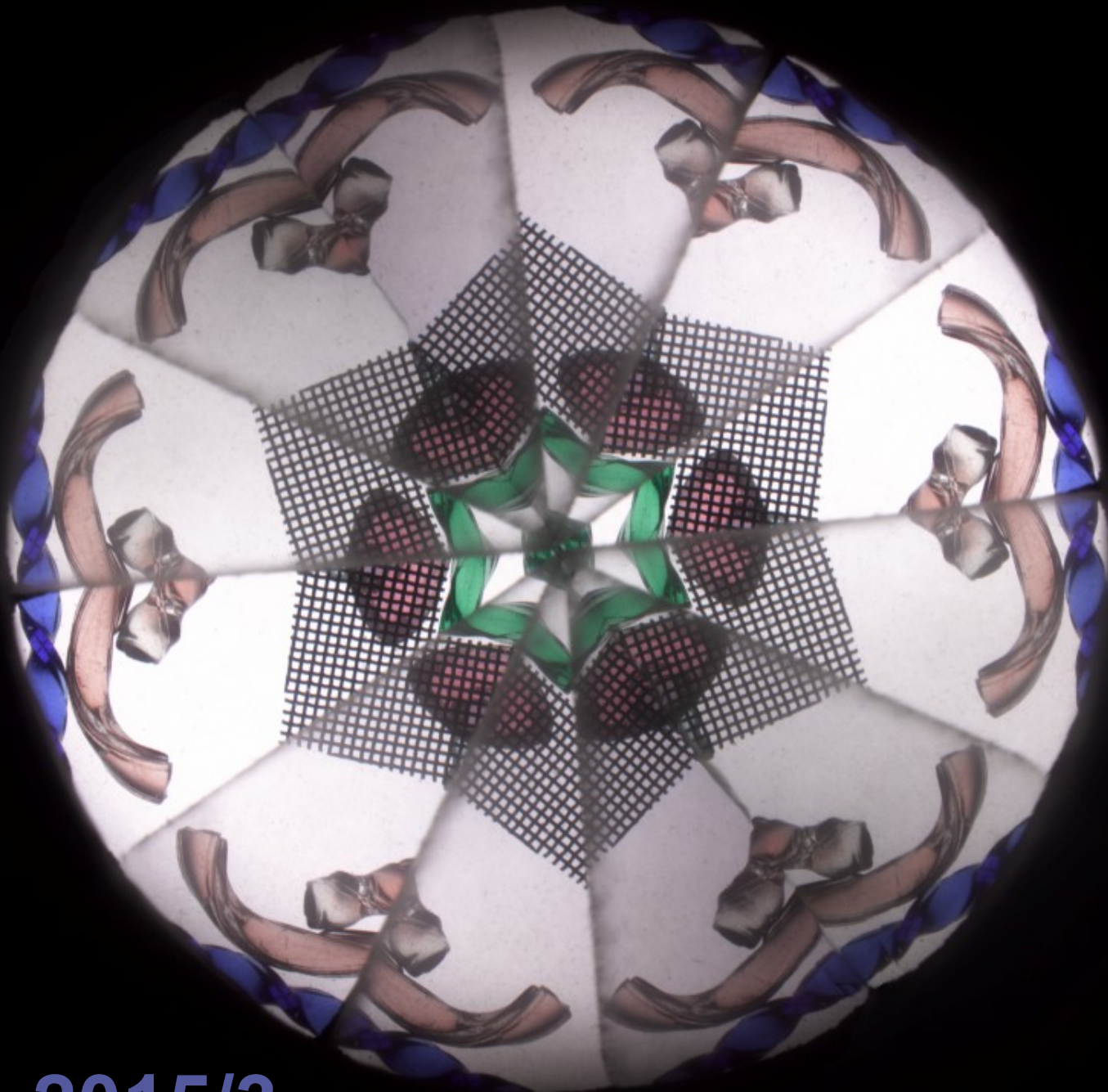
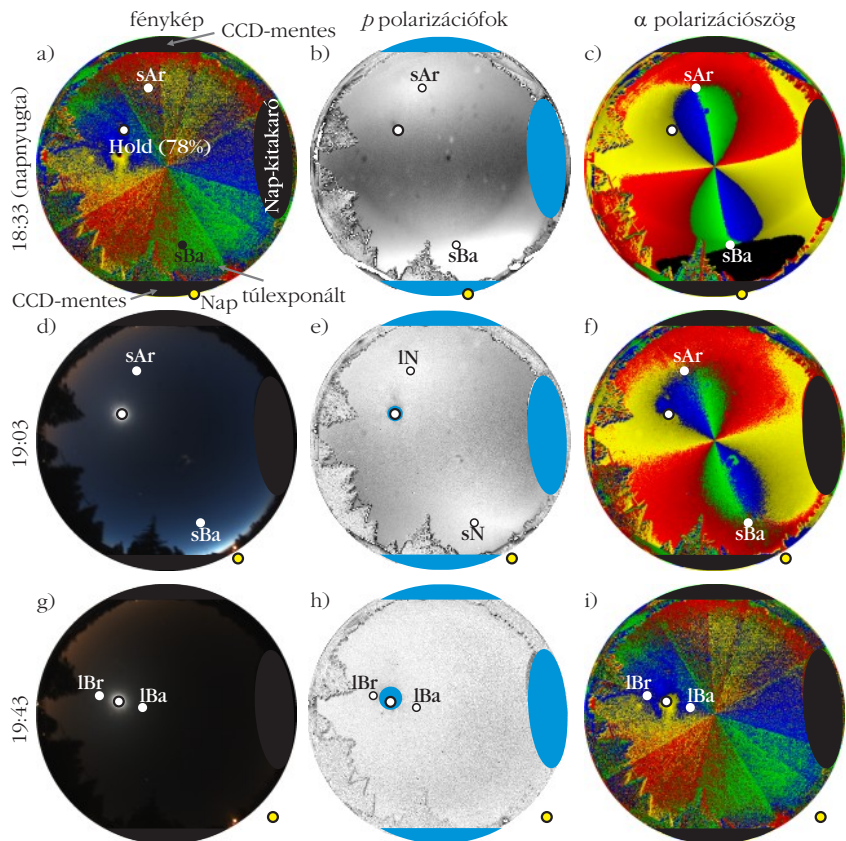


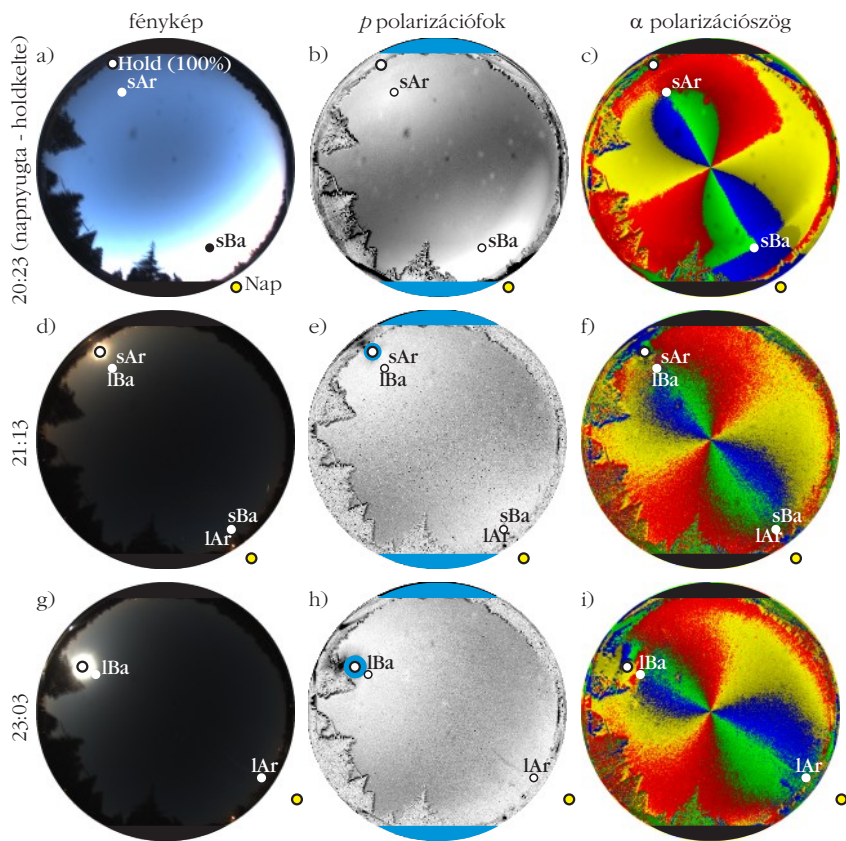
# fizikai szemle



2015/3



1. ábra. Tiszta égbolt 180° látószögű képképző polarimetriával készített fényképe, valamint az égboltfény  $p$  lineáris polarizációfokának és a helyi meridiántól az óramutató járásával megegyező irányban mért  $\alpha$  polarizációs szögének mintázata a spektrum kék (450 nm) tartományában 2013. március 22-én naplemente után Szombathelyen (47° 15,481' É, 16° 36,213' K), amikor a Hold 78%-os fázisban járt. (a, b, c) 18:33 (= greenwichi világidő + 1 óra, téli időszámítás). (d, e, f) 19:03. (g, h, i) 19:43. A fényképeken és a  $p$ -mintázatokon látható kis foltokat a polariméter műanyag védőburkára hullott esőcseppek okozták. A horizont alatti Nap, a horizont fölötti Hold és a neutrális pontok helyét fehér körök jelzik. sAr: szoláris Arago-pont. sN: szoláris neutrális pont. IN: lunáris neutrális pont. sBa: szoláris Babinet-pont. lBa: lunáris Babinet-pont. lBr: lunáris Brewster-pont.



2. ábra. Mint az 1. ábra, 2013. április 25-én naplemente és holdkelte után a Hold 100%-os fázisa mellett, azaz teliholdkor. (a, b, c) 20:23. (d, e, f) 21:13. (g, h, i) 23:03 (= greenwichi világidő + 2 óra, nyári időszámítás). sAr: szoláris Arago-pont. sBa: szoláris Babinet-pont. lBa: lunáris Babinet-pont. lAr: lunáris Arago-pont.

**Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.**

**Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete**

Főszerkesztő:

**Szatmáry Zoltán**

Szerkesztőbizottság:

**Bencze Gyula, Czitrovszky Aladár, Faigel Gyula, Gyulai József, Horváth Gábor, Horváth Dezső, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Lendvai János, Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor**

Szerkesztő:

**Füstöss László**

Műszaki szerkesztő:

**Kármán Tamás**

A folyóirat e-mail címe:

**szerkesztok@fizikaiszemle.hu**

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

**A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.**

A folyóirat honlapja:

**<http://www.fizikaiszemle.hu>**



www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

www.fizikaiszemle.hu

<i>Horváth Gábor, Száz Dénes, Egri Ádám, Farkas Alexandra, Barta András, Barta Pál, Kovács József, Csák Balázs, Jankovics István, Szabó Gyula:</i>	
A Hold és Nap által megvilágított égbolt polarizációátmenete biológiai vonatkozásokkal: a szürkületi ég rendellenes polarizációja részleges holdfázis idején	74
<i>Radnai Gyula:</i> A kétszáz éves Brewster-törvény	83
<i>Krizsán Áron Krisztián, Varga József, Forgács Attila, Balkay László:</i>	
Orvosi képalkotás: diagnosztika a képelemek mögött	88

### A FIZIKA TANÍTÁSA

<i>Radnóti Katalin:</i> A fény: az Univerzum megismerésének eszköze	92
<i>Piláth Károly:</i> Hullámhosszmérés videóanalízissel	97
<i>D'Intino Eugenio Ádám, Pham Thi Linh, Hömöstrei Mibály:</i>	
Karcolt hologram	101

<i>G. Horváth, D. Száz, Á. Egri, A. Farkas, A. Barta, P. Barta, J. Kovács, B. Csák, I. Jankovics, G. Szabó:</i> Polarization transition between sunlit and moonlit skies with possible implications for animal orientation: anomalous celestial twilight polarization at partial moon	
<i>J. Radnai:</i> Two centuries ago: Brewster's law	
<i>Á. K. Krizsán, J. Varga, A. Forgács, L. Balkay:</i> Imaging for medical purposes. Diagnostics used to relay on image details	

### TEACHING PHYSICS

<i>K. Radnóti:</i> Light – the most important factor of studying the Universe	
<i>K. Piláth:</i> Measurement of wave length by video analysis	
<i>E. Á. D'Intino, T. L. Pham, M. Hömöstrei:</i> Engraved hologram	

<i>G. Horváth, D. Száz, Á. Egri, A. Farkas, A. Barta, P. Barta, J. Kovács, B. Csák, I. Jankovics, G. Szabó:</i> Die Änderung der Polarisation des Himmellichts beim Übergang von sonnen- zu mondbelichteten Teilen und ihre mögliche Nutzung bei der Orientation von Tieren. Die anomale Polarisation des Dämmerungslichtes zur Zeit partieller Mondphasen	
<i>J. Radnai:</i> Vor 200 Jahren: Brewsters Gesetz	
<i>Á. K. Krizsán, J. Varga, A. Forgács, L. Balkay:</i> Abbildung für medizinische Zwecke. Diagnosen pflegen sich auf Bilder der Einzelheiten zu stützen	

### PHYSIKUNTERRICHT

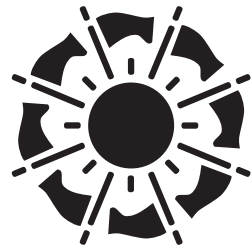
<i>K. Radnóti:</i> Das Licht als wesentliches Mittel zum Studium des Weltalls	
<i>K. Piláth:</i> Bestimmung von Wellenlängen durch Videoanalyse	
<i>E. Á. D'Intino, T. L. Pham, M. Hömöstrei:</i> Ein geritztes Hologramm	

<i>Г. Хорват, Д. Саз, А. Эгри, А. Фаркаш, А. Барта, П. Барта, Й. Ковач, Б. Чак, И. Янковиц, Г. Сабо:</i> Изменение поляризации небесного света при переходе освещения от солнечного к лунному и возможное его применение при навигация зверей. Аномальная поляризация сумерки при частичных фазах луны	
<i>Ю. Раднаи:</i> Закону Брюстера 200 лет	
<i>А. К. Крижан, Й. Варга, А. Форгач, Л. Балкаи:</i> Картины для медиков – диагностика на основе элементов изображения	

### ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ

<i>K. Radnóti:</i> Свет как основа и средство ознакомления со Вселенной	
<i>K. Piláth:</i> Измерение длин волн на основе видео-анализа	
<i>E. Á. D'Intino, T. L. Pham, M. Hömöstrei:</i> Голограмм на скребках	





A márciusi szám ennek megfelelően a fényről szól. Nem feltétlenül a látható fényről, hanem a távoli infravöröstől a röntgenfényig található elektromágneses hullámokról, fotonokról.

Több kézirat szól a fényről, mint amennyi a *Fizikai Szemle* egyetlen számába beleférhet. Ezért az egész 2015-ös évben feltűnő módon – a lap élőlábában a fény éve logójával – kiemeljük a fényről írt cikkeket. Azokat is, amelyek még meg sem születtek, de év végéig megjelennek.

Kérjük leendő szerzőinket, hogy minél több írással népszerűsítsék a fényt!

