJULÁSOK MOLEKULÁRIS RENDSZEREKBEN

Vibók Ágnes – Debreceni Egyetem, Elméleti Fizikai Tanszék
Halász Gábor – Debreceni Egyetem, Információ Technológia Tanszék

A molekuladinamikai folyamatok kvantummechanikai leírására a fizika és kémia egyik leggyakrabban használt közelítő módszere az 1927-ben kidolgozott Born–Oppenheimer- vagy adiabatikus közelítés. Bár ez a közelítés gyakran elegendő pontosságú a molekuláris sajátságok és folyamatok kívánt szintű megértéséhez, a jelenségek egy lényeges csoportja azonban mégsem írható így le. Ez akkor fordul elő, amikor két vagy több elektronállapot azonos energiával rendelkezik, vagyis elfajult elektronállapotokkal van dolgunk. Ilyenkor átmenetek jönnek létre az egyes adiabatikus elektronállapotok között, a mag és elektronmozgás csatolódik. Nagyon sok olyan kémiai, fizikai folyamat játszódik le a természetben – például disszociáció, protontranszfer, ion-molekula ütközések, többatomos molekulák izomerizációs folyamatai vagy gerjesztett állapotok ultragyors femtoszekundumos időskálán történő sugárzásmentes lebomlásai stb. – amikor egy molekuláris rendszerben degenerált állapotok (úgynevezett „kónikus kereszteződések”) lépnek fel, és ezáltal indokolttá válik a nemadiabatikus közelítésben történő leírás. Ide tartoznak még a molekuláris kapcsolók is, amelyek szintén nemadiabatikus elven működnek.

A nagyon gyors (femtoszekundumos, 10^{-15} s) molekuladinamikai folyamatok mindig kónikus kereszteződéseken keresztül játszódnak le. Ez utóbbiak ugyanis hatékony csatornául szolgálnak a rendszert alapállapotba visszajuttató ultragyors – a felszabaduló energiát hővé formáló – sugárzásmentes relaxációs folyamatok számára. Ily módon ezen kereszteződések a legfontosabb mechanikus elemei a fotostabilitásnak. A molekula által felvett UV foton(ok) energiája hőenergiává alakul, miközben a molekula – a sugárzásos (foszforeszcencia, fluoreszcencia) lebomlásokhoz viszonyítva akár 3-4 nagyságrenddel gyorsabban – visszajut az alapállapotába. Legfontosabb biológiai építőköveink (aminósavak, DNS-bázisok, cukrok stb.) [1], csakúgy, mint a kémiai fotostabilizátor molekulák, ezen az elven működnek.

1. ábra. Kónikus kereszteződés az S_0 alap- és S_1 gerjesztett elektronállapotok között ([2] alapján).

A kónikus kereszteződés elnevezés az energiafelületek alakjára utal, amelyek a magkoordináták egy alkalmas kétdimenziós alterében egy dupla kúphoz hasonlítanak (*1. ábra*), és amelynek következményeként az elektronok és magok közötti energiacserélődés igen jelentőssé válhat.[1] Az ilyen különböző elektronállapotok közötti kereszteződések előfordulásai kétatomos molekuláknál szimmetriatiltottak (nemkereszteződés elve [3]), de három- vagy több atomos molekuláknál már megjelenhetnek. Biológiai óriásmolekulákban pedig szinte mindenütt jelen vannak.

A kónikus kereszteződéseken, vagy másképpen nevezve degeneranciákon keresztül lejátszódó dinamikai folyamatok – a számos elektronállapot és magrezgések erős csatolódása miatt – eredendően nemadiabatikusak és pontosan csak a kvantummechanika eszközeivel írhatók le. A kereszteződések helyén a nemadiabatikus csatolás szingulárissá válik, ami számos statikai és dinamikai hatás megjelenését váltja ki. Ilyen például a topológiai Longuet–Higgins- vagy más néven a Berry-fázis [4] megjelenése. Ez utóbbit egyértelműen a kónikus kereszteződés(ek) ujjlenyomataként tekinthetjük.

A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 Nemzeti Kiválóság Program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

[1] Definiálható egy kétdimenziós, úgynevezett „elágazási tér” (branching space), amelynek bázisvektorai párhuzamosak a gradienskülönbség- és a lineáris csatolódási vektorokkal. Ebben a térben a degenerancia kialakulásához két kifejezésnek kell egyidejűleg nullának lennie, amelynek általános esetben történő teljesüléséhez az elágazási tér két különböző koordinátájára (szabadsági fokra) van szükség. Ebben a kétdimenziós térben mindössze egyetlen bizonyos koordinátapár (X_1, X_2) értékre teljesül a degenerancia megjelenésének feltétele, más pontokban azonban nem. Az ezen kétdimenziós térre merőleges, ($N-8$)-dimenziós altér minden pontja pedig elfajulási pont lesz, ahol N a rendszer szabadsági fokainak számát jelenti, amelyből a 3 transzlációs és a 3 rotációs szabadsági fok leválasztása után visszamaradó $N-6$ szabadsági fok a rendszer geometriáját egyértelműen leírja.

Kónikus kereszteződés lézerrel

Kónikus kereszteződést lézerfény segítségével is létrehozhatunk. Akár álló, akár pedig haladó lézerhullámokkal [5]. Az első esetben a lézerfény a tömegközéppont haladó mozgásához tartozó szabadsági fokot csatolja a belső forgási-rezgési szabadsági fokokkal, míg a második esetben a forgás biztosítja a hiányzó szabadsági fokot, amely a kónikus kereszteződés kialakulásához szükséges. A fénnyel indukált kónikus kereszteződések megjelenése egy új, fizikailag érdekes lézer-anyag kölcsönhatás kialakulásához vezet, amelynek hatására jelentősen megváltoznak a molekulák eredeti, elektromos tér nélküli dinamikai tulajdonságai. Ez a hatás már kétatomos molekulák esetén is jelentős – ahol egyébként, amint arról már szó esett – szimmetriaokokból „természetes kónikus kereszteződések" nem fordulhatnak elő. Más szavakkal, akár álló, akár pedig haladó lézerhullámokkal történő kölcsönhatás során lehetőség nyílik jelentős mértékű, változtatható nagyságú nemadiabatikus hatások mesterséges bevitelére egy molekuláris rendszerbe, mintegy új irányt kialakítván a molekuláris kvantumkontroll-elméletek területén. A fénnyel indukált erős nemadiabatikus hatás szabályozható módon csatolja a molekulák különböző elektronállapotait, amely hatására a nemadiabatikus csatolás szinguláris lesz a kónikus kereszteződések helyén. Van azonban egy lényeges különbség a természetes kónikus kereszteződések és a lézerfénnyel indukált megfelelőik között. Míg a természetes kónikus kereszteződések nem szabályozhatók, addig a fénnyel indukált megfelelőik igen. Ez utóbbiak helyzetét a lézer frekvenciája, míg a nemadiabatikus csatolásuk erősségét a lézer intenzitása határozza meg. Változtatva a frekvenciát és intenzitást, eltérő hatású kónikus kereszteződéseket alakíthatunk ki. Ilyen módon szabályozni lehet a molekuláris rendszerbe mesterségesen bevitt nemadiabatikus hatások erősségét.

Számos eddigi, elsősorban elméleti vizsgálat megmutatta, hogy a fénnyel indukált kónikus kereszteződések erős hatást gyakorolnak a rendszer dinamikai viselkedésére (térbeli irányítottság, spektrum stb.) [6] még viszonylag kis intenzitású elektromos térben is. A kapott eredmények nagyon hasonlóak ahhoz, ami a szabad többatomos molekulák dinamikai viselkedésénél tapasztalható, ahol is a természetes kónikus kereszteződések fejtik ki erős nemadiabatikus hatásukat a magok és az elektronok mozgásának erős csatolódása következtében.

Térjünk most vissza a kétatomos molekulákhoz. Mivel ezekben térmentes esetben kónikus kereszteződés nem fordulhat elő, ezért itt a legkézenfekvőbb megmutatni a lézerrel indukált elektronállapotok közötti degeneranciák megjelenését. Egy ilyen próbálkozás lehet a Berry-fázis kiszámítása, amelyről azonban tudjuk, hogy közvetlenül nem megfigyelhető és nem is mérhető mennyiség. Sőt, kiszámítása sem triviális, mivel a lézerrel indukált kónikus kereszteződések (LICI, laser induced conical intersections) élettartama – ellentétben a természetes degeneranciákkal – véges, amelyet a lézerimpulzus hossza határoz meg. A feladat megoldásához a Floquet-reprezentáció nyújt segítséget. Ezt a leírást az elméleti szilárdtestfizikában elterjedten használják, és a jelenlegi problémánk időfüggését is sikerül áthidalni vele. Floquet-képben a molekula időtől függő dinamikai Hamilton-operátora felírható egy $n \times n$-es időtől független mátrixként, amely egyfoton-közelítést alkalmazva 2×2-es alakúra redukálható. Ez utóbbi kis és közepes intenzitású lézerterekre elfogadható közelítés. Felhasználva a kapott 2×2-es redukált mátrixot, vonalintegrál-eljárással kiszámítható a topológiai vagy Berry-fázis, amelynek értéke pontosan annyinak adódik, mint természetes degeneranciák esetén. Ez egy fontos, de ne feledjük, hogy közelítés felhasználásával kapott eredmény. Ezen felül a Berry-fázis kísérletileg nem is mérhető mennyiség.

Az eddigiekben a LICI számos, dinamikai tulajdonságokat módosító hatását már kiszámítottuk [6]. Nem elégedhetünk meg azonban ennyivel. Ezek ugyanis egytől egyig közvetett hatások, vagy kísérletileg nem mérhető mennyiségek voltak. Azt kaptuk ugyanis, hogy a matematikai szimuláció során alkalmazott egy-, illetve kétdimenziós modellek[2] lényegesen eltérő eredményhez vezetnek.

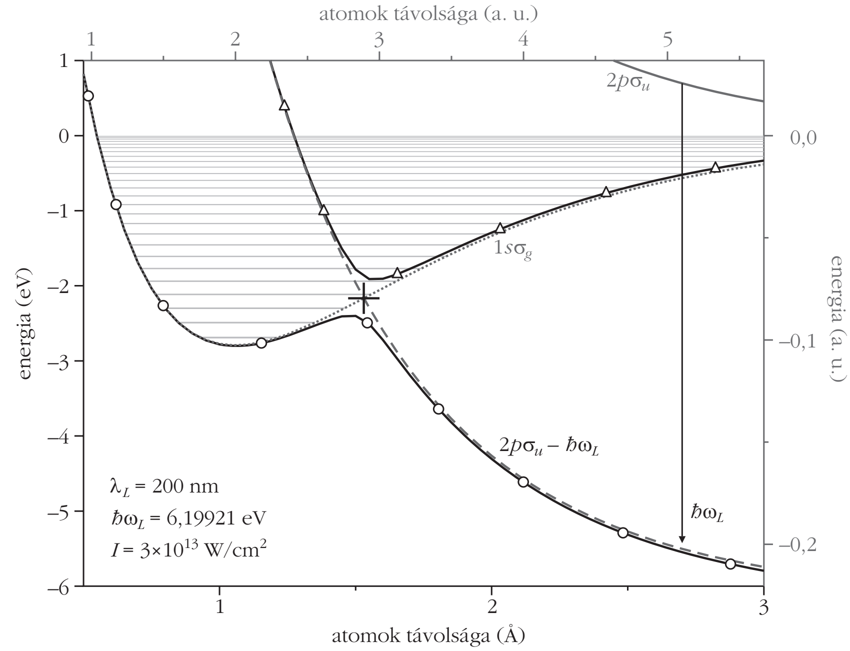
Célunk a LICI egy közvetlen, valamely dinamikai tulajdonságot befolyásoló és kísérletileg is mérhető hatásának kimutatása. Ezzel, túl minden közelítésen, létezésének egyértelmű bizonyítékát kapnánk.

A D_2^+-molekula fotodisszociációja

Vizsgáljuk a D_2^+-molekula lézerfény hatására lejátszódó fotodisszociációs folyamatát. Ez egy meglehetősen egyszerű rendszer, amelynek tanulmányozása során sok más „zavaró" jelenségtől (elektronkorreláció, Auger-effektus stb.) eltekinthetünk, ugyanakkor lényeges tulajdonsága, hogy csak két atommagot tartalmaz, és így elektronállapotai között a Neumann–Wigner-szabály szerint [3] kónikus kereszteződés nem fordulhat elő.

A disszociációs folyamat kvantumdinamikai leírásához az MCTDH (multi configuration time-dependent Hartree) módszert használjuk. Ez egy hatékony eljárás, és a jelenleg rendelkezésre álló módszerek közül – 25-30 módusig – a legpontosabban írja le a magdinamikát. A dinamikai Schrödinger-egyenlet megoldásaként kaphatjuk meg a mag hullámcsomagot, amely az egyes elektronállapotok közötti fázist is tartalmazza. A hullámfüggvényből azután számos fizikai mennyiség számítható. Számunkra a fragmentálódó részecskék kinetikus energiájának spektruma és szögeloszlása lesz majd fontos.

[2] Az egydimenziós számításokban csak egy változó szerepel, és ez tipikusan a rezgési módus (a két atom közötti távolság), míg a második változó (forgás) értékét lerögzítve, csak paraméterként vesszük figyelembe. A kétdimenziós számításokban mind a rezgési, mind pedig a forgási koordináta változóként szerepel.



2. ábra. D_2^+-molekula potenciálisenergia-görbéi. Az $1s\sigma_g$ alap- és $2p\sigma_u$ első gerjesztett diabatikus állapotokat szürke pontozott és szürke folytonos vonal jelöl. A $2p\sigma_u - \hbar\omega$ (szürke szaggatott vonal) gerjesztett „dressed" és az alapállapotok között LICI jelenik meg. Az adiabatikus potenciálisenergia-felületek egy metszetét $\theta = 0$ (párhuzamosan a térrel) folytonos fekete vonal jelöli. Körökkel az alsó, háromszögekkel pedig a felső adiabatikus metszetek láthatók. A LICI helyzetét kereszt jelöli (R_{LICI} = 1,53 Å = 2,891 a. u. és E_{LICI} = −2,166 eV).

A *2. ábrán* a D_2^+-molekula potenciálisenergia-görbéit ábrázoltuk. Egyszerűség kedvéért mint kétállapotú rendszert tekintjük. Ezek a

$$V_X(R) = 1s\sigma_g$$

alap, illetve

$$V_A(R) - \hbar\omega = 2p\sigma_u - \hbar\omega$$

első gerjesztett Floquet-állapotok. A $2p\sigma_u - \hbar\omega$ potenciál az elektromos tér hatására Floquet-reprezentációban megjelenő „dressed state" potenciál, amely a térmentes első gerjesztett állapotból egy $\hbar\omega$ fotonnyi energiaeltolással kapható meg. Egyfotonos folyamattal van dolgunk, amely kis vagy mérsékelt intenzitású térben korrekt leírásnak tekinthető. A fekete görbék az adiabatikus, a szürkék pedig a diabatikus potenciálokat jelölik. Amennyiben figyelembe vesszük a lézer forgató hatását, akkor rendszerünk két szabadsági fokú lesz. Az egyik szabadsági fokot a rezgés (a két atommag közötti távolság), a másikat pedig az elektromos tér polarizációs iránya és a molekula tengelye által bezárt szög adja. A térmentes esethez képest megjelenik egy új, második szabadsági fok (forgás), amely lehetőséget biztosít az elágazási tér (branching space) kialakulására. Ha kétállapot-dipóluscsatolást és Floquet-reprezentációt feltételezve elektromos térben írjuk fel a rendszer dinamikai Hamilton-operátorát, megkaphatjuk azt a két szükséges és elégséges feltételt, amelyek egyidejű teljesülése kónikus kereszteződés kialakulásához vezet. Ez a két feltétel pedig:

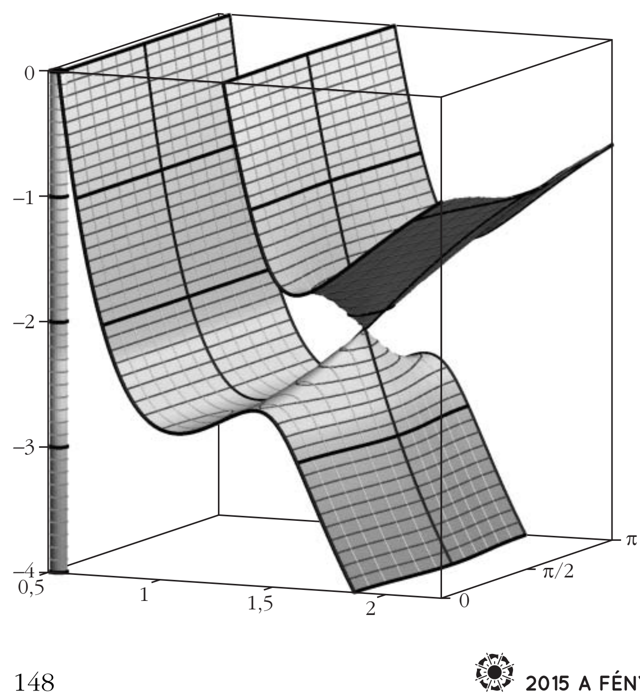
$$\cos\theta = 0, \ (\theta = \pi/2) \text{ és}$$

$$V_X(R) = V_A(R) - \hbar\omega_L.$$

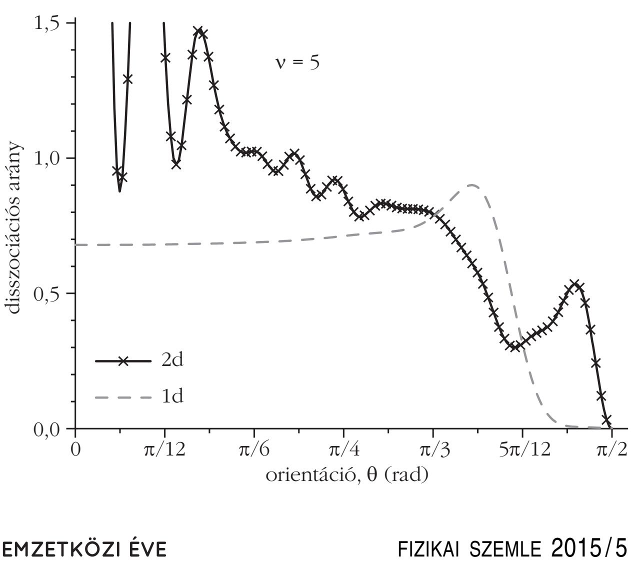
Eszerint, ha kialakul kónikus kereszteződés, akkor az csak $\theta = 90°$ értéknél jelenhet meg (*3. ábra*).

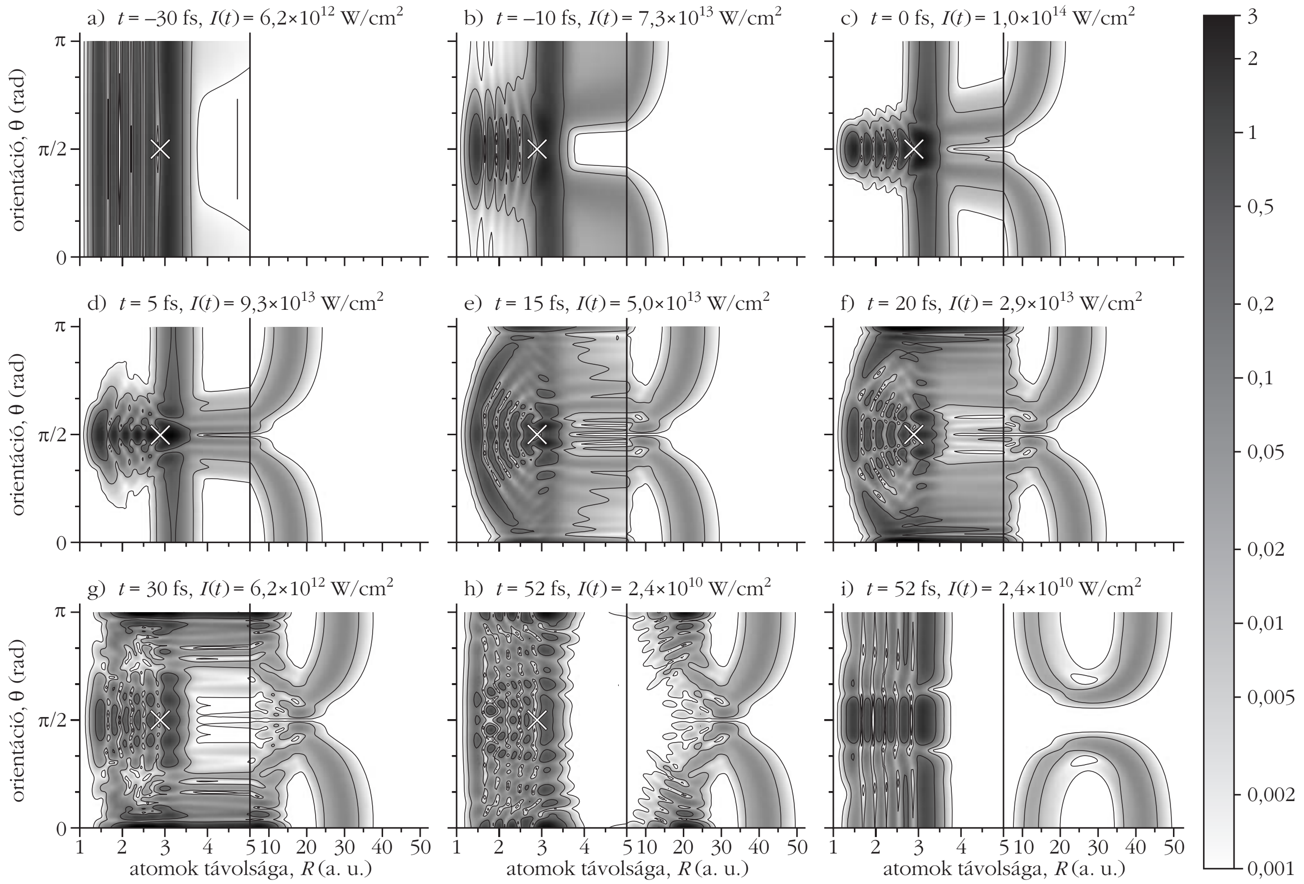
Térjünk most vissza a fotodisszociációs folyamat vizsgálatához [7]I)! Az előbbiekben felvázolt közelíté-

3. ábra. Fénnyel indukált kónikus kereszteződés a D_2^+-molekulában. A „dressed" adiabatikus felületek, mint az atomok közötti távolság és a θ szög (a molekulatengely és a lézer polarizációs iránya által bezárt szög) függvénye LICI-t mutat 3×10^{13} W/cm^2 intenzitásértéknél.



4. ábra. A D_2^+-molekula disszociációs fragmentumainak szögeloszlása. A kezdeti maghullámfüggvény a $\nu = 5$ rezgési és $J = 0$ forgási sajátállapotokból indul. Egydimenziós (1d) és kétdimenziós (2d) modellekből kapott eredmények láthatók. Az alkalmazott intenzitás értéke: $I = 10^{14}$ W/cm^2.





5. ábra. Pillanatképek a D_2^+-molekula magsűrűségértékének valós idejű fejlődéséről. A kezdeti maghullámfüggvény a ν = 5 rezgési és J = 0 forgási sajátállapotokból indul. Az alkalmazott Gauss-lézer impulzushossza 30 fs és maximális intenzitása 10^{14} W/cm^2. A magsűrűség számos, különböző interferencia-hatást mutat és nagyobb távolságnál szétválik (szimmetriakövetelmények miatt) θ = π/2 értéknél. Az aktuális intenzitások az egyes pillanatképeken láthatók. A LICI helyzetét kereszt jelöli. A számítások kétdimenziós modellben készültek, kivéve az utolsó, (i) ábrát, amely egydimenziós. Ez utóbbin nem látható interferenciahatás.

seket és módszereket alkalmazva oldjuk meg a dinamikai Schrödinger-egyenletet, majd pedig vizsgáljuk a disszociáló fragmentumok szögeloszlását. Egy ilyen eredményt mutat be a *4. ábra*. A kezdő állapoti mag hullámfüggvény a ν = 5 rezgési sajátállapotból indul. Jól látható, hogy az egy- és kétdimenziós modellben végzett számítások lényegesen eltérnek egymástól. Ismét utalunk arra, hogy az egydimenziós leírás a forgást csak paraméterként veszi figyelembe, míg két dimenzióban a forgásszög is változó. A valóságban pedig ez utóbbi a helyzet, mert a lézer – függetlenül az aktuális leírástól – forgatja a molekulát.

A görbéket analizálva sok érdekesség, számos különböző effektus együttes eredménye látható. Ilyen például az elektromos tér hatására bekövetkező úgynevezett kötéserősödés és kötésgyengülés (bond hardening, bond softening) hatás, ami befolyásolja az alsó és felső adiabatikus potenciálfelületek alakját és ezzel egyidejűleg a kialakuló kötött és rezonanciaállapotok energiaszintjeit. Számunkra azonban csak az az érdekes, hogy mi történik 90° környékén. Itt pedig, ami az ábrán is szembetűnő, lényeges és mérhető a különbség az egy- és kétdimenziós modellek között. Látható, hogy 90°-hoz közeledve a kétdimenziós görbén a disszociáció mértéke hirtelen megnövekszik. Ez meglepő, hiszen azt várnánk, hogy akkor lesz nagy a disszociáció, ha a θ szög értéke kicsi, vagyis a molekula tengelye közel párhuzamos az elektromos tér irányával. A lézertér effektív intenzitása ($I_0\cos^2\theta$) ugyanis itt maximális. Amennyiben θ értéke 90°-hoz közelít, nem várnánk, hogy számottevő mértékű legyen a disszociáció [7]II). Mégis ez történik. Értéke hirtelen és mérhetően megnövekszik. Erre a jelenségre a következő magyarázat adható: a lézer forgató hatása miatt a θ = 90° értéknél kónikus kereszteződés alakul ki az alsó és felső adiabatikus elektronállapotok között (*3. ábra*), aminek következtében a két állapot csatolódik. A csatolódás miatt a felső energiafelületről – amely kötött és így nem történhet róla közvetlen disszociáció – a molekula a LICI-n keresztül nagyon gyorsan lejut az alsó felületre, ahol már képes fragmentálódni. A lézer elektromos tere létrehozott egy erős, nemadiabatikus hatást, amelynek következtében a dinamika jelentősen módosult. Amennyiben változtatjuk az intenzitást és/vagy a két állapotot csatoló foton energiáját, ez a hatás is változik. Ilyen módon a dinamikai folyamatok szabályozhatóvá válnak.

Ez az első közvetlen és kísérletileg is mérhető hatás, amely egyértelműen bizonyítja a lézerrel indukálódó kónikus kereszteződések megjelenését. A kísérleti kimutatással jelenleg is több helyen próbálkoznak, de ez sem egyszerű dolog, tekintve, hogy a kezdeti állapotbeli maghullámfüggvényt rezgési sajátállapotban kell felépíteni. Ez utóbbi viszont nehézségekbe ütközik. Van azonban már kísérleti eredmény a közvetett hatás kimutatására. Feltételezve, hogy a LICI kialakulását követően az elektronikus, rezgési és forgási mozgásformák csatolódnak, akkor interferenciának kell fellépnie. Számításaink során már kaptunk ilyen képeket, például a maghullámfüggvény sűrűségének időbeli fejlődésében (*5. ábra*), de kísérletileg is hasonló eredményt kapott *Philip H. Bucksbaum* és csoportja (Stanford University, SLAC National Accelerator Laboratory) [8]. Az *5. ábra* pillanatképein jól látható, hogy a maghullámfüggvény ugyan keresztüljut a disszociációs tartományon, de a LICI erős nemadiabatikus topológiai hatásának következtében nem képes akadálytalanul továbbhaladni. A LICI környezetében két részre válik, majd két oldalról megkerülvén azt, a két komponens újra találkozik. A topológiailag nem triviális helyzet következtében kvantuminterferencia-hatás jelenik meg. A magsűrűség értékében maximumok és minimumok váltakoznak. A zavaró hatások a hullámcsomag hátsó, később disszociáló komponenseitől erednek. A maghullámfüggvény nem csak vízszintesen irányban halad balról jobbra (ami a tiszta disszociációs folyamatnak felelne meg), hanem $\theta = \pi/2$ értékhez képest felfelé és lefelé is szétfolyik a lézer hatására bekövetkező egyre gyorsabb forgás miatt. Megjegyezzük, hogy ilyen interferenciahatás természetesen nem jelenik meg az egydimenziós modellben, hiszen itt a leírás során nem vesszük figyelembe a forgást (*5.i ábra*).

Kitekintés

Az eddigiekben bemutatott eredmények kétségkívül alátámasztják, hogy kétatomos molekulákban – amennyiben külső elektromos tér van jelen – a nem keresztezés elve nem tartható többé [7]II). Ez fontos eredmény, de ennél is fontosabb, hogy új lehetőséget sikerült találni molekuladinamikai folyamatok lézerfénnyel történő szabályozására.

Eddig csak kétatomos példát mutattunk. Számos más, érdekes jelenség is található még ezen egyszerű molekuláknál, amelyek magyarázatra várnak. Ilyen például, hogy mi történik, ha az elfajulást időben változó frekvenciájú lézerimpulzussal (csörpölt impulzus) hozzuk létre. Ekkor ugyanis a LICI helyzete – annak rövid élettartama során – folyamatosan változik, tovább módosítva a dinamikát.

Mindazonáltal azt gondoljuk, hogy ez az új kontrolleljárás a legfontosabb szerepet többatomos molekulák kémiai dinamikai folyamatainak szabályozásánál fogja játszani. A lézerrel indukált elfajulások hatása itt még összetettebb. Ezekben a molekulákban – különös tekintettel az óriás biomolekulákra – a természetes kónikus kereszteződések már eredendően is jelen vannak. Összjátékuk azután a lézer által keltett megfelelőjükkel gyökeresen megváltoztathatja a dinamikai viselkedést. Az első kísérleti munka, amelyben egy többatomos molekula, a CH_3I fotodisszociációját vizsgálták lézerrel indukált kónikus kereszteződés hatására, már a közelmúltban megjelent [9].

Irodalom

1. W. Domcke, A. L. Sobolewski, *Nature Chem. 5* (2013) 257.
2. A. L. Sobolewski, W. Domcke, *Europhysics News 37* (2006) 20.
3. J. von Neumann, E. P. Wigner, *Z. Physik 30* (1929) 467.
4. M. V. Berry, *Proc. R. Soc. London A 392* (1984) 45.
5. M. Sindelka, N. Moiseyev, L. S. Cederbaum, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys. 44* (2011) 45603.
6. G. J. Halász, Á. Vibók, M. Sindelka, N. Moiseyev, L. S. Cederbaum, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys. 44* (2011) 175102; G. J. Halász, M. Sindelka, N. Moiseyev, L. S. Cederbaum, Á. Vibók, *J. Phys. Chem. A 116* (2012) 2636; G. J. Halász, Á. Vibók, M. Sindelka, L. S. Cederbaum, N. Moiseyev, *Chem. Phys. 399* (2012) 146; G. J. Halász, Á. Vibók, N. Moiseyev, L. S. Cederbaum, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys. 45* (2012) 135101.
7. I) G. J. Halász, Á. Vibók, H. D. Meyer, L. S. Cederbaum, *J. Phys. Chem. A 117* (2013) 8528; G. J. Halász, Á. Vibók, N. Moiseyev, L. S. Cederbaum, *Phys. Rev. A 88* (2013) 043413; G. J. Halász, A. Csehi, Á. Vibók, L. S. Cederbaum, *J. Phys. Chem. A 118* (2014) 11908. II) G. J. Halász, Á. Vibók, L. S. Cederbaum, *J. Phys. Chem. Lett. 6* (2015) 348.
8. A. Natan, M. R. Ware, P. H. Bucksbaum: *Experimental Observation of Light Induced Conical Intersections in a Diatomic Molecule.* CLEO, 2014 Optical Society of AmeOCIS codes: 020.2649, 320.2250.
9. M. E. Corrales, J. González-Vázquez, G. Balerdi, I. R. Solá, R. Nalda, L. Bañares, *Nature Chem. 6* (2014) 785.

BESZÉLGETÉS AZ ELEKTRON MÉRETÉRŐL

Horváth Dezső – MTA Wigner FK Részecske- és Magfizikai Intézet
Oláh Éva – Mechatronikai Szakközépiskola, Budapest
Sükösd Csaba – BME Nukleáris Technikai Intézet
Varga Dezső – MTA Wigner FK Részecske- és Magfizikai Intézet
Patkós András – ELTE Atomfizikai Tanszék – lábjegyzeteivel

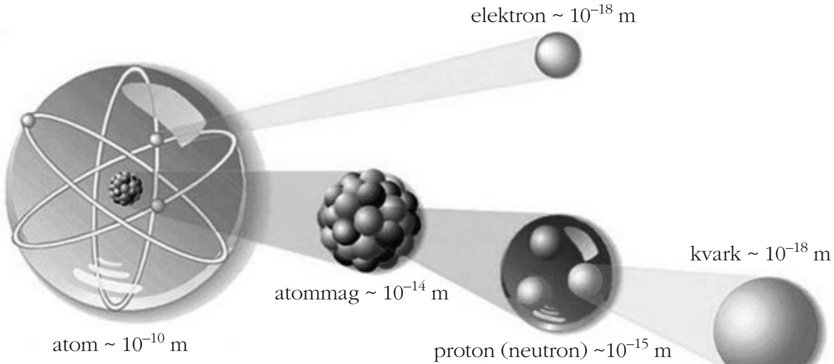
A kvantumfizika szó hallatára az emberek általában valami nagyon nehéz, számukra érthetetlen dologra gondolnak, pedig már az általános iskola hetedik osztályában találkoznak az elektron fizikájával. Abban az életkorban a diákoknak nem tűnik fel még az sem, hogy az elektront egyszer golyócskának képzelik és ennek segítségével magyarázzák az atomok elektronszerkezetét, máskor pedig az atommagot körülvevő elektronfelhőről hallanak. Tulajdonképpen anélkül, hogy tudatosulna bennük, első pillanattól kezdve „barátkoznak” az elektron eme furcsa kettősségével, amely a kvantumfizika legfőbb gondolata. A kis méretek tartományában megtanulják az atom, illetve az atommag méretét, de esetleg fel sem merül bennük, hogy mekkora is valójában az elektron, vagy hogy e kérdésnek egyáltalán van-e értelme. A modern fizika témakörei azért nehezebbek a klasszikus fizikában tanultaknál, mert nehéz szemléltetni a mikrovilágban lezajló jelenségeket. Felmerül a kérdés, hogy ezt ilyen formában taníthatjuk-e diákjainknak, illetve hogy milyen mélységben kell részletezni ezen elképzelhetetlenül kicsi (vagyis végül is mekkora?) elemi részecskék tulajdonságait. Középfokú oktatásban mind a diák, mind a tanár számára elegendőnek bizonyul, ha ezt a párhuzamot „finomítjuk” annak megfelelően, amit az elektron kettős természete kapcsán tanítunk. De mi történik, ha a magfizikus vagy részecskefizikus szembesül azzal az ábrával, amelyen az atommag körül golyószerű elektronok keringenek (*1. ábra*)? „Természetesen” vitatkozik: érvel, cáfol, egyetért, kiegészít, pontosít, míg ki nem alakul a vitapartnerek között egy konszenzus.

Így történt ez 2014 júliusában, amikor *Oláh Éva* fizikatanár, az ELTE Fizikatanári Doktori Iskola doktorandája (témavezetői *Varga Dezső* és *Horváth Dezső*) részecskefizikáról szóló előadásra készült középiskolásoknak és a CERN-es HTP-2014 fizikatanári továbbképzés résztvevőinek. *Sükösd Csabát* is megkértük arra, hogy nézze át az előadás fóliáit és véleményezze azokat. Az ábrák között szerepelt egy, amely a Li-atom szerkezetét a Rutherford-féle atommodell szokásos elektronpályáival mutatta be. Sükösd Csaba kifogásolta a fólián feltüntetett azon tételt, miszerint az elektron pontszerű részecske, sugara 10^{-18} m-nél kisebb. A két Dezső ezt védelmezte, és a kérdésről egy jó néhány napig tartó levelezés alakult ki közöttünk. Úgy gondoltuk, tanulságos az érveket és ellenérveket összefoglalni egy *Fizikai Szemle* cikkben. Valamennyi levelet mind a négyen megkaptuk, bár azokat kifejezetten egyikünk valamelyikünknek címezte. A leveleket lényegi változtatás nélkül közöljük, bizonyos helyeken kihagyva zsákutcákat vagy témához nem tartozó egyéb tartalmakat.

S.Cs. → O.É.

Nem értek egyet az elektron és a kvark „méretének” feltüntetésével. Ehelyett azt kellene írni, hogy ezek elemi részek és jelenlegi tudásunk szerint tovább nem bonthatók. Az a (*Rutherfordtól* származó) modell is túlhaladott, hogy az atomban az atommag „körül” pontszerűnek tekinthető elektronok szaladgálnak. Jelenlegi (kvantummechanikai) modellünk szerint az atomban az elektronok egy körülbelül 10^{-8} cm sugarú térrészbe vannak „bezárva”, és lényegében KITÖLTIK azt a térrészt. Tehát ott az elektron „mérete” ilyen nagy. Hasonlóan, a kvarkok is nukleon méretű „zsákokba” vannak bezárva (bár nagyon sűrű elhelyezkedés esetén, például neutroncsillagok központi tartományában a „zsákok” falai átjárhatókká lesznek) és lényegében kitöltik azt a térrészt, tehát a „méretük” az atommagban ekkora. Az $r_e < 10^{-18}$ m pontosabban fogalmazva azt jelenti, hogy a kísérletek során sikerült már – elegendően nagy energiakoncentrációval – ilyen kis térrészre „beszorítani” ezeket a részecskéket anélkül, hogy további alkotóelemekre bomlottak volna szét. Ha ezt nem magyarázod el, csak odaírod, hogy „méretük” $<10^{-18}$ m, azt a teljesen hibás képet sugallod a hallgatóknak, hogy ezek MINDIG ilyen kicsikék.

1. ábra. Az atommag körül golyószerű elektronok keringenek?



H.D. → S.Cs.

Minden Évának írt megjegyzéseddel, tanácsoddal egyet értek, a részecskék méretét kivéve. Az elemi részecskék a mérések szerint tényleg pontszerűek, legalábbis 10^{-18} m alattiak. Ami az elektronok atomi és a kvarkok hadronbeli kiterjedését illeti, az valószínűségeloszlás: a pontszerű részecske különböző valószínűséggel található a pálya vagy térrész különböző pontjain. Ezért repül át a pontszerű és oszthatatlan elektron a fésű összes fokán egyszerre, saját magával interferálva. A távoli csillagból jövő foton is egyszerre található a sok fényévnyi átmérőjű gömbfelület valamennyi pontján, amíg el nem nyelik, de közben pontszerű marad.

S.Cs. → H.D.

Vitatkoznom kell Veled a részecskék „méretét" illetően. Én úgy tanultam, hogy a kvantummechanikában a részecskék mérete nem értelmes fogalom, mint ahogy a részecskék pályája sem.

De persze nem az a lényeg, hogy én hogy tanultam, mert a tudomány fejlődött azóta is. Viszont: a Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés alapján, ha Te egy elektront $\Delta x = 10^{-18}$ m térrészbe szorítasz be, akkor a Δp_x impulzusbizonytalansága óriásira nő (és persze a másik két dimenzióban ugyanúgy) – más szóval az állapotfüggvényében igen nagy impulzusú (és energiájú) komponensek is megjelennek. Az elektront bizonyos nagyenergiájú kísérletekkel persze be lehet „szorítani" ilyen kis térrészbe – ezt írtam korábban is – de ez éppen azt mutatja, hogy „elemi" részecske, tovább nem bontható – még akkor sem, ha az állapotfüggvényében ilyen igen nagy energiájú komponensek is jelen vannak. De hogy az atomban lévő elektronoknak nem lehet ilyen nagy energiájú komponense, az teljesen világos (különben a mag nem tudná őket kötött állapotban tartani). Ergo, nem lehetnek ilyen kis térrészre „beszorítva" sem, azaz az atombeli „méretük" nem lehet ilyen kicsi.

Számomra valaminek a mérete egyenlő annak a térrésznek a méretével, ahol az illető valamit meg lehet találni. A szekrény mérete, az asztal mérete stb. így van definiálva. A mikrorészecskék térbeli „elhelyezkedését" az állapotfüggvény mondja meg: megmutatja, hogy a részecskét a tér mely részében lehet megtalálni (ahol a megtalálási valószínűség különbözik nullától). Számomra ez a részecske „mérete" az adott állapotban. Nem hallottam olyanról, hogy a „méret" saját (intrinsic) tulajdonság, paraméter vagy kvantumszám lenne. Ezért nem hasonlítható sem a tömeghez (amely lényegében a gravitációs töltés, illetve energia), sem pedig az elektromos töltéshez vagy a spinhez. Szerintem ez az oka annak, hogy a hivatalos adatgyűjteményekben a „méret" sehol nincs feltüntetve.

Szóval, kérlek, hogy definiáld, mit kell érteni egy részecske „saját" méretén, és hogyan kell azt megmérni.

H.D. → S.Cs.

Kísérleti fizikus lévén nem fogom a fejem elméleti méretdefiníción törni, elég, ha megmondjuk, hogyan kell mérni. Minden részecskéhez tudsz kísérleti sugarat rendelni, csak különböző energián szóratni (ütköztetni) kell őket egymáson és megmérni a rugalmas ütközés valószínűségét. Ez a rugalmas ütközés a kvantummechanikai számolások szerint közvetlen kapcsolatban van a részecske méretével, alakjával. A rugalmas ütközés alatt azt értjük, hogy a kezdeti állapotban ugyanolyan típusú részecskék vannak, mint az ütközés után.

Kezdjük a protonnal. Mivel hibahatáron belül ugyanazt a sugarat kapod a protonra elektron- és müonszórással, proton-proton ütközésekben, valamint az elektron- és müonhidrogén átmeneteinek a proton véges méretével történő korrekcióival, akkor azt a proton méretének kell tekintened.

Ha a proton mérete megvan, akkor jöhet a müon és az elektron sugara. Szóratod őket más részecskéken (például protonon vagy egymáson, tele a világ elektron-pozitron ütköztetőkkel) és illesztesz az eredményhez müon- és elektronméretet. Így találtuk meg a kvarkokat (partonokat) a protonban: a nagyenergiás elektronok pontszerű szórócentrumokat észleltek benne. A szórási szögeloszlásból egyből látszik a pontszerűség, illetve annak hiánya (analógia: Rutherford-szórás). A kapott részecskeméretet a mérés pontossága fogja meghatározni, ez az a sokszor leírt $r_e < 10^{-18}$ m.

A részecske megtalálási térrészének tehát nincs köze a sugarához. Példaként: a lassú neutron állapothulláma akkora, hogy visszaverődik a grafitfelületen, jóllehet a neutron közel akkora, mint egy proton.

V.D. → S.Cs. és O.É.

Csatlakozva Dezső legutóbbi magyarázatához, pár analógia, amellyel látható, hogy mit lehet „méret"-en érteni. A kvantummechanikai szórási (kölcsönhatási) valószínűség leírható egy alakfaktorral vagy szerkezeti függvénnyel, amely pontszerű esetben dimenziótlan (és egyszerű, például fordítottan arányos az ütközési energia négyzetével). Bonyolultabb esetben tartalmazhat „dimenziós" mennyiségeket – azokat akár nevezhetjük „méret"-nek.

A probléma az így definiált részecskemérettel:

– Függ a folyamat részleteitől, különböző folyamatok között kiszámítható, de nem egyszerű a kapcsolatuk (egy amorf krumpli méretét nem egyszerű definiálni).

– Függ az energiától. Egy proton az LHC-nél háromszor „nagyobb", mint az atommagban. De ez sok mindennel így van, például az elektromos töltés sem állandó, hanem növekvő energiával növekszik.

Az tehát, hogy egy részecskének messzire terjedő hullámfüggvénye van, nem mondja meg a „méretét". A részecske mérete (és tömege, töltése, dipólmomentuma stb.) egy-egy paraméter valamilyen szórási hatáskeresztmetszetben (ez utóbbiak a mérhető mennyiségek). Horváth Dezső által említett példa esetében az elektron-elektron rugalmas ütközés valószínűsége éppen olyan, mint amit pontszerű esetben várnánk, a proton-proton ütközés pedig nem enged meg nagy impulzuscserét, sőt, érdekes struktúrát mutat.

S.Cs. → H.D.

Örülök, hogy konvergálunk! Ha jól értem, az általad írt mérési mód a nagyenergiás limit: egyre nagyobb energiájú részecskenyalábokkal (egyre kisebb hullámhosszakkal, egyre jobb felbontással) mérünk. Az „egyszerű”, tovább már nem bontható objektumoknál (elektron, kvark) a felbontás (rendelkezésre álló energia) határozza meg a „saját méret” felső határát. Az összetett objektumoknál pedig (atom, proton stb.) a belső szerkezet megváltoztatásához szükséges energia (hullámhossz).

Szerintem ez elfogadható, mint definíció, illetve mérési utasítás, hiszen egyértelmű, és talán egyértelmű eredményt is ad. Ugyanakkor nem szabad elfelejteni, hogy egy ilyen mérés komolyan „beleszól” a mérendő objektum állapotába: azaz nem azt az állapotot mérjük, amely korábban volt (például amely az atomhéjban lévő elektronállapotban van). Persze az is igaz, hogy minden mérés megváltoztatja a rendszer állapotát (kvantummechanikailag „beugrasztja” a lehetséges állapotok közül valamelyikbe). Konkrét esetben a megtalálási valószínűség által leírt sok lehetséges állapot egyikébe.

Ugyanakkor továbbra is fenntartom, hogy ez a modell – ha nem tudjuk pontosan, hogy mi van mögötte – nagyon komoly ellentmondásokat tartalmazó kép kialakulásához vezethet (a diákokban és tanárokban): „feléleszthetí” például a Rutherford-féle Naprendszermodellt, ahol pontszerű elektronok szaladgálnak valahogyan az atommag körül. Ezt – szerintem – mindenféleképpen el kellene kerülni. Ezért változatlanul elfogadhatóbb, szemléletes képnek (modellnek) érzem azt, amiben a H-atom elektronjának „méretét” az elektron megtalálási valószínűségének kiterjedése adja meg; természetesen úgy, hogy tudjuk, ha egy nagyon rövid hullámhosszú (nagy térbeli felbontású) részecskével meg akarjuk találni az elektront, akkor ezen a gömbön belül „valahol” lényegében pontszerűen találjuk meg.

S.Cs. → V.D.

Köszönöm, ezeket értem. Az, amit írsz, hogy az ilyen alapokon definiált részecskeméret nem egyértelmű, hanem több mindentől is függ, kicsit magyarázza azt is, hogy miért olyan nehéz a méretet a részecske saját intrinsic belső tulajdonságaként definiálni. A különböző folyamatokban persze előfordulnak hosszúságdimenziójú mennyiségek (ilyen például az ismert klasszikus elektronsugár, vagy különböző szórási hosszak, hatótávolságok stb.), de szerintem ezek egyikét sem célszerű a részecske „saját méretének” tekinteni.

Számomra egyébként azért fogadható el H. Dezső mérési utasítása, mert az egy limesz: a végtelen energiás limesz. Ez – remélhetőleg – egyértelmű. Végtelenül rövid hullámhosszúságú nyalábbal dolgozó, végtelenül jó felbontású „mikroszkóppal” való helymeghatározás.

A részecske hullámfüggvénye (illetve abszolútértékének négyzete) a részecske megtalálási valószínűségsűrűségét adja meg. Ha a részecske „méretét” a végtelen energiás limesszel definiáljuk, akkor persze semmi köze sincs a kettőnek egymáshoz. De, ha azt kérdezzük, hogy az a részecske mégis a tér mely tartományában található meg egyáltalán, akkor azt – tetszik, nem tetszik – az állapotfüggvény abszolútérték-négyzete, illetve annak kiterjedése mutatja meg.

Én ezért szeretem inkább a „pontszerű” elektron helyett azt mondani, hogy az elektron „szerkezet nélküli” (legalábbis jelen tudásunk szerint), és a geometriai méret fogalmát, mint állapottól független, „saját” tulajdonságot – a Rutherford-féle klasszikus pályafogalomhoz hasonlóan – elkerülni.

V.D. → S.Cs.

Alapvetően egyetértek azzal, amit írsz, egyetlen „érzésem” az, ha klasszikus fogalmakat igyekszünk a kvantum-mezőelméleti mérések mögé rakni, akkor nem biztos, hogy az helyes következtetésre vezet. A „végtelen energiás határérték” majdnem jó vezérlő elv, annyi teendő hozzá, hogy van egy (jól kiszámítható) függvény, amely szerint még nagyon nagy energiákon is változnak bizonyos mennyiségek (lásd például a DGLAP-egyenleteket az erős kölcsönhatásnál, ahol minden betű egy-egy nagy nevet takar…).

Valóban, a legfontosabb kérdés az, amit megfogalmaztál: hogyan csapódjon le mindez a középiskolás tanárokban, milyen üzenetet közvetítsenek a (szakértőnek aztán tényleg nem mondható) kisdiákok felé? Ilyen értelemben fontos ez a vita, és nagyon támogatom, hogy a klasszikus kvantummechanikai kép fő gondolata számukra érthető legyen.

S.Cs. → H.D.

A mi „vitánk” – vagy nevezzük inkább beszélgetésnek – tipikusan a fizika két különböző területén dolgozó fizikus beszélgetése. Rutherford számára az atommag is pontszerű volt, mivel „mikroszkópja” (a néhány MeV-es alfa-részecskéknek) hullámhossza nem volt még elég rövid ahhoz, hogy méretet is tudjon mondani: csak felső korlátot tudott megadni a mag méretére. Később, az atomi spektrumok – pontszerű vonzócentrumot feltételező, elméletileg kiszámítotthoz viszonyított – apró eltéréseiből közvetve, majd nagyenergiájú elektronszórásból már közvetlenül is lehetett „látni”, hogy az atommag nem pontszerű, hanem van valamekkora kiterjedése. Hasonlóan, amíg nem álltak rendelkezésre GeV-es nyalábok, addig a proton és a neutron is „pontszerű” volt, és csak jóval később sikerült közvetlenül is megfigyelni a kvarkok három szórócentrumát, és a proton, illetve neutron kiterjedt voltát.

Értem én, hogy a részecskefizikus számára abszolút lényegtelen, hogy milyen elképzelése van az elektronokról az elektronvoltos és tized-elektronvoltos energiatartományokban dolgozó atomfizikusnak vagy kvantumkémikusnak. A részecskefizikust „A RÉSZECSKE” érdekli. Önmagában, meztelenül. Ahogy keletkezik, ha megfelelő energiakoncentráció létrejön, és ahogy elbomlik. Másik oldalról viszont az atomokat és molekulákat vizsgáló fizikusnak teljesen mindegy, hogy milyennek látja a részecskefizikus az elektront, ha sok GeV vagy TeV energiával birizgálja. A szilárdtestfizikusokat meg a neutron esetében sem érdekli, hogy abban hány szórócentrum van 100 GeV-es energián, amikor a KFKI hideg neutronos nyalábjával neutron-holográfiát csinálnak, vagy neutronszórást vizsgálnak kondenzált anyagokon (kristályokon, amorf anyagokon, folyadékokon). Számukra az a fontos, hogy a neutronok haladásuk és az anyag (kristály)szerkezetével való kölcsönhatásuk során eléggé kiterjedt, akár sok atomréteg „méretű” hullámokként viselkednek. No persze tudják, hogy amikor a neutront detektálják, akkor ott mindig egyetlen neutront észlelnek, amely egyetlen atommaggal lép kölcsönhatásba; tehát detektáláskor a „mérete” sokkal kisebb, mint amit a terjedése során figyelembe kell venni.