## A HOLD ÉS NAP ÁLTAL MEGVILÁGÍTOTT ÉGBOLT POLARIZÁCIÓÁTMENETE BIOLÓGIAI VONATKOZÁSOKKAL: A SZÜRKÜLETI ÉG RENDELLENES POLARIZÁCIÓJA RÉSZLEGES HOLDFÁZIS IDEJÉN

Horváth Gábor, Száz Dénes

ELTE Biológiai Fizika Tanszék, Környezetoptika Laboratórium

Egri Ádám, Farkas Alexandra

ELTE BFT KOL + MTA Ökológiai Kutatóközpont, Duna-kutató Intézet, Budapest

Barta András, Barta Pál

Estrato Kutató és Fejlesztő Kft., Budapest

Kovács József, Csák Balázs, Jankovics István

ELTE Gothard Asztrofizikai Observatórium és Multidiszciplináris Kutatóközpont, Szombathely

Szabó Gyula

ELTE GAO MKK, Szombathely, MTA CSFK, Csillagászati Intézet, Budapest

Az égboltfény polarizációjának főbb tulajdonságai már jól ismertek [1]. Ezen ismeretek jelentős ütemben bővültek az elmúlt évtizedekben folytatott  $180^\circ$  látószögű képalkotó polarimetriai vizsgálatoknak köszönhetően [2]. Az égbolt polarizációs mintázatát vizsgálták már tiszta, részlegesen felhős, teljesen felhős, ködös és erdőtüzeztől füstös körülmények között, erdei lomboszat alatt, valamint olyan különleges viszonyok között is, mint a teljes napfogyatkozások és az arktiszi jég és tenger peremén [2]. Az égbolt-polarizációs mintázatokat hold nélküli alkonyatban [2] és telihold mellett [2] is mérték, továbbá a tiszta ég polarizálatlan (neutrális) pontjainak helyét is meghatározták [2] és elméletileg is leírták [3].

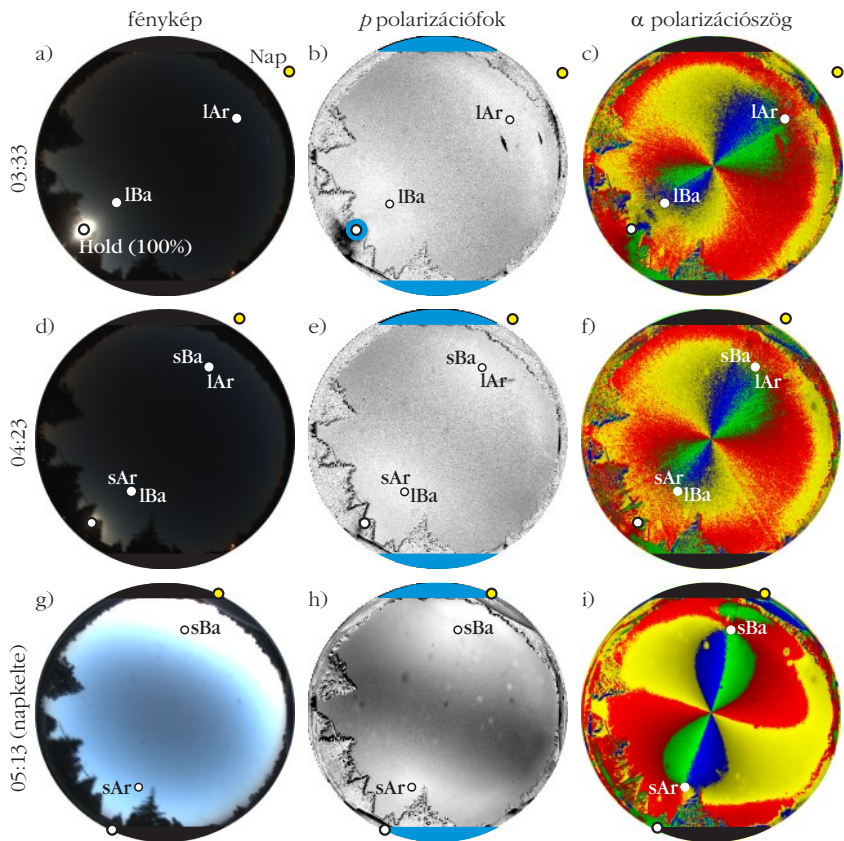
Az égbolt-polarizációról eddig megszerzett tudás jelentős biológiai vonatkozásokkal bír, mivel sok állat (például madarak, hullóok, kétélűek, halak, rovarok

és rákok) az égboltfény polarizációja segítségével tájékozódik, amikor a Napot felhő vagy köd takarja [2]. Ezen állatok tájékozódásának fő vonatkoztatási iránya a szoláris meridián, amely a zeniten és a Napon átmenő égi főkör és egyben az égboltfény polarizációirány-mintázatának tükörszimmetria-tengelye is. E tengely akkor is meghatározható, amikor a Nap nem látható. Olyankor, amikor az égbolt polarizációs mintázata például füst vagy teljes napfogyatkozás miatt rendellenes [2], az e mintázat segítségével tájékozódó rovarok el is tévedhetnek [4, 5].

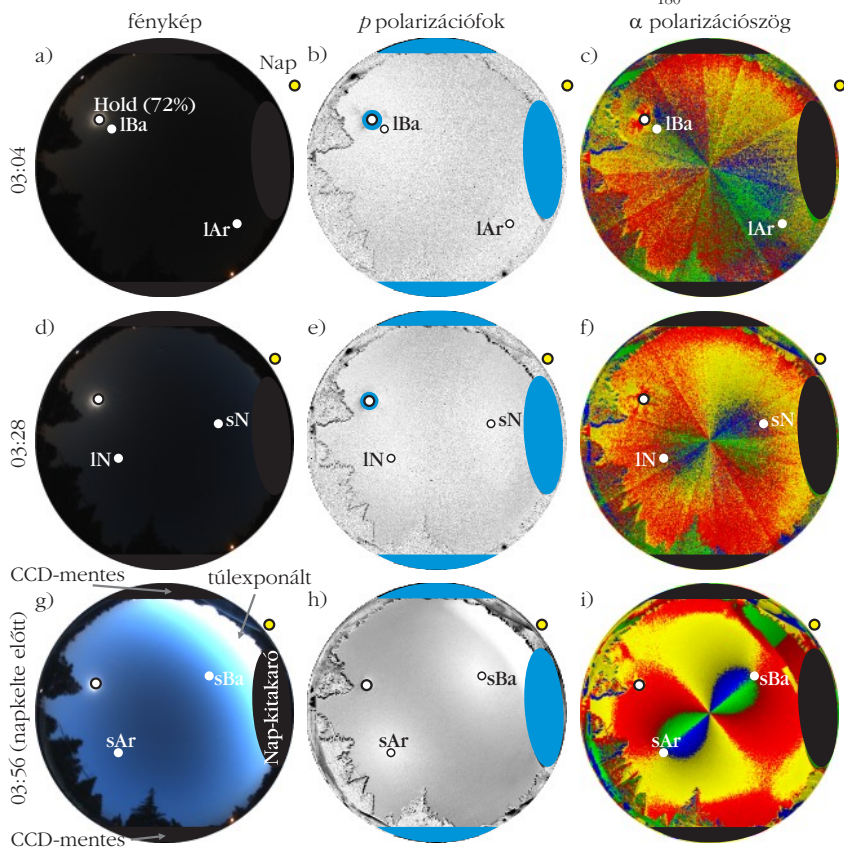
Bár a szürkületi (a napnyugta utáni alkonyati és a napkelte előtti pirkadati) égbolt polarizációját szórványosan már tanulmányozták [6], továbbá összehasonlították a telihold, illetve a Nap által megvilágított tiszta égbolt polarizációs mintázatait [2], a Nap és a Hold által megvilágított ég polarizációs jellemzőinek szürkületkori változását még nem vizsgálták. E hiány pótlására  $180^\circ$  látószögű képalkotó polarimetriával mértük az égboltfény polarizációs mintázatainak változását szürkületkor részleges holdfázis (78% és 72%) és telihold (100%) mellett. E változás oka, hogy például napnyugtakor a légkörben szórt napfény intenzitása folyamatosan csökken, amit fokozatosan elnyom az

Kutatásunkat az OTKA K-105054 (*Égbolt-polarimetria a felbök felismerésére és a polarimetrikus viking-navigációnak kedvező meteorológiai viszonyok vizsgálatára*) pályázata támogatja. Horváth Gábor köszöni a német Alexander von Humboldt Alapítvány műszeradományát és egy regensburgi ösztöndíjat (3.3-UNG/1073032 STP, 2013. június 1. – augusztus 31). Szabó Gyula köszöni az MTA Bolyai János kutatási ösztöndíját, az ELTE GAO MKK pedig Szombathely város S-11-1027 számú támogatását.

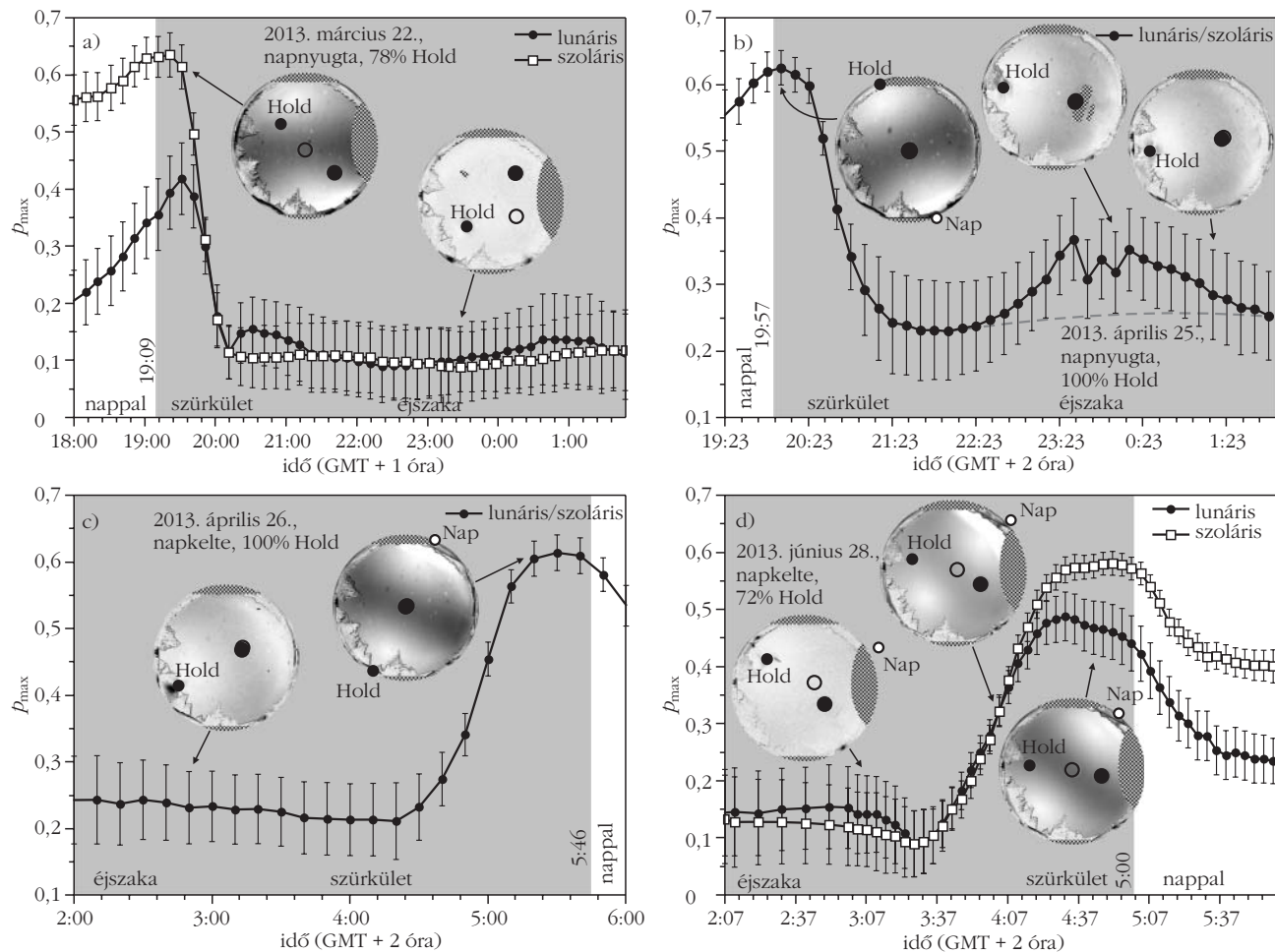




3. ábra. Mint az 1. ábra, 2013. április 26-án napkelte előtt, teliholdkor (100%-os holdfázis mellett). (a, b, c) 03:33. (d, e, f) 04:23. (g, h, i) 05:13. sAr: szoláris Arago-pont. sBa: szoláris Babinet-pont. IBa: lunáris Babinet-pont. IAr: lunáris Arago-pont.



4. ábra. Mint az 1. ábra, 2013. június 28-án napkelte előtt, 72%-os holdfázis mellett. (a, b, c) 03:04. (d, e, f) 03:28. (g, h, i) 03:56. sAr: szoláris Arago-pont. sBa: szoláris Babinet-pont. IBa: lunáris Babinet-pont. IAr: lunáris Arago-pont. sN: szoláris neutrális pont. IN: lunáris neutrális pont.



5. ábra. Az égboltfény  $p$  lineáris polarizációfokának  $p_{\max}$  maximuma és szórása a spektrum zöld (550 nm) tartományában az idő függvényében az 1. (a), 2. (b), 3. (c) és 4. (d) ábra négy különböző situációjára. A  $p$ -értékeket kis, kör alakú égi területeken átlagoltuk a Naptól (üres körök) és a Holdtól (vastag fekete körök)  $90^\circ$ -ra. A beillesztett képek tipikus  $p$ -mintázatokat mutatnak, amelyek időpontját nyilak jelzik. A fehér és fekete pontok a Nap és a Hold helyzetét mutatják. A kitarart égrészeket kockás mintázat jelöli.

erősödő szórt holdfényé. Emiatt a napfény által megvilágított égbolt polarizációs mintázata fokozatosan alakul át a holdfény által megvilágított égbolt polarizációs mintázatává.

Cikkünkben megmutatjuk, hogy miben tér el a csak a Nap vagy csak a Hold által megvilágított ég polarizációs mintázata a holdfényes szürkületi égboltétól. Elemezzük továbbá a polarizációátalakulás lehetséges hatásait az éjjel vagy szürkületkor aktív, polarizációérzékeny állatok, valamint a feltételezetten polarizáló napköveket használó viking hajósok tájékozódására [7].