Az alacsony energiás fizikában – és az atomok fizikájában, amit a középiskolások számára kell(ene) valahogyan érzékeltetni – nem a nagyenergiás elektronkép a legmegfelelőbb (legalábbis szerintem), hanem sokkal inkább a „kiterjedt” elektron „állóhullám”. De ez a szép a fizikában, hogy nincsenek egyedül üdvözítő elméletek és modellek. A különböző jelenségcsoportokra mindig is az arra leginkább alkalmas modellt használtuk – jóllehet tudtuk, hogy az csak a teljes igazságnak (amit nem is ismerünk) csak egy töredéke.

Abban teljesen igazatok van, hogy a makroszkopikus fogalmak nem alkalmasak a mikrorészecskék tökéletes leírására. Ezért használunk modelleket, amelyek a teljes valóságnak csak egy-egy kis részletét írják le. Megboldogult *Károlyházy Frigyes* mondta egyszer: „az elektron részecskének hullám, hullámnak részecske, de legjobban önmagára hasonlít”. Középiskolás gyerekekkel (és az őket tanító tanárokkal) viszont nem indulhatunk ki a jelenlegi absztrakt matematikai modellekből. Nekik olyan dolgokhoz kell hasonlítanunk, ami a makroszkopikus világból ismert a számukra (például golyó és hullám). Az sem baj, ha különböző szempontok szerint különböző modelleket kell használjunk. Még az sem baj, ha ezek a modellek ellentmondani látszanak egymásnak! Sőt, talán ez benne az igazán szép és izgalmas! *Bohr* után elmondhatjuk, hogy *„Contraria non contradictionaria, sed complementaria sunt”* – azaz, ezek nem ellentétek, hanem egymást kiegészítik, mivel NINCS egyetlen olyan makroszkopikus dolog, amelyhez a mikrorészecskék minden szempontból hasonlíthatók. Ilyen módon kapnak legalább valami kis fogalmat a világ – és a részecskék – sokszínűségéről, és makroszkopikus fogalmainkhoz szokott szemléletünket messze meghaladó végtelenségéről.

O.É. → S.Cs.

Én csak ámulok és bámulok, milyen fantasztikus beszélgetés alakult ki, *Galilei: Dialogo* című művét juttatta eszembe. Megfontolandó lenne, hogy ez a párbeszéd ne jelenjen-e meg valamilyen formában, tudósnak, tanárnak épülésére szolgálna a fizika szépségének, sokrétűségének ilyenfajta bemutatása. Számomra, mint mezei fizikatanárnak a konklúzió mindenképpen az, amit eszerint tanítok is, hogy az elektron egy furcsa „jószág”, a modellekben golyóknak tekinthetjük, kémiaórán már 7. osztályban elektronfelhőről beszélünk, majd a kétréses kísérlet kapcsán hullámok interferenciáját figyelhetjük meg. (Persze azt is csak addig, amíg egy „szem” meg nem figyeli, mi is történik tulajdonképpen.) Előadásomban mindenféleképpen utalnék erre a kettős természetre. Köszönöm ezt az élvezetes továbbképzést.

H.D. → S.Cs.

Végül is értjük egymást. Két dologban azonban nem értünk egyet.

1. Az elektron (és persze a standard modell összes többi elemi részecskéje) pontszerű, amelynek állapotát (és persze mozgását is) valószínűség eloszlás írja le és nem anyaghullám. Ezt kell és el is lehet magyarázni, ez az egész probléma kulcsa. Mihelyt ezt elmondjuk, azonnal elhullik a körpályán rohangáló vagy véges kiterjedésű részecske hibás fogalma.

2. Nem igaz, hogy nagy energián az elektron egyre pontszerűbbnek látszik, sőt! A LEP-nél a 200 GeV-es ütközésekben az elektron-pozitron kölcsönhatásban már a részecskék által hurcolt fotonterek felbomlott fotonjaiban megjelenő virtuális töltött részecskék özöne jelent meg. Jó pár magyar diplomamunka és PhD-dolgozat született az elektron-pozitron ütközésben, azaz foton-foton kölcsönhatásban keletkező hadronzáporok elemzéséről. A pontos kijelentés az, hogy a kísérleti adatok elemzésénél feltételezünk egy részecskeméretet, és megnézzük, azok mekkorát engednek meg. Ez persze már túlmegy a középiskolás szinten, csak nekünk fontos tudnunk, amikor beszélünk róla.

V.D. → H.D.

Dezső, hogy definiálod azt a fogalmat, hogy „pontszerű”? Ugye kvantummechanikai objektumról van szó… ☺

H.D. → S.Cs.

A pontszerűséget pontosan abban az értelemben lehet csak használni, amilyen értelemben leírtam a mérését: véges méretet tulajdonítasz neki és megpróbálod értelmezni a méréseket. A pontszerűség viszont nem okoz olyan paradoxonokat, hogy miért nincs végtelen nagy energiája az elektronnak, ha éppen az atommag helyén találjuk: a valószínűségi leírás térben is, nemcsak időben igaz.

S.Cs. → H.D.

Úgy érzem, konvergálunk. Te írod: „valószínűségi leírás térben, nemcsak időben igaz”. Azaz, az elektron „elhelyezkedésének” leírására (tudatosan nem „kiterjedést” írtam) a térben kiterjedt (valószínűségi) hullámok modellje jobb, mint a pontszerű golyó. Addig, amíg nem „figyeljük meg” az elektront, nem kérdezzük le méréssel azt, hogy „hol vagy most éppen?”, addig a hullámmodellt jobb alkalmazni. Abban nem találunk ellentmondásokat sem a végtelen potenciális energia miatt, és az interferencia-képességet is jól le tudjuk írni. Amikor viszont az elektront „detektáljuk”, mérést hajtunk rajta végre, lekérdezzük, hogy „hol vagy most éppen?”, akkor viszont a pontszerű golyó a megfelelő modell. De szerintem éppen ezt tanítjuk, ez van a középiskolai anyagban is.

S.Cs. → H.D.[1]

Engedj meg még egy érvet – vagy inkább paradoxont – a „pontszerű” elektronnal kapcsolatban. Az elektromosságtan szerint egy Q töltéssel homogénen feltöltött, r_0 sugarú gömb elektrosztatikus energiája:

$$\frac{3}{5}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{r_0}.$$

Ha ide behelyettesítjük az elektron $Q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C elemi töltését, és az általad említett $r_0 = 10^{-18}$ m sugarat, akkor az elektrosztatikus energiára $1{,}38\cdot 10^{-10}$ J jön ki, ami átszámítva 864 MeV! Ez több nagyságrenddel nagyobb, mint az elektron ~0,511 MeV nyugalmi tömegének megfelelő energia! Ha tehát az elektron teljes egészében ténylegesen ilyen kis térrészre lenne beszorítva, akkor – elektrosztatikus energiája miatt – tömege is ilyen óriásra nőne! Ezért az elektron nem lehet ilyen kis térfogatra lokalizálva, hacsak nem adunk neki ennyire nagy energiát. Ez ugyancsak azt támasztja alá, hogy csak nagy energiájú folyamatokban tud az elektron „pontszerűvé” válni. Kis energiájú folyamatokban az elektron „kiterjedése” sokkal nagyobb kell legyen – azaz a töltése sokkal nagyobb térrészen (delokalizálva) kell, hogy megtalálható legyen.[2]

Én ezért szeretem inkább a „pontszerű” elektron helyett azt mondani, hogy az elektron „szerkezet nélküli” (legalábbis jelen tudásunk szerint), és a geometriai méret fogalmát, mint állapottól független, „saját” tulajdonságot – a Rutherford-féle klasszikus pályafogalomhoz hasonlóan – elkerülni.

H.D. → S.Cs.

Azt hiszem, erre a paradoxonra is az a válasz, hogy a valószínűségi eloszlás nemcsak időben, de térben is teljesül. A kísérletileg pontszerűnek talált elektron a tér különböző pontjain különböző valószínűséggel tartózkodik, tehát töltésének is így kell megoszlania. Egyébként be kell, hogy ismerjem, ilyenkor mindig a *Richard Feynmannak* tulajdonított szöveg jut eszembe: amikor megkérdezték tőle, mi a véleménye a kvantummechanikai valószínűség (koppenhágainak nevezett) értelmezéséről, azt válaszolta: *Hallgass és számolj!* Ezt azonban a középiskolában nem mondhatjuk.

Epilógus

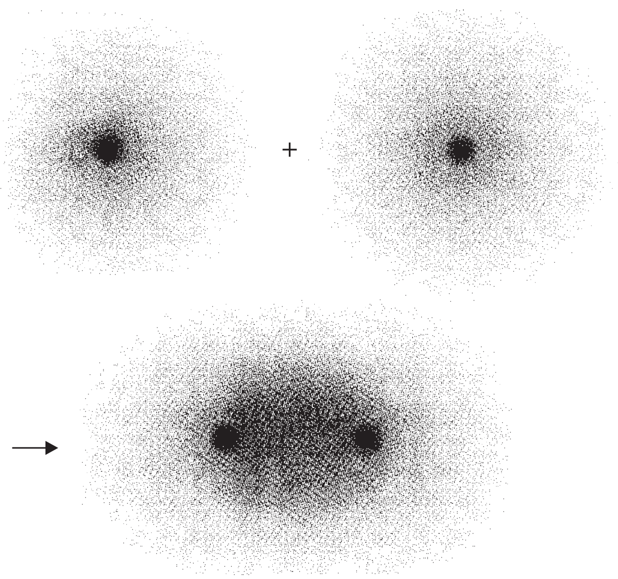
Reméljük, a tisztelt olvasó is (közel) annyira élvezte ezt a levelezési vitát, mint mi, a résztvevői. Rávilágít, hogyan gondolkodik az elemi részecskékről az atomfizikus, a magfizikus és a részecskefizikus. Be kell ismerjük, hogy újraolvasva négyünknek egyre jobban tetszett, ezért is döntöttünk úgy, hogy megfelelő gyomlálás után közreadjuk. Érzékelteti azt az (enyhén?) kötözködő vitastílust, amelyet a fizikusok szerte a világban, ha nem is az anyatejjel, de az egyetemi levegővel szívnak magukba, és amely általában nagyon tetszik az esetleges hallgatóságnak. A magyar fizikatanárok CERN-i továbbképzése immár 9 éve folyik a szerzők részvételével, és a tanárok visszajelzése szerint az ilyen viták mindig rendkívül népszerűek voltak. A 2014 augusztusában lezajlott vitát a hallgatóság így értékelte egy csasztuskában (https://indico.cern.ch/event/268114/): *Elektronnak a mérete / Nagy vitának kezdete. / Nehogy azt higgye a Dezső, / Szópárbajban ő a nyerő! / DÖNTETLEN!*

A szórakoztatás mellett talán cikkünk közvetlen pedagógiai haszna sem lesz elhanyagolható. Éppen ezért az alábbiakban összefoglaljuk a vita tanulságait a fiatalságnak – remélhetőleg – továbbadható formában:

- A fizika jelenlegi állása szerint a körülöttünk látható világot *elemi* részecskék alkotják: leptonok, kvarkok, a kölcsönhatásokat közvetítő bozonok és a Higgs-bozon. Közöttük a leginkább ismert az elektron, mint az egyetlen szabadon létező és tanulmányozható elemi részecske.
- Az elemi részecskéknek nincs belső szerkezetük, nincsenek alkatrészeik. A nagyenergiás szóráskísérletekből (ütközéses kölcsönhatásokból) az is látszik, hogy *képződéskor* és átalakuláskor vagy *elnyelődéskor* nincs kiterjedésük (mérési hibán belül zérus), tehát ebben az értelemben pontszerűnek tekinthetők.
- Ugyanakkor kvantummechanikai objektumok, hullámtermészetük térben és időben egyaránt megmutatkozik: *terjedése* során egy elektron egyidejűleg több résen is áthalad és felhőként tölti meg az atomi állapotokat. Ez azonban nem anyag-, hanem valószínűségi hullám: a tér különböző pontjain különböző valószínűséggel tartózkodik.
- Mindenki másképpen képzeli el az elektront – más modellt alkalmaz rá – aszerint, hogy mekkora energián tanulmányozza: atomi állapotot betöltő felhőként (*2. ábra*), téridőben táncoló pontszerű golyóként, vagy végtelen kiterjedésű, elektromágneses teret hurcoló erőtércsomagként.
- Sok olyan részecskét ismerünk, amelynek „mérete” véges, ilyen például a proton. Ezekről a részecskékről kivétel nélkül kiderült, hogy véges geometriai

[1] A beszélgetés ezen része már nem e-mailben zajlott, hanem 2014. augusztus 17-én este, 40 magyar fizikatanár jelenlétében, a CERN-ben kiállított BEBC (Big European Bubble Chamber, Nagy európai buborékkamra) mellett.

[2] Ez a gondolatkísérlet nem fér be az egyetlen elektront leíró klasszikus vagy kvantummechanikai szemléltetésbe. Egy fenti r_0 méretű elektron (saját)energiájába jelentős járulékot adnak a nagyon rövid (ezzel a mérettel nagyjából azonos) hullámhosszúságú kvantumfluktuációk: a tömegéhez ezek energiája is járulékot ad, amelynek nagysága éppen ezért a fenti egyszerű modellel értelmezhetetlen. Itt menthetetlenül átszaladunk a kvantum-elektrodinamika területére. (P.A.)



2. ábra. A hidrogénmolekula formálódása.

méretük belső szerkezetüknek köszönhető. Így kapjuk az atomok méretét is: a (szerkezet nélküli) elektronok és az (icipici kiterjedésű) atommagok kölcsönhatása különleges objektumot hoz létre.

• Geometriaiméret-fogalom azonban nem alkalmazható az elektronra (sem semmilyen más, szerkezet nélküli, *elemi* részecskére például kvarkokra).

• Az hogy az elektron „pontszerű”, fizikus virágnyelven megfogalmazott állítás, és azt jelenti, hogy SEMMILYEN szerkezete nincs, akár végtelen nagy energián is nézzük (végtelen nagy felbontással – bár eddig csak $r_0 \sim 10^{-18}$ m-ig jutottunk el).[3]

[3] 1954-ben *Abrikoszov, Landau* és *Halatnyikov* megvizsgálták, hogyan árnyékolják le a vákuumpolarizációban felbukkanó-eltűnő elektron-pozitron párok egy r_0 sugarú gömbön valahogy lokalizált e_0 nagyságú elektromos töltés terét. Azt találták, hogy nagyjából

$$e^2(r) = \frac{e_0^2}{1 + K e_0^2 \log\left(\frac{r}{r_0}\right)}.$$

függvényt követ az r távolságon mért leárnyékolt töltés (K egy konstans). Landau fordítva is kérdezett: tudjuk, hogy a Thomson-szórásban mért elektrontöltés mekkora (ez van a középiskolai táblázatokban). Mi van, ha jóval nagyobb felbontással, egyre kisebb tartományon szeretnénk megmérni az álló elektron töltését? Más szóval $e^2(r)$-t rögzítve hogyan változik e_0^2, ha r_0-t csökkentjük. A fenti egyenlet átrendezésével bárki meggyőződhet, hogy egy véges r_0 értéknél e_0^2 végtelenné válik. Azaz a kvantumelektrodinamikát nem lehet tetszőleges kis méretek tartományára kiterjeszteni! A Landau-szingularitásnak nevezett jelenség miatt biztosan tudható, hogy az elméletet valami más váltja fel. Szerencsére ez a veszély a standard modell jóval kisebb skálán történt felfedezésével elhárult. A standard modellnek is van Landau-szingularitása, de ez elég közel van a Planck-hosszhoz, ahol a kvantumtérelmélet és a gravitáció egységes elmélete nélkül nem értelmezhető a fizika. Így az elektron töltéssugara nem lehet nulla. E megjegyzés tanulsága az, hogy a kvantumtérelméletben elvész a kis- és nagyenergiás jelenségek szétválasztásának lehetősége. (P.A.)

WIGNER JENŐ LEVELEI GYÖRGYI GÉZÁHOZ

Kovács László
NyME SEK Szombathely

Györgyi Géza (1930–1973) elméleti fizikus a Központi Fizikai Kutató Intézet tudományos főmunkatársa, az Eötvös Loránd Tudományegyetem címzetes egyetemi tanára volt. A csoportelméletről, annak felhasználási lehetőségeiről egymás után tartotta a szemináriumokat és sorozatban írta a tanuláshoz nélkülözhetetlen jegyzeteket. Csoportelméleti módszerekkel tárgyalta jegyzeteiben a relativitás- és kvantumelméleti problémákat, az impulzusmomentum kvantumelméletét, a mag héjmodelljét.

Az Eötvös Egyetem Elméleti Fizikai Intézetének vezetője, az iskolateremtő, nagy tudású és nagy hatású elméleti fizikus *Novobátzky Károly Pauli* útmutatásainak megfelelően 1949-ben, variációs elv segítségével levezette az energia-impulzus tenzor Abraham-féle alakját. Ez a matematikai kifejezés nemcsak vákuumban, hanem dielektrikumokban is helyesen adja meg az elektromágneses sugárzás energiaáramának impulzusát. Novobátzky professzor úr három fiatal munkatársát, *Marx Györgyöt, Nagy Károlyt* és Györgyi Gézát bízta meg a kérdéskör részletes vizsgálatával. Mindhárman jelentős elméleti eredményekre jutottak. Györgyi Géza és Marx György az Abraham-tenzor érvényességének bizonyítására olyan erőkifejezést javasolt, amelyet kísérletileg ellenőrizni lehet.[1] 1975-ben egy kanadai csoport – a javaslatuk alapján elvégzett kísérletben – a töltésekre ható Abraham-erő jelenlétét sikeresen kimutatta. A közegekbeli energia-impulzus tenzor különböző alakjainak fizikai jelentését és a látszólagos ellentmondásokat csupán a közelmúltban tisztázták.

Györgyi Géza nevéhez is fűződik a hiperonok szerkezetére vonatkozó Györgyi–Goldhaber-sejtés. A modellt az elemi részekre vonatkozó kísérletek később nem igazolták, azonban a belőle nyert tömegformula jó közelítésnek bizonyult négy barionra, a nukleonra, és a Ξ, Λ és a Σ részecskékre. Ezt a tömegképletet tőle függetlenül Gell-Mann is felírta, ami az irodalomban Gell-Mann–Okubo-formula néven ismeretes. Ez kimondja, hogy a nukleon és a Ξ együttes tömegének a fele ugyanakkora, mint három Λ és a Σ. A megfelelő, ismert tömegértékeket behelyettesítve 1128,5 MeV/c^2, illetve 1135,25 MeV/c^2 értékeket kapunk.

[1] Marx Gy., Györgyi G.: Der Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes und die ponderomotorischen Kräfte in Dielektrika. *Acta Phys. Hung. 3* (1954) 213–242.

A „fotoncsomósodást”, a Hanbury-Brown–Twiss-effektusnak nevezett jelenséget, ezt a kísérleti eredményt a fény részecskeképe, tehát az elektromágneses tér kvantumelmélete alapján magyarázta meg.

Munkásságának gerincét a „Kepler-probléma”, a $-1/r$ potenciáltérben mozgó tömegek, illetve töltések középiskolai és tudományos szintű feldolgozása képezte. A középiskolai tárgyalást aprólékosan kidolgozott határátmenetekre, a tudományos kifejtést pedig a szimmetriatulajdonságokra, csoportelméleti magyarázatokra építette. Felvetődött az a kérdés, hogy ez a Györgyi-féle tárgyalás az erőtér alkalmazása helyett esetleg alkalmas lehet az atommag kötési és energiaviszonyainak tárgyalására, illetve útmutatást nyújthat más hadronfizikai problémák megoldásához. Még 2010-ben is közel ötven hivatkozás történt az erről a témáról írt cikkeire, amelyek a *Nuovo Cimento,* az *Annalen der Physik,* a *Zsurnal Exp. Teor. Fiz,* az *Acta Physica Hungarica* és más neves folyóiratokban, valamint külföldi intézeti és konferencia-kiadványokban jelentek meg.

Györgyi Géza vérbeli tudománytörténész és műfordító is volt. Tudta, hogy a klasszikus mesterek eredeti műveivel is meg kell ismertetni az egyetemi hallgatókat, a tanárokat, a tudományos kutatókat. Ezért rengeteg eredeti, klasszikus fizikai művet lefordított és közzé tett. Voltak, akik idejétmúltnak tekintették ezeket az írásokat, Géza azonban tudta, hogy a gyökerek megismerése nélkül nem ismerhetjük meg igazán magát a fát. Ő még tovább ment, a fa ültetőjét, a tudományos kutatót is szerette volna bemutatni, megismertetni, megszerettetni környezetével. Ennek legjobb módja, ha a neves fizikus levélváltásait megkeressük, lefordítjuk és közreadjuk. Györgyi Géza ennek is nagymestere volt. A levelekből nemcsak a kutató ember élete tárul elénk, hanem nagyon sok szakmai kérdés is előkerül.

Idézzük most őt magát, idemásolva egyik írásának bevezető gondolatait.[2]

„A *Fizikai Szemle* több ízben közölt visszaemlékezést *Ortvay Rudolfra.* Ezeknek szerzői egyöntetűen mint a hazai elméleti fizikai nagystílű reformátorára, szervezőjére emlékeznek rá, aki az elméleti fizikát Magyarországon magas színvonalra emelte. *Az elméleti fizika száz esztendeje a pesti egyetemen* című tanulmányból idézzük: »Ha ma az oktatók, kutatók, diplomamunkások és hallgatók benne élhetnek a lüktető, sodró természettudomány atmoszférájában, azt azoknak köszönhetjük, akik ezt megteremtették: elsősorban Ortvay Rudolfnak és Novobátzky Károlynak.« Ortvay a *Matematikai és Fizikai Lapok* fizika részének – melyet a *Fizikai Szemle* elődjének vall – szerkesztője, az Eötvös Társulatnak titkára volt. Ortvay Rudolf halálának huszadik évfordulóján megjelent megemlékezésében *Balázs Júlia* írja: »Ortvay vehemensen, szenvedélyesen levelezett a fizika és az azzal kapcsolatos tudományok majdnem valamennyi problémájáról. Milyen nagy kár, hogy óriási levelezéséből, melyet a világ legnagyobb tudósaival folytatott, olyan sok elpusztult! Mennyi értékes levél, amelyeket ő olyan gondosan sok éven át elrakott, valóságos kincsesbánya lehetett, és megsemmisült!« Szerencsére kiderült: több világhírű tudós (*Werner Heisenberg, Hevesy György, Max Planck, Wigner Jenő* Nobel-díjasok) Ortvayhoz írott levelei megvannak; a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtára őrzi őket kéziratgyűjteményében. Ezek véleményünk szerint figyelemreméltó magyar és egyetemes tudománytörténeti, valamint emberi dokumentumok. Feltétlenül kívánatos, hogy Ortvay levelezésének még fellelhető része ugyancsak kerüljön közgyűjteménybe. Az alábbiakban Wigner Jenőnek az 1929–39. években Ortvay Rudolfhoz írt leveleiből közlünk, a levélíró szíves engedélyével.

Wigner Jenő, a 20. század legkiemelkedőbb magyar születésű fizikusa úttörő volt a csoportelméleti módszerek kvantummechanikai és magfizikai alkalmazásában. A paritás, az időtükrözés, a fermionterek antikommutátorai, a szuperkiválasztás felismerése az időközben eltelt évtizedek tanúsága szerint a kvantumelmélet legmélyebb és leglényegesebb vonásaira mutattak rá. Nem kevésbé jelentősek és időtállóak az atomenergia és magreakciók kutatása terén elért eredményei. Mindezek elismerését jelenti nem csak a Nobel-díj, hanem az az osztatlan tisztelet, amellyel a világ fizikusai Wigner Jenőt mesterüknek vallják.

Wigner Jenő egyetemi tanulmányokat már külföldön folytatott, de az Ortvay Rudolffal való levelezés éveiben figyelemmel kíséri a hazai modern elméleti fizikai kutatások kibontakozását. Többször részt vesz és előad az Ortvay-kollokviumokon. Tagja az Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Társulatnak, egyes dolgozatai itthon jelentek meg. Ma is több magyar fizikussal vált leveleket. Lapunk is több írását közölte.

Wigner Jenő 1902. november 17-én született Budapesten. Az egész tudományos világ gratulációihoz csatlakozva 70. születésnapján a *Fizikai Szemle* is tisztelettel köszönti a nagy tudóst, a lap mindnyájunk által becsült íróját és olvasóját.”

A levelek közzétételének sorát a *Max Planck Magyarországon*[3] című írás követte. Az itt publikált leveleket Planck az 1936–43. években magyarországi látogatásaival és a MTA külső tagjává való megválasztásával kapcsolatban írta Ortvay Rudolfnak, a budapesti Tudományegyetem elméleti fizika professzorának.

A sort a *Neumann János levelei Ortvay Rudolfhoz*[4] publikáció követi. Ezért az írásáért Györgyi Géza posztumusz megkapta a *Fizikai Szemle* 1973. évi nívódíját. A nívódíjjal a *Szemle* szerkesztőbizottságában végzett munkáját is elismerték: 16 éven át, haláláig tag és két évig, 1964–65-ben főszerkesztő-helyettes volt.

A levelek publikálásának sorát az *Ortvay Rudolf levelei Neumann Jánoshoz*[5] című írás zárja, amely Györgyi Géza halála után két évvel jelent meg.

A levelezések megjelentetésének legméltóbb folytatása, ha válogatunk abból a 37 levélből, amit Wigner

[2] Györgyi G.: Wigner Jenő levelei Ortvay Rudolfhoz. *Fizikai Szemle 22/2* (1972) 45–58.

[3] *Fizikai Szemle 22/10* (1972) 307–312.

[4] *Fizikai Szemle 23/12* (1973) 357–370.

[5] *Fizikai Szemle 25/5* (1975) 166–179.

Györgyi Gézának küldött. E leveleket az MTA Könyvtára Kézirattára őrzi.[6] Lefordítottuk azt az egy levelet, amit szintén az MTA-n őriznek: Györgyi Géza levele Wigner Jenőnek.[7] Györgyi Géza többi, Wignerhez írt levele Amerikában lehet, megszerzésükre kísérletet tettünk, eddig nem jártunk sikerrel. Ezen levelek, néhány kivétellel megtalálhatóak a BME OMIKK Tudomány és technikatörténeti archívumában,[8] illetve a teljes levelezés rajta van *A magyar tudomány és technika nagyjai* sorozat Wigner Jenő (1902–1995) CD-jén.[9]

A legtöbb levél angol nyelvű, gépírásos, mert Wigner magyarul nem tudó titkárnőjének diktálta azokat. A titkárnő távollétében Wigner maga gépelte a leveleket magyarul, illetve nyaralásakor, karácsonyi üdvözletként kézzel írta a magyar szöveget. Igyekeztünk visszaadni a levelek eredeti formátumát, ez különösen az első levélre igaz, ahol a fejléces papírt, a címzést is – és nem csak a tartalmi részt – rekonstruáltuk.

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
2101 CONSTITUION AVENUE
WASHINGTON 25. D. C.

Address Reply to
P.O. BOX 131
WOODS HOLE. MASS.

1963. augusztus 9.

Dr. Györgyi Géza
A Magyar Tudományos Akadémia
Központi Fizikai Kutató Intézete
Pf.: 49.
Budapest, 114, Magyarország

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyon szépen köszönöm július 22-i levelét, amelyben engedélyt kér három cikkem újraközlésére, amelyekben én szerző vagy szerzőtárs voltam. Nagyon megtisztelőnek éreztem, hogy ezt tette.

Ön természetesen tudja, hogy ebben az országban nem csak a szerző, hanem a kiadó engedélyét is kérni kell, azonban nem gondolom, hogy önnek nehézségei lennének.

Levelét egy csehszlovákiai kórházból írta, de remélem, ez nem azt jelenti, hogy beteg.

A legjobbakat kívánva,

igaz tisztelettel,
[aláírás]
Eugene P. Wigner

– ✧ –

1964. január 8.

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyon szépen köszönöm november 8-i levelét, amely néhány nappal ezelőtt érkezett meg. Ez két cikkem fordítását tartalmazza: egy nagyon régit a *Z. f. Physik* folyóiratból és egy újat, amely, remélem, most fog megjelenni a közeli jövőben az 1962. évi *Solvay Reportban*. Természetesen nagyon büszke vagyok arra, hogy ezek a cikkek megjelennek magyarul. A fordítást egészen kiválónak találom, és azzal nagyon meg vagyok elégedve. Csak néhány hely van, ahol – érzésem szerint – a szöveget nem reprodukálták pontosan, és természetesen van néhány gépelési hiba. Számos javítást tettem ceruzával, itt küldöm a kérdéses oldalakat. A kézirat többi részét normál levélként küldöm. Feltételezem, hogy a kézirat másolatát megkapta, nagyon csodálom azt a pontosságot, amellyel a képleteket tintával beírták.

Csupán néhány általános észrevételt szeretnék tenni. A legfontosabb ezek közül a „angular momentum” fogalmának fordítása „impulzusmomentum”-ként. Amikor én rendszeresen olvastam magyar fizikai műveket, akkor az „angular momentum”-ra a „forgatási momentum” volt a helyes kifejezés. Természetesen a nyelv változik, de erről nem vagyok tájékozott.

Azt is szeretném javasolni, hogy a

Z. f. Phys. 45, 601 (1927)

helyreigazítást (Berichtigung), amely közvetlenül a cikk után következik, fordítsák le és közöljék a cikkel együtt.

Ez a hiba, természetesen, meglehetősen komoly, ezenkívül a cikkben csak egy másik tévedést találtam. Ez az ön fordításában a 26. oldalon van és arról szól, hogy a He és a H csak normál energianívókon létezik. Ez igaz a H-ra, de nem a He-ra. Ez utóbbi esetben csak az $L = 0$ energianívó (term) létezik egyedül, mint normál term – a magasabb L mind normál, mind pedig abnormál esetben létezik. Nem tudom, hogy követhettem el ezt a hibát, mivel azt hiszem, hogy már akkor világos volt ez előttem. Azonban ismét kérem, hogy a fordító egy javítási jegyzetet tegyen hozzá.

Végül engedje meg, hogy megköszönjem az ön kedves gratulációját. Nagyra értékelem elismerését.

Igaz tisztelettel,
[aláírás]
Eugene P. Wigner

– ✧ –

1964. február 21.

Kedves Dr. Györgyi!

Most kaptam meg két másik cikkem fordítását: *Az elemi részek sajátparitása* [Intrinsic Parity of Elementary Particles] és *A matematika meghökkentő hatékonysága…* [The Unreasonable Effectiveness of Mathematics…]. Mindkét fordítást élveztem és néhány helyen azokat nagyon meglepőnek találtam és jobbnak, mint az eredeti. Valóban nagyra becsülöm a fordítót, bárcsak ismerném őt!

Azonban úgy tűnik, hogy néhány helyen a fordítás túlságosan tapad az eredetihez és ezeket a helyeket nehéz olvasni. Az angol nyelvben van egy írásmód, a beillesztett mellékmondat, amelynek nincs magyar megfelelője. Rettenetesen nehéz fordítani, de azt gondolom, ha a fordító még egyszer átnézi a szöveget,

6 Jelzetük: MS 4160/1-35, Ms 5562/92-93
7 Ms 5562/37
8 www.omikk.bme.hu/archivum/wigner/htm/wignerindex.htm
9 MBE OMIKK 2004.

akkor azt simábbá és könnyebben olvashatóvá tudja tenni. Ez kevésbé vonatkozik a „paritásról” szóló cikkre inkább a „meghökkentő hatékonyság…” cikkre. Teljesen tisztában vagyok azzal, hogy magyar tudásomnak sokat ártott az, hogy huzamosan távol élek Magyarországtól. Azt gondolom, hogy néhány javaslatomat a fordító vagy figyelembe veszi vagy nem. Azonban azt hiszem, ha most ennyi idő után újraolvassa, megtalálja a lehetőséget a néhány nehézkes rész elhagyására és a fordítás könnyedebbé tételére.

Függetlenül attól, hogy ki a fordító, remélem nem veszi szívére ezeket a megjegyzéseket. Amint mondtam, a fordítás bizonyos helyeken felette áll az eredetinek, de szeretném, ha mindenütt kiváló lenne.

Ismét köszönöm ebben a témában az érdeklődését, maradok,

igaz tisztelettel,
[aláírás]
Eugene P. Wigner

P.S. Kaptam egy karácsonyi üdvözlő kártyát, amelyet nagyon szívesen megválaszolnék, ha nem ebben az évben akkor jövőre. Sajnos nem tudom elolvasni az aláírást. Tudna segíteni nekem? Mellékelem a lapot. [Györgyi Géza kézírásával] (Szigeti György)

– ✧ –

1964. május 7.

Kedves Dr. Györgyi!

Engedje meg, hogy legőszintébben megköszönjem az ön szép elméleti magfizikai könyvét, amely most érkezett. Régóta nem olvastam modern magfizikai könyvet és várom, hogy végigolvassam az önét. Elküldhetem önnek, valóban csak egy kis ellentételezésként, néhány jelenlegi cikkem reprintjét? Tudom, hogy azok közül a legtöbb kevésbé érdekli önt, de lehet egy-kettő amelyet ön el akar olvasni.

Tisztelettel,
[aláírás]
Eugene P. Wigner

Magyarul is küldöm üdvözletemet. Érdekelné egy német fordítása az Eisenbud–Wigner könyvnek? [kézírással, magyarul]

– ✧ –

1964. május 12.

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyon szépen köszönöm az ön kedves levelét, valamint Dr. Szigeti nevét és címét. A közeljövőben írok neki.

Örülök, hogy észrevételeim segítettek az ön által küldött fordításokban. Remélem nem volt túl nehéz figyelembe venni azokat. Nagyon megtisztelne, ha a Nobel-előadásomat is közreadná a *Fizikai Szemlében*. Azt már publikálták, vagy folyamatban van Németországban, Svédországban és itt az Egyesült Államokban. Nem tudom, vajon szívesen venné, hogy néhány helyen változtassak rajta. Ha igen, kérem, tudassa, és hamarosan küldök egy módosított kéziratot.

Ezzel egy időben írok a kiadónak, Akadémiai Kiadó [kézírással magyarul], kérve őket, hogy tiszteletdíjamat egy volt tanáromnak, Dr. I. Oppelnek küldjék. Remélem, hogy ez lehetséges.

Végül engedje meg, hogy megdicsérjem az angoltudását. Én kemény munkával („by the sweat of my brow”) tanultam a nyelvet, nagyon érzékeny vagyok a pontatlanságokra és a nyelvtani hibákra. Az ön levele tökéletes.

Őszinte üdvözlettel –
[aláírás]
Eugene P. Wigner

– ✧ –

1964. szeptember 15.

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyon köszönöm, hogy megküldte az *Események, természettörvények és invarianciaelvek* (Events, Laws of Nature and Invariance Principles) [1963. évi Nobel-előadás] fordítását. Angolul válaszolok, mert azt szeretném, hogy ezt minél előbb megkapja. Úgy látom, amint azt vártam is, a fordítása egészen kiváló, és büszkeséggel tölt el, hogy időt szánt arra, hogy saját maga fordítsa le a tanulmányomat. Éppen most kaptam meg azt a *Fizikai Szemlét,* amely *A matematika meghökkentő hatékonysága a fizikában* cikkem fordítását tartalmazza (The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Physical Sciences). A fordítás nemcsak kiváló, de egyenesen tökéletes.

A fordításban nagyszámú változtatást javasoltam. Ezek nem szörnyen fontosak, de az én ódivatú nyelvtudásom szerint a szöveget gördülékenyebbé teszik. Ha úgy érzi, hogy ezekkel nem ért egyet, részemről rendben van; de miután a fordítását gondosan átolvastam, úgy gondoltam, hogy helyes megtenni azokat. Azokban az esetekben, ahol kétségeim voltak, kérdőjelet tettem a margóra a szokásos vonal helyett. Teljessé tettem a 7 és 8 jelű lábjegyzeteket.

Legjobbakat kívánva, üdvözlettel,
tisztelettel,
[aláírás]
Eugene P. Wigner

– ✧ –

1967. március 26.

Kedves Györgyi Kolléga!

A hét elejére jött meg levele Princetonba és emlékeztetett az Eisenbud–Wigner könyvre. Már épen egy mérges levelet akartam írni a kiadónak, tiltakozva, hogy még mindig nem jött meg a korrektúra, amikor másnap megjött. Itt van most velem, egy konferencián, és ahogy visszajutok Princetonba, lemásoltatom és elküldöm a másolatát.

A konferencia itten a nukleonok között ható erőkkel foglalkozik. Ezek szerepe a magfizikában még egy év előtt – csodálatosképen – nagyon csekély volt. Az utolsó évben Talmi, Brown és Bethe megmutatták, hogyan lehet ezen erők ismeretét felhasználni a magok struktúrájának és spektrumának megmagyarázására. Ez a téma rendkívül mostohán van kezelve az Eisenbud–Wigner könyvben.

Remélem, hogy jól érzi Magát Trieszben és hogy érdekes az ott-tartozkodás.

Igaz tisztelettel
Wigner Jenő

[a kézírásos levél facsimiléje a következő oldalon]

– ✧ –

1969. április 24.

Kedves Dr. Györgyi!

Legőszintébben szeretném megköszöni az *Az atommag szerkezete* hasáblevonatát. Nagyon örülök, hogy megkaptam, és csodálom az ön fordítási készségét. Tudom, hogy az milyen nehéz.

Őszinte tisztelettel,

[aláírás]
Wigner Jenő

– ✧ –

1969. december 31.

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyra becsüljük az önök karácsonyi üdvözletét és az Eisenbud–Garvey–Wigner könyv egy példányát az ön fordításában, amely most érkezett. Ez tulajdonképpen a könyv naprakészebb változata, mint bármi más, amit ismerek, és várom, hogy a következő félévi előadásaimon felhasználhassam.

Szintén köszönöm az információt a *Szimmetriák és reflexiók* (Symmetries and Reflections) fordításáról. Szükségtelen mondanom, büszkeséggel tölt el, hogy érdekli ez a mű, amely végül is technikailag nem bonyolult. Dr. Nagytól megkaptam fordításának egy példányát, éppen mielőtt a karácsonyi rohanás megkezdődött, de eddig nem volt időm, hogy kellő gondossággal átnézzem. Nagyon várom, hogy megtehessem.

Minden jót kívánva az új évre,

tisztelettel,

[aláírás]
Eugene P. Wigner

– ✧ –

1970. július 30.

Kedves Dr. Györgyi!

Nagyon köszönöm június 30-i levelét, amelyet egy nagy kirándulásból visszatérve találtam. Közbevetem, hogy e kiránduláson az ön kollégájával, Dr. Frenkellel találkoztam, és mély benyomást tett rám a tudása és kedvessége is. Megpróbálunk közös cikket írni, de még nem vagyok biztos abban, hogy gondolataink már teljesen kikristályosodtak.

Megtisztelő érzés lesz, ha publikálni fogja az ön által említett, Neumann-nal közös cikkemet, valamint az *American Journal of Mathematicsban* közölt saját írásomat.

Őszinte tisztelettel,

[aláírás]
Wigner Jenő

– ✧ –

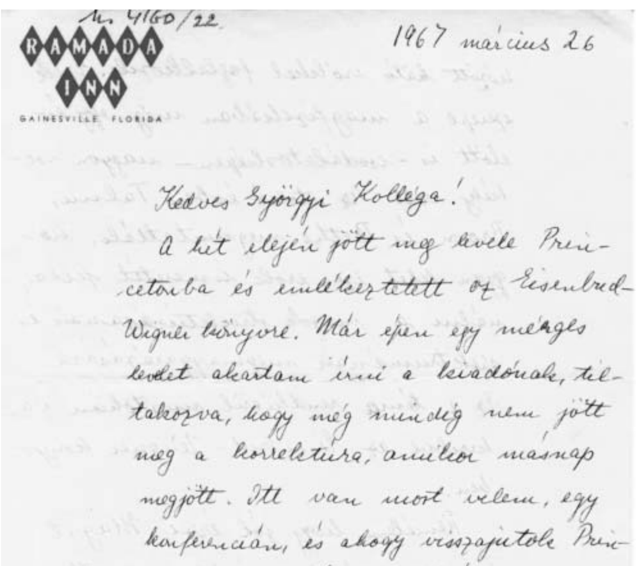
1972. február 25.

Kedves Györgyi Kolléga!

Ez bizony nagyon késői válasz január 11-i levelére. A hét elején írtam az Ortvay levelekről, azóta valami buta betegségem volt, ezek a kifogásaim.

Mindenekelőtt nagyon köszönöm a *Kvantummechanika* könyvet. Még alig olvastam benne, de amit olvastam, sok mindenre emlékeztetett, és sok örömet okozott. Ami legjobban meglepett, az az, hogy Neumann Jancsi dolgozataira emlékeztem legkevésbé.

Kissé nehezemre esik a „klasszikus irodalom” számára választott dolgozatokról véleményt mondani. Az én dolgozataim nagyon előtérben vannak, de persze ezeket ismerem legjobban. Megengedné, hogy Bargmannak és Wighamannak írjak tanácsért; ők objektívebben tudják megítélni a helyzetet?


h. 4160/22

RAMADA INN
GAINESVILLE FLORIDA

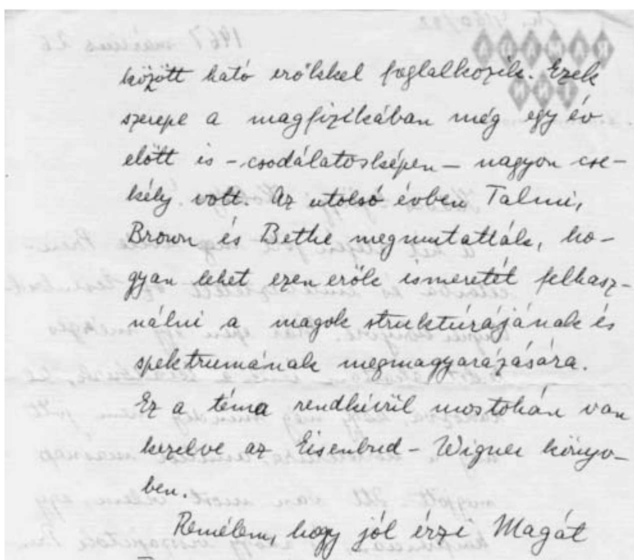
1967 március 26

Kedves Györgyi Kolléga!

A hét elején jött meg levele Princetonba és emlékeztetett az Eisenbud-Wigner könyvre. Már ezen egy meleg levelet akartam írni a kiadónak, tiltakozva, hogy még mindig nem jött meg a korrektúra, amikor másnap megjött. Itt van most velem, egy konferencián, és akkor visszajutok Princetonba, lemásoltatom és elküldöm a másolatot.

A konferencia itten a nukleonok

THE MOTOR HOTEL DIRECTLY ACROSS FROM THE UNIVERSITY OF FLORIDA


között ható erőkkel foglalkozik. Ezek szerepe a magfizikában még egy év előtt is – csodálatosképpen – nagyon csekély volt. Az utolsó évben Talmi, Brown és Bethe megmutatták, hogyan lehet ezen erők ismeretét felhasználni a magok struktúrájának és spektrumának megmagyarázására. Ez a téma rendkívül mostohán van kezelve az Eisenbud-Wigner könyvben.

Remélem, hogy jól érzi Magát Triestben és hogy érdekes az ott-tartózkodás.

Igaz tisztelettel
Wigner Jenő

Ami a fizika történetének jelentőségét illeti, mellékelem egy levél másolatát, amit az American Institute of Physics felhívására írtam. Talán tudja valami hasznát venni a vitáiban.

Ami a $h \to 0$ határesetét illeti a kvantummechanikának, ebben attól tartok, a nézetem különbözik sok más nézettől. Én úgy látom, hogy ebben a határesetben csak a mozgási egyenletek veszik fel a klasszikus alakot, az állapotok sokasága ebben a határesetben is sokkal kiterjedtebb, mint a klasszikus fizikában. Amikor a $h \to 0$ határesetet azonosítjuk a klasszikus mechanikával olyan állapotok szemléltetésére szorítkozunk, melyeknek van klasszikus leírása. Csak ebben az értelemben igaz az, hogy a klasszikus mechanika helyettesítheti a kvantummechanikát. Ha van két elektronsugár, egyikben a spin felfelé, a másikban lefelé mutat, de ha interferenciát alkotunk közöttük, a spin jobbra mutat – ez olyan állapot, aminek nincsen klasszikus leírása és lehet ilyen állapotokat, ha a kvantummechanika helyes, makroszkopikus testekre is létrehozni. De tudom, ez Önnek nem újság.

Remélem jól vannak mindnyájan. Mi is jól vagyunk, csak nekem túl sok a dolgom.

Sokszor üdvözli és melegen
[aláírás]
Wigner Jenő

[Wigner által gépelve, az ékezetek kézírással.]

Györgyi Géza levele Wigner Jenőhöz

Kedves Wigner Professzor!

A *Szimmetriák és reflexiók* (Symmetries and Reflections) magyar kiadásának hasáblevonatait az imént kaptam meg. Úgy gondoltam, hogy meg kell írjam önnek ezt a jó hírt.

A *Magyar Fizikai Folyóirat* szerkesztője Turchányi professzor arról az elhatározásáról értesített, hogy *A klasszikus irodalomból* sorozatot folytatja. Az ön forgásokról és az impulzusmomentumról szóló korábbi sorozatai után teljesen természetes, hogy a Lorentz- és a Galilei-csoportokról szóló új sorozattal folytassuk. Csatolok egy tervet erről a javasolt sorozatról, amelyet szeretném, ha jóváhagyna. Ezen cikkekből ön hármat saját maga írt, a publikáláshoz a jogi hátteret az Akadémiai Kiadó adja. Az én feladatom az, hogy e válogatás tudományos oldaláról kérdezzem véleményét. Szükségtelen mondanom, nagyon hálásak lennénk az ön szíves engedélyéért, hogy publikálhassuk a Lorentz- és a Galilei-csoportokról szóló sorozatot a *Magyar Fizikai Folyóiratban*.

Épp most érkezett meg december 27-i levele. Szeretnék köszönetet mondani a kedves szavaiért ugyanúgy, mint a gépelési és az egyéb hibákra tett megjegyzéseiért. Elnézést kérek, hogy nem válaszoltam az augusztus 21-i és szeptember 17-i levelére, de úgy gondoltam, jobb, ha nem keresztezem az ön és Marx professzor levelezését a levelek kiadásának tárgyában. Postáztam egy kötetet, amelyet az Akadémiai Kiadó most publikált, ez a kvantummechanikára vonatkozó klasszikus írásokat tartalmazza (kettőt közülük J. v. Neumann írt).

Az Akadémia levéltárának vezetője, Dr. Csapodi nagyon örül, hogy Ortvay önhöz írt levelei valószínűleg megvannak az ön irattárában. Ez az anyag valószínűleg iránymutatást ad sokunknak; mindenesetre teljessé tenné azt az anyagot, amelyet jelenleg a Levéltárban őriznek.

Dr. Csapodi a J. v. Neumann által Ortvaynak írt leveleket is szeretné betenni az Akadémia gyűjteményébe. Ortvay unokatestvérének özvegyénél vannak ezek a levelek. Dr. Csapodi, aki történész, meggyőzte az Akadémia számos nem természettudós tagját ezen dokumentumok fontosságáról.

Amikor beszéltem neki az ön kedves érdeklődéséről és önnek a Clark által az Einsteinről írott könyvre vonatkozó hivatkozásáról, Dr. Csapodi azt gondolta, hogy nagyon hasznos lenne, ha megengedné, hogy véleményét erről a kötetről és az ilyen dokumentumok fontosságáról – különösen a Neumann-levelek vonatkozásában – idézhesse. (Esetleg a Wigner- és a von Neumann-leveleket együttesen publikálhatjuk.)

Talán mi túl sokat kérünk öntől. Remélem, megbocsátja lelkesedésemet. Dr. Ortvay több mint 25 évvel ezelőtt halt meg, és ama hosszan tartó kapcsolat – amelyet ő korunk egyik legnagyobb matematikusával fenntartott – dokumentumai még hozzáférhetetlenek a tudományos közösség számára. Ahogy én tudom, ezek a levelek nagyon érdekesek, és utalásokat tartalmaznak a kvantummechanikára, az oksági, teleologikus leírásra, az agy szerkezetére stb. stb.

Egy kis részleges eredményt már elértünk: Dr. Ortvay unokatestvérének özvegye már letétbe helyezett néhány más levelet a levéltárban. Ezek közül egyet ön írt 1936-ban Madisonból, csatolom annak egy fénymásolatát. Néhány levél MAX PLANCK-tól származik! Ön megérti azt a mély érzést, amikor ezeket a kézírásokat kezembe vehettem. Talán megengedi, hogy néhány sort idézzek, amelyet a 86 éves Planck írt Ortvaynak.

„Ebből az alkalomból még engedje meg, hogy egy tudományos kérdésben a véleményét kérjem. Az előadásaiban gyakran beszél a hullámok és a részecskék közötti dualizmusról. A dualizmus ezen elve szerint az ember választhat, hogy egy elektront vagy hullámnak, vagy részecskének tekintsen és mindkét szemléletmód egyenjogú és olyan jelenségekre vezet, amelyek egyeznek a helyes eredményekkel. Csak azt kérdezem: a dualitás ezen törvénye, hogyan egyezik azzal a körülménnyel, hogy a részecskeelmélet a hullámelmélet egy speciális esete ($h = 0$). Egy speciális eset azonban nem lehet egyenjogú az általános esettel. Inkább azt kellene gondolnunk, hogy a hullámelmélet előnyt élvez a részecskeelmélettel szemben és akkor már nincs többé szó valódi dualitásról. Nos, én nagyon hálás lennék, ha – akár röviden is – erről a pontról megírná véleményét, amelynél bizonyos nehézségeket érzek.” [az idézett rész németül]

Ma is nagyon ritkán talál az ember e pontra vonatkozó teljes tárgyalást. Számomra *A mérés problémája* (The Problem of Measurement) (Symmetries and Reflections, Bloomington, p. 162.) című tanulmányhoz írt 10-es lábjegyzet a legvilágosabb. Sok mai szerző is kifejezi azt a vágyát, hogy a klasszikus határt $h \to 0$, amelyet itt a h felfedezője említ, részleteiben vizsgálják és nagyobb pontossággal fogalmazzák meg. Például Van Hove:

„A klasszikus elméletnek úgy kell előállnia, mint a kvantumelmélet aszimptotikus határesete, amikor a h tart a nullához. A jól ismert megfontolások is csak ezt fejezik ki formálisan. Ugyanakkor el kell ismerni, hogy ez a pontos matematikai átmenet egyáltalán nem jól ismert eljárás, és hogy ezzel kapcsolatban vannak olyan kérdések, amelyek megérdemelnék a közelebbi vizsgálatot. Ezeket azonban itt most nem kezdjük el. (Memoires, Ac. Roy. De Belgique, Classe des Sciences, 26 (6) 1951. P 67.)" [az idézett rész franciául]

G. W. Mackey könyve, *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Benjamin, New York, 1963) 2–6 fejezetének utolsó paragrafusát is idézhetjük. „Emlékszünk – írja ő –, hogy ha a kvantummechanika a H (= Hilbert-tér) automorfizmus egy paraméteres csoportjaira vonatkozik, akkor a klasszikus mechanika egy másik tárgy automorfizmusának egy paraméteres csoportjára szorítkozik, amelyet lényegében az M-en definiálunk (= a lehetséges konfigurációk absztrakt készlete lényegében a M kiegészítő halmaza). A klasszikus és a kvantumleírás összehasonlítása után erre a következtetésre jut. Nagyon érdekes lenne a precízen megfogalmazott elmélet bizonyítása ezen gondolat mentén.

Remélem, megbocsát nekem; a kérdéseknek ezt az újbóli felbukkanását hasonlónak találom ahhoz, ahogy Planck 30 évvel ezelőtt meglepő módon levelében felvetette. Planck levelei is meg fognak jelenni a *Fizikai Szemlében*.

Az ön kérdése, vagy inkább javaslata – amelyet augusztus 21-i levele tartalmazott – nagyon zavarba hozott. Soha nem voltam Amerikában, bár tudom, hogy milyen érdekes volt néhány barátom ottani tartózkodása – például Dr. Marx, Nagy és Németh Judit (akik egy-egy évet töltöttek rendre a stanfordi, princetoni és cornelli egyetemen). De én nehezen vállalkozom ilyen utazásra saját kezdeményezésként.