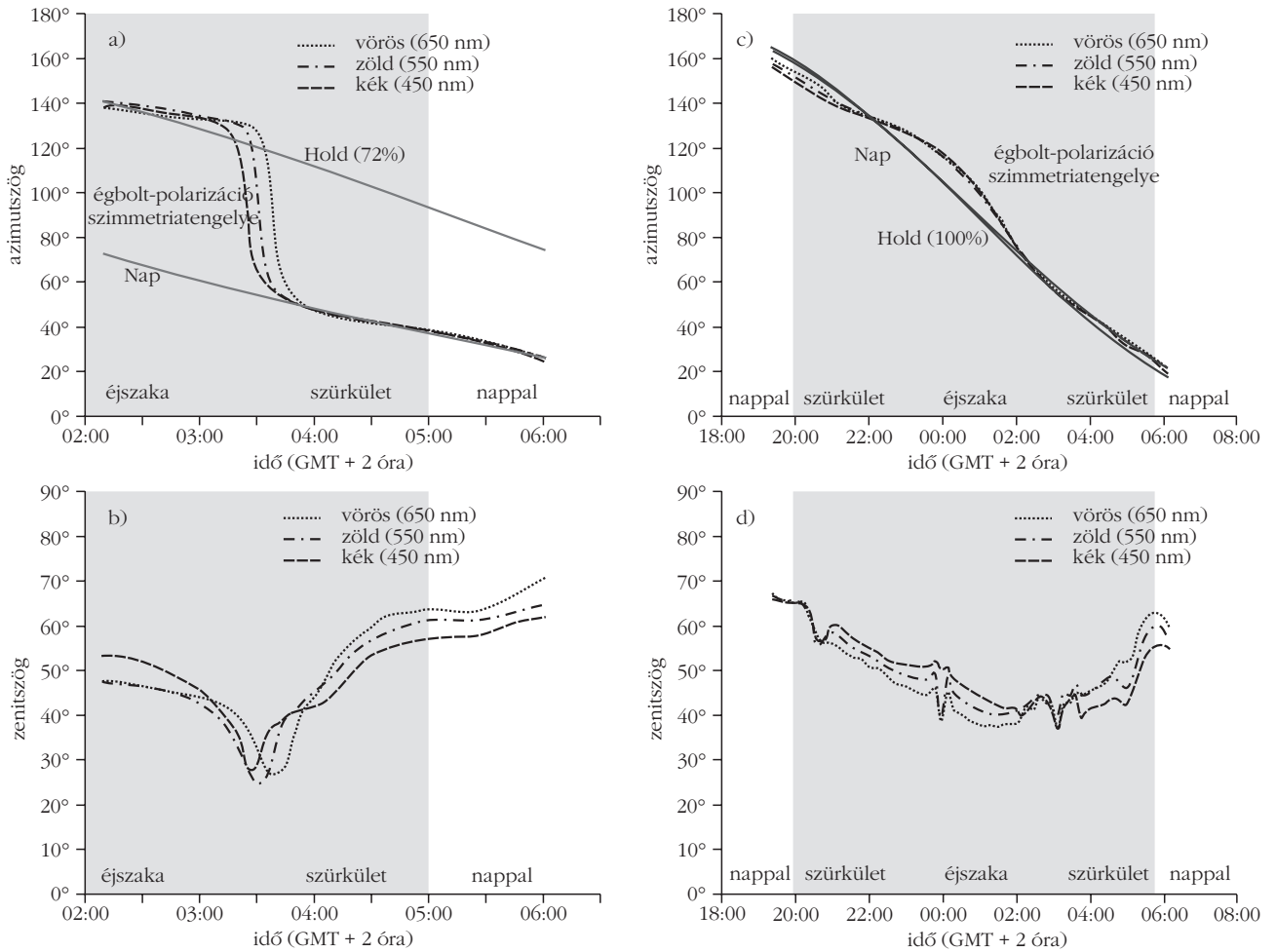
## Mérési és számítási módszerek

A  $180^\circ$  látószögű égbolt-polarimetriai méréseinket az Estrato Kutató és Fejlesztő Kft. által épített képképző polariméterrel végeztük, amit a szombathelyi Gothard Observatórium egyik épületének tetejére telepítettünk ( $47^\circ 15,481'$  É,  $16^\circ 36,213'$  K). E műszernek 3 kamerája van (Imaging Source DFK41BU02, Németország), amelyek egy-egy halszemoptikával (FE185C046HA-1, Japán) és közvetlenül a kamerák CCD-lapjára elé helye-

zett lineáris polárszűrővel (Edmund Optics, 43-785, USA) rendelkeznek. A polárszűrők áteresztési iránya  $100,27^\circ$ ,  $45,39^\circ$  és  $142,28^\circ$  szöveget zár be a kamerák belső viszonyítási irányával az óramutató járásával megegyező irányban. A kamerák a lineáris polarimetriához szükséges polarizációs felvételeket azonos beállítások mellett készítették. Mivel a kamerák által látott égi objektumok a kamerák közti távolságokhoz képest igen távol helyezkednek el, ezért a parallaxishiba elhanyagolható mértékű. A kamerák kimenetén megjelenő nyers képeken a vörös, zöld és kék digitális intenzitásértékek a fényintenzitással egyenes arányban állnak. Mindhárom kamerában a halszemoptikák által alkotott,  $4,6$  mm átmérőjű kör alakú kép vetül a  $4,4$  mm  $\times$   $5$  mm méretű CCD-érzékelőre, ezért e kép egy-egy vékony kórszelete alul és felül lemaradt.

A Nap és Hold azimut- és elevációs szögét csillagászati-földrajzi számításokkal határoztuk meg, számításba véve a légköri fénytörést is.

Az égbolt  $\alpha$  polarizációs szög-mintázatának minden egyes képpontja a helyi meridiánhoz képesti rezgésirányát adja meg az ég adott pontjában. E mintázat antiszimmetrikus a szoláris-antiszoláris meridiánra



6. ábra. (a) A Nap és a Hold azimutszöge, valamint az égbolt  $|\alpha - 90^\circ|$ -mintázatának szimmetriatengelye (ahol  $\alpha$  az égboltfény polarizáció-szöge) az idő függvényében (nyári időszámítás, greenwichi világidő + 2 óra) képpalkotó polarimetriával mérve a spektrum vörös (650 nm), zöld (550 nm) és kék (450 nm) tartományában Szombathelyen ( $47^\circ 15,481' \text{ É}, 16^\circ 36,213' \text{ K}$ ) 2013. június 28-án, 72%-os holdfázis esetén. (b) Az lBa lunáris Babinet-pont (másnéven sAr szoláris Arago-pont) zenittől mért szögtávolsága az idő függvényében ugyanarra az esetre, mint (a). (c, d): Mint (a) és (b), 2013. április 25–26-án teliholdkor, a 2., 3. és 5.b-c ábrák szituációjával megegyezően.

nézve, azonban a szögértékből  $90^\circ$ -ot kivonva, majd abszolútértéket képezve kapjuk a már szimmetrizált  $\alpha'$ -mintázatot minden képpontra:

$$\alpha' = |\alpha - 90^\circ|. \quad (1)$$

A szimmetrizált  $\alpha'$ -mintázat szimmetriatengelyének irányát a képi momentumok segítségével határoztuk meg. Egy kép  $M_{jk}$  momentumait adott spektrális tartományban a következőképpen számítjuk:

$$M_{jk} = \iint f(x, y) x^j y^k dx dy, \quad (2)$$

ahol  $f(x, y)$  az intenzitás értéke a kép  $(x, y)$  koordinátájú pontjában adott spektrális tartományban,  $M_{00}$  a kép össz-intenzitása,  $M_{10}/M_{00} = x_c$  és  $M_{01}/M_{00} = y_c$  pedig a kép középpontjának koordinátái. A kép centrális momentumainak definíciója:

$$\mu_{jk} = \iint f(x, y) (x - x_c)^j (y - y_c)^k dx dy. \quad (3)$$

A szimmetrizált  $\alpha'$ -mintázat szimmetriatengelyének irányát jellemző szög egy referenciairánytól mérve:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right). \quad (4)$$

Az égbolt lineáris polarizációfok-mintázatán kiválasztottuk azon régiókat, amelyekben a  $p$  polarizációfok kisebb, mint a  $p^* = 10\%$  küszöbérték. E küszöb alkalmas megválasztása esetén minden  $p$ -mintázaton csak két kis polarizációfokú tartomány adódott, amelyek középpontjaiban voltak a polarizálatlan ( $p = 0\%$ ) neutrális pontok. E neutrális pontok helyét az azimut- és zenitszöggel jellemeztük.

A Nap, illetve Hold által megvilágított égbolt közötti polarizációátmenet számítógépes modellezésének céljából kiszámítottuk e két égi fényforrás által létrehozott polarizációs mintázatok lineárkombinációját. A Nap és Hold adott állásai mellett a szórt égboltfény intenzitáseloszlását az egyszeres szóráson alapuló Rayleigh-modell alapján határoztuk meg [1], míg a polarizációfok és -szög mintázatait a Berry-modell [3] segítségével számítottuk. Adott Nap- és Hold-állás esetén az égbolt minden egyes pontjában meghatároztuk az  $\mathbf{S} = (I, Q, U)$  Stokes-vektort az  $I$  in-





tenzitás,  $p$  lineáris polarizációfok és  $\alpha$  polarizációszög mért értékeiből [2]. A Naphoz és Holdhoz tartozó Stokes-vektor-mintázatokat komponensenként összeadtuk egy  $w$  súlyfaktor figyelembevételével, ami azt jelenti, hogy a Hold járuléka a Napénak  $w$ -szerese (például  $w = 1$  esetén a Nap és Hold szórt fénye azonos mértékben járul hozzá az égbolt-polarizációhoz). Végül az eredő Stokes-vektor-mintázatok  $I$ ,  $p$  és  $\alpha$  összetevőit határoztuk meg, és színekódolással ábrázoltuk.

## Eredmények

Az 1–4. ábrák a tiszta égbolt fényképét mutatják a  $p$  lineáris polarizációfok és az  $\alpha$  polarizációszög mintázataival együtt a spektrum kék (450 nm) tartományában napnyugta után (1., 2. ábra) és napkelte előtt (3., 4. ábra) különböző napokon, amikor a holdkorong 78%-a (1. ábra), 100%-a (2., 3. ábra) és 72%-a (4. ábra) napsütöttek látszott. Amíg az égen a szórt napfény dominált (1.a ábra), addig a szoláris Arago (sAr) és Babinet (sBa) polarizálatlan (neutrális) pontok jelentek meg az égbolt-polarizáció  $p$ -mintázataiban (1.b ábra). Amikor a szórt holdfény volt domináns (1.g ábra), akkor a lunáris Babinet (lBa) és Brewster (lBr) neutrális pontok voltak megfigyelhetők (1.b ábra). Az  $\alpha$ -mintázatokban e neutrális pontok ott helyezkednek el, ahol az  $\alpha$  polarizációszög hirtelen  $90^\circ$ -ot változik egy meridián mentén (1.c, 1.i ábra). E neutrális pontok mindig a szoláris-antiszoláris (1.b–c ábra), illetve a lunáris-antilunáris (1.b–i ábra) meridián mentén helyezkednek el, ha a szórt napfény (1.a ábra), illetve holdfény (1.g ábra) dominál. Ha azonban a szórt napfény és holdfény hasonló intenzitású (1.d ábra), akkor az sN szoláris (Naphoz közelebbi) és az lN lunáris (Holdhoz közelebbi) neutrális pontok a szoláris-antiszoláris és a lunáris-antilunáris meridiánon kívül helyezkednek el (1.e–f ábra).

A 2. ábrán jól látható, hogy teliholdkor a szoláris sAr és sBa, valamint a lunáris lAr és lBa neutrális pontok rendre a szoláris-antiszoláris és a lunáris-antilunáris meridián mentén helyezkednek el. Az átmeneti helyzetben, amikor a szórt napfény és holdfény közel egyforma erősségű (2.d ábra), a neutrális pontok elnevezése kettős: a Naphoz közelebbi neutrális pontot egyaránt hívhatjuk szoláris Babinet- vagy lunáris Arago-pontnak, míg a Holdhoz közelebbit nevezhetjük lunáris Babinet- vagy szoláris Arago-pontnak (2.e–f ábra) is.

A 3. ábrán látható, hogy teliholdas napkelte előtt a napfény és holdfény által megvilágított égbolt polarizációs mintázatai közti átmenet hasonló a teliholdas napnyugta után bekövetkező átmenethez (2. ábra), csupán a változások időrendje fordított. A 4. ábra szerinti részleges (72%) hold idején az égbolt-polarizáció hasonlóan megy át a napfény általi megvilágításból a holdfény általi megvilágításba, mint napnyugta után (1. ábra) részleges holdkor (78%), csupán a változások időrendje fordított.

Az 5. ábra az égboltfény  $p_{\max}$  maximális polarizációfokát mutatja a spektrum zöld (550 nm) tartományában az idő függvényében az 1–4. ábrákon látható négy különböző alkonyati szituációra. Az 5.a ábra szerint napnyugta előtt a szórt napfény által létrehozott  $p_{\max}$  jelentősen nagyobb, mint a szórt holdfény keltette maximális polarizációfok, de e két  $p_{\max}$ -érték fokozatosan csökken és összeolvad napnyugta után. Ugyanez a jelenség játszódik le napkeltekor is, csak fordított sorrendben (5.d ábra): napkelte előtt a szórt nap- és holdfény által keltett  $p_{\max}$ -értékek majdnem azonosak, és napkelte után szétválnak úgy, hogy a Nap nagyobb  $p_{\max}$ -ot hoz létre, mint a Hold.

Teliholdkor a szórt nap- és holdfény által keltett  $p_{\max}$ -értékek az égbolt ugyanazon területén helyezkednek el. Amint az 5.c ábrán látható,  $p_{\max}$  az idővel kissé csökken egészen napkelteig, azután napkelte után gyorsan növekszik a maximális 61%-ig. Az 5.b ábrán ugyanez látható fordított időbeli sorrendben:  $p_{\max}$  röviddel napnyugta előtt a legnagyobb (63%), azután gyorsan csökken. Az 5.b ábrán  $p_{\max}$  napnyugta után ér el egy újabb, kisebb csúcserőértéket. Ez utóbbi azonban egy kausztikának köszönhető műtermék, amit a képalakító polariméter műanyag védőkupolájáról történő fényvisszaverődés okozott. Az 5.b ábrán szaggatott vonal jelöli az elméleti várakozást. Mind részleges hold, mind telihold idején  $p_{\max}$  közvetlenül napkelte előtt vagy napnyugta után minimális (5. ábra).

A 6.a ábra a Nap, a Hold és az égbolt-polarizáció szimmetriatengelyének azimutszögét mutatja az idő függvényében a spektrum vörös (650 nm), zöld (550 nm) és kék (450 nm) tartományában, amikor a holdkorong 72%-a napsütötte a 4. és 5.d ábrák szituációira. A 6.a ábrán látható, amint a lunáris lAr és lBa, majd a szoláris sN és lunáris lN, később pedig a szoláris sAr és sBa neutrális pontokon átmenő meridiánnal egybeeső szimmetriatengely a lunáris meridiántól a szoláris meridiánig fordult. Amikor az égen a szórt holdfény dominált (4.a–c ábra), akkor az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye egybeesett a lunáris-antilunáris meridiánnal. Ha a szórt napfény volt domináns (4.g–i ábra), akkor a polarizáció szimmetriatengelye a szoláris-antiszoláris meridiánnal egyezett meg. Mikor pedig a szórt holdfény és napfény hasonló intenzitású volt (4.d–f ábra), akkor a szimmetriatengely iránya napkelte előtt a lunáris-antilunáris meridiánból váltott át a szoláris-antiszoláris meridiánba (6.a ábra) és fordítva: napnyugta után a szoláris-antiszoláris meridiánból váltott át a lunáris-antilunáris meridiánba. E váltást megelőzően a szimmetriatengely kissé lemaradt a lunáris-antilunáris meridiántól: az előbbi azimutszöge kicsit nagyobb volt, mint az utóbbié az átmeneti időszakban (6.a ábra). A szimmetriatengely lunáris-antilunáris és szoláris-antiszoláris meridián közti átmenete egy enyhe diszperzióval rendelkezett: az átmenet először a kék, azután a zöld, végül a vörös spektrális tartományban történt meg (6.a ábra).

A 6.b ábra az lBa lunáris Babinet neutrális pont  $\theta_{\text{Ba}}$  zenitszögét mutatja az idő függvényében ugyanazon szituációra, mint a 6.a ábrán. Az lBa lunáris Babinet-

pont mindhárom spektrális tartományban először közeledett a zenithez, majd fokozatosan távolodott attól. A neutrális pontok az  $\alpha$  polarizációs szög mintázatában szereplő zöld-kék nyolcas alakzat csúcsában helyezkednek el. A *6.b ábra* szerint e nyolcas alakzat sugárirányú kiterjedése először csökkent, majd növekedett az idővel, amint a *4.c*, *4.f*, *4.i ábrákon* is látható. Alkonyatkor és napközben az lBa neutrális pont  $\theta_{Ba}$  zenitszöge növekedett a hullámhosszal, továbbá  $\theta_{Ba}$  először a kék, majd a zöld, végül a vörös spektrális tartományban érte el a minimumát (*6.b ábra*).

A *6.c-d ábra* ugyanazt mutatja, mint a *6.a-b*, csak teliholdkor (e szituációk ugyanazok, mint a *2.*, *3.* és *5.b-c ábrákéi*). A *6.c ábra* szerint teliholdkor az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye gyakorlatilag megegyezik az egybeeső szoláris-antiszoláris és lunáris-antilunáris meridiánokkal. Éjszaka és késő alkonyatkor e szimmetriatengely kissé eltér az említett meridiánoktól, de ezen eltérés az égboltfény kis intenzitása által okozott zaj miatt is előfordulhat, és az alkonyat végéhez közeledve a szórt napfény erősödésével gyakorlatilag el is tűnik (*6.c ábra*). A *6.d ábra* szerint teliholdkor az lBa lunáris Babinet-pont  $\theta_{Ba}$  zenitszögének diszperziója és időbeli változása hasonló ahhoz, amit részleges hold (72%) idején figyeltünk meg (*6.b ábra*).

A *7. ábrán* az égbolt-polarizáció szimmetriatengelyének diszperziója látható az  $\alpha$  polarizációs szög-mintázaton napkelte előtt, részleges hold (72%) esetén: A vörös (650 nm) és zöld (550 nm) spektrális tartományokban e szimmetriatengely közel van a lunáris-antilunáris meridiánhoz, míg a kékben (450 nm) már a lunáris-antilunáris és a szoláris-antiszoláris meridiánok között helyezkedik el. E szituáció a *6.a ábrán* is előfordul.

A *8. ábrán* három különböző időpontban azon égboltterületek láthatók, ahol  $p < 10\%$  a kék (450 nm) spektrális tartományban részleges hold (72%) esetén, amely szituáció azonos a *4.* és *5.d ábrákéival*. A *8.d ábrán* az lBa lunáris Babinet és az lAr lunáris Arago neutrális pontok a lunáris-antilunáris meridián mentén helyezkednek el, az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye pedig egybeesik a lunáris-antilunáris meridiánnal. A *8.e ábrán* az sN szoláris neutrális pont és az lN lunáris neutrális pont az égbolt-polarizáció szimmetriatengelyén van. A *8.f ábrán* az sBa szoláris Babinet és az sAr szoláris Arago neutrális pont a szoláris-antiszoláris meridián mentén található, és az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye megegyezik a szoláris-antiszoláris meridiánnal.

A *9.b* és *9.c ábrák* az égboltfény  $\alpha$  polarizációs szögének a spektrum kék (450 nm) tartományában mért és szimulált mintázatait mutatják részleges hold (72%) esetén, amely szituációk a *4.* és *5.d ábrákéival* egyezők. A szimuláció  $w = 1$  súlyozással történt, azaz amikor a szórt holdfény és napfény égbolt-polarizációhoz való járuléka azonos volt. Bár a mért  $\alpha$ -mintázat zajos, kvalitatíve hasonló a szimulált  $\alpha$ -mintázathoz. A *9.d ábra* azt a szituációt mutatja, mikor az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye a szoláris-antiszo-

láris és a lunáris-antilunáris meridián közötti. A *9.e ábrán* a szoláris sN és lunáris lN neutrális pontok a  $p < 10\%$  polarizációfokú égboltterületeken belül helyezkednek el az égbolt-polarizáció szimmetriatengelye mentén.

## Az eredmények értelmezése és biológiai vonatkozásai

A földfelszínről nézve a tiszta égbolt egyetlen domináns égi fényforrás (a Nap vagy a Hold) esetén egyidejűleg két polarizálatlan (neutrális) ponttal rendelkezik [1, 2]. Alacsony napmagasság mellett (míg a Nap a horizonttól mérve  $25^\circ$ - $30^\circ$  alatt jár)  $25^\circ$ - $30^\circ$ -kal a Nap fölött a szoláris Babinet-pont és  $25^\circ$ - $30^\circ$ -kal az anti-Nap fölött a szoláris Arago-pont jelenik meg. Mikor a Nap  $25^\circ$ - $30^\circ$  fölött jár a horizonttól mérve, akkor a Nap fölötti szoláris Babinet-pont mellett a  $20^\circ$ - $25^\circ$ -kal a Nap alatt található szoláris Brewster-pont van jelen az égen. 800 méternél nagyobb földfelszín fölötti magasságokból a légkör negyedik szoláris neutrális pontja is megfigyelhető  $20^\circ$ - $30^\circ$ -kal az anti-Nap alatt [1]. A lunáris neutrális pontok éjszaka figyelhetők meg, ha a Hold a horizont fölött tartózkodik [2]. A neutrális pontok rendszeresen mindig a szoláris-antiszoláris, lunáris-antilunáris meridián mentén helyezkednek el, továbbá a Naptól, Holdtól, valamint az anti-Naptól, anti-Holdtól való szögtávolságuk a Nap, Hold magasságától, a légköri aeroszol-koncentrációtól és a földfelszíni reflexióktól függ [1, 2].

Részleges holdfázis idején a szürkületi ég szoláris sN és lunáris lN neutrális pontjai (*1.*, *4.*, *8.e*, *9.c* és *9.e ábrák*) nem a szoláris-antiszoláris vagy lunáris-antilunáris meridián mentén helyezkednek el, amikor a szórt holdfény és napfény versenyez egymással a hold- és napsütötte légkörben, a napkeltét megelőzően vagy közvetlenül napnyugta után. Az említett meridiánokon kívül eső sN és lN neutrális pontok szürkületi égen való előfordulása a részleges holdfázisok a légkörben lezajló összetett, többszörös fényszórásai események eredménye, amikor a szórt napfény és holdfény intenzitása közel azonos nagyságrendű.

Azon eredményünk, hogy a szürkületi égről érkező fény polarizációfokának  $p_{max}$  maximuma csökken az átmeneti periódusban (*5. ábra*), szintén a napfény és holdfény légkörbeli többszörös szóródásával magyarázható. Mikor a holdfény és napfény egymással verseng, a két különböző fényforrás (Hold és Nap) egyaránt hozzájárul a légköri fényszóródáshoz, ami növeli a többszörös szórás égbolt-polarizációra gyakorolt hatását. A többszörös szórás csökkenti az égboltfény polarizációfokát [1]. A többszörösen szórt fény polarizációiránya nem mindig merőleges a szórás síkjára, amit a domináns égi fényforrás (Nap vagy Hold), az észlelő helye és a megfigyelt égi pont határoz meg. Amikor a polarizációirány párhuzamos a szórás síkkal, akkor negatívan (vagy rendellenesen) polarizált fényről beszélünk, ha pedig a polarizációirány merőleges a szórás síkra, akkor pozitívan (vagy rendszeren)

polarizált fényről van szó [1]. A többszörös szórás negatívan poláros fényt kelt a túlnyomórészt pozitívan poláros légkörhöz. A rendes (Arago, Babinet, Brewster és a negyedik) neutrális pontok ott helyezkednek el, ahol a pozitívan és negatívan poláros fény intenzitása egyenlő, a polarizációs szög pedig  $90^\circ$ -ot ugrik, amikor áthaladunk egy neutrális ponton annak meridiánján keresztül. Így tehát a neutrális pontok léte a többszörös szórás egyik legfontosabb következménye. Szürkületkor, amikor két hozzátvetőlegesen azonos intenzitású égi fényforrás, a Nap és a Hold is jelen van az égen, a polarizációs mintázatok e két forrás kölcsönhatásától függenek, és részleges hold esetén kialakul a szürkületi ég szoláris-antiszoláris és lunáris-antilunáris meridiánjain kívüli két közbülső sN és IN neutrális pontja (9.c, 9.e ábra).

Részleges hold mellett a szürkületi égen megjelenő, szoláris-antiszoláris és lunáris-antilunáris meridiánokon kívüli sN és IN neutrális pontokat korábban még senki sem figyelte meg. Ennek egyik oka, hogy egy ilyen megfigyeléshez a teljes égboltot vizsgálni képes képalakító polariméter szükséges. Ráadásul, ezen átmeneti neutrális pontok csak egy viszonylag rövid ideig (alacsony vagy közepes földrajzi szélességeken mindössze 10-20 percig) figyelhetők meg a részleges hold melletti szürkületkor (6.a ábra). Ezért sokkal kisebb valószínűséggel észlelhetők ezen átmeneti neutrális pontok a nappal és éjjel egyaránt akár 8-10 órán át is látható rendes neutrális pontokhoz képest.

Telihold idején az ég két neutrális pontja mindig a szoláris-antiszoláris és lunáris-antilunáris meridiánok mentén van a szürkületi polarizációátmenet idején. Ennek oka, hogy teliholdkor a Nap és a Hold szintén a szoláris/lunáris-antiszoláris/antilunáris meridián mentén helyezkedik el, és így a lunáris Arago-pont egybeesik a szoláris Babinet-ponttal, a lunáris Babinet-pont pedig egybeesik a szoláris Arago-ponttal.

A holdfényes szürkületi égbolt fönt említett polarizációátmenete hatással lehet a következő polarizáció-érzékeny, szürkületkor vagy éjjel aktív állatok térbeli tájékozódására, továbbá a viking hajósok hipotetikus égbolt-polarizációs navigációjára.

- A *Scarabaeus zambesianus* galacsinhajtó bogarak a galacsingolyójukat a központi trágyakupactól egy egyenes mentén görgetik sugár irányban kifelé, hogy minél hamarabb eltávolodhassanak a kupactól, ahol sok fajtársuk tolong a lárvák fejlődéséhez szükséges, értékes nyersanyagra vadászva, miközben gyakran egymástól lopják el a már kész galacsint. A galacsint egyenes mentén történő görgetése során a nappal aktív galacsinhajtók a Nap iránya alapján tartják a galacsint egyenes pályáját, amikor pedig a Napot felhők takarják, akkor a napsütötte égbolt polarizációs mintázatából következtetik ki a Nap irányát [2]. Naplemente után, amikor a Hold nem látható, az éjjel aktív galacsinhajtók tájékozódása kizárólag a szürkületi égbolt szórt napfény által keltett polarizációs mintázatára épül. Amikor a Hold fölkel, a galacsinhajtók navigációja a szórt holdfény által létrehozott polarizációs mintázat alapján folytatódik. E poláros szórt

holdfény intenzitása fokozatosan csökken, ahogy a holdkorong Nap által megvilágított hányada csökken. Még a holdsarló körüli rendkívül kis intenzitású égbolt-polarizációs mintázat is elegendő az éjszaka aktív galacsinhajtóknak ahhoz, hogy egyenes mentén görögessék a galacsint.

- A szürkületben és éjjel aktív *Megalopta genalis* trópusi méh a panamai erdőkből 60-45 perccel napkelte előtt repül ki a fészkekből és 15-30 percig kutat táplálék után, mielőtt visszatér oda [8]. Napnyugtakor ugyanezen viselkedés időben fordítottan jelentkezik. E méhfaj szemei szélsőségesen kis intenzitású fény mellett látásra specializálódtak és vélhetően képesek érzékelni az égbolt polarizációját is. Feltételezhető, hogy e méhek az égbolt polarizációja alapján is tudnak tájékozódni a szürkületi/éjjeli táplálékszerző útjaik során.

- Az éjjel aktív ausztrál *Myrmecia pyriformis* hangya is használja a poláros égboltfényt szürkületi iránytűként [9].

- Szürkületkor a költöző madaraknak is szüksége lehet az égbolt-polarizációra ahhoz, hogy a sötétben történő repülésükhöz beállítsák belső mágneses iránytűjüket, hiszen a velük végzett tájékozódási kísérletek során eltévedtek, amikor csak depolarizált égi optikai (intenzitás/szín) mintázatokat láthattak [2].

- Tájékozódásuk és navigálásuk során egyes szürkületkor és/vagy éjszaka aktív halak és vízi rákok is használják az égbolt polarizációs mintázatát a sima vízfelszín Snellius-ablakán keresztül érzékelve azt [2].

- Széles körben elfogadott és gyakran idézett hipotézis, hogy a viking hajósok a tengeri útjaik alatt képesek lehettek a felhők vagy a horizont által eltakart Nap helyét megállapítani egy napkőnek nevezett rejtélyes kristály (például kalcit, turmalin vagy kordierit) segítségével [2]. Napsütésben (mágneses iránytű hiányában) egy napiránytűvel tájékozódtak, ám amikor a Nap nem látszott, akkor annak égbolton elfoglalt helyét az égbolt-polarizáció elemzésével következtették ki egy polárszűrőként működő napkővel.

A fönti állati és emberi tájékozódási/navigációs típusok a szoláris-antiszoláris vagy a lunáris-antilunáris meridián ismeretén alapulnak, ami egybeesik a napsütötte vagy holdvilágos ég polarizációs mintázatának szimmetriatengelyével. Ám ahogyan cikkünkben megmutattuk, közepes ( $47^\circ$ ) földrajzi szélességek mentén részleges hold mellett szürkületkor van egy 10-20 perces átmeneti időszak, amikor (i) az égboltfény  $p_{\max}$  polarizációfoka csökken, (ii) a folytonosan változó helyű két neutrális pont nem a szoláris-antiszoláris vagy lunáris-antilunáris meridián mentén helyezkedik el, és (iii) az égbolt polarizációs mintázatából sem a szoláris-antiszoláris, sem a lunáris-antilunáris meridián nem határozható meg. Következésképpen az égbolt-polarizációra épülő, fönt említett állati tájékozódás és viking navigáció lehetetlenné válhat e szürkületi átmeneti időszakban, aminek időtartama jelentősen növekszik magasabb földrajzi szélességeken, amikor a Nap és Hold égi útvonala hosszú időn át a horizonthoz közel halad, és így a szürkületi periódus akár órákig, napokig is tarthat.

Habár a szóban forgó szürkületi átmeneti időszak mindössze 10-20 perc az alacsony és közepes földrajzi szélességeken mentén, az égbolt-polarizáció ez alatti anomáliájából eredő tájékozódási zavart nem szabad alábecsülni. Mindezt jól szemlélteti például az a megfigyelés, hogy a táplálékszerző, viráglátogató háziméhek (*Apis mellifera*) jelentős hányada nem tért vissza a méhkasba egy teljes napfogyatkozás csupán 2 perces totalitása után [2, 4]. Nemcsak az égboltfény intenzitásának és színének, hanem  $p$  polarizációfokának és  $\alpha$  polarizációszögének mintázata is drasztikus változáson esik át teljes napfogyatkozások totalitásakor a jelentősen megváltozott megvilágítási viszonyok miatt [2]. Napfogyatkozáskor az égboltfény  $p$  polarizációfoka általában jelentősen csökken, és ha  $e$  csökkenés azon  $p^*$  küszöbérték alá esik, ami egy adott faj égbolt-polarizáció alapján történő navigációjához szükséges polarizációérzékelés határa, akkor az állat megzavarodhat, eltévedhet. Továbbá, még ha  $p > p^*$  a totalitás alatt, az ekkor megfigyelhető  $\alpha$ -mintázat teljesen eltér a normál égboltétól [2]. Így a polarizációérzékelő állatok elkerülhetetlenül eltévednek, amikor a megváltozott  $\alpha$ -mintázat alapján próbálnak tájékozódni. Egy javaslat szerint [2] a háziméhek teljes napfogyatkozás alatt megfigyelt tájékozódási zavarainak, valamint a kaptár 10-15%-át érintő eltévedésének [4] egyik oka az égbolt totalitáskor tapasztalható, természetellenes polarizációs mintázata lehet. A virágokhoz való kirepülés előtt a dolgozó háziméhek a kaptárban pontosan annyi táplálékot (mézet) vesznek magukhoz, mint amennyi a virághoz való elrepülésig és vissza elegendő energiaforrást jelent számukra. E távolságinformáció a hírvivő méh kaptárban lejtett megfelelő táncból következtethető ki. Ha a nektár- és virágporgyűjtő méh eltéved (például az égbolt teljes napfogyatkozás totalitása alatt kialakuló rendellenes polarizációs mintázata következtében, vagy az égbolt-polarizáció szimmetriatengelyének szürkületkori anomális irányulása miatt), akkor „üzemanyaga” azelőtt elfogyhat, mielőtt visszatalál a kaptárhoz. Ekkor az eltévedt méh menthetetlenül elpusztul, mivel „üzemanyag” hiányában nem tud visszarepülni vagy visszamászni a kaptárba.