A feleségem meglátogatta Szemere kisasszonyt karácsony körül és nagyon örült, hogy őt jobb egészségi állapotban találta. – Sok köszönettel, őszinte tisztelettel

Györgyi Géza

[angol nyelvű, kézírással]

A FIZIKA TANÍTÁSA

ALKALMAZHATÓ-E A BIOT–SAVART-TÖRVÉNY NEM ZÁRÓDÓ »ÁRAMKÖRÖKRE« – II. RÉSZ

Gnädig Péter
ELTE Fizikai Intézet

Cikkünk I. részében megmutattuk, hogy a Biot–Savart-törvény nemcsak zárt áramkörben folyó egyenáramokra, hanem időben (lassan) változó és töltésfelhalmozódással járó (nem divergenciamentes) árameloszlásokra is alkalmazható. Ez utóbbi esetekben az időben változó töltéssűrűség változó elektromos erőteret hoz létre, amit – *Maxwell* megfontolásai szerint – a valódi áramokra emlékeztető, úgynevezett eltolási áramok megjelenése kísér. Ezek az eltolási áramok azonban a Biot–Savart-törvényben *nem jelennek meg,* a mágneses tér kiszámításánál *figyelmen kívül hagyhatók.* (Ha mégis beírjuk az eltolási áramokat a Biot–Savart-integrálba, nem kapunk hibás eredményt, mert az eltolási áramok járuléka *tetszőleges esetben nulla.*)

Az eltolási áramok szerepe a mágneses indukció örvénylését leíró Maxwell-egyenletben jelentkezik: *tetszőleges* zárt görbére számított mágneses körfeszültség (örvényerősség) a görbére illeszkedő, *tetszőleges* felületen átfolyó áram erősségével arányos (annak μ_0-szorosa), és itt az „átfolyó áram" a valódi áramok mellett az eltolási áramot is tartalmazza.

Néhány példa

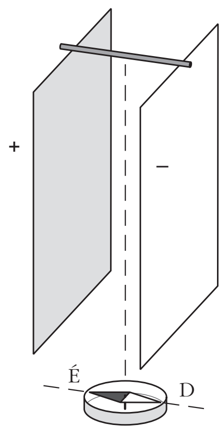
A továbbiakban néhány példán keresztül bemutatjuk, hogyan működnek az általános elvek bizonyos konkrét esetekben. Két esetben olyan példát választottunk, amelyek az áramelrendezés szimmetriája miatt (bizonyos közelítésben) ténylegesen végigszámolhatóak, és így a Biot–Savart-törvényből kapható eredmények összehasonlíthatóak az Ampère-féle gerjesztési törvényből[3] ismert képletekkel. A harmadik példa egy szabály-

[3] *André-Marie Ampère* (1775–1836) 1826-ban ismerte fel az áramvezetőt körülvevő mágneses tér és az áramerősség közötti kapcsolatot.

talan alakú „csokimikulás” töltésének elvesztése közben kialakuló mágneses mezőt vizsgálja; ennek eredménye pedig éppen azért meglepő, mert itt az árameloszlás semmilyen szimmetriával nem rendelkezik. Az utolsó példában egy mozgó ponttöltés mágneses terét vezetjük le a Biot–Savart-törvény segítségével.

1. példa

Egy párhuzamosan, függőlegesen elhelyezett lemezpárból álló kondenzátor fel van töltve. A lemezek alsó széle alatt kis iránytű áll a *4. ábrán* látható helyzetben. Ezután a lemezek tetejére helyezett kis pálcával a kondenzátort kisütjük. Három fizikus, *Aladár, Boldizsár* és *Csaba* azon vitatkozik, vajon hogyan viselkedik kisütés közben az iránytű?



4. ábra.

Aladár szerint a vezető pálcában folyó áram által keltett mágneses mező az iránytű északi pólusát a *4. ábra* síkjára merőlegesen, „befelé” téríti ki.

Ez azonban *hibás* érvelés! – mondja *Boldizsár,* hiszen nemcsak a pálcában folyó áram mágneses tere hat az iránytűre a kisülés közben, hanem a kondenzátor belsejében fellépő Maxwell-féle eltolási áram is. Ez az „elkent”, a pálcában folyó valódi árammal *azonos nagyságú,* de azzal *ellentétes irányú* áram mindenhol közelebb van az iránytűhöz, mint a pálca, ezért mágneses hatása erősebben érvényesül. Eszerint az iránytű északi pólusa a kisülés alatt az ábra síkjából „kifelé” mutató irányban térül el.

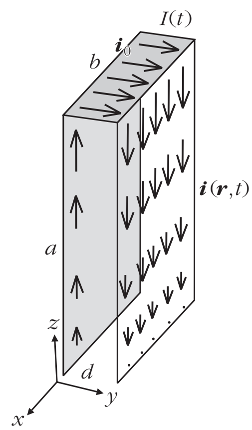
Csaba szerint az eltolási áramokat nem, de a lemezekben folyó „valódi” áramokat figyelembe kell vennünk a mágneses mező kiszámításánál, és ezek (a pálcában folyó árammal együtt) *nulla* mágneses teret eredményeznek a kondenzátor alsó széle alatt.

Vajon melyiküknek van igaza?

Megoldás: A cikkben leírtak alapján beláthatjuk, hogy Aladár téved, de Boldizsár érvelése *is hibás!* Az eltolási áram – legalábbis a Biot–Savart-törvény által sugallt módon, a kicsiny áramelemek járulékainak összegét képezve – *nem állít elő* semmilyen mágneses teret, hatása tehát figyelmen kívül hagyható. (Sajnos a jelen cikk szerzője is elkövette ezt a hibát:[4] a kérdéses feladatot is tartalmazó könyvben a Boldizsár-féle, logikusnak tűnő, de téves érvelést fogadta el.)

Mi történik akkor valójában? Csabának van igaza: az iránytű egyáltalán *nem fog kitérni* a kondenzátor kisülése közben! (Ez az állítás természetesen nem abszolút pontosan igaz, hanem csak kis lemeztávolságok esetén, amikor a széleffektusokat elhanyagolhatjuk.)

Tekintsünk egy keskeny, lapos, feltöltött síkkondenzátort, amelyet a tetején egy (nem túl jól vezető) lemezzel rövidre zárunk (*5. ábra*). A rövidrezárás ezen módja nem különbözik lényegesen a feladatban eredetileg szereplő pálcáétól, előnye viszont, hogy megőrzi a síkkondenzátor „eltolási szimmetriáját”. A kondenzátor tetejét összekötő vízszintes lemez sok párhuzamos „pálcára” bontható, és az egyes pálcákhoz tartozó áramok és mágneses terek szuperpozíciója kiadja a lemeznek megfelelő elrendezését.



5. ábra.

Jelöljük a felső lemezben folyó összes áram erősségét $I(t)$-vel, ennek nagyságát a kondenzátor pillanatnyi feszültsége és a lemez ellenállása határozza meg. Feltesszük, hogy a kisülési folyamat időállandója nem nagyon kicsi, emiatt alkalmazható a kvázistacionárius közelítés. A vékony lemezekben folyó áramokat célszerű az úgynevezett *vonalmenti áramsűrűséggel* (egységnyi vonalszakaszon átfolyó áram erősségével) jellemezni. (Az amper/méter dimenziójú vonalmenti áramsűrűséget a továbbiakban $\boldsymbol{i}$-vel fogjuk jelölni és – ha ez nem okoz félreértést – egyszerűen áramsűrűségként emlegetjük.)

Mivel az elrendezés a szélek közvetlen közelét leszámítva x irányú eltolásra invariáns, a fizikai mennyiségek (az áramsűrűségek, töltéssűrűségek, elektromos és mágneses térerősségek) nem függenek az x koordinátától. A felső (rövidrezáró) lemezen például

$$\boldsymbol{i}^{(\text{fent})} = \boldsymbol{i}_0 = \left(0, \frac{I(t)}{b}, 0\right).$$

Feltehetjük, hogy a kondenzátor lemezei jó vezetők, ezért külön-külön ekvipotenciálisak, és emiatt közöttük homogén (de időben változó), y irányú elektromos térerősség alakul ki. Emiatt a lemezek

[4] Gnädig P., Honyek Gy., Vigh Máté: *333 furfangos feladat fizikából.* Typotex Kiadó, Budapest, 2014, 315. feladat.

felületi töltéssűrűsége (ami az elektromos térerősséggel arányos) sem függhet a helytől, így a lemezekben folyó vonalmenti áramsűrűség divergenciája (z koordináta szerinti változási üteme) mindenhol ugyanakkora. A határfeltételeket is figyelembe véve megadhatjuk a bal és jobb oldali lemezben folyó áramok eloszlását:

$$\boldsymbol{i}^{(\text{jobb})}(z,\,t) = -\boldsymbol{i}^{(\text{bal})}(z,\,t) = \left(0,\,0,\,-\frac{I(t)}{a\,b}\,z\right).$$

A függőleges lemezekben folyó áramok nagysága a lemez alja felé haladva fokozatosan nullára csökken (erre utalnak az egyre rövidebb nyilak és a lemezek aljára rajzolt fekete pontok, nullvektorok), és a csökkenés üteme (a felületi töltések egyenletes térbeli eloszlása miatt) a z koordináta szerint *egyenletes.*

Számítsuk most ki a mágneses indukciót a Biot–Savart-törvény alapján az $\boldsymbol{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ vektorral megadott helyen. Egyetlen (mondjuk a bal oldali) lemezben folyó áramok járuléka az *5. ábrán* látható koordináta-rendszerben:

$$\boldsymbol{B}^{(\text{bal lemez})}(\boldsymbol{r}_0,\,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-b}^{0}\mathrm{d}x\int_{0}^{a}\mathrm{d}z\,\frac{\boldsymbol{i}^{(\text{bal})}\times(\boldsymbol{r}_0-\boldsymbol{r})}{|\boldsymbol{r}_0-\boldsymbol{r}\,|^3} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I(t)}{a\,b}\int\mathrm{d}x\int\mathrm{d}z\,\frac{\left[-z\,y_0,\;z(x-x_0),\;0\right]}{\left[(x-x_0)^2+y_0^2+(z-z_0)^2\right]^{3/2}}.$$

Ez az integrál ($y_0 \ll a,\, b$ miatt) az $x \approx x_0$ és $z \approx z_0$ tartományból „szedi össze” szinte a teljes járulékát, a távolabbi részek járuléka (az integrandus lecsengése miatt) elhanyagolható. Emiatt az integrálások határait akár a végtelenbe is „kitolhatjuk”, ez a közelítés tulajdonképpen a széleffektusok elhanyagolásával egyenértékű.

A mágneses indukció y komponense (mivel az integrandus $x-x_0$ páratlan függvénye) eltűnik, $\boldsymbol{B}$ tehát a lemezzel párhuzamos, vízszintes irányú vektor. Egyetlen nullától különböző összetevője a

$$\xi = \frac{x-x_0}{y_0} \quad \text{és} \quad \eta = \frac{z-z_0}{y_0}$$

új változók bevezetésével így számolható:

$$B_x^{(\text{bal lemez})} =$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{z_0\,I(t)}{a\,b}\,\frac{y_0}{|\,y_0|}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\xi\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\eta\,\frac{1}{(\xi^2+\eta^2+1)^{3/2}} =$$

$$= \mp\,\frac{1}{2}\,\frac{\mu_0\,I(t)}{a\,b}\,z_0.$$

Az integrál előjele y_0 előjelétől függ: a bal oldali lemez jobb oldalán (amikor $y_0 > 0$) a mágneses indukció az x tengellyel ellentétes irányú, a lemez bal oldalán pedig x tengely irányú.

Hasonló módon számolható a jobb oldali lemezben folyó áramok járuléka:

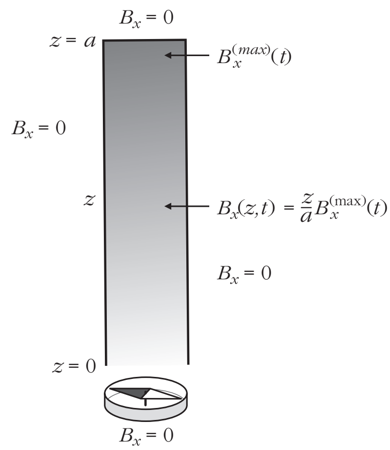
$$B_x^{(\text{jobb lemez})} = \pm\,\frac{1}{2}\,\frac{\mu_0\,I(t)}{a\,b}\,z_0.$$

A teljes mágneses tér a két járulék szuperpozíciója lesz. Ez a lemezeken kívül nulla, a lemezek között pedig

$$B_x^{(\text{középen})}(z,\,t) = -\frac{\mu_0\,I(t)}{a\,b}\,z = B_x^{(\max)}(t)\,\frac{z}{a}.$$

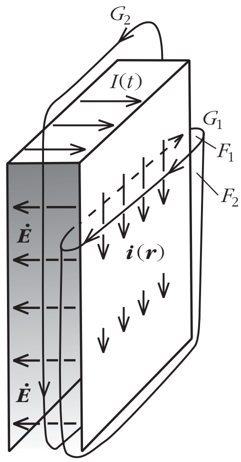
A felső (a kondenzátor kisülését megvalósító) lemezben folyó áram járulékával eddig nem foglalkoztunk. A kondenzátor felső szélének közvetlen környezetét leszámítva az nem is számottevő, ott viszont éppen $\pm B_x^{(\max)}/2$. Másrészt viszont a kondenzátor felső szélénél a függőleges lemezekben folyó áramok hatása *csak fele* a korábban számított értéknek. (Ez a „széleffektus” legegyszerűbben úgy látható be, hogy gondolatban kiegészítjük a félvégtelen lemezt egy ugyanolyan árameloszlású másikkal.) A három lemez áramának eredő mágneses tere tehát a felső, vízszintes lemez felett *nulla,* közvetlenül alatta pedig $B_x^{(\max)}$ nagyságú lesz. Ugyancsak eltűnik a mágneses tér a kondenzátoron kívül és a kondenzátor alatt is, ahogy ezt a *6. ábra* szemlélteti. (Az ábrán a szürkítés erőssége a mágneses indukció nagyságával arányos.)

A kisütés során kialakuló mágneses mező az iránytű helyén mindvégig nulla lesz, tehát egyáltalán *nem téríti ki* az iránytűt.



6. ábra

Természetesen sokkal egyszerűbben is meghatározhatjuk a kisülő síkkondenzátor mágneses terét. Először belátjuk, hogy a kondenzátoron kívül nincs számottevő mágneses indukció. Ha ugyanis csak az egyik (mondjuk a jobb oldali) lemezben folyna (függőlegesen lefelé) áram, akkor ez az áram a lemez közelében a lemezzel párhuzamos, vízszintes irányú mágneses indukciót hozna létre. Az indukcióvonalak egyike például a *7. ábrán* látható G_1 görbe mentén záródna. A mágneses indukció a görbe két egyenes szakaszán (a közelítőleg érvényes eltolási invariancia miatt) ugyanakkora nagyságú, de a lemez két oldalán ellentétes irányú. Fontos megjegyeznünk, hogy az indukció nagysága (a lemez szélének közvetlen környezetét leszámítva) *nem függ* a lemeztől mért távolságtól, hiszen a görbére illesztett vízszintes felületen átfolyó áram sem függ ettől az adattól.



7. ábra

Vegyük most figyelembe a másik (bal oldali) lemezben függőlegesen felfelé folyó áramokat is. Ezek (ugyanabban a magasságban) éppen ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú mágneses teret hoznak létre, mint a jobb oldali lemez áramai. A két mágneses mező szuperpozíciója a lemezeken kívüli térrészben – jó közelítéssel – kioltja egymást (hiszen az egyes lemezek mágneses tere nem függ a lemeztől mért távolságtól), a lemezek között pedig a két térerősség összeadódik.

A kondenzátor belsejében tehát a lemezekkel párhuzamos, vízszintes irányú mágneses mező alakul ki. A $\boldsymbol{B}$ indukcióvektor nagyságát a kondenzátor aljától z távolságra lévő G_1 görbére alkalmazott integrális Maxwell-egyenletből (az eltolási árammal kiegészített Ampère-féle gerjesztési törvényből) olvashatjuk le. A mágneses örvényerősség (körfeszültség):

$$\sum_{G_1} \boldsymbol{B}\,\Delta \boldsymbol{r} = B_x(z,t)\,b.$$

A G_1 görbére többféle módon is illeszthetünk felületet. Ha a vízszintes síkban fekvő F_1 felületet választjuk, azon a teljes $I(t)$ áram z/a hányada halad keresztül, az eltolási áram pedig nem metszi a felületet. A gerjesztési törvény (a jobbkézszabály előjelét is figyelembe véve) most így alkalmazható:

$$B_x(z,t)\,b = -\mu_0\, I(t)\,\frac{z}{a}, \quad \text{vagyis}$$

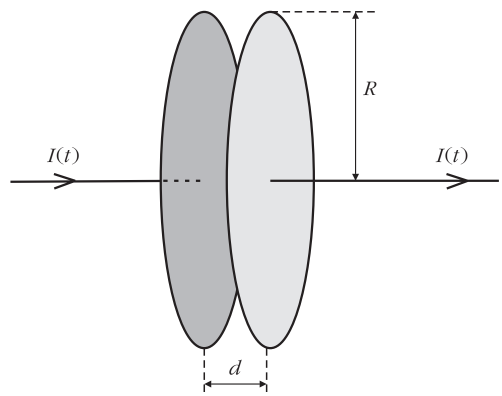
$$B_x(z,t) = -\frac{\mu_0\, I(t)}{a\,b}\,z,$$

összhangban a Biot–Savart-törvény alapján számított értékkel. Ha viszont az F_2 felületet (egy éppen hogy csak kinyitott uzsonnás zacskóra emlékeztető, a lemez zb területű részét körülvevő alakzatot) illesztjük a G_1 görbére, azon egyáltalán nem folynak át valódi áramok, viszont az eltolási áram ad (a z koordinátával arányos nagyságú felületen) járulékot.

Ha csak arra vagyunk kíváncsiak, hogy mekkora a mágneses indukció közvetlenül a kondenzátor alatt, érdemes a lemezek felezősíkjában, a *7. ábrán* látható G_2 görbén átmenő függőleges síkfelületre alkalmazni a gerjesztési törvényt. A görbe alsó, vízszintes szakasza közvetlenül a kondenzátor aljánál, a felső szakasza pedig a kondenzátortól „elegendően messze” záródik (bár ez utóbbi távolságot az ábrán nem méretarányosan ábrázoltuk). Az összes (valódi + eltolási) áram ezen a felületen keresztül nulla, tehát a mágneses körfeszültség és a vele arányos $B_x(z=0)$ is nulla. Még egyszerűbben beláthatjuk ezt az eredményt, ha a G_2 görbére egy olyan felületet illesztünk, amelyik (jobbról vagy balról) teljesen elkerüli a kondenzátorlemezeket. Egy ilyen felületen sem valódi áram, sem eltolási áram nem halad keresztül, a határgörbéje mentén tehát a mágneses körfeszültség nulla. A $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ indukciómező csak a görbe alsó szakaszán különbözhetne nullától, de mágneses körfeszültség hiányában még itt is eltűnik, zérus értékű.

2. példa

Egy hosszú, egyenes vezetőt valahol megszakítunk, és a szakadási helyre két közeli körlapból álló síkkondenzátort illesztünk (*8. ábra*). Milyen mágneses mező alakul ki a vezeték körül és a kondenzátor belsejében, ha az egyenes vezetőben valamekkora (időben nem túl gyorsan változó) áram folyik?



8. ábra

Megoldás: Feltételezzük, hogy $d \ll R$ és a lemezek jó elektromos vezetése miatt a kondenzátor belsejében minden pillanatban homogén, a lemezek síkjára merőleges irányú, $E_0(t)$ nagyságú elektromos tér alakul ki, és ezzel összhangban a lemezek felületi töltéssűrűsége $\eta = \pm\varepsilon_0 E_0(t) = \pm\eta_0(t)$ nem függ a helytől. (A lemezekben áram folyik, ehhez a lemezek egyes pontjai közötti feszültségre van szükség, tehát a lemezek közti elektromos tér és ezzel együtt a felületi töltéssűrűség szigorúan véve nem lehet homogén. Ez az inhomogenitás azonban a fémlemezek jó elektromos vezetése miatt nagyon kicsi, emiatt figyelmen kívül hagyható.)

A lemezekben folyó áram sűrűsége nyilván csak a szimmetriatengelytől mért r távolság és az idő függvénye, iránya pedig radiális:

$$\boldsymbol{i} = i(r,t)\,\frac{\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|}.$$

A (térben) egyenletes töltésfelhalmozódás ténye lehetővé teszi, hogy kiszámíthassuk a vonalmenti áramsűrűséget. Egy r sugarú körön kicsiny Δt idő alatt

$$Q_1 = \Delta t \cdot 2\pi\, r \cdot i(r,t)$$

töltés halad át, egy kicsit nagyobb ($r+\Delta r$) sugarú körön pedig

$$Q_2 = \Delta t \cdot 2\pi\,(r+\Delta r)\cdot i(r+\Delta r, t)$$

töltés távozik. Ezek szerint a $2r\pi\Delta r$ területű körgyűrűn lévő töltés mennyiségének megváltozása:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = -2\pi\,\Delta t \cdot \Delta(r\cdot i),$$

ami az $\eta(t)$ *felületi töltéssűrűség* megváltozásával is kifejezhető:

$$\Delta Q = 2\pi\, r \Delta r \cdot \Delta\eta(t).$$

A kétféle kifejezés összevetéséből

$$\frac{\Delta(r\cdot i)}{\Delta r} = -r\frac{\Delta\eta(t)}{\Delta t} \approx -r\cdot\dot{\eta}(t) = -r\cdot\text{állandó},$$

vagyis

$$i(r,t) = \frac{C_1}{r} + C_2\, r$$

adódik. Az r koordinátától nem, de t-től függő C_1 és C_2 kifejezéseket a korongba befolyó áram $I(t)$ erőssége, illetve a korong szélén nullává váló vonalmenti áramsűrűség rögzíti:

$$i(r,t) = \pm\frac{I(t)}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{r}{R^2}\right).$$

A mágneses indukciót a két korong radiális árameloszlása, valamint a két egyenes vezető árama hozza létre a Biot–Savart-törvénynek megfelelően. A radiális áramok csak a lemezek között hoznak létre teret, amely a szimmetriatengely körüli koncentrikus erővonalakkal szemléltethető, nagysága

$$B_\varphi^{(\text{lemezek})} = \mu_0\, i(r,t) = \frac{\mu_0\, I(t)}{2\pi}\left(\frac{r}{R^2} - \frac{1}{r}\right).$$

(Ezt közvetlen integrálással is meg lehet kapni, de elegendő hozzá annak megfontolása, hogy egy adott helyen lévő mágneses teret a közvetlen közelében folyó áramok határozzák meg, ahogy azt az 1. példában láttuk.) Az egyenes vezető szakaszok járuléka lényegében ugyanakkora, mint a folytonos, végtelen hosszú vezető mágneses tere:

$$B_\varphi^{(\text{két vezeték})}(r,t) = \frac{\mu_0\, I(t)}{2\pi\, r},$$

a teljes mágneses indukció pedig

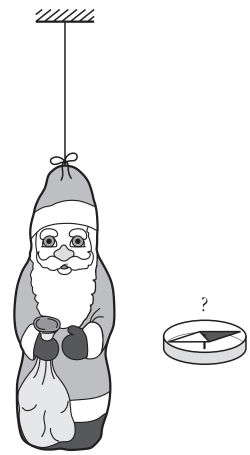
$$B_\varphi^{(\text{teljes})}(r,t) = \frac{\mu_0\, I(t)}{2\pi}\begin{cases}\dfrac{1}{r} & \text{a lemezeken kívül,}\\[2mm] \dfrac{r}{R^2} & \text{a lemezek között.}\end{cases}$$

Ezt az eredményt is könnyen megkaphattuk volna a gerjesztési törvény integrális alakjából. A vezetéket koncentrikusan körülvevő kör alakú görbére a mágneses körfeszültség $2\pi\, r B_\varphi(r,t)$, a körülölelt áram pedig a kondenzátoron kívül $I(t)$, a lemezek között pedig (a „szétkent” eltolási áram miatt) csak $I(t)\cdot r^2/R^2$.

Érdekes az az eset is, amikor a körlapok között gyengén vezető közeg található, és az árameloszlás stacionárius. Az eltolási áramok ilyenkor nem jelennek meg, szerepüket a velük azonos nagyságú valódi áramok veszik át. A mágneses mező ugyanolyan lesz, mint az időben változó töltésű kondenzátornál, és ezt a mezőt most is kiszámíthatjuk a Biot–Savart-törvény segítségével. A lemezek közötti mágneses indukciót most elvben valamennyi áram együttes hatása hozza létre, de lemezekre merőleges (valódi, vezetési) áramok ebben az esetben is *nulla járulékot* adnak. A lemezek közötti mágneses teret a két egyenes vezető és a körlapokban folyó radiális áramok határozzák meg.

3. példa

Szigetelő szálra függesztett, alufóliával bevont csokimikulást (*9. ábra*) elektromosan feltöltöttünk. A mikulás a levegő csekély vezetőképessége miatt



9. ábra

lassan elveszíti töltését. Milyen mágneses teret kapnánk a mikulás körül (és annak belsejében) a Biot–Savart-törvény felhasználásával, ha a kisülés közben kialakuló áramok eloszlását konkrétan fel tudnánk írni és az integrálást el tudnánk végezni? (Feltehetjük, hogy a levegő vezetőképessége független a helytől.)[5]

---

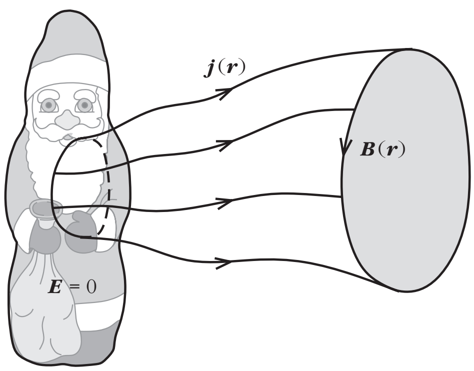
[5] Ez a probléma szerepel a *333 furfangos feladat fizikából* című feladatgyűjteményben.