Egy másik esetet, ahol rovarok tévedtek el a rendellenes égbolt-polarizációs mintázat miatt, kanadai kutatók írtak le [5]. Az erdőtüzből eredően füstös égbolt polarizációs mintázata is többé-kevésbé megvál-

tozik a normál égbolthoz képest [2]. Főként az égboltfény  $p$  polarizációfoka csökken drasztikusan a napfény füstszemcséken történő többszörös szóródásának depolarizáló hatása következtében. Égbolt-polarizációs méréseink [2] magyarázattal szolgáltak a 2003 augusztusi erdőtüzes időszakban a kanadai Brit Columbiában megfigyelt repülő vándorló rovarok füstös égbolt alatti eltévedésére [5], aminek fő oka az égboltfény polarizációfokának az erdőtüzek füstje miatti csökkenése volt.

A legnagyobb probléma, amivel a polarizáció-érzékeny állatok szembesülnek, hogy az égbolt-polarizáció nyújtotta információ, a polarizációs mintázat szimmetriatengelye részleges hold melletti szürkület idején folyamatosan és a Nap/Hold járásához képest gyorsan elfordul, miáltal kérdéses, hogy miként képesek céljukat elérni, ha közben égi polarizációs iránytűjük mindig másfelé mutat. E szürkületi polarizáció-átmenetes időszak könnyen okozhatja az érintett állatok eltévedését.

#### Irodalom

1. Coulson, K. L.: *Polarization and Intensity of Light in the Atmosphere*. A Deepak Publishing, Hampton, Virginia, USA, 1988.
2. Horváth G. (editor): *Polarized Light and Polarization Vision in Animal Sciences. Springer Series in Vision Research*, volume 2 (2014) (series editors: Shaun P. Collin, Justin N. Marshall) Springer, Heidelberg, Berlin, Dordrecht, London, New York
3. Berry M. V., Dennis M. R., Lee R. L.: Polarization singularities in the clear sky. *New Journal of Physics* 6 (2004) 162.
4. Baldavári L.: Méhek viselkedésének változása az 1999. augusztus 11-i teljes napfogyatkozás hatására egy méhészetben. *Állattani Közlemények* 86 (2001) 137–143.
5. Johnson D. L., Naylor D., Scudder G.: Red sky in day, bugs go astray. *Annual Meeting of the Canadian Association of Geographers*, Western Division, Lethbridge, Alberta, Canada, 12 March 2005, Abstracts, 145.
6. Cronin T. W., Warrant E. J., Greiner B.: Celestial polarization patterns during twilight. *Applied Optics* 45 (2006) 5582–5589.
7. Barta A., Farkas A., Száz D., Egri Á., Barta P., Kovács J., Csák B., Jankovics I., Szabó Gy., Horváth G.: Polarization transition between sunlit and moonlit skies with possible implications for animal orientation and Viking navigation: anomalous celestial twilight polarization at partial moon. *Applied Optics* 53 (2014) 5193–5204 + cover picture + 9 supplementary video clips.
8. Warrant E. J., Kelber A., Gislen A., Greiner B., Ribi W., Wcislo W.: Nocturnal vision and landmark orientation in a tropical halictid bee. *Current Biology* 14 (2004) 1309–1318.
9. Reid S. F., Narendra A., Hemmi J. M., Zeil J.: Polarized skylight and the landmark panorama provide night-active bull ants with compass information during route following. *Journal of Experimental Biology* 214 (2011) 363–370.

# SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY



## A FIZIKA BARÁTJA!

Támogasd adód 1%-ával az Eötvös Társulatot!

Adószámunk: 19815644-2-41



## Tudományos kutatások Napóleon idejében

*Bonaparte Napóleon* (1769–1821) határozottan pártolta a tudományos kutatásokat Franciaországban. Nemcsak a magas színvonalú felsőoktatási intézményeket támogatta, amilyen például az École Polytechnique vagy az École Normale Supérieure, de 1803-ban, még mint első konzul, visszaállította az 1635-ben *Richelieu* bíboros alapította, majd 1793-ban a jakobinus diktatúra által megszüntetett Francia Tudományos Akadémiát. (Érdeemes összehasonlítani ezt a magyarországi helyzettel: ugyancsak 1635-ben alapította *Pázmány Péter* érsek a magyar tudományegyletemet, a mai ELTE elődjét, de csak 1825-ben került sor a Magyar Tudományos Akadémia megalapítására, *Széchenyi István* felajánlása nyomán.) Hogy Bonaparte tábornok maga is részt vett az Akadémia szakmai tevékenységében, arra a következő esemény szolgáltat példát.

*Jean-Baptiste Biot* (1774–1862) a *College de France* fiatal matematikatanára, *Laplace* támogatásával mutatta be az Akadémián egy *Euler* által felvetett problémára adott saját megoldását. A hallgatóságból hárman ott mindjárt gratuláltak a fiatal tudósnek: *Lagrange*, *Monge* és Bonaparte tábornok. Ezek után az értekezés írásbeli értékelésével *Lacroix*, Bonaparte és *Laplace* lett megbízva. 1804-ben Biot már a párizsi csillagászati obszervatórium munkatársaként szállt fel *Gay-Lussac* társaságában léghajóval 4000 méter magasra, hogy ott a földi mágneses tér gyengülését kvantitatívan észlelhessék, és többféle fizikai, kémiai és biológiai mérést is elvégezzenek. (*Gay-Lussac* az École Polytechnique hallgatójából lett a kémikus *Berthollet* asszisztense, aki nem melleleg Bonaparte tábornokkal vett részt annak egyiptomi hadjáratában.) Maga Biot azonban egyáltalán nem lett a hadvezér Napó-

leon híve: mindig határozottan kiállt a politika és a tudomány szétválasztása mellett.

Miből éltek a tudósok? Ezekben az években, a 18. és 19. század fordulóján még alig voltak „fizetett” tudományos kutatói állások. A sikeresebb kutatóknak általában volt valamilyen öröklött vagyonuk, vagy valamilyen jól fizetett polgári állásuk, amely mellett eleinte csak hobbiból, kíváncsiságból érdeklődtek a tudományos kérdések iránt, majd ez az érdeklődés a legjobbaknál akár a megszállottsáig fokozódott. Érdeemes felidézni néhányuk példáját, akik az optikai kutatásokban fontos eredményeket értek el: *Young* orvos volt, *Fresnel* útépítő mérnök, *Malus* hadmérnök, *Biot* és *Arago* pedig obszervátorként indult pályáján a párizsi csillagdában, ahol közösen kezdték el kutatni a gázok fénytörését.

## Döntő(?) bizonyíték a fény korpuszkuláris elméletére

A fény hullámtermészetének feltárása *Huygens* nevéhez fűződik, a fény részecskékből álló természetének első felvetője – igaz, csak kérdések formájában – *Newton* volt. Mindkettőjük számára az izlandi mészpát kettős törésének meglepő jelensége volt az a kihívás, amely elindította gondolkodásukat. A hullámterjedést *Huygens* a hullámfelületből kiinduló elemi hullámokkal értelmezte, ahol az elemi hullámok burkolója adja az új hullámfelületet. Az elemi hullámok izotróp közegben gömbhullámok, anizotróp közegben viszont ellipszoid hullámok, mivel a terjedési sebesség irányfüggő – íme, máris megvan a kettős törés magyarázata, gondolta *Huygens*.

Az ordinárius és az extraordinárius fényugarak azonban nemcsak a terjedés irányában tértek el egymástól!

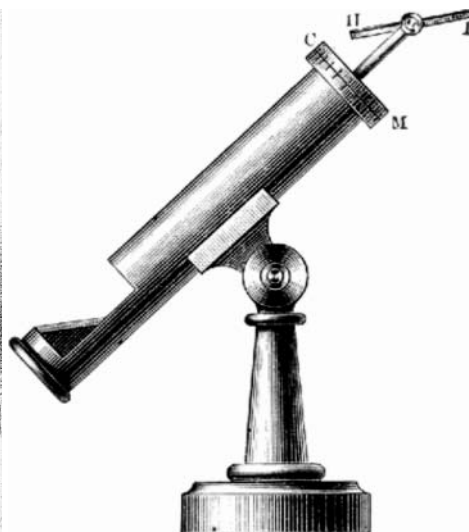
*Newton* a mészpátkristályokkal végzett kísérletei alapján arra következtetett, hogy a fénysugár nem lehet olyan henger-szimmetrikus, mint a longitudinális hanghullámok. *Simonyi Károly* *A fizika kultúrtörténete* című könyvében idéz néhány kérdést, amelyet *Newton* feltett *Optika* című művében:

„Vajon nincs-e a fénysugárnak több oldala, mindegyik más-más sajátsággal felruházva?”

„Vajon a fénysugarak nem kis testekből állnak-e, amelyeket a fénylő anyag kibocsát?”

*Newton* tudományos tekin-tye akkora volt, hogy az

Jean-Baptiste Biot (1774–1862) és polarizációkészüléke



optikai kutatásokat folytató francia fizikusok közül többen az ő korpuszkuakibocsátó emissziós elméletét fogadták el a fényre, és még meg is rótták Youngot, aki angol tudós létére Huygens oldalára állt, kimutatva az általa interferenciának nevezett jelenséget, amely szerint két fénysugár ki is olthatja egymást. Young szerint a fény nem állhat anyagi részecskékből, csak valamilyen virtuális anyag, az éter hullámzása lehet. Ezt az elméletet, amellyel még a Newton-gyűrűk keletkezését is meg lehetett magyarázni, a hullám szó latin kifejezéséből adódóan „undulációs” elméletnek hívták, és ez bizony élesen szemben állt az emissziós elmélettel. Minthogy rejtélyes és bizonytalan állítás akadt a kettős törés bármelyik magyarázatában, ezért a Francia Akadémia 1808. január 4-én a következő pályázatot tűzte ki: „Felállítandó a kettős törés tapasztalással megegyező matematikai elmélete.” A pályázat határidejéül 1810-et szabták, de már a kitűzés évében jelentkezett egy hadmérnök azzal a felfedezéssel és elmélettel, amellyel – úgy gondolta – döntő bizonyítékot szolgáltatott a fény korpuszkuakibocsátó jellegére. Az illető hadmérnököt Malus-nek hívták.

Étienne Louis Malus (1775–1812) csaknem egyidős volt Biot-val, és ő is az École Polytechnique hallgatója volt. Biot egy évig volt katona, utána visszamenekült a tudomány bástyái mögé, Malus viszont tanulmányai végzése mellett se lépett ki a hadsereg kötelékéből, sőt közvetlenül részt vett a hadi eseményekben. 23 éves korában részt vett Napóleon egyiptomi hadjáratában. Ennek sikertelen befejeződése után visszatért Franciaországba, megnősült és hadmérnöki beosztásban hadi kikötők és erődök építésén dolgozott. Közben szenvedélyesen élt tudományos hobbiájak: nem kevesebbet akart megérteni és megmagyarázni, mint a fény természetét. 1807-ben „analitikus geometriai optikai elméletet” publikált. Kapóra jött az akadémiai pályázat, azonnal elkezdett kísérletezni a mészpátkristályokkal.

Szép, romantikus történet szól arról, hogyan fedezte fel Malus a visszavert fény polarizációját. Párizsi lakása a Luxemburg kert mellett volt, és egy ízben lakása ablakából egy mészpátkristályon keresztül vizsgálta a környék fáit, házeit. Azt vette észre, hogy a Luxemburg palota üvegablakairól visszaverődő fény ugyanolyan változásokat mutat, ha forgatja a szeme elé tartott kristályt, mint amikor egy másik mészpát kristályon átjövő fényt vizsgál hasonló módon.

Először azt hitte, hogy a levegő gyakorol ugyanolyan hatást a benne haladó napsugarakra, mint a mészpát, ezért a jelenséget este, gyertyafénynél is megpróbálta előállítani a lakás ablakánál. Minthogy ott is meg tudta figyelni ugyanazt a tüneményt, meggyőződött róla, hogy új jelenséget fedezett fel és körültekintő kísérlet-sorozatba kezdett, amelynek eredménye lett az 1808 decemberében beadott *Az átlátszó testek által visszavert fény egyik tulajdonságáról* című dolgozata. Sietett vele, attól félt, hogy valaki megelőzi a felfedezésben, annyira „szembetűnő” jelenségről volt szó.

A polarizáció szót azért vezette be a jelenségre, mert a következő értelmezést találta ki hozzá: a fény részecskékből áll, ezek fénytani dipólusok. A természetes



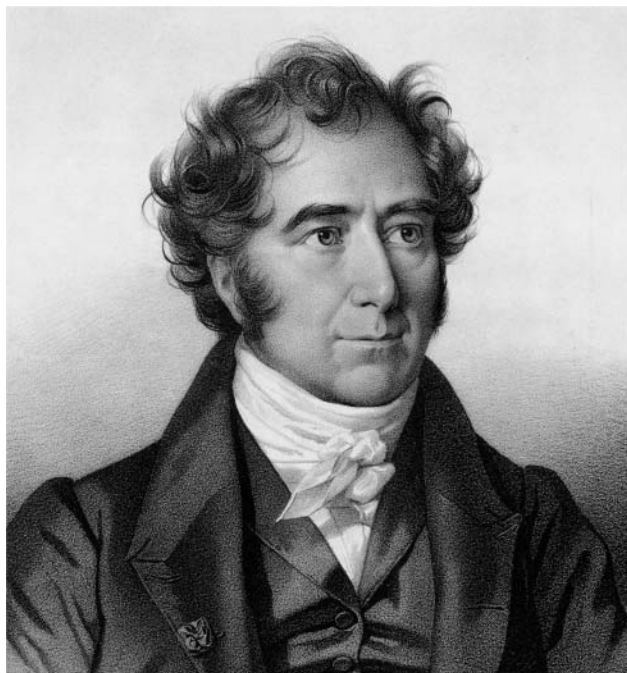
Étienne Louis Malus (1775–1812)

fényben össze-vissza, minden irányban állnak, a mészpátkristályon való áthaladáskor azonban rendeződnek, ráadásul az ordinárius és az extraordinárius sugaraknál egymásra merőleges irányban. Vagyis a mészpát a fényrészecskéket pólusaik szerint rendezi, amit így mondhatunk: polarizálja a fényt! A nagy felfedezés az volt, hogy kimutatta: minden átlátszó anyag, a ráeső fénysugarak beesési szögétől függő mértékben képes erre, amikor visszaveri a fénysugarakat.

## Mi minden történt 1815-ben?

Malus fiatalon, 37 éves korában, 1812-ben meghalt. Még megérte, hogy Young, akkor már a Royal Society külügyi titkára 1811 márciusában levélben értesítette őt a Rumford-érem elnyeréséről. Ebben a levélben többek között ezt írta Young: „Az ön kísérletei az általam felállított elmélet (tudniillik az interferenciák elmélete) hiányosságáról tanúskodnak ugyan, de helytelenségét nem bizonyítják.” Nemcsak a Rumford-éremet, de Young ezen mondatát is munkássága elismerésének tekintette Malus. Akkor már az optikával foglalkozó fizikusok a legkülönbözőbb polarizációs jelenségeket kutatták.

Dominique François Arago (1786–1853) 1811-ben felfedezte az általa színes polarizációnak nevezett jelenséget, amelyet ma már a feszültségoptika, illetve az optikai aktivitás témakörébe tartozónak gondolunk. Talán mondanunk sem kell, hogy ő is az École Polytechnique növendéke volt – sőt, később az intézet



Dominique François Arago (1786–1853)

tanára. 1809-től az Akadémia tagja, majd titkára lett. (E minőségében az elhunyt akadémikusokról tartott emlékbeszédei nemcsak a fizikatörténet kutatói számára jelentettek nagy segítséget, de *Trefort Ágoston* elnöksége alatt mintául szolgáltak a Magyar Tudományos Akadémia számára is hasonló emlékbeszédek tartására.) Mint említettük, Biot-val együtt a párizsi obszervatóriumban dolgozott és a levegő fénytörését vizsgálták, mert az az észlelhető csillagok fényét befolyásolja. Különböző gázokkal, illetve különböző sűrűségű levegővel megtöltött prizmán végeztek nagy pontosságú törésmutató-méréseket. Úgy találták, hogy az atmoszférikus levegő abszolút törésmutatója 1,000294, egyébként arányos a sűrűséggel és nem mutat diszperziót. Kiválóan tudtak együtt dolgozni annak ellenére, hogy Biot a fény emissziós elméletében, Arago pedig a hullámelméletben hitt.

A színes polarizációt Arago is úgy fedezte fel, hogy mint Malus, az ablakából figyelte, milyennek látszik a világ a kettősen törő mészpátkristályon keresztül. Ő azonban nem a fákat és a házakat, hanem a kék eget figyelte, ráadásul különböző átlátszó lemezeket tett a kék ég és a mészpátkristály közé. Azt már régebben észrevette ugyanis, hogy a kék égről többé-kevésbé poláros fény érkezik, ezért azt vizsgálta, történik-e valami változás, ha ez a polarizált fény áthalad az átlátszó lemezen.

A „csoda” akkor történt, amikor csillámlemez volt az átlátszó lemez. A mészpáton keresztül látott kép kiszínesedett! Ha elforgatta a csillámlemez a saját síkjában, vagy a mészpát kristályt forgatta, a színek változtak. Felfedezését megosztotta Biot-val, aki az elkövetkező 2-3 évben rendkívül átgondolt és körültekintő kísérleteket végzett és nem kevesebb, mint hat tapasztalati törvényt állított fel erre a jelenségcsoportra. Az általa adott magyarázat lényege az volt, hogy a csillám maga is kettősen törő tulajdonságú.

Még ugyanebben az 1811-es évben Arago egy másik jelenséget is felfedezett, amikor egy kristálytengelyére merőlegesen kimetszett kvarclemezt tett a csillámlemez helyére, ez pedig a kvarclemez optikai forgatóképessége volt. Biot ezt is alaposan megvizsgálta, még azt is megnézte, változik-e a kvarclemez viselkedése, ha nem levegő, hanem viszonylag nagy törésmutatójú folyadék, például terpentinolaj veszi körül. Így vette észre, hogy a polarizációs síkot elforgató képességük még nem kristályos testeknek, akár folyadékoknak is lehet, hiszen a terpentinolaj már akkor elforgatta a fény polarizációs síkját, amikor még benne se volt a kvarclemez!

Kísérleteik eredményét Arago és Biot 1815-ben mutatta be a Francia Akadémián.

Az 1812–15-ös évek nevezetes évek voltak a francia történelemben. 1812 nyarán Napóleon oroszországi hadjáratra indult több mint félmillió katonával. Szeptemberben már bevonult Moszkvába, de ott nem volt kívül tárgyalnia. A francia sereg visszavonult, és az orosz télben és a partizántámadások során óriási veszteségeket szenvedett. 1813 elején porosz–oroszsvéd szövetség jött létre Napóleon ellen. 1813 őszén a porosz–osztrák–svéd koalíciós csapatok Lipcsénél legyőzték a francia csapatokat. 1814 tavaszán bevonultak Párizsba, XVIII. (Bourbon) Lajos elfoglalta a királyi trónt, Napóleont pedig száműzték Elba szigetére. 1815 tavaszán – legnagyobb meglepetésre – Napóleon visszatért Párizsba. A királynak újra menekülnie kellett. Napóleon újraszervezett serege azonban nyáron a waterlooi ütközetben megsemmisült. Ezután Napóleont Szent Ilona szigetére száműzték. 1815. szeptemberben Bécsben az osztrák császár, a porosz király és az orosz cár megkötötték a Szent Szövetséget, amelyhez később az angol király kivételével minden európai uralkodó csatlakozott.

Ennek az idén kétszáz éves eseménynek van magyar vonatkozása is. Budán ugyanis felgyorsították a gellérthegy csillagvizsgáló építését, hogy 1815. október 19-én a Szent Szövetség három uralkodója jelenlétében nyithassák meg azt. Ahogy az már lenni szokott, az épület nem lett teljesen kész, a felszerelt vadonatúj műszerek pedig a kiszáradó falak között hamar rozsdásodásnak indultak. Végül nem is a rozsdá, hanem Buda 1849-es ostroma során kapott ágyúlövések végeztek a *Pollack Mihály* tervezte csillagdával, a *Pasquich János* által vásárolt drága műszerekkel.

Ugyanebben az évben, 1815-ben, a messzi Skóciában egy szorgalmas kutató, aki főleg a hozzá eljutott tudományos közleményekből tájékozódott az aktuális európai kutatásokról, egy rendkívül egyszerű matematikai formulába tudta foglalni a visszaverődésnél keletkező teljes polarizáció szögének a törésmutatóval való összefüggését, de ezt csak akkor publikálta, miután 18 féle anyagon megvizsgálta ennek teljesülését. Ez a kutató volt *Brewster*, és az összefüggést azóta Brewster-törvényként tanítják – ha tanítják – az iskolában. Tartalma: az átlátszó közeg felületéről visszaverődő fénysugár akkor lesz teljesen polarizált, amikor merőleges a megtört fénysugárra. Ebből kö-

vetkezik az az egyszerű matematikai összefüggés, hogy a teljes polarizáció szögének tangense a közeg (relatív) törésmutatójával egyenlő. Még ebben az évben felvették Brewstert a londoni Royal Society tagjai sorába, és elnyerte a Copley-érmet, amelyet Arago is csak tíz év múlva kapott meg.

## Mit érdemes tudnunk a Brewster-törvény felfedezőjéről?

David Brewster (1781–1868) egy skót kisvárosban született, amelynek gimnáziumában édesapja volt az igazgató. Két lány- és három fiú-testvére volt, a fiúk mind a skót presbiteriánus egyház lelkészei lettek. Őt is azzal küldte apja Edinburgh-ba az egyetemre 12 éves korában, hogy majd a skót egyház lelkésze váljon belőle. 1800-ban meg is szerezte ezt a jogosítványt, de érdeklődése akkor már teljesen a természettudomány és annak gyakorlati alkalmazása felé fordult, miközben gazdag családoknál vállalt nevelői állást, hogy fenntarthassa magát. Szónokolni ugyan nem, de írni nagyon szeretett, és már első diffrakciós kísérleteiről, megfigyeléseiről érdekes cikkeket közölt különböző londoni tudományos folyóiratokban. 27 éves volt, amikor az Edinburgh-i Royal Society tagjának választották, és ekkor merész vállalkozásba fogott: *The Edinburgh Encyclopaedia* kiadását kezdte meg. Ebben az évben publikálta Malus a visszavert fény polarizációjára vonatkozó megfigyeléseit, és ettől kezdve Brewster különös figyelemmel fordult a polarizációs jelenségek felé. Igyekezett megismételni minden mások által elvégzett és publikált kísérletet, de úgy, hogy javítson is rajtuk, lehetőleg növelje a leírt mérések pontosságát. Malus például azt hitte, hogy fémes visszaverődésnél nem lép fel polarizáció. Brewster kiderítette, hogy ott is fellép, de soha se lehet teljes, hasonlóan az áttetsző közegekben a megtört fény részleges polarizációjához. Először 1814-ben látogatott el a kontinensre. Bejárta Franciaországot és Svájcot, Párizsban megismerkedett és összeharatókozott az optikai kutatásairól legtöbbet publikáló Aragóval és Biot-val.

1815-ben a *Philosophical Transactions*, a londoni Royal Society hivatalos folyóirata hozta nyilvánosságra azt a levelet, amelyet David Brewster a londoni társulat idős elnökének, *Sir Joseph Banksnek* írt, és amelyben beszámolt „Az átlátszó testekről visszavert fény polarizációjának törvényéről” – a törvény felfedezéséről. A levél bevezetésében megdicsérte Malus-t a jelenség felfedezéséért és az általa kitalált mérésekért, amelyek végső tanulsága azonban így szólt Malus megfogalmazásában: „A polarizációs szög nincs közvetlen kapcsolatban sem a törésmutatóval, sem a diszperzióval. Ez a testeknek egy, a többitől független tulajdonsága.” A levél folytatásában megírta, hogy már 1811 nyarán elkezdte megismételni Malus kísérleteit, és egyre több esetben sikerült a megsejtett tangens-törvényt nagy pontossággal igazolnia. Ugyanakkor üvegre nem teljesült az elvárt összefüggés, ezért, mint sikertelen próbálkozást, abbahagyta ezt a kutatást. Egy év kihagyás után



David Brewster (1781–1868)

tért vissza rá, elővette újra ugyanazt az üveglemezt. Meglepetésére az üveg egyik oldalán teljesült a tangens-törvény! A másik oldalon azonban még mindig nem: mintegy  $2^\circ$  eltérést kapott. Ugyanakkor észrevette, hogy ez az oldal valamilyen kémiai változáson mehetett át, valamilyen vékony réteg rakódott rá, mert kevésbé verte vissza a fényt, mint a másik oldal. 1814-ben Párizsban Aragónak is beszámolt ezekről a méréseiről, és Arago bízta, hogy publikálja a felismert törvényt. Így született a levél és az ezt követő 35 (!) oldalas publikáció 1815-ben, éppen 200 évvel ezelőtt.

Hosszú élete során David Brewster még sok felfedezést tett, de egyik sem volt ennyire egyszerűen megfogalmazható, mint ez a tangens-törvény. A feszültségoptikai jelenségek közül például a szilárd halmazállapotú enyvről, de még a kristályos kvarclemezről is sikerült megmutatnia, hogy külső nyomás hatására kettősen törővé válhat. Hosszúkás üveglemeznél is, hajlítás hatására, jelentkezett a kettős törés. A hirtelen hűtött üvegek már eleve kettősen törő viselkedést mutattak. A magyarázatot – helyesen – az üvegben keletkezett feszültségekben kereste. Kristályoknál világosan elkülönítette egymástól az egy- és kéttengelyű kristályokat, optikai módszereket adott meghatározásukra, lefektetve ezzel a geológiai kristallográfia alapjait. Optikai kutatásai más területre is kiterjedtek: vizsgálta a gőzök abszorpciós színeképet vagy éppen a fluoreszkálás jelenségeit.

Fizikai kutatásai mellett mindenképpen említést érdemel David Brewster irodalmi tevékenysége. Több folyóiratot indított, ezekben számos önálló cikket és fordítást közölt ő maga is, de e folyóiratok legfontosabb erénye az volt, hogy a tudósok közösségét hozták létre. Neveltetésénél és személyiségénél fogva közösségben gondolkodó ember volt, igazán a tudósok közösségé-





David Brewster kaleidoszkópjai

ben érezte jól magát, viszont a mindennapi életben elég bizonytalanul tájékozódott. Sokat foglalkozott *Galilei* és még többet Newton munkásságával, személyiségével, titkon lelki rokonságot érezhetett vele. Lobbanékony természetű ember lévén meg tudta érteni Newton ingerlékenységét. Életéről lánya írt könyvet, amely Brewster halála után jelent meg.

Legismertebb találmánya, amelyből egy jó üzleti érzékű ember óriási vagyona tehetett volna szert, a kaleidoszkóp.

### A kaleidoszkóp

Legendák szerint már a régi egyiptomiak is használtak kőből csiszolt óriási siktükröket arra, hogy az előttük táncoló egyetlen táncos helyett ennek megsokszorozott képét lássák. Ennek misztikus jelentést tulajdonítottak, mivel a látott képek „mágikus” körben helyezkedtek el, izgalmasan mozgó „mandalát” képeztek. A két, egymás felé fordított, bizonyos szöveget bezáró tükrök alkotta képek bizonyára feltűntek az embereknek azóta is, de csak Brewsternek jutott eszébe, hogy ebből gyönyörködtető játékot lehetne készíteni. Ő maga írta meg, hogyan jutott a felfedezésre.

Biot kísérletét, amellyel a terpentinolaj optikai forgatóképességét fedezte fel, szerette volna megismételni. Kereste ennek különböző, más-más módokon történő bemutatási lehetőségeit. Többek között a polarizáló és az analizáló tükröt megfelelő szögben összeragasztotta, és az így előálló vályúba öntötte a folyadékot, majd közel hajolva a folyadék felszínéhez, figyelte a fény útját. Észrevette, hogy a tükrök ragasztási helyénél kitüremkedő ragasztódarabkák megsokszorozódva látszanak. Ez először bizonyára zavarta a megfigyelésben, de azután megpróbálta a tükrök szögét úgy beállítani, hogy szép szimmetrikus ábra keletkezzék. Nem lett volna Brewster, ha nem kísérletezett volna tovább az érdekes jelenséggel. Ennek során már nem folyadékot, hanem színes üvegcserepeket helyezett el a tükrök találkozási helyénél, és elgyönyörködött a látványban. Tapasztalatait, tanácsait az alábbiakban foglalta össze folyóiratának olvasói számára:

1. A tükrök szöge legyen a teljes szög páros vagy páratlan része.

2. A tárgy a tükrök végeinél helyezkedjen el.

3. A szemet minél közelebb kell vinni a tükrök találkozási helyéhez.

A két tükröt egy csőben helyezte el, és az eszközt – görögös műveltségű révén – kaleidoszkópnak nevezte el, mivel a kalos szó görögül gyönyörűt jelent. (Ebből származik a kalligráfia szavunk is, ami szépírást jelent.)

Ahhoz, hogy az üvegcserepeket tartó csövet külön forgatni lehessen, talán éppen Biot polarizációs készüléke adta az ötletet, erről már nem írt Brewster.

Találmányát maga mutatta meg mindenkinek, sőt, még az is eszébe jutott, hogy szabadalmaztatni kellene. Mire 1817 augusztusában megkapta rá a szabadalmat, már javában gyártották és árusították a kaleidoszkópokat nemcsak Skóciában, de egész Angliában és a kontinensen. Brewster erkölcsi győzelmet aratott, anyagi haszna azonban nem lett belőle. Még egy találmányával járt ugyanígy, a gyűjtőlencsés sztereonézóval. Ezt 1851-ben mutatták be Londonban egy nagy kiállításon a Crystal Palace-ban, és még Viktória királynő is megcsodálta. Ma már gyerekek játéka. Az 1970-es években Magyarországon az NDK-ban gyártott optikai készlet részeként lehetett kapni. Napjainkban pedig hatalmas a választék akár online is.

A kaleidoszkóp korabeli világsikerét a bűvös kocka huszadik századi sikeréhez lehet hasonlítani. Csakhogy amíg a bűvös kocka „Rubik's cube” néven terjedt el a világban, a kaleidoszkópról csak kevesen tudják feltalálójának nevét. Ezért is született ez a cikk a fény évében, két évszázaddal a kaleidoszkóp feltalálása után.

### Irodalom

Czöglér Alajos: *A fizika története életrajzokban*. Kiadja a Kir. Magyar Természettudományi Társulat, Budapest, 1882.

Simonyi Károly: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest, 1978, 1986.

Kuncsner Gabriella: *Brewster élete és munkássága*. szakdolgozat, Budapest, 1988.

*Világtörténet évszámokban 1789–1945*. Összeállította Ormos Mária. Gondolat Kiadó, Budapest 1982.

<http://tudosnapta.kfki.hu/historia/> és számos más cikk, dokumentum az internetről.