Megoldás: A feltöltött csokimikulás körül elektrosztatikus mező alakul ki, amely megragadja a levegőben található töltéshordozókat, és így elektromos áram indul meg a „végtelen” felé (valójában a mikulástól távoli, földelt vezetők felé). A mikulást körülvevő mágneses teret azonban nemcsak a levegőben folyó áramok keltik! Az elektrosztatikus tér – a mikulás időben fokozatosan csökkenő töltése miatt – időben változik, ami az *integrális* Maxwell-egyenletben eltolási áram formájában szintén megjelenik. (Ugyanakkor – mint láttuk – az eltolási áram a Biot–Savart-törvényben nem ad járulékot.)

A csokimikulás körül kialakuló mágneses mező indukcióvonalai zártak, mert a mágneses mező forrásmentes. Válasszunk ki egy tetszőleges indukcióvonal-hurkot és egy erre a hurokra illeszkedő zsákfelületet (ez a *10. ábrán* látható szürke felület). Ha a zárt hurokra (a *B*-vonal irányítottságával megegyező körüljárási irányban) kiszámítjuk a

$$\sum \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\,\Delta\boldsymbol{r}$$

mágneses körfeszültséget (más néven örvényerősséget), akkor csak nemnegatív értéket kaphatunk eredményül, hiszen az indukció iránya és a hurok érintője által bezárt szög a hurok mentén nulla. Pontosan zérus örvényerősséget akkor és csak akkor kapunk, ha a hurok mentén a mágneses indukció értéke azonosan nulla.



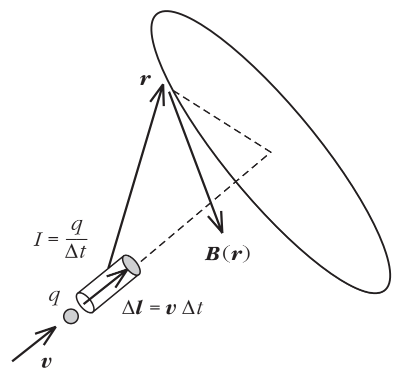
10. ábra

Az Ampère-féle gerjesztési törvény értelmében a zárt hurok örvényerőssége arányos a hurokra illeszkedő zsákfelületen áthaladó eredő áramerősséggel (ami a töltések által keltett elektromos áram és a változó elektromos tér miatt keletkező eltolási áram összege). Egy furfangos gondolattal ezt az eredő áramerősséget könnyen meghatározhatjuk! A szürke felület helyett válasszunk olyan zsákfelületet, amely benyúlik a csokimikulás belsejébe, a mikuláson kívül pedig a zárt hurokra illeszkedő áramvonalak határolják. Mivel a mikulás belsejében az elektromos térerősség és az áramsűrűség is zérus, a zsákfelület mikuláson kívüli részét pedig nem döfi át sem a töltéshordozók vezetési árama, sem pedig elektromos térerősség (hiszen a differenciális Ohm-törvény szerint az elektromos térerősség arányos és azonos irányú az áramsűrűséggel), így a mágneses mező örvényerőssége (mágneses körfeszültsége) a zsák száját alkotó hurokra zérus. Ez azt jelenti, hogy a hurok mentén a mágneses indukció végig nulla.

A mikulás körül tehát *nem* alakulnak ki indukcióvonalak, és ugyanez igaz a mikulás belsejére is; a mágneses indukció értéke az egész térben *azonosan nulla*. Ha ugyanezt a mágneses teret a Biot–Savart-törvény alapján akarjuk kiszámítani, mivel abban az eltolási áramokat nem kell figyelembe vegyük, a valódi (vezetési) áramok járuléka önmagában is *nulla* lesz. Ezt közvetlen számolással – általános esetben, tetszőleges alakú mikulásra – nyilván nehéz lenne igazolni.

4. példa

Milyen mágneses teret hoz létre egy q töltésű, $\boldsymbol{v}$ sebességgel mozgó részecske (például egy proton vagy egy elektron) az $\boldsymbol{r}$ vektorral megadott helyen? Feltehetjük, hogy a részecske éppen az origóban tartózkodik, és hogy a mozgása nemrelativisztikus ($v \ll c$).



11. ábra

Megoldás: A részecske elmozdulása valamely kicsiny Δt idő alatt $\Delta\boldsymbol{l} = \boldsymbol{v}\cdot\Delta t$, és ezen a kis szakaszon $I = q/\Delta t$ áramerősséget képvisel. Így a keresett mágneses mező a Biot–Savart-törvény szerint

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\Delta\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3} = \frac{\mu_0 q}{4\pi}\frac{\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3}.$$

Ezt az eredményt az álló ponttöltés mellett elhaladó megfigyelő „mozgó” koordinátarendszeréből (a Lorentz-transzformáció képleteinek felhasználásával) is megkaphatjuk, vagy egy alkalmasan választott zárt görbére (például a *11. ábrán* látható körre) vonatkozó örvényerősségből is kiszámíthatjuk. Ezek mindegyike sokkal bonyolultabb eljárás, mint a Biot–Savart-törvény alkalmazása, amely során az eltolási áramok hatásával nem kellett törődnünk.

A fenti képlet csak közelítőleg igaz; ha a részecske sebessége összemérhető a fénysebességgel, a formula relativisztikus korrekcióit is figyelembe kell vennünk. Érdekes viszont, hogy ha egy zárt vezetékben folyó *egyenáramot* sok ponttöltés mozgásával írjuk le, az egyes töltések mozgásából adódó, de csak közelítőleg helyes mágneses terek összege – a részecskék számának növelésével – a folytonos árameloszlás egzaktnak tekinthető Biot–Savart-képletének eredményéhez tart.

Összefoglalás

A Biot–Savart-törvény (amely az elektrosztatikai Coulomb-törvény + szuperpozíció elv mágneses megfelelője) tetszőleges helyen megadja ismert térbeli eloszlású áramok által keltett mágneses indukciót. A törvény eredeti formájában *egyenáramokra* és *zárt* áramkörökre, tehát magnetosztatikai problémákra érvényes.

A Biot–Savart-törvény kiterjeszthető időben lassan változó és nem feltétlenül zárt árameloszlásokra is. A mágneses indukció pillanatnyi értékét ilyen esetekben is ugyanolyan alakú integrálból lehet kiszámítani, mint a magnetosztatikában. A törvény alkalmazásánál *csak a valódi* (a töltéshordozók mozgásával kapcsolatos) *áramokat* kell figyelembe vennünk, az úgynevezett eltolási áramok nem szerepelnek az integrálban.

A Biot–Savart-törvény segítségével a valódi áramokból kiszámítható az $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ vektorpotenciál, majd abból rotációképzéssel kapható meg a $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ mágneses indukció mező. Ez utóbbi nyilván forrásmentes ($\mathrm{div}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \equiv 0$), örvényerőssége (rotációja) pedig egy olyan vektormező, amely a valódi áramok mellett még egy másik tagot, az *eltolási áramot,* pontosabban annak

$$\boldsymbol{j}^{(\mathrm{Coulomb})}_{\mathrm{eltolási}} = \varepsilon_0 \dot{\boldsymbol{E}}^{(\mathrm{Coulomb})}$$

Coulomb-részét is tartalmazza:

$$\begin{array}{ll} \boldsymbol{j}_{\mathrm{valódi}} & \\ \quad\downarrow & \text{(Biot–Savart-törvény)} \\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) & \\ \quad\downarrow & \text{(rotációképzés)} \\ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) & \\ \quad\downarrow & \text{(rotációképzés)} \\ \boldsymbol{j}_{\mathrm{valódi}} + \boldsymbol{j}^{(\mathrm{Coulomb})}_{\mathrm{eltolási}}. & \end{array}$$

A Biot–Savart-törvényben tehát rejtve „benne van” az eltolási áram örvénymentes (Coulomb) része, jóllehet az a törvényt megfogalmazó integrálban expliciten nem jelenik meg. Az eltolási áram Faraday-féle (divergenciamentes) összetevője a lassan változó tereknél elhanyagolhatóan kicsi a valódi áramok és az eltolási áram Coulomb-féle (rotációmentes) komponense mellett.

Ha a mágneses indukciót nem a Biot–Savart-törvényből, hanem az Ampère-féle gerjesztési törvényből akarjuk meghatározni, abban a mágneses indukció tényleges *teljes* örvényerősségével, tehát a valódi és az eltolási áramok összegével kell számolnunk.

Az elmondottak természetesen csak a „lassú változásoknak” megfelelő közelítés pontosságával érvényesek. A „pontos” képletek annyiban térnek el az itt tárgyaltaktól, hogy egy adott $\boldsymbol{r}$ helyen és t időpillanatban kialakuló elektromos és mágneses térerősségekhez járulékot adó $\boldsymbol{r}'$ pontbeli áramokat és a töltéseket nem ugyanabban a t időpontban, hanem egy *korábbi*

$$t' = t - \frac{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|}{c}$$

(úgynevezett *retardált*) időpontban kell „néznünk”. A $t - t'$ időkülönbség éppen az az időtartam, amely alatt valamilyen (fénysebességgel terjedő) információ eljuthat $\boldsymbol{r}'$-ből $\boldsymbol{r}$-be. Kvázistacionárius közelítésben ezt az időkülönbséget elhanyagoljuk és az erőtereket az áram- és töltéseloszlások *pillanatnyi* értékeiből számoljuk, továbbá nem vesszük számításba az eltolási áram Faraday-összetevőjét. Az antennák elméleti leírásában a kvázistacionárius közelítés érvényességi köre az úgynevezett *statikus zónának* (másnéven közelzónának) felel meg, vagyis azoknak a térbeli távolságoknak, amelyek az adott frekvenciájú elektromágneses sugárzás hullámhosszánál *sokkal közelebb vannak a hullámforrásokhoz*.

Köszönetnyilvánítás

A cikkben leírt problémakör vizsgálatát a *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok* fizikus szerkesztőbizottságának tagjaival folytatott eszmecsere, elsősorban *Radnai Gyula* és *Vigh Máté* érdekes, inspiráló feladatainak átgondolása indította el. Köszönettel tartozom *Hraskó Péternek* nagyon hasznos észrevételeiért és tanácsaiért, *Tichy Gézának,* aki felhívta figyelmemet a Lorentz-féle mértékválasztás előnyeire, valamint *Vankó Péternek* és *Honyek Gyulának* a kézirat átnézéséért.

AZ AMPÈRE-FÉLE GERJESZTÉSI TÖRVÉNY ALKALMAZHATÓSÁGÁNAK FELTÉTELE

Morvay Bálint, Pálfalvi László
Pécsi Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Fizikai Intézet

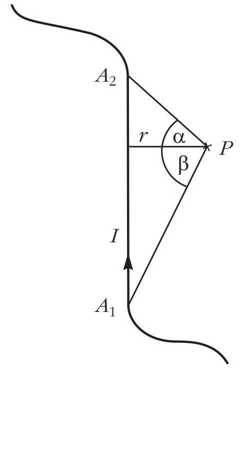
Az Ampère-féle gerjesztési törvény, ellentmondások

A magnetosztatika többek közt stacionárius, azaz időben állandó áramok által keltett mágneses tér leírásával foglalkozik. A Biot–Savart-törvénnyel meghatározhatjuk tetszőleges alakú áramjárta vezető általunk kiválasztott része által a tér tetszőleges pontjában keltett mágneses indukciót. Az *Ampère-féle* gerjesztési törvény (a továbbiakban gerjesztési törvény) – miszerint *a mágneses indukciónak egy tetszőleges zárt görbére egyszeri körüljárással vett integrálja egyenlő a görbe által határolt tetszőleges felületen áthaladó áramok áramerősségei előjeles összegének* μ_0*-szorosával* – nagy szimmetriával rendelkező esetekben használható, amelyekre tipikus tankönyvpélda a végtelen hosszú egyenes vezető, illetve a sűrűn csévélt, hosszú, egyenes tekercs belseje. Természetesen a gerjesztési törvény a Biot–Savart-törvénnyel azonos eredményt ad, hiszen ez utóbbi törvényből az előbbi levezethető [1].

Aki tanulmányaiban a magnetosztatika fejezeteinél jár és a teljes elektrodinamikát nem ismeri, könnyen zsákutcába juthat a gerjesztési törvény alkalmazásával. A Biot–Savart-törvény alkalmazásánál ugyanis megtanulta, hogy egy áramjárta vezető tetszőlegesen kiválasztott darabja által keltett mágneses indukciót mindig ki lehet számolni, ez pusztán technika kérdése. Például egy véges hosszúságú, vékony, egyenes vezető esetén az integrálást csak az A_1A_2 szakaszra (*1. ábra*) kell elvégezni, nem kell foglalkozni a végpontokon kívüli részekkel. Az I áramú egyenes vezetődarabtól r távolságra lévő P pontban a mágneses indukció nagysága

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r} I(\sin\alpha + \sin\beta), \qquad (1)$$

1. ábra. Véges hosszúságú vezető szakasz (A_1A_2), amelynek árama által keltett mágneses tér a vizsgálódás tárgya.

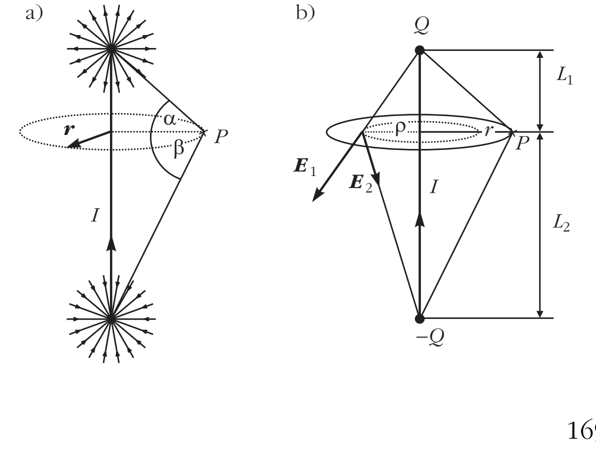


iránya pedig a rajz síkjára (*1. ábra*) merőleges. A szakasz által keltett mágneses tér hengerszimmetrikus, és csak azimutális komponenssel rendelkezik. Ez felbátorít arra, hogy a gerjesztési törvénnyel ellenőrizzük eredményünket. Meglepő módon az eredmény egyezik a végtelen hosszú, egyenes vezető terével, pedig a törvényt a „recept” szerint használtuk. Mi az ellentmondás oka?

Az ellentmondás feloldása I.

A gerjesztési törvény alkalmazhatóságának rejtett kritériuma (ami a szakkönyvek ide vonatkozó fejezeténél nincs megemlítve), hogy vezetési áram(ok) esetén *a kiválasztott zárt görbe által kifeszített, a görbe által határolt bármely felületen az áram(ok)nak át kell folynia* [2]. Tehát a vizsgált vezetéknek önmagába záródónak kell lennie, ezáltal a *kontinuitásnak* (*töltésmegmaradásnak*) teljesülnie kell. Vezetődarab vizsgálata esetében tehát gondoskodnunk kell az áram végpontokhoz történő oda- és elvezetéséről. Az utóbbi időben több különböző változatban megjelent versenyfeladat [3–5] megoldása sugallta a kontinuitás biztosításához az alapötletet. Az önmagába záródó vezető konstruálása helyett a szakasz végeinél a be- és elvezetést gömbszimmetrikusan szerteágazó, végtelenbe vezető nagyszámú „küllővel” oldjuk meg, amelyek mindegyikén azonos erősségű áram folyik (*2.a ábra*). Ezen megoldás azért előnyös, mert a Biot–Savart-törvény ismeretében (de annak explicit alkalmazása nélkül) pusztán szimmetriamegfontolásokkal belátható, hogy a végpontokból sugárirányban kifelé, illetve befelé futó áramok nem adnak járulékot a vizsgált szakasz által keltett hengerszimmetrikus, csak azimutális komponenssel rendelkező mágneses térhez, amit most már a gerjesztési

2. ábra. Az áramvezető szakasz végpontjaihoz csatlakoztatott gömbszimmetrikus küllőszerű elágaztatás (a), illetve a szakasz végpontjaiban felhalmozódó töltések, amelyek eltolási áramot keltenek (b).



törvénnyel meghatározhatunk. Természetesen figyelembe kell venni a küllőkben folyó áramok azon hányadát, amelyek a P ponton átmenő r sugarú, a vezető szakaszra merőleges kör lapját átdöfik. Ezek pedig azok az (összesen I_1, illetve I_2 erősségű) áramok, amelyek a végpontokból nézve $90-\alpha$, illetve $90-\beta$ félcsúcsszögű kúp palástján belül folynak. Felhasználva a kúp térszögét az I_1 és I_2 áramerősségekre

$$I_1 = \frac{I}{2}(1-\sin\alpha) \quad \text{és} \quad I_2 = \frac{I}{2}(1-\sin\beta) \tag{2}$$

értékek adódnak. A gerjesztési törvény szerint:

$$\oint \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = B\,2\,r\pi = \mu_0 \sum I = \mu_0\left(I - I_1 - I_2\right) = \frac{\mu_0 I}{2}(\sin\alpha + \sin\beta) \tag{3}$$

adódik, amelyből a mágneses indukcióra az (1) összefüggéssel azonos értéket kapunk.

Az ellentmondás feloldása II.

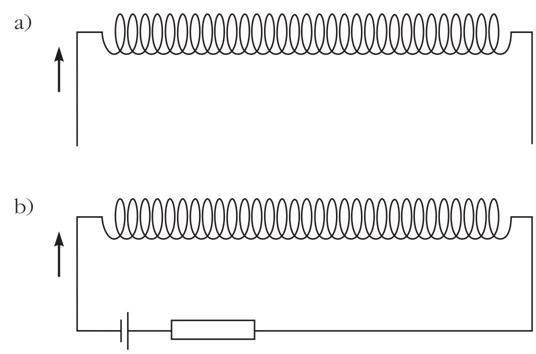
Az előző fejezetben bemutatott módszer lehetőséget adott arra, hogy a Biot–Savart-törvény explicit alkalmazása nélkül a gerjesztési törvénnyel meghatározzuk az egyenes vezető keltette mágneses teret. Az okfejtés során rámutattunk, hogy a peremfeltételek helytelen kezelése ellentmondáshoz vezet, ami az ilyen típusú problémák során vagy a töltések elvezetésével (lásd előző fejezet), vagy a töltés felhalmozódás okozta *eltolási áram* figyelembevételével kerülhető el [6]. A szakadások helyén létrejövő időbeli töltésváltozás következtében időben változó elektromos tér alakul ki, amihez rendelt eltolási áramot – a vezetési áram mellett – az alábbiak szerint figyelembe kell venni (Maxwell IV. törvénye):

$$\oint \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mu_0\left(I + I_e\right) = \mu_0\left(I + \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_A \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A}\right), \tag{4}$$

ahol a felületi integrál a kontúr által határolt felületre vonatkozik.

Vizsgált problémánk esetében a végpontokba képzeljünk parányi vezető gömböket, amelyek felületein lévő töltések az adott pillanatban Q, illetve $-Q$. A végpontbeli töltések időbeli változása időben változó, gömbszimmetrikus elektromos teret kelt, amelyek szuperponálódnak. Adott „futó pontban” (*2.b ábra*) a végpontbeli töltések által keltett térerősségek normális komponensei előjelhelyesen:

$$E_{1n} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{L_1}{\left(L_1^2 + \rho^2\right)^{3/2}}, \qquad E_{2n} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{L_2}{\left(L_2^2 + \rho^2\right)^{3/2}}. \tag{5}$$



3. ábra. A hosszú egyenes tekercs mágneses terének meghatározásához használt tipikus ábra (a), illetve annak módosított változata a gerjesztési törvény alkalmazhatóságához (b).

A (4) összefüggésben felhasználva, hogy

$$\int_A \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_0^r \left(E_{1n} + E_{2n}\right) 2\,\pi\,\rho\,\mathrm{d}\rho,$$

illetve felhasználva az (5)-beli összefüggéseket, majd az integrálást elvégezve és figyelembe véve, hogy

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I,$$

illetve, hogy

$$\sin\alpha = \frac{L_1}{\left(L_1^2 + r^2\right)^{1/2}} \quad \text{és} \quad \sin\beta = \frac{L_2}{\left(L_2^2 + r^2\right)^{1/2}}$$

a vezetőszakasz által keltett mágneses indukció értékére az előző fejezetbeli megoldás eredményével, és az (1) összefüggésbelivel azonos eredményt kapunk.

Megjegyezzük, hogy a két bemutatott módszer nem különbözik sarkosan egymástól. Ha a végpontok környezetét nagy kiterjedésű gömbszimmetrikus vezető közegnek tekintjük, akkor az eltolási áram helyett sugárirányú vezetési áramok jelennek meg (amelyek persze szuperponálódnak), ami hasonlít a végtelen számú küllő esetéhez.

Az egyenes tekercs mágneses tere

A hosszú, egyenes, sűrűn csévélt tekercs belsejében kialakuló mágneses tér meghatározására a tankönyvek a gerjesztési törvényt alkalmazzák, és illusztrációként a *3.a ábrához* hasonlót használnak. A fentiek tanulsága tükrében a szakadás okozta problémák elkerülése és a törvény alkalmazhatósága érdekében a *3.b ábrának* megfelelő átalakítást kell elvégezni. Ez a módosítás a kiegészítő vezetékek által keltett, a rajz síkjára merőleges indukciókomponens megjelenését eredményezi. Viszont ez a gerjesztési törvényben (a skalárszorzat miatt) nem kap szerepet, így a longitudinális komponensre a jól ismert eredményt kapjuk. A teljesség kedvéért viszont a tényt, miszerint a gerjesztési törvény érvényességi körének biztosításához a szükséges körülményeket meg kell teremteni (azaz a *3.b ábra* szerinti elrendezést kell tekinteni), hangsúlyozni kell, hogy az említett, a rajz síkjára merőleges indukciókomponensről nem kapunk információt.

Rámutattunk, hogy („álöltözetben”) magnetosztatikai problémák megoldása során körültekintőnek kell lenni az Ampère-féle gerjesztési törvény alkalmazása során. Az érvényességi kör az elektrodinamika-tankönyvek későbbi fejezetei ismeretében kristályosodik ki. Az okfejtést egy konkrét fizikai problémán keresztül bontottuk ki. Az általános tanulság levonása mellett bemutattuk a véges hosszú egyenes vezető szakasz mágneses terének gerjesztési törvényen alapuló, a Biot–Savart-törvény explicit alkalmazását mellőző levezetését. Az elemzett problémák során levont következtetések tükrében kijelenthetjük, hogy az elektrodinamika-kurzusok során az Ampère-féle gerjesztési törvény első felbukkanásakor már érdemes felhívni a hallgatóság figyelmét a tankönyvekben (ezen a ponton még) nem hangsúlyozott követelményre, ugyanis pusztán a „*stacionárius* áramok mágneses tere” fejezetcím nem biztos, hogy elegendő.

Irodalom

1. J. D. Jackson: *Klasszikus elektrodinamika*. Typotex, Budapest, 2004.
2. D. Barchiesi: Didactical formulation of the Ampère law. *Eur. J. Phys. 35* (2014) 038001.
3. Gnädig P.: A 2014. évi Eötvös-verseny 3. feladata
4. Gnädig P.: A 2014. évi Ortvay-verseny 17. feladata
5. Gnädig P., Honyek Gy., Vígh M.: *333 furfangos feladat fizikából* Typotex, Budapest, 2014.
6. M. Landini: About the physical reality of „Maxwell’s displacement current” in classical electrodynamics. *Progress in Electromagnetics Research 144* (2014) 329.

PENDULUMHULLÁM, AVAGY SZERELEM ELSŐ LÁTÁSRA

Lendvai Dorottya, Czövek Márton, Forrás Bence
Berzsenyi Dániel Gimnázium, Budapest

„Egy húron pendulum!”

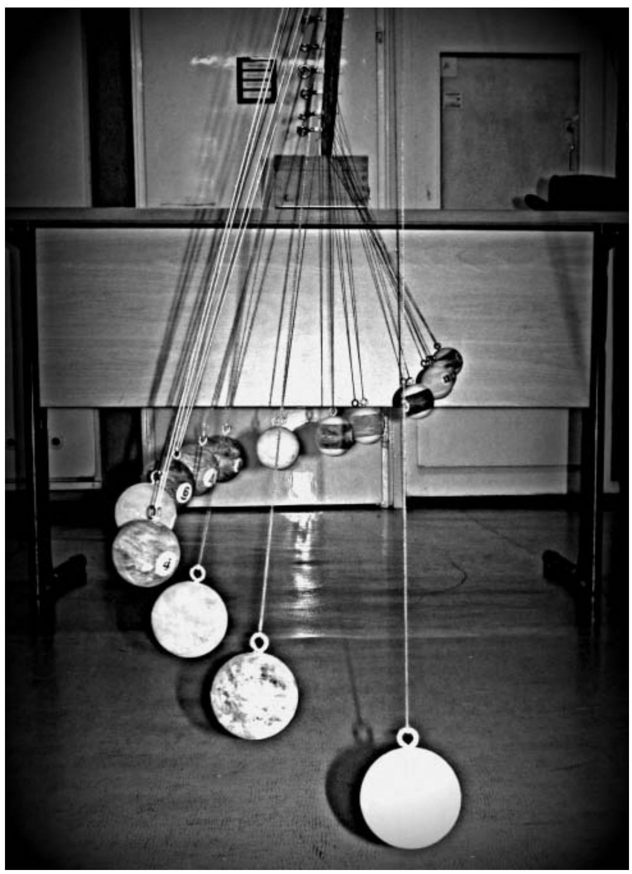
Valamikor 2013 őszén találkoztam először a pendulumhullám jelenségével, aminek egy pillanatát örökítettük meg a később elkészült eszközön (*1. ábra*).

Bevallom, első látásra beleszerettem. Azóta az eszköz elkészítésén, fizikai-matematikai leírásán és a benne rejlő további lehetőségeken törtem a fejem. A budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium nyolcadikos, valamint tizenkettedikes speciális matematika tantervű osztályainak tanulóival – fizikatábori projektmunka keretében – álltunk neki részletesebben foglalkozni ezzel a jelenséggel.