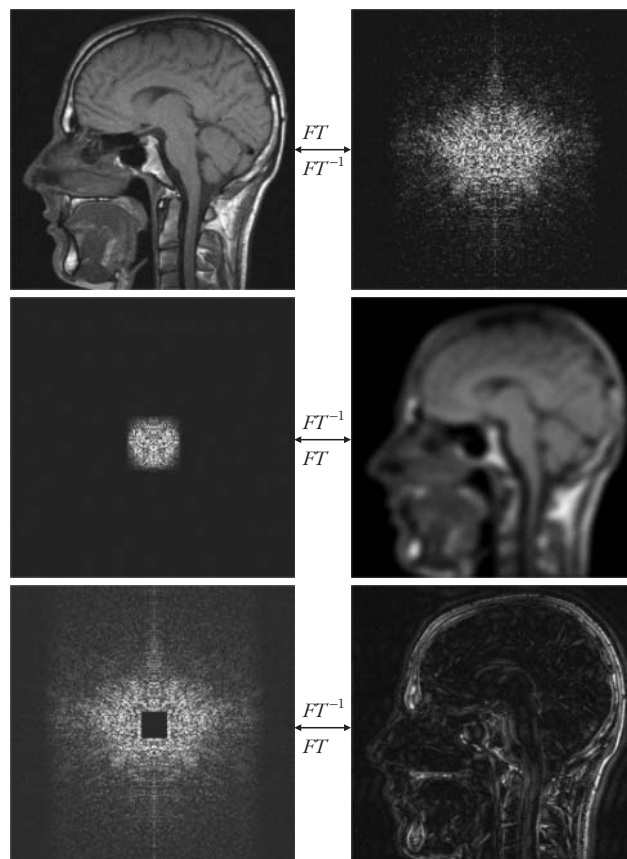
# ORVOSI KÉPALKOTÁS: DIAGNOSZTIKA A KÉPELEMEEK MÖGÖTT

Krizsán Áron Krisztián, Varga József  
Debreceni Egyetem ÁOK Nukleáris Medicina Intézet  
Forgács Attila  
Scanomed Ltd.  
Balkay László  
Debreceni Egyetem ÁOK Nukleáris Medicina Intézet

Wilhelm Conrad Röntgen 1985-ben fedezte fel a később róla elnevezett röntgensugárzást, és azóta az orvosi képalkotó eljárások nagymértékben forradalmasították az orvosi diagnosztikát. Godfrey Newbold Hounsfield és Allan MacLeod Cormack 1971-ben egymástól függetlenül jöttek rá a számítógépes tomográfia (*Computer Tomography* = CT) alapötletére, amely mérföldkő után az 1970-es években számos új diagnosztikai, háromdimenziós képalkotó eljárás következett: (i) David Kuhl ötlete alapján az egyfoton-emissziós számítógépes tomográfia (*Single Photon Emission Computed Tomography* = SPECT), (ii) Michael Edward Phelps, Michel Ter-Pogossian és Edward Joseph Hoffmann ötletei alapján az első pozitronemissziós tomográfia (PET), valamint Paul Lauterbur és Peter Mansfield alapötlete alapján a mágnesesrezonancia-képalkotás (*Magnetic Resonance Imaging* = MRI), amelyek ma már széles körben elterjedt diagnosztikai eszközökké váltak. A tomográfias képalkotó eljárások megjelenése óta a képminőséggel kapcsolatban fontos kérdés a felvételek zajtartalmának pontos meghatározása és optimalizálása. CT esetén a test hossz tengelyére merőleges (transzaxiális) képszelet létrehozásához körülbelül  $10^{13}$  számú röntgenfoton járul hozzá, ugyanakkor a modern nukleáris orvostudományban (medicinában) használt PET esetén ez a szám megközelítően csak  $10^6$ . Nem véletlen tehát, hogy a nukleáris medicina területén még mindig számos publikáció foglalkozik a zajmérés és zajoptimalizálás témakörével. Az orvosi képek zajtartalmának meghatározása összetett feladat, amelynek leírásában jelentős szerep jut az úgynevezett zajmagnitúdónak, ami a képelemek (pixel) értékének véletlenszerű bizonytalanságát (variabilitását) jellemzi. E képpontonkénti zajtartalom meghatározására több megoldást is szokás alkalmazni. A zajt sok esetben a vizsgált testrészt egy homogénnek tekinthető képterületén (*region of interest* = ROI) talált képpontértékek szórásának és várható értékének arányával jellemzik. A PET-képeknél leggyakrabban a máj területére helyezik ezt a ROI-t, mivel e szerv fluor-deoxi-glükóz (FDG) radiofarma-

kon-felvétele közel homogénnek tekinthető. Ugyanakkor ez az eljárás nem ad információt az egyes képpontértékek szórásának nagyságára, valamint a különböző szöveti tulajdonságokkal rendelkező testrészek (alhas, mellkas stb.) zajkarakterisztikájának eltérésére. Mindezen túl a képzaj meghatározása leggyakrabban ismételt mérésekkel végezhető el. Ilyenkor a geometriailag azonosnak tekinthető, egymást követő leképezések után minden egyes képponthoz tartozó szórást (standard deviációt) és átlagot meghatározva ezek hányadosa már megfelelően jellemzi a képpont zajtartalmát. Azonban ez az eljárás főként mesterséges képminőség-mérésekre (fantommérések-

1. ábra. 1. sor: Egy klinikai MRI-felvétel (szagittális) metszete és a hozzá tartozó frekvenciareprezentáció a Fourier-térben. 2. sor: Ha csak az alacsony (központi) térfrekvencia-tartományt tartjuk meg, akkor a finom részletek eltűnnek. 3. sor: Ha azonban az alacsony frekvenciartományt hagyjuk el és a többi tartjuk meg, akkor a kép tartalmi részeiből veszítünk lényegesen.



A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.



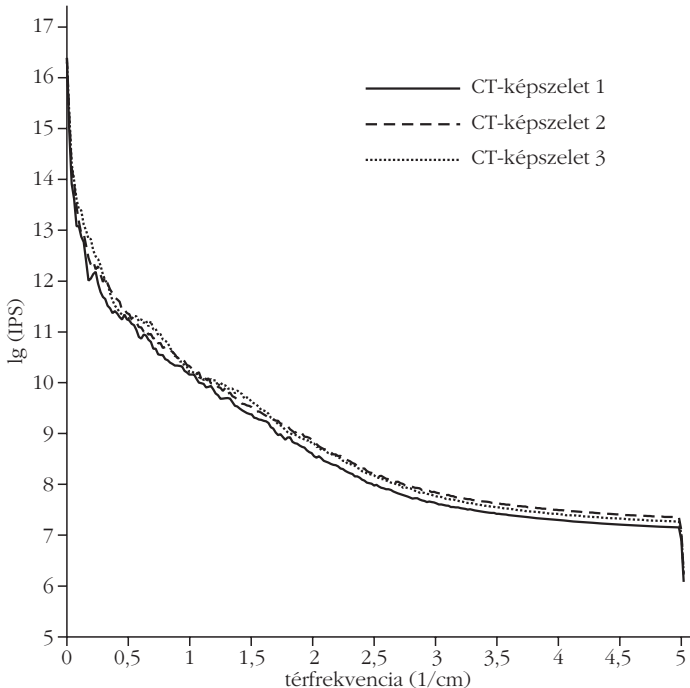
re) korlátozódik, mivel élőlényekben a jelzőanyag (radiofarmakon) eloszlása időben változhat, és a páciens el is mozdulhat a leképezések közben. Mindemellett történt már sikeres próbálkozás az egyetlen mérésből nyerhető pontos kép zaj meghatározására [1], saját megoldásunk pedig sűrűn változtatott, a zajtól eltekintve megegyező képpáron alapul [2]. A zajmagnitúdó mellett másik fontos jellemző a zaj mintázata. Ennek leírására a szakirodalomban több képalakító eljárás esetén is használják az úgynevezett zajteljesítmény-spektrumot (*Noise Power Spectrum* = NPS) [3–5]. Fontos kiemelni, hogy az utóbbihoz jelentősen hozzájárul a vizsgált minta vagy élőlény szerkezete és abban a jelzőanyag eloszlása is, amit nagy mértékben meghatároz az alkalmazott képalakító eljárás felbontóképessége és a képbegyűjtési protokollok beállítása is. Ezért a következőkben a kép teljesítményspektrumáról írunk részletesebben, és csak rövid kitékintést teszünk az ebből következő zajmeghatározási módszerekkel kapcsolatban.

## A kép teljesítményspektruma

Az orvosi képek mintázatának tartalmát legjobban talán a teljesítményspektrummal (*image power spectrum* = IPS) lehet jellemezni. Ekkor az adott kétdimenziós képszeletre végezzük el a teljesítménysűrűség-spektrum (*power spectral density*) analízisét a Fourier-transzformáció segítségével. Ezen eljárás egydimenziós esetben a következő: ha  $b(r)$  egy valós pozitív függvény, akkor

$$P_b(f) = 2 |H(f)|^2, \quad 0 \leq f < \infty, \quad (1)$$

2. ábra. Három reprezentatív, a test hossz tengelyére merőleges (transzaxiális) számítógépes tomográfias képszelet, valamint a hozzájuk tartozó teljesítményspektrumok.



ahol

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} b(r) e^{i2\pi r} dr, \quad (2)$$

itt  $f$  a térfrekvencia,  $H(f)$  pedig a  $b(r)$  egydimenziós Fourier-transzformáltját jelöli. Ennek megfelelően kétdimenziós képnél a kétdimenziós Fourier-transzformációt használva kétdimenziós spektrumot kapunk. Ha  $c(t)$  egy valós függvény, amelynek  $N$  pontban egyenlő méretű  $c_j$  mintáit vesszük, akkor a  $C_k$  diszkrét Fourier-transzformált [6]:

$$C_k = \sum_{j=0}^{N-1} c_j e^{2\pi i j k / N}, \quad k = 0, \dots, N-1.$$

És az  $N/2+1$  frekvenciára definiált teljesítményspektrum:

$$P(0) = P(f_0) = \frac{1}{N^2} |C_0|^2,$$

$$P(f_k) = \frac{1}{N^2} (|C_k|^2 + |C_{N-k}|^2), \quad k = 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right),$$

$$P(f_c) = P(f_{N/2}) = \frac{1}{N^2} |C_{N/2}|^2,$$

ahol  $f_k$  csak a nullánál nagyobb frekvenciákra definiált:

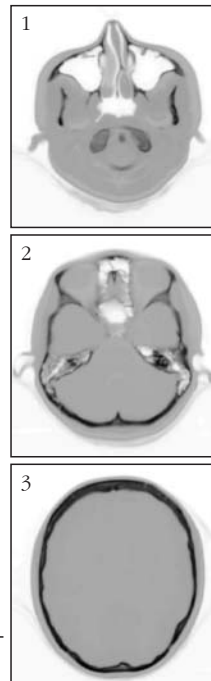
$$f_k = 2f_c \frac{k}{N}, \quad k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}.$$

Az 1. ábrán jól látható, hogy milyen hatása van a magasabb és alacsonyabb térfrekvenciáknak, azaz milyen hozzájárulást adnak a végső képhez: ha csak a

központi, alacsony frekvencia-tartományt tartjuk meg, akkor a finom részletek eltűnnek, ha azonban ezeket hagyjuk el és a többi tartjuk meg, akkor a kép tartalmi részeiből veszítünk lényegesen [7]. Ebből a kétdimenziós, térfrekvenciák szerinti spektrumból körök mentén történő átlagolással egydimenziós spektrumot hoztunk létre, amely ugyan kevesebb részletet tartalmaz, azonban könnyebben átlátható információt nyújt.

## Orvosi képek teljesítményspektrumai

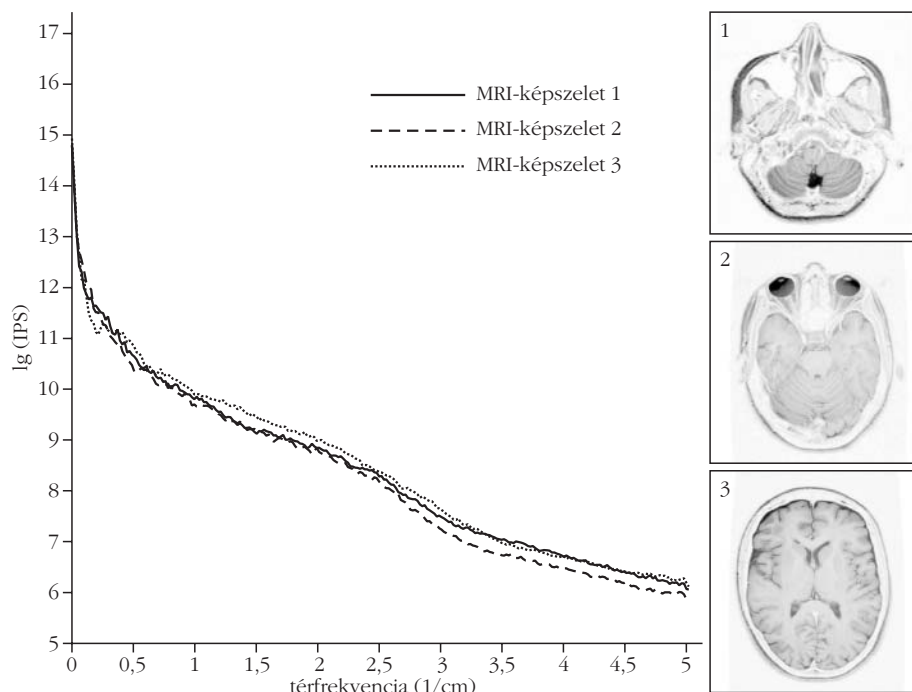
A 2–4. ábrákon ugyanazon páciens koponyájáról készült PET-, CT- és MRI-felvételek három-három reprezentatív szeletét láthatjuk (a koponya-átlaptól a két félteke elválásá-



nak régiójáig), az 5. ábrán pedig egy másik páciens SPECT-felvételét ugyanezen régiók képszeleteivel. Az egyes szeletek 1D IPS( $r$ ) spektrumát folytonos, szaggatott és pontozott görbékkel ábrázoltuk. Jól látható, hogy koponya CT és MRI esetén a zajspektrumok hasonló tartományba esnek, viszont az MRI-képeknél az alacsonyabb frekvenciákból kevesebb található. Ugyanakkor CT esetén a magasabb frekvenciatartomány kiegyenlített és a közepes frekvenciákból található kevesebb, mint az MRI-nél. A koponya PET IPS-analízisének egyértelműen kitűnik, hogy a teljesítményspektrumok nagyobb fluktuációt mutatnak, aminek fő oka az előző képpalkotó technikákhoz képest sokkal gyengébb térbeli felbontása. Ugyanakkor meg kell jegyeznünk, hogy a PET-eljárás érzékenysége jóval nagyobb a másik kettőnél (akár  $10^{-12}$  mol/liter is lehet, míg például MRI esetén ez az érték csak  $10^{-3} - 10^{-5}$  mol/liter). Mindennek a kis méretű rákos tumoroknál van kiemelkedő jelentősége, ahol a CT- és MRI-felvételeken még nem észlelhető anatómiai elváltozás, a PET-képeken viszont már látható a kóros halmozás (azaz a normálisnál magasabb szőlőcukor-felvétel, amit a magas FDG-intenzitás jelez). A 4. ábrán megjelenített SPECT-felvételek IPS-görbéiről elmondható, hogy frekvenciaösszetételükben és -lefutásukban csak kissé térnek el a CT- és MRI-felvételekétől. Hozzá kell tennünk, hogy a SPECT-felvételek teljesítményspektruma erősen rekonstrukciófüggő. Ennek egyik oka az úgynevezett *ordered subsets expectation maximization* (OS-EM) [8] rekonstrukció sajátos karakterisztikája.