A fizikatáborról[1]

A helyszín legtöbbször egy előadótermekkel, tantermekkel felszerelt erdei iskola. A gimnázium 40-50 diákja vesz részt a minden évben megrendezésre kerülő fizikatáborban. A 13-19 éves tanulók meghívásos alapon kerülnek be a négynapos programba, amely komoly munkát, felkészülést és odafigyelést igényel. A tábort néhány hetes-hónapos előzetes felkészülés előzi meg, amelynek ideje alatt a tanulók egy közösen kiválasztott téma keretében csoportokban dolgoznak tanári irányítás segítségével. Egyéb programok mellett az elkészült munkákat is a táborban mutatják be egymásnak a diákcsoportok. A kidolgozandó projektnek nincsen előre kötött formája. Lehet ez egy vagy több kísérlet, mérés, kiértékelés bemutatása, kísérleti eszköz építése, számítógépes szimuláció elkészítése stb., esetenként történeti háttérrel vagy elméleti, számítási

1. ábra. Pendulumhullám (elölnézet).



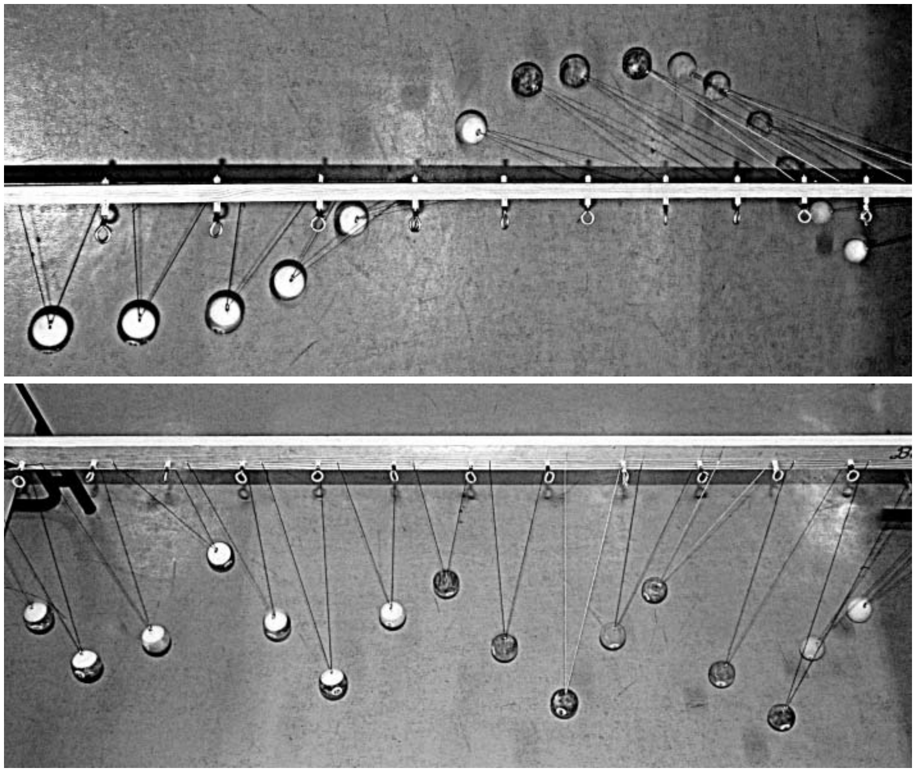
Lendvai Dorottya az ELTE Fizika Doktori Iskola hallgatója. *Czövek Márton* és *Forrás Bence* az informatikai hátteret írták és a jelenséghez kapcsolódó szimulációt készítették, ők a Berzsenyi Dániel Gimnázium 2014-ben végzett tanulói, jelenleg a BME VIK, illetve az ELTE TTK hallgatói.

[1] http://fizika.berzsenyi.hu/fizika-tabor

leírások bemutatásával egybekötve. A tábor végén közösen értékeljük a munkát. A tavalyi projektmunkánk, a pendulumhullám vizsgálatának részleteit és eredményeit szeretném itt most megosztani az olvasókkal.

Többek között azért gondoltam, hogy érdemes a pendulumhullámmal bővebben is foglalkozni, mert kiderült, alig találni magyar nyelvű leírást róla. Szebbnél szebb videók találhatók az interneten, azonban még az idegen nyelvű leírások sem elég részletesek és szakszerűek. A kollégák előtt sem ismert széles körben a jelenség. Ezért szeretném megosztani tapasztalataimat egy olyan fizikai jelenségről, amely kicsiket és nagyokat egyaránt ámulatba ejt.

Ugyan az internet sokszor nem megbízható, mégis érdemes a „pendulum wave” címszó alatt keresgélve videofelvételen megnézni, miről is lesz szó.[2] Hosszabb keresés után hasonló témájú hiteles írásokat az *American Journal of Physics* 2001. júliusi [1], illetve 1991. februári [2] számaiban találtam. Az általunk összegyűjtött információk és projektmunkánk részletei elérhetők a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium honlapján keresztül [3].



2. ábra. Pendulumhullám felülnézetből (felül) és felül-oldalnézetből (alul).

A pendulumhullám fizikai háttere és matematikai leírása

Megmutatható, hogy egy matematikai inga lengésideje kis szögkitérések esetén a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

összefüggésből meghatározható, ahol T az inga periódusideje, l a kötél hossza, g a nehézségi gyorsulás. Az inga lengési síkját megtartja, valamint kis kitérésekre lengésideje sem változik számottevően.

[2] Videók az interneten:
– Egyszerű pendulumhullám: https://www.youtube.com/watch?v=yVkdfJ9PkRQ
– Hosszú pendulumhullám: https://www.youtube.com/watch?v=O6Tys1unB8k
– Pendulumhullám sötétben: https://www.youtube.com/watch?v=7_AiV12XBbI
– Extrém pendulumhullám tűzgolyókkal: https://www.youtube.com/watch?v=u00OF3ilNUs
– Pendulumhullám szimmetrikusan: https://www.youtube.com/watch?v=vDtfWxL-AJg

Mi a pendulumhullám?

A pendulumhullám tetszőleges számú ingából álló ingasor, amelyben az ingák hosszát megfelelő matematikai összefüggés szerint választva, az ingák a képeken látható különleges alakzatokat veszik fel (*2. ábra*). (Amint a meghatározásból látszik, a pendulumhullám a fizikában elfogadott értelemben nem hullám, hiszen független ingák együttes látványáról van szó, ami semmilyen hullámegyenletnek sem felel meg.)

Fontos kérdés, hogy milyen legyen az elrendezés módja, vagyis milyen hosszúak legyenek a fonalak, hogy az ingákat egyszerre kitérítve, majd elengedve, azok meghatározott időközönként ilyen szabályos alakzatokat mutassanak? A „trükk” a következő: az ingák úgy vannak beállítva, hogy a teljes pendulumhullám egy bizonyos időn belül visszatérjen a kiindulási állapotába, vagyis minden golyó újra egyszerre legyen ugyanazon szélső helyzetben, mint a legelején. Ez alatt az idő alatt minden inga különböző frekvenciával leng. Ha a leghosszabbik például 52-t leng a pendulumhullám teljes periódusideje alatt, akkor a rákövetkező 53-at, utána 54-et és így tovább. Ha ezt felismerjük, akkor matematikailag már nincs olyan nehéz dolgunk: alapvető, hogy az egyes ingák periódusidejének hányadosa racionális szám legyen (ez biztosítja a rendszer periódusidejét), valamint célszerű, hogy a pendulumhullám periódusideje alatt az egyes ingák lengésszáma között 1-1 legyen a különbség.

A pendulumhullámban lévő ingákat (azok golyóit) beszámozzuk: i = 0, 1, 2, 3, … n. A pendulum így összesen (n+1) darab ingából áll. Legyen a nulladik inga a leghosszabb.

1. táblázat

Az egyes ingák periódusideje

i – az inga sorszáma	az inga τ idő alatti lengéseinek száma	T_i – az inga periódusideje
0	N	$T_0 = \tau / N$
1	$N+1$	$T_1 = \tau / (N+1)$
2	$N+2$	$T_2 = \tau / (N+2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$N+i$	$T_i = \tau / (N+i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$N+n$	$T_n = \tau / (N+n)$

További jelöléseink:

τ a pendulumhullám teljes periódusideje (az a legkisebb idő, amely alatt a pendulumhullámban lévő összes inga ismét egyszerre ér a kezdeti pozíciójába),

T_i – az i-edik inga periódusideje,

l_i – az i-edik inga kötélhossza (a felfüggesztéstől a golyó vagy egyéb nehezék súlypontjáig),

N – a leghosszabb ($i = 0$) inga τ idő alatti lengéseinek száma.

Ezek alapján az egyes ingák periódusideje az *1. táblázatban* leírtak szerint alakul.

A fonalhosszak megadására vonatkozó összefüggést két különböző módon is bemutatjuk.

1. Az *1. táblázatban* megadott τ, N és T_i közötti összefüggés és (1) felhasználásával az i-edik inga hossza:

$$l_i = \frac{g}{4\pi^2} T_i^2 = \frac{g}{4\pi^2} \left(\frac{\tau}{N+i} \right)^2 . \qquad (2)$$

Az adatok egy lehetséges és kivitelezhető példája: τ = 90 s, n = 15 és N = 52. A *2. táblázat* összefoglalja (2) segítségével ezen értékekhez kapott kötélhosszakat.

2. A (2)-ből következik, hogy a hosszak rekurzióval is megadhatók:

$$l_{i+1} = l_i \left(\frac{N+i}{N+i+1} \right)^2 .$$

2. táblázat

A kötélhosszak egy lehetséges megadása

i	l_i (cm)	i	l_i (cm)
0	74,4	8	55,9
1	71,7	9	54,1
2	69,0	10	52,4
3	66,5	11	50,7
4	64,2	12	49,1
5	62,0	13	47,6
6	59,8	14	46,2
7	57,8	15	44,8

Érdekes kérdés, hogy más elrendeződés (például számtani sorozatot követő kötélhosszak) esetén milyen mintázatok jöhetnek ki. Látunk-e hasonlóan „szépet”? Ez megfelelő szimulációval, ahol a különböző paraméterek könnyedén állíthatók, gyorsan ellenőrizhető. Természetesen akkor is lesznek „látványos együttállások”, azonban az időzítések és az ebből kialakuló összhatás miatt szubjektív megítélésem szerint a jelenség messze nem ilyen szép.

Az eszköz elkészítésének nehézségei

Az eszközt többféleképpen is el lehet készíteni. Most egy olyan egyszerű módszert mutatok be, amely iskolai körülmények között is kivitelezhető. Továbbá szeretném felhívni a figyelmet néhány olyan nehézségre, amelyek többségére csak a munka során derül fény.

A tartószerkezet

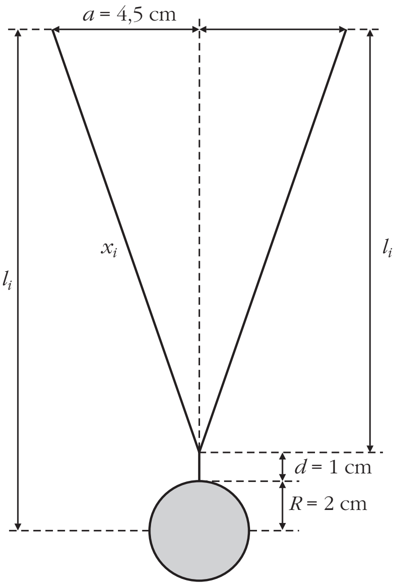
A tartószerkezet bármilyen egyszerű fa/fém állvány lehet, ami elbírja a golyókat, és amelybe kellő számú lyukat lehet fúrni. Akár talapzatra sincs szükség, egy egyszerű, kellő hosszúságú deszkalap is megteszi, amit két oldalról alá lehet támasztani. Tapasztalat szerint a rendszer szállításra igen érzékeny, főképp a fonalak, amelyek könnyen elszakadhatnak, elmozdulhatnak.

A golyók kiválasztása

Sajnos a méretes fagolyók drágák. Több videó található, ahol óriási anyacsavarral oldották meg a feladatot. Nekem a biliárdgolyó vált be, amelyet olcsón (akár ingyen) is be lehet szerezni. (A leselejtezett golyók után biliárdszalonokban érdemes érdeklődni.) A golyókat kampós csavar tartja a fonál végén. Az előfúrás stabilan tartható fúróval könnyen kivitelezhető. Amennyiben a fúró a kampós csavar meneténél körülbelül fél mm-rel vékonyabb, akkor a becsavart kampó könnyen beleszorul a golyóba. Sok ki-be tekergetés során meglazulhat a menet, ekkor egy kis pillanatragasztó még segíthet.

Fonalválasztás, felfüggesztés és fonalhosszak

Ahogyan a legtöbb videón is látszik, a csavarodás minimalizálása érdekében kettős felfüggesztést érdemes készíteni. A golyók oldalnézetből a *3. ábrának* megfelelő pozícióban egymás mellett helyezkednek el. Az ilyen típusú felfüggesztés stabilizálja ugyan a golyót, ellenben nehézkessé teszi a fonalhosszak amúgy sem könnyű beállítását. A fonal anyagának kiválasztása nem egyszerű. Kezdetben damillal próbálkoztunk, de azzal a finomhangolásokat nem lehetett elvégezni. Olyan fonalat javasolok, amely viszonylag csavarodásmentes, a súrlódástól kevéssé kopik és kellőképpen teherbíró. Erre a hímzőfonalak egészen alkalmasak. A fonalak számára 2-2 lyukat fúrtunk a tartószerkezetbe. Az egyikbe a ingát tartó fonalat fixen rögzítettük, a másik oldalon egy tipliben



3. ábra. Az egyes ingák készítésének paraméterezése (oldalnézet).

mozgó csavar köré tekertük a fonalat. A csavar ki-, illetve betekerésével lehet finomhangolni a fonalhosszat. Az i-edik inga fonalának $2x_i$ hosszát a Pitagorasz-tétel segítségével számíthatjuk ki:

$$x_i = \sqrt{\left(l_i - R - d\right)^2 + a^2}. \qquad (3)$$

Egy lehetséges méretezés például: R = 2 cm a biliárdgolyó sugara, d = 1 cm a golyóból kilógó kampó hossza, $2a$ = 9 cm a két felfüggesztési pont közötti távolság (*3. ábra*).

A többi golyó az ábrázolttól balra, illetve jobbra helyezkedik el.

A fonalhosszak precíz hangolása

A munka legidegőrlőbb része most következik. A legfőbb gondot az okozza, hogy néhol csupán pár milliméter a különbség két szomszédos kötél hossza között, amelynek pontos beállítása szinte lehetetlen, ráadásul a hibafaktor olyan összetett (csavarodás, rossz indítás, közegellenállás, súrlódás stb.), hogy bizonyos ponton túl értelme sincs a hosszak pontosabb mérésének. Mit tehetünk mégis? Az egyik, ami segíthet az, hogy nem a függőleges l_i értékeket próbáljuk meg beállítani, hanem a golyó elhelyezkedését a fonálon. A *3. ábráról* leolvasható $2x_i$ távolságot lényegesen könnyebben lehet állítani a (3) formula szerint! Lehet próbálkozni a golyók egyenkénti hangolásával, periódusidőt mérve – ehhez igénybe vehető számítógépes időmérő program. Ezt megelőzően ajánlom, hogy az egész rendszert többször elindítva figyeljük meg: a teljes pendulumhullámhoz képest mely golyók sietnek avagy éppen késnek, és ennek függvényében óvatosan, csak 1-2 millimétert állítsunk a hosszakon a megfelelő irányokba, majd jó néhányszor ismételjük meg ezt a műveletet. Ezzel a módszerrel néha gyorsabb és pontosabb a hangolás, mint szigorúan ragaszkodva az idő-, illetve hosszmérésekhez.

4. ábra. A pendulumhullám indítása.

Indítás

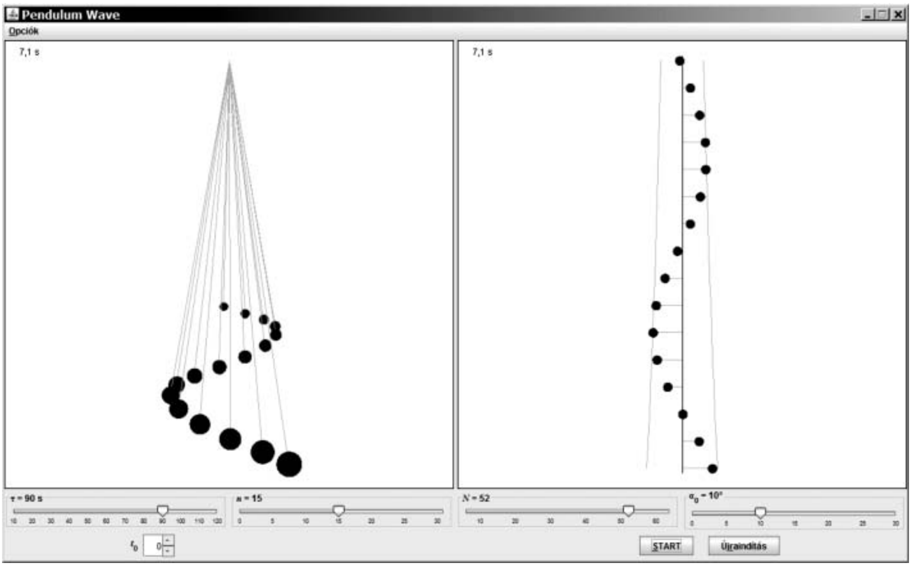
Az elkészített ingarendszert az elindításkor egy hosszú deszkával térítjük ki. Azonban a fenti számítások alapján a lengéseknek nem azonos amplitúdóval, hanem azonos maximális szögkitéréssel kellene történniük. Ez a kitérítés szempontjából a valóságban alkalmazott paraméterértékek mellett nem jelent lényeges különbséget: a szélsőhelyzetek burkológörbéje jó közelítéssel egyenes (*4. ábra*).

Egyéb ötletek

Sötétben is csodálatos a pendulumhullám, ha a golyókat (és akár a fonalakat is) láthatóvá tesszük. Ehhez hobbyboltokban többféle színben foszforeszkáló festék kapható, vagy fehér alapanyaggal dolgozva, eszközünk UV-lámpával megvilágítható. Mindkettő káprázatos látványt nyújt!

Továbbá az interneten megtalálható egy tűzgolyós verzió is, amelyen a golyók fémláncokon lógnak és éghető anyagot tartalmaznak. A fémlánc hossza viszonylag könnyen hangolható, nem igényel kettős felfüggesztést. A golyó üregesnek tűnik, amely valamilyen folyékony, éghető anyaggal lehet megtöltve. Alkalmas lehet egy játszótéri hinta váza is, de némi ötletességgel ennél jóval kisebb változatban is kivitelezhető. Ugyan nagy elővigyázatosságot igényel, de a látványért talán megéri!

További élményt jelent, ha az ingák hangot is adnak például úgy, hogy a szélső helyzetükben valamit megkongatnak. Ez azonban hosszabb távon lényegesen megváltoztatná az ingák mozgását. Ötletünket nem feladva, a „pendulumhullám zenéje” a szimuláció elkészítésével valósult meg.



5. ábra. Pendulumhullám szimuláción (elöl- és felülnézet).

Pendulumhullám számítógépes szimuláción

A jelenség pontosabb vizsgálatát elősegítendő azt demonstráló programot készítettünk. (A program a valóságban is működő eszközünknek megfelelő *2. táblázat* adataival indul, a későbbiek során azonban a különböző paraméterek módosíthatók.)

Előkészületek

A program fő funkciója, hogy az ingarendszert mutatja egyidejűleg elöl- és felülnézetből (lásd az *1., 2.* valós, valamint az *5.* szimulációs *ábrákon*). Ezen vetületek megrajzolásakor ténylegesen egy síkra rajzolunk, tehát a program nem 3 dimenziós adattípusban tárolja az ingákat.

Az animáció létrehozásához egymáshoz közeli pillanatokban rajzoljuk ki az ingarendszert. Minden újrarajzoláskor a monitorról letöröljük az előző képkockát, majd kirajzoljuk az újat – másodpercenként 33-szor. Ehhez minden pillanatban valamennyi inga helyzetét ismernünk kell, tehát minden ingáról tudnunk kell az aktuális kitérési szögét és fonala hosszát: ezekből az adatokból meghatározhatók a golyók Descartes-koordinátái. A fonálhosszak adott ingarendszernél ismertek. Szükség van az $\alpha_i(t)$ kitérési szög-idő függvényre minden egyes l_i hosszúságú inga esetén. Ezt az alábbi összefüggésből kaphatjuk meg:

$$\alpha_i(t) = \alpha_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l_i}}\; t\right),$$

ahol α_0 a kezdeti kitérés, ami minden ingára azonos. Így már minden adott, hogy az ingarendszer megfelelő vetületeit tetszőleges pillanatban ki tudjuk számítani.

Mi az úgynevezett objektumorientált programozási koncepciót követtük: saját adattípusokat hoztunk létre. Elsőként elkészült az ingatípus, ami tárolja egy inga összes paraméterét. Erre épülve jött létre az ingarendszer típusa, ami az előbb megírt ingákat használja; azok belső működését nem befolyásolja, csupán összehangolja őket: gondoskodik például arról, hogy egyszerre induljanak el, illetve ez végzi el az ingák paramétereinek beállítását is. A grafikus felülethez a Java nyelv Swing[3] csomagját használtuk.

A programozás hozadékai

Burkológörbe

A megépített ingarendszerben – amint már említettük – a szélső helyzetek burkológörbéje csak közelítőleg egyenes. Ez a videók alapján nem feltétlenül vehető észre. Átgondolva, illetve az egzakt matematikai formulákra épült szimulációt megnézve azonban jól látható. A jelenség szépségén és a fizikai leírás lényegén ez nem változtat, mégis érdekes lehet a szimulációban a burkológörbe kirajzolása, főleg ott, ahol más paraméterértékekkel jelentőssé válik az eltérés.

Nagy kitérítések

Az általunk írt program nem tanult fizikát: nincs tisztában sem a Newton-törvényekkel, sem a gravitációval, csak az ingák mozgását leíró képleteket ismeri, amelyek azonban a közelítés miatt csak kis szögek esetén igazak. Ebből következően az sem zavarja, ha olyan kitérési szögértéket adunk meg, amire a közelítés már nem lenne igaz. Ez szórakoztató jelenségekhez vezet: 120°-os kitérítés esetén például a golyók egy pillangómintát írnak le. Persze ennek nincs sok köze a valósághoz: ha a rendszert 120°-kal térítjük ki, a golyók nem körpályán fognak elindulni, hanem először szabadesést végeznek (a merev fonál – rúd – is csak közelítőleg felel meg a programbeli mozgásnak). Ez utóbbi példa jól jellemzi a programozás során gyakran megfogalmazott álláspontot: „megcsináljuk, mert megtehetjük”.

Lineáris fonálhosszak

Felmerült a kérdés, hogy mi történik, ha az ingák kötélhosszai a megadott képlet helyett egy egyszerűbb összefüggést, például egy számtani sorozatot követnek. A szimulációból kiderül, hogy ebben az esetben az indulás ugyan nagyon hasonló, de rövidesen az ingák mozgásában már nem lesz látható olyan megkapó szabályosság, mint az általunk elkészített pendulumhullámnál. Az (1) képlet alapján az ingák periódusideje a számtani sorozat egyes tagjainak négyzetgyökével lesz arányos, így biztosan lesz olyan aránypár, aminek értéke nem racionális szám, a „pendulumhullámnak” nem lesz periódusideje, sohasem tér vissza a kezdőállapotba.

---

[3] http://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/javax/swing/package-summary.html

3. táblázat

Az ingák helyzetének jellemzői 1/3, illetve 2/3 periódusidőnél

az inga sorszáma	τ (90 s) periódusidő alatti lengések száma	τ/3 (30 s) alatti lengések száma	golyó helyzete τ/3 (30 s) után	2τ/3 (60 s) alatti lengések száma	golyó helyzete 2τ/3 (60 s) után
0.	52	17 1/3	eh-bszh	34 2/3	bszh-eh
1.	53	17 2/3	bszh-eh	35 1/3	eh-bszh
2.	54	18	jszh	36	jszh
3.	55	18 1/3	eh-bszh	36 2/3	bszh-eh
4.	56	18 2/3	bszh-eh	37 1/3	eh-bszh
5.	57	19	jszh	38	jszh
6.	58	19 1/3	eh-bszh	38 2/3	bszh-eh
7.	59	19 2/3	bszh-eh	39 1/3	eh-bszh
8.	60	20	jszh	40	jszh
9.	61	20 1/3	eh-bszh	40 2/3	bszh-eh
10.	62	20 2/3	bszh-eh	41 1/3	eh-bszh
11.	63	21	jszh	42	jszh
12.	64	21 1/3	eh-bszh	42 2/3	bszh-eh
13.	65	21 2/3	bszh-eh	43 1/3	eh-bszh
14.	66	22	jszh	44	jszh
15.	67	22 1/3	eh-bszh	44 2/3	bszh-eh

Jelmagyarázat: eh – egyensúlyi helyzet
jszh – jobb szélső helyzet
bszh – bal szélső helyzet
eh-bszh – az inga éppen az egyensúlyi helyzetből tart a bal szélső helyzetébe
bszh-eh – a inga éppen a bal szélső helyzetből tart az egyensúlyi helyzetébe

Hangok

Tekintettel a pendulumhullám látványosságára, logikusnak tűnik, hogy ez az élmény esetleg más érzékszervvel is észlelhetővé, például hallhatóvá tehető. A pendulumhullám megépítésekor technikailag nem lenne megvalósítható, hogy az ingák a szélső helyzetekben hangot adjanak ki, ezért ezt a jelenséget is szimuláltuk. A programban a leghosszabb inga „A” hangon szól, ettől kezdve minden inga sorban fél hanggal magasabb hangot ad. A programban a hangok bekapcsolásával egyidejűleg érdemes a *Szélsőhelyzet más színnel* funkciót is engedélyezni, így látható, hogy éppen mely ingák adnak ki hangot. A kezdeti feltételezés igaznak bizonyult: valóban érdekes „zenét” kapunk. (Ennek szemléletessé tételére másféle inga-hang hozzárendelés is lehetséges. Egy másik megoldás lehet például a spirális ábrázolás,[4] amelynek lényege, hogy a felhangrendszer szerint, az alaphang egész számú többszörösei elvén van skálázva.)

Letöltés és felhasználás

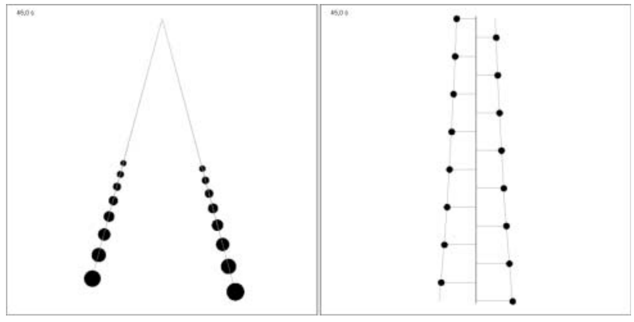
A program szabadon letölthető,[5] használatához legalább 7-es Java futtatókörnyezetre van szükség.[6]

Részletes elemzés

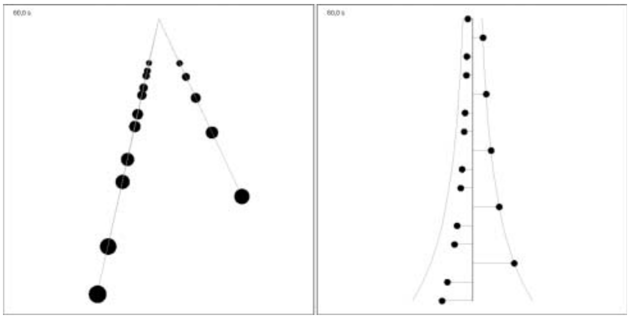
A szimuláció alapján a „szép alakzatok” még sokkal könnyebben értelmezhetők, akár a nyolcadikosok számára is elemezhetők. Ugyanis a szimuláció az elkészített eszközön megjelenő látványhoz képest nagyon nagy pontosságú és komoly előnye, hogy tetszőleges időpontokban megállítható. Természetesen ez nem helyettesítheti a valóságban működő ingasor élményét. Azonban használjuk ki a szimuláció előnyét és pendulumhullámunkat vizsgáljuk meg néhány speciálisan kiválasztott pillanatban!

Amikor a pendulumhullám éppen félperiódusnál jár (*6. ábra*), akkor azok a golyók, amelyek a teljes periódusidő alatt páros számú teljes lengést végeztek, most a kiindulási helyzetben találhatók. Azonban

6. ábra. Fél periódusidő (45 s) utáni állapot elöl- és felülnézetben.



[4] https://www.youtube.com/watch?v=JMzB7sLeSbs
[5] http://www.berzsenyi.hu/Lendvai
[6] http://java.com/en



7. ábra. 1/3 (30 s), illetve 2/3 (60 s) periódusidő utáni állapot elöl- és felülnézetben.

azok a golyók, amelyek a teljes periódusidő alatt páratlan számút lengtek, most féllengésnyi távolságban, az előbbiekhez képest az átellenes oldalon lesznek.

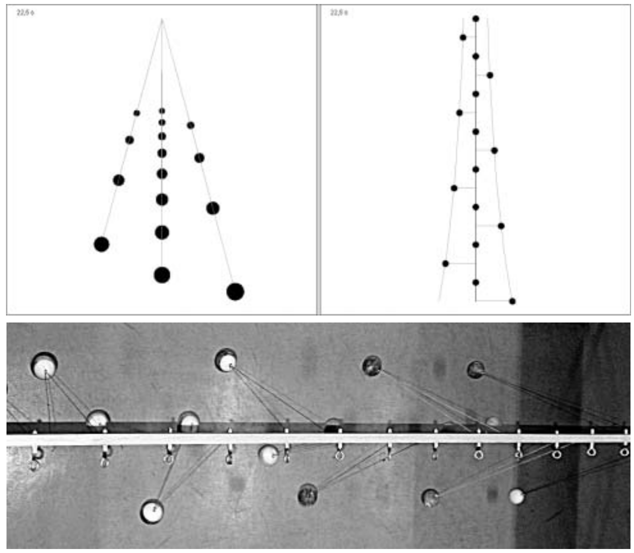
Az 1/3, illetve 2/3 periódusidő (30., illetve 60. másodperc) esetén érdemes összefoglalni az egyes ingák aktuális helyét és mozgásirányát (*3. táblázat*).

Leolvasható, hogy egy-egy inga helyzete a 30. és a 60. másodperc pillanatfelvételén valóban semmiben sem különbözik egymástól, hiszen a jelenség szimmetrikus. Azonban egyszerű gondolatmenettel és a *3. táblázat* segítségével könnyen észrevehető, ami a kimerevített képeken (*7. ábra*) nem látszik: amíg az 1/3 periódusidőnél némely inga balról jobbra leng, addig 2/3 periódusidőnél éppen ellenkezőleg, ugyanaz az inga jobbról balra leng, miközben azonos pozíción halad keresztül (és természetesen fordítva).

Ehhez hasonlóan vizsgálható bármely pillanat, főképp a „szép” rajzolatú pillanatnyi állapotoknál. Például az 1/4 periódusidőnél (22,5 s) történő elemzést elvégezve válnak érthetővé a *8. ábra* szimulációs, illetve valós felvételei.

Összefoglalás

Pedagógiailag fontosnak tartom megjegyezni, hogy a diákok a folyamatos konzultációk közben sok szempontból (például a programozás és annak hozadékai tekintetében) önálló munkát végeztek, az eredeti tervet jócskán meghaladva. Mindeközben anélkül, hogy a már létező egyéb megvalósításoknak mélyebben utánanéztek volna, számtalan saját ötlettel is gazdagították a projektmunkát.



8. ábra. 1/4 periódusidő (22,5 s) utáni állapot elöl- és felülnézetben szimuláción, valamint felülnézetben valós felvételen.

Az elkészült anyagok (internetes videók listája, saját videók, szimulációk, előadásanyagok, projektmunka-tervezet, kapcsolódó cikkek stb.) megtalálhatók a [3] webcímen.

Reményem szerint sokak érdeklődését felkeltette az írás. Jó szórakozást és hasonló sikereket kívánok a projekten való munkához, valamint további érdekességek felkutatásához!

Irodalom:

1. J. A. Flaten, K. A. Parendo: Pendulum waves: A lesson in aliasing. *Am. J. Phys. 69/7* (2001) 778–782.
2. R. E. Berg: Pendulum waves: A demonstration of wave motion using pendula. *Am. J. Phys. 59/2* (1991) 186–187.
3. http://www.berzsenyi.hu/Lendvai

További érdekességek:
http://bouncemetronome.com/video-resources/harmonic-polyrhythms/pendulum-waves-played-harmonics
http://bouncemetronome.com/features/pro/theremins-rhythmicon
http://whitneymusicbox.org/index.php?var=v2

SZEM – FÉNY – VESZTÉS

Csatári László
Szent József Gimn., Szki. és Koll., Debrecen

Az emberi szem a látás szerve. Alapvető szerepet játszik a külvilághoz való alkalmazkodásban és a tájékozódásban. Segítségével látunk térben. 380 és 740 nanométer közötti tartományban érzékeli az elektromágneses hullámokat – a fényt. Ez az optikai remekmű mégsem elegendő a látás folyamatához. A csapok és a pálcikák szolgáltatta ingerület a látóközpontba kerül, ahol az emberi agy képpé formálja. Azonban rengeteg információ elvész azzal, hogy a szem – a fotoreceptorok tehetetlensége miatt – egy ideig megőrzi a látott képet. A szem és az agy könnyen becsapható. Elegendő másodpercenként 20-25 állókép, és máris a mozgás illúzióját éljük át.

Bemutatok néhány olyan egyszerűen elkészíthető, olcsó eszközt, amellyel ez az illúzió elérhető.[1]

Arra bíztatok mindenkit, hogy ne csak nézze, hanem készítse is el a szemfényvesztő eszközöket, hiszen az egész nem mágia, csak fizika.

Taumatróp

A legegyszerűbben elkészíthető eszköz. Egy zsinegre ragasszunk két korong alakú kartonlapot úgy, hogy a zsineg a kör átmérője mentén fusson. A kartonlap két oldalára más-más ábrát rajzolunk. Például hal és akvárium, madár és kalitka.

A zsinegnél megfogva és megpörgetve a kartonlapot, egy sebesség fölött a két kép összemosódik (bekerül a hal az akváriumba, a madár a kalitkába), hiszen a retináról még körülbelül egytized másodpercig nem tűnik el az egyik kép, amikor már rávetül a másik.

Kineográf (zsebmozi)

Az alapgondolat – amely a mai televízió-adásokban is megjelenik – az, hogy ha a szem elé megfelelő gyorsasággal állóképeket vetítünk, azt folyamatos mozgásként érzékeljük. Egy több lapból álló füzet lapjaira kis eltéréssel mozgásfázisokat rajzolunk, majd úgy pörgetjük a lapokat, hogy a lapok egyenlő időközönként peregjenek. (Annak idején a negyedikes gimnazista fizikatankönyv is megörvendeztette a nebulókat ilyen látványossággal.)

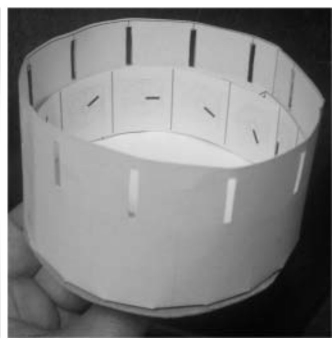
Fenakisztoszkóp

Egy kör alakú papírlemezt készítünk, amelyen a szélénél sugár irányban keskeny 12 vagy 16 rést vágunk ki. A rések közé a mozgás fázisait tartalmazó ábrákat rajzo-

lunk. Az eszközt tükör felé tartva, megpörgetve és a réseken átnézve máris láthatóvá válik a mozgás. A kivitelezésnél a papírlemezt középpontján átszúrt gombostűvel erősíthetjük egy hosszabb ceruza végére.

Zoetróp

Készítsünk egy felül nyitott, alul zárt papírhengert, amely függőleges tengelye mentén forog. A henger palástjára egyenlő távolságban keskeny réseket vá-



gunk, belső felületére pedig a rések számával megegyező mozgásfázist ábrázoló képsorozatot helyezünk el, például egy kereket, amelynek egymás utáni küllőit kihúzzuk vastagon. Megpörgetve a hengert a réseken át benézve a mozgást folyamatosnak látjuk. Egyszerre többen is élvezhetjük a „mozit”.

Rendkívül jól működő „csapágyat” készíthetünk két popszegecs felhasználásával. Az egyik szegecsből üssük ki a szárát és a dugjuk rá a másik szegecsre úgy, hogy a fejük nézzen szembe. A száras szegecset

[1] A *Szemle* internetes kiadásában, a www.fizikaiszemle.hu oldalon, ezen cikk webes változata végén az itt szereplő, elkészíthető eszközökhöz szükséges rajzok nagy méretben megtalálhatók.

egy deszkába fúrt megfelelő lyukba helyezzük, a másik szegecsre a zoetrópot tesszük.

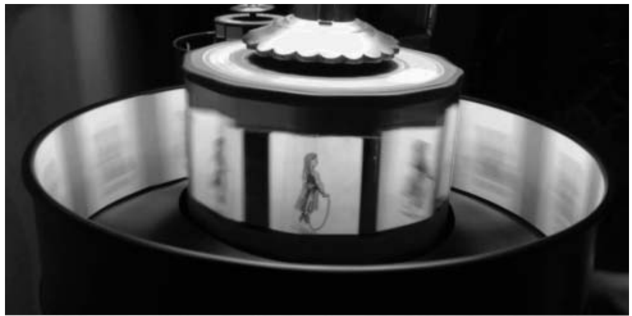
A készülék szabásmintája a webes változatban megtalálható, azt akár A3-as méretre nagyítva kinyomtatva készíthetjük el a zoetrópunkat. Célszerű vastagabb kartonra ragasztani, így a megfelelő tartás is biztosított.

Praxinoszkóp

Hasonlít a zoetróphoz, de itt nyílások helyett síktükrök vannak egy alacsonyabb henger vagy szabályos sokszög alapú gúla külső falához ragasztva. Ezekben láthatjuk a képeket felvillanni. A képfázisok és a tükrök száma megegyező. Házilagos elkészítésnél a tükrök formára szabása jelenthet nehézséget. Lehet próbálkozni fényes öntapadós fóliával, de itt a felület simaságát kell garantálni.

✧

Felmerülhet a kérdés: a mai digitális világban van-e helye ilyen „idejétmúlt” játékoknak. Egy lehetséges válasz: Strobotop™ LightPhase Animator. Működéséről videót az interneten találhatunk [1]. Egy pörgettyűre helyezhető korongon lévő képeket stroboszkóppal világítunk meg. Helyes villogási frekvenciánál a képeket állni látjuk. Házilagos elkészítése nem ördöngősség. Stroboszkópot készíthetünk nagy fényerejű fehér LED és NE555-ös IC felhasználásával [2] de akár androidos telefonra letölthető alkalmazás segítségével is.



Irodalom

1. https://www.youtube.com/watch?v=wHdpzDluyhs
2. www.hobbielektronika.hu/segedprogramok/?prog=555_astabil

XXIV. ÖVEGES JÓZSEF KÁRPÁT-MEDENCEI FIZIKAVERSENY

Tasi Zoltánné

Fontos Sándor Általános Iskola, Üllés

Az Öveges József Kárpát-medencei Fizikaverseny kiírója az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportja. Az országos döntőt komoly előkészületek, szakmai-anyagi feltételek biztosítása előzte meg. A Győri Kazinczy Ferenc Gimnázium 12. alkalommal házigazdája az országos döntőnek. A gimnázium falai között dől el, hogy az Öveges József Kárpát-medencei Fizikaverseny döntőjében kik a legjobbak. Hagyományainkhoz híven az országos döntőre meghívást kaptak a határainkon túl fizikát magyar nyelven tanuló diákok legjobbjai is. *A 72 hazai mellett 6 határon túli versenyző érkezett.*

A döntő krónikája

A XXIV. verseny 2014. május 23-án ünnepélyes megnyitóval vette kezdetét a Győr-Moson-Sopron megyei Kormányhivatal Dísztermében. Az ünnepséget követően mindenki elfoglalta szállását, majd az elmaradhatatlan győri városnézés következett a versenyző fiatalok és a felkészítők számára. Késő délután a rendezvény résztvevői *Fülöp Viktorné Rózsika* vezetésével az Eszterházy-palotába sétáltak el, ahol tárlatvezetés és hangverseny várta őket.

Május 24-én (szombaton) 8 órakor kezdődött a verseny. A délelőtt folyamán gondolkodtató (teszt jellegű) és számítást igénylő feladatok megoldására került sor.

Amíg a versenyzők a feladatokat oldották, a felkészítő tanároknak *Lévainé Kovács Róza,* az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportja elnöke tartott megbeszélést a verseny jövőjéről és az elkövetkező évek terveiről.

Ebéd után fizikatörténeti, kísérleti, és kísérletelemző feladatokkal folytatódott a megmérettetés. A feladatmegoldást követően a kötetlen program alatt lehetőség volt megtekinteni a feladatok javítókulcs szerinti megoldását. A zsűri több órás megfeszített munka alapján előkészítette a következő napi eredményhirdetést. A résztvevőket a Mobilis interaktív kiállítási központban estébe nyúló interaktív program varázsolta el.

A verseny zárása, az ünnepélyes eredményhirdetés 2014. május 25-én a Győr-Moson-Sopron Megyei Kormányhivatal dísztermében volt.

A XXIV. Öveges József Kárpát-medencei Országos Fizikaverseny szervezésében, lebonyolításában – az előzetes fordulókkal együtt – körülbelül 400 pedagógus, 30 helyi szervező működött közre. Köszönet mindannyiuk munkájáért!

Az első forduló feladatainak kitűzői *Juhász Nándor* és *Juhász Nándorné* volt. A második forduló feladatait *Halász Tibor, Kopasz Kata, Pál Zoltán* és *Varga István* állította össze. A példákat *Hadházy Tibor, Halász Tibor, Kovács László* és *Vida József* lektorálta.

A győri szervezést *Fülöp Viktornénak, Wernerné Pőheim Juditnak* és *Szabó Miklósnak,* a verseny honlapjának működtetését *Reszegi Miklós* informatikusnak köszönhetjük.

A döntő feladatai[1]

Számolásos feladatok

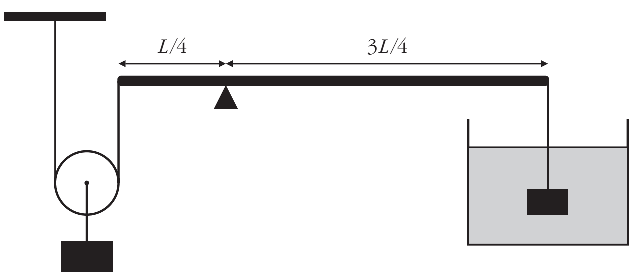
I. Egy utasokkal teli vasúti szerelvényt elektromos mozdony 72 km/h sebességgel húzott.

A következő vasútállomás 3 km távolságra volt, amikor a szerelvény áramszünet miatt, csak „lendületből” haladhatott tovább.

a) Kellett-e fékeznie a vezetőnek ahhoz, hogy a vonat meg tudjon állni az állomáson, ha a fékező erőhatás nagysága a szerelvény súlyának 0,005-szerese volt? (Egy test mozgási energiáját $E_m = 1/2 \cdot m \cdot v^2$ képlettel számíthatjuk ki.)

b) Mit állíthatunk a fékútról, ha a szerelvényben az előzőhöz képest sokkal kevesebben utaznak? Kellene-e fékezni ezt a szerelvényt, hogy megálljon az állomáson.

II. Egy, az ábrának megfelelő rendszer egyensúlyban van.



a) Milyen ρ sűrűségű folyadékba merül – az ábra szerinti – jobb oldali test? A következőket tudjuk: a merev rúd elhanyagolható tömegűnek tekinthető, a csigán függő tárgy tömege m_1 = 6 kg, a folyadékba merülő tömör tárgy tömege m_2 = 1200 g és a sűrűsége ρ_2 = 7800 kg/m^3.

b) Cseréljük le az edényben a folyadékot desztillált vízre, és a vízbe merülő testet egy más anyagú, de ugyanakkora (m_3 = 1,2 kg) tömegű testre! Mekkora a vízbe merült test V_3 térfogata és ρ_3 sűrűsége, ha az alátámasztási pont nem változott és a rendszer egyensúlyban maradt.

(Számolhatsz a *g* kerekített értékével!)

[1] A teljes feladatsor a honlapon tekinthető meg.

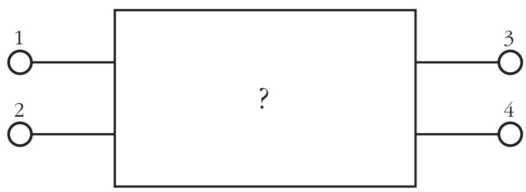
III. Egy „fekete doboz” tartalmáról csak annyit tudunk, hogy a benne levő, három egyenlő (R) ellenállású elektromos fogyasztó *sorba van kapcsolva* egymással, és a doboz kivezetéseihez van valahogy kötve.

Egy 4,5 V feszültségű áramforrás és egy feszültségmérő műszer segítségével vizsgálatot végeztünk, hogy kiderítsük, *a három fogyasztó hogyan van kötve a doboz kivezetéseihez*.

Az alábbi 6 mérés alapján keress és írj le olyan megállapításokat, amelyek logikus elemzésével válaszolni tudsz a kérdésre!

mérés sorszáma	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
áramforrás csatlakozási pontjai	1–2	1–3	1–4	2–3	2–4	3–4
voltmérő csatlakozási pontjai	3–4	2–4	2–3	4–1	1–3	1–2
voltmérőn leolvasott érték	1,5 V	0 V	2,25 V	2,25 V	0 V	4,5 V

Készíts el és indokolj egy – szerinted a feltételeknek megfelelő – kapcsolási rajzot a dobozban levő fogyasztók elhelyezéséről.

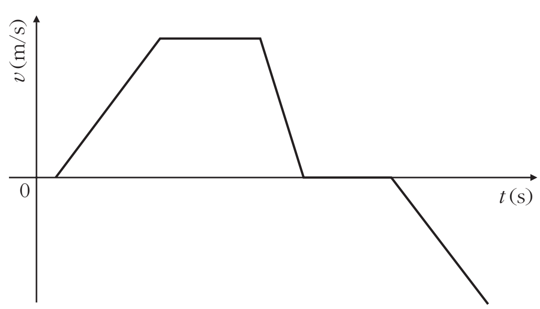


(A voltmérőt tekintsük ideálisnak és tételezzük fel, hogy az ellenállások nem változtak a mérések alatt! Csak az indokolt megállapításokra adhatók pontok, a találgatással adottakra nem!)

Tesztek

A következő feladatokban 3 vagy 4 állítást közlünk. Döntsd el, hogy ezek közül melyik az IGAZ és melyik a HAMIS (téves) állítás! Néhány tesztkérdés a 16-ból:

1. Ez a grafikon egy egyenes sínpályán mozgó mozdony pillanatnyi sebességét ábrázolja az idő függvényében. Helyesek-e a grafikon alapján megfogalmazott megállapítások?



a) A mozdony megállás nélkül mozgott!
b) Visszafelé egyszer ment!
c) Sebességének iránya kétszer változott!
d) A mozdony mindig gyorsuló mozgással haladt.

A verseny első helyezettjei és a kitüntetett tanárok (balról jobbra): Botlik Bence (általános iskola I. díj), Gärtner István (Rónaszéki László-díj), Halász Nóra (abszolút első helyezett), Erdősi Katalin (Csákány Antalné-díj), Négyessy Eszter és Marozsák Tóbiás (mindketten gimnázium I. díj).

8. Lehet-e jéggel langyos vizet fagyasztani?
   a) Nem, mert a jég a melegebb vízzel érintkezve elolvad.
   b) Nem, mert a jég fajhője kisebb, mint a vízé.
   c) Igen, ha a jég nulla foknál hidegebb, és kellő mennyiségű van belőle.
16. Arisztotelész elképzelése a mozgásról több mint 1800 évig elfogadott volt. Cáfolatát Galileinek köszönhetjük, mert kimutatta, sok egyenértékű inerciarendszer létezik. Ebből következik, hogy:
   a) A hely és a mozgás viszonylagos, mert függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától.
   b) A sebességváltozás is viszonylagos.
   c) A viszonylagos jelző a pontatlanságra utal.

Fizikatörténeti feladat

„Az élet egyikünk számára sem könnyű, de hinnünk kell, hogy tehetségesek vagyunk valamiben, s hogy azt a valamit bármi áron is el kell érnünk!"

Kitől származik ez az idézet? Lehetne ez az első kérdés, de túl könnyűnek bizonyulna, hiszen *Marie Curie* maga írta, belesűrítve egyetlen mondatba önmagát! A verseny II. fordulójában Curie életrajzáról adtatok számot.

Kísérleti és kísérletelemző feladatok

A száloptikával végrehajtott fénytörési és teljes visszaverődési kísérletek lényege is ez volt: Figyeld a fénysugarakat! Írd le minél részletesebben, mit láttál a bemutatott kísérletben! Ismered-e a látott jelenség valamilyen gyakorlati alkalmazását?

Értékelés

A tesztkérdésekre megoldása sikerült a legjobban, 78%. A számolásos feladatok közül az elsőt átlagosan 46%-ra, a másodikat 72%(!)-ra, míg a harmadikat csak 25%-ra tudták megoldani. Ez utóbbi példa volt az egész verseny messze legnehezebb feladata, a kísérleti feladat 39%-kal pedig a második. A történelmi (56%) és kísérletelemző (62%) az összesített eredményesség (58%) közvetlen közelében volt.

Eredmények, díjazottak

Általános iskolások I. díjasa *Botlik Bence* (Üllői Árpád Fejedelem Általános iskola, Üllő, felkészítő tanára: *Simon Gyula*). II. díjat kettő, III. díjat hat tanuló kapott.

A gimnazisták közül került ki az abszolút első helyezett *Halász Nóra* (Dunakeszi Radnóti Miklós Gimnázium, Dunakeszi), *Tölgyesiné Imes Marianna* tanítványa. Ők az iskolai tanévzárón vehették át az Öveges Plakettet.

I. díjat kapott még *Négyessy Eszter* (Békásmegyeri Veres Péter Gimnázium, Budapest, *Erdősi Katalin*) és *Marozsák Tóbiás* (Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest, *Gärtner István*). II. díjat négyen, III. díjat kilencen kaptak.

A verseny díjainak kiosztása után két, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportja kezdeményezésére alapított emlékdíj átadása következett.

Csákány Antalné-díjban az a fizikatanár részesülhet, aki 5 év távlatában a legeredményesebb felkészítő tanárnak bizonyul. Azonos érték esetén a kisebb településről érkezett kolléga élvez előnyt. A díjat 5 évente egyszer kaphatja meg ugyanaz a személy.

Rónaszéki László-díjban az a fizikatanár részesülhet, aki a legtöbb versenyzőt indítja az Öveges József Kárpát-medencei Fizikaverseny első fordulójában, és a legjobb arányban jutnak be közülük a döntőbe. (Az értékelésnél kigyűjtik az 1. fordulóban legtöbb versenyzőt indító tíz kolléga nevét, és megnézik, hogy versenyzői milyen arányban jutottak a döntőbe.)

2014-ben a Csákány Antalné-díjat Erdősi Katalin tanárnő (budapesti Békásmegyeri Veres Péter Gimnázium), a Rónaszéki László-díjat Gärtner István tanár úr (budapesti Óbudai Árpád Gimnázium) vehette át.

A verseny megrendezését *Fazekas Sándor* vidékfejlesztési miniszter és az Innovációs Szövetség, mint a verseny fővédnökei, a Győr-Moson-Sopron Megyei Kormányhivatal, Győr megyei jogú város Polgármesteri Hivatala, a Győr-Moson-Sopron Megyei Pedagógiai Intézet, a győri Kazinczy Ferenc Gimnázium és a Nemzeti Tehetség Program pályázata támogatta.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: elft@elft.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 800.- Ft + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

ISSN 0015-3257