## Kitekintés

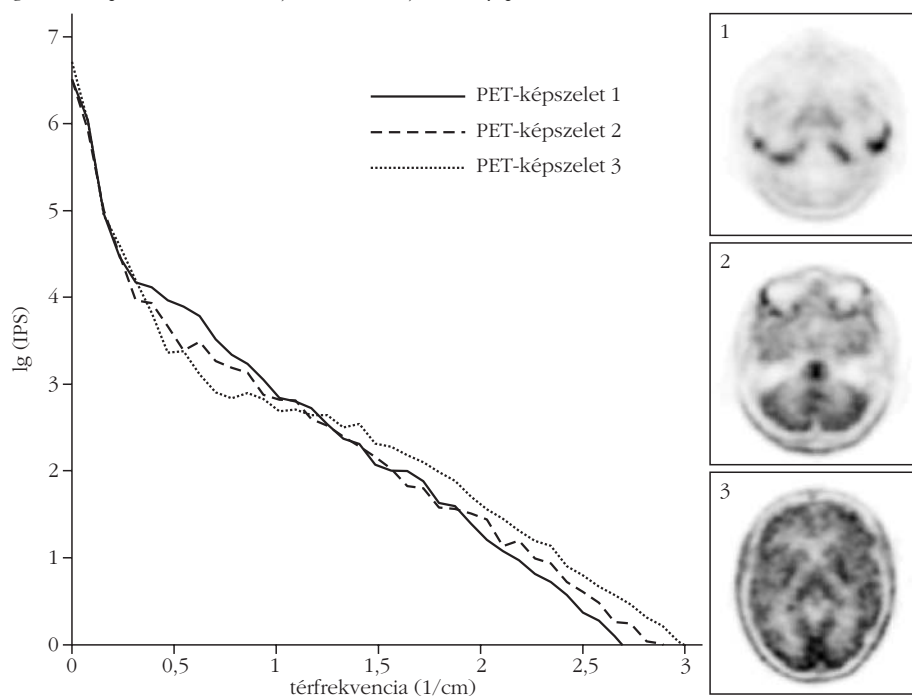
Korunkban a különböző orvosi képpalkotó eljárások végeredményeképpen más és más mintázatú és zajkarakteristikájú képanyag kerül a leletező orvosok kezébe. E képanyagok textúrájának le-

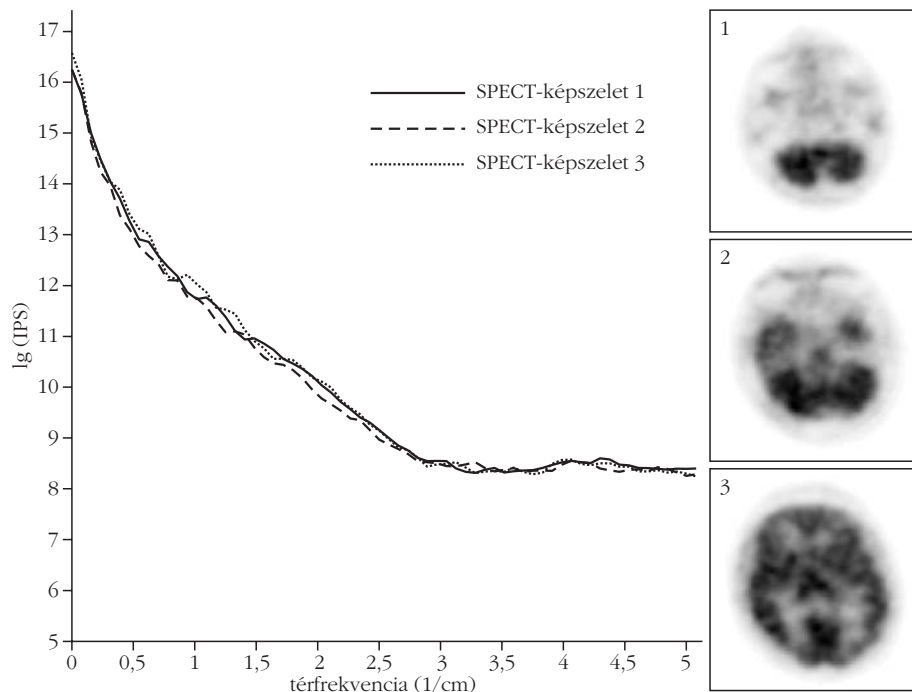


3. ábra. Három reprezentatív, a test hossz tengelyére merőleges MRI-képszelet és a hozzájuk tartozó teljesítményspektrumok.

írására jól használható módszernek bizonyul az IPS-eljárás. CT- és MRI-képeken a térfrekvenciák viszonylag kiegyenlített mértékben jelennek meg, és koponya esetén különböző szeleteket vizsgálva is hasonló eredményeket kapunk, enyhe letöréssel a magasabb frekvenciák irányába. PET esetén ez a letörés sokkal markánsabb, valamint megállapítható, hogy a különböző koponyarégiók teljesítményspektrumaik kissé eltérnek egymástól. Ugyanakkor a SPECT-koponyaviz-

4. ábra. Három reprezentatív, a test hossz tengelyére merőleges PET (pozitron emissziós tomográfias) képszelet, és a hozzájuk tartozó teljesítményspektrumok.





5. ábra. Három reprezentatív, a test hossz tengelyére merőleges SPECT-képszelet és a hozzájuk tartozó teljesítményspektrumok.

gálatnál a különböző szeletek hasonló karakterisztikát mutattak, mint a CT és MRI esetén. Hozzá kell tennünk ugyanakkor, e vizsgálat korlátját jelenti, hogy csak egy-egy kamera felvételeit vizsgáltuk meg. Egy további kiegészítés lehetne különböző gyártók kameráit összehasonlítani az IPS-karakterisztikák szempontjából. Mint azt már a bevezetésben is említettük, az orvosi képek jellemzésénél jelentős szerepe van a zajmagnitúdó mellett a zaj mintázatának is. Bizonyos orvosi képek rendelkezhetnek azonos zajmagnitúdóval úgy, hogy zajtextúrájuk különbözhet [3], ami jelentősen hozzájárulhat a képminőség eltéréseihez. Az általunk vizsgált IPS-görbékhez hasonló módon határozható meg az úgynevezett NPS zajteljesítményspektrum. Ebben az esetben a zajmagnitúdót valamilyen fizikai vagy matematikai módszerrel határozzák

meg (többszöri mérés, illesztés stb.) [1, 9]. Ezután az eredményül kapott zajképen végzik el az általunk is bemutatott teljesítményspektrum analízisét. Ezzel a különböző zajtényezők frekvencia szerinti eloszlásához juthatunk, ami további ígéretes módszer a képadatgyűjtési protokollok optimalizálása, valamint a kamerák képminőség-tulajdonságainak és a különböző orvosi műszer-gyártók eszközeinek összehasonlítása szempontjából [4, 5].

### Irodalom

1. M. Dahlbom: Estimation of image noise in PET using the bootstrap method. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 49 (2002) 2062–2066.
2. J. Varga, M. A. Emri: Wiener filter based on time-shared acquisition. *Eur. J. Nucl. Med.* 22 (1995) 768.
3. J. B. Solomon, O. Christianson, E. Samei: Quantitative comparison of noise texture across CT scanners from different manufacturers. *Med. Phys.* 39 (2012) 6048–6055.
4. A. Rahmim, J. Tang: Noise propagation in resolution modeled PET imaging and its impact on detectability. *Phys. in Med. and Biol.* 58 (2013) 6945–6968.
5. I. Sechopoulos, K. Bliznakova, B. Fei: Power spectrum analysis of the x-ray scatter signal in mammography and breast tomosynthesis projections. *Med. Phys.* 40 (2013) 101905.
6. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: *Numerical Recipes in C The Art of Scientific Computing*. Second Edition. Cambridge University Press, 1992.
7. A. Bjørnerud: *The Physics of Magnetic Resonance Imaging*. Compendium, Department of Physics University of Oslo, Norway, 2008.
8. H. M. Hudson, R. S. Larkin: Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Trans. Med. Imag.* 13 (1994) 601–609.
9. A. Krizsan, J. Czernin, L. Balkay, M. Dahlbom: Whole body PET imaging using variable acquisition times. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 61 (2014) 115–120.

## Jobb egy mentőötlet mint öt mentő egylet

– írta Karinthy Frigyes az egyletistápolás margójára.

**Most Társulatunknak lenne szüksége egyletmentő ötletekre!**



**Ezek az ötletek nem vesznek el,  
ha a <http://forum.elft.hu>  
linken, az ELFT stratégiai vitafórumán adjuk elő.**



## A FÉNY: AZ UNIVERZUM MEGISMERÉSÉNEK ESZKÖZE – egy elfeledett tudós asszony emlékére

Radnóti Katalin  
ELTE TTK Fizikai Intézet

2015 a *Fény éve*, amelyhez kapcsolódóan jelen írásban egy, a csillagászat történetéhez tartozó példát mutatok be. A csillagászat az a tudomány, amely, különösen a kezdetek során, kizárólag a *látható fény* segítségével volt képes információt szerezni a körülötünk lévő kozmikus világról. Az Univerzum megfigyelési lehetőségei napjainkra az elektromágneses spektrum teljes tartományát felölelik.

A választott téma több szempontból is érdekes lehet az oktatás számára. Egyrészt a természettudományt, esetünkben a fizikát mutatja be, mint érdekes emberi tevékenységet, bepillantva a kutatók munkájába. Több országban elterjedt gyakorlat a természettudomány kutatásalapú tanítása. Ennek lényege, hogy a kutatás képezi a természettudományos nevelés alapját, irányítja a tanulói tevékenységek megszervezésének és kiválasztásának alapelveit. A kutatásalapú tanulás/tanítás, rövidítve KAT (angolul Inquiry-Based Learning, IBL) olyan módszer, amely biztosítja, hogy a tanulók átéljék a tudásalkotás folyamatait. A módszer fő jellegzetessége, hogy a diákok végezzenek kutatással kapcsolatos, illetve kutatás jellegű tevékenységeket a természettudomány tanulása során, például:

- problémák keresése, kutatásra érdemes kérdések megfogalmazása,
- hipotézisek megfogalmazása,
- különböző alternatív magyarázatok megalkotása és elemzése,
- kutatások tervezése, vezetése,
- megfelelő eszközök és technikák használata az adatok gyűjtéséhez,
- az adatok elemzése,
- a természettudományos érvek/indokok közlése.

A kutatási tevékenység tényleges elvégzésére azonban nem mindig, nem minden téma esetében van közvetlen lehetőség. Ilyen esetekben lehet például filmet nézni a kutatásról, de lehet érdekes kutatásokról szóló beszámolókat is olvasni, és azokat a szövegeket feldolgozni. Ez utóbbi esetben a feldolgozásnak nemcsak a konkrét szakmai tartalmára érdemes kitérnie, hanem a kutatás menetének, módszereinek elemzésére is. Erre azért van szükség, mert napjaink embe- re sokféle kutatási eredményről értesül a közmédiából. Ezek egy része tényleges, valódi kutatásnak te-

kinthető, de nagy részük sajnos az áltudományos kategóriába sorolható. A természettudományos tanóráknak tehát fontos feladata, hogy a diákok képesek legyenek a ténylegesen tudományosnak tekinthető híradások elkülönítésére az áltudományos közlésektől.

Jelen írásban egy, a változócsillagokkal kapcsolatos, 1912-ben megjelent, alig három oldalas, de azóta igen sokat hivatkozott cikk mérési adatainak tanórai elemzését mutatom be. A cél ebben az esetben a kutatási folyamat egy adott szakaszában nyert mérési adatok *mai eszközökkel történő feldolgozása* az eredeti forrás felhasználásával, elsősorban a fizika-fakultációra járó tanulókkal.

Fontos, hogy a tanulók megismerjék a természettudományos ismeretek kialakulásának folyamatát, vagyis a tudomány történetébe is betekintést kapjanak, ne csak a már kész, mintegy letisztult ismeretek megtanulása (köznap szöhasználattal bemagolása) legyen a diákok feladata. Minden esetben át kell gondolni egy adott tudományos felismerés társadalmi hatásait, például hogy napjainkban milyen lenne az életünk nélküle. Általában a tudományos felismeréseknek az emberiség életében betöltött szerepéről gondolkodni. Esetünkben az Univerzumból alkotott különböző elképzeléseknek az emberiség történetében mindig volt világgépi jelentősége.

Egy-egy tudós életrajzával, illetve az új tudományos eredményekkel kapcsolatban a következő kérdések is hangsúlyosak.

– Milyen fontos események történtek abban a korban? Például a jelen cikkben vizsgált korszak (a 20. század eleje) jellegzetessége volt, hogy a nők csak ekkor kezdhettek el komolyabb tanulmányokat folytatni, és – ma úgy mondanánk – kvalifikált, illetve némileg kvalifikált állásokat betölteni. A jelen írásban feldolgozott cikk szerzője egy olyan nő volt, akinek felismerése döntő jelentőségű mai világképünk kialakulásában. Fontos cél az ő emlékének ápolása, tisztelgés tudományos teljesítménye, hallatlan szorgalma és kitartása előtt.

További megválaszolendő kérdések az új felismerésekkel kapcsolatosan még a következők:

- Mi volt az adott felfedezés újszerűsége?
- Hogyan vetődtek fel a témával kapcsolatos kérdések?
- Miként kezdték el azokat vizsgálni?
- Az új ismeret milyen felismerésekhez segített, illetve milyen addigi uralkodó nézetet váltott fel?

A tanulmány az MTA Szakmódszertani Pályázat 2014 támogatásával készült.

– Hogyan fogadta a tudományos közösség a felismerést?

A csillagászat kifejezetten érdekes téma, a diákok szeretik. Jellegzetesen megfigyelő tudomány, más fajta empirikus tapasztalatgyűjtés napjainkban nem képzelhető el. A felhasznált eszközök ugyan egyre tökéletesebbek, ennek következtében egyre többet látunk az Univerzumból, de embereknek ténylegesen eljutni csak a Holdig sikerült. Az űrszondákkal pedig a Naprendszer határáig, hiszen több, néhány évtizede felbocsájtott és még mindig adatközvetítésre alkalmas űrszonda küld jeleket abból a távolságból.

## Az Univerzumról alkotott elképzelések

Az Univerzumból többféle elképzelés kristályosodott ki az emberiség története során. Az egyik szerint az Univerzum *változatlan formában öröktől fogva létezik*. *Albert Einstein* ilyenek próbálta leírni, amelyhez azonban be kellett vezetnie a kozmológiai állandót. Einstein egyenleteit többen is tanulmányozták, és más következtetésre jutottak. Egyikük a rövid életű *Alekszandr Fridman* orosz matematikus volt, akinek modellje a kozmológiai állandó használata nélkül nem állandó, hanem egy *fejlődő és táguló Univerzum modelljét* írt le. Vele egyidőben *Georges Lemaître* belga fizikus – Fridman modelljét nem ismerve – ugyanerre a következtetésre jutott.

A program adott volt: a kétféle hipotézis híveinek empirikus adatokat, tényeket kellett gyűjteniük saját elméletük *alátámasztásához*. Ez azonban az Univerzum esetében nem könnyű feladat, hiszen klasszikus értelemben kísérletek nem végezhetők, azaz csak célzott megfigyelésekről lehetett szó, amelyekhez a *világűrben érkező fény* és annak elemzése adhatott információkat.

Ugorjunk vissza az időben, egészen *William Herschel* a 18. századba, akinek egyik fő kutatási programja az volt, hogy kiváló távcsövei segítségével minél több csillag tőlünk való távolságát határozza meg. Ehhez Herschel *egyszerűsítő feltevést* vezetett be. Herschel azt *feltételezte*, hogy minden csillag nagyjából egyforma teljesítménnyel sugároz. Alkalmazva, hogy a pontszerűnek tekinthető fényforrások látszó fényessége távolságuk négyzetével fordítottan arányos, sok csil-

lag helyzetét határozhatta meg. Referenciacsillagként a Szíriuszot választotta, és minden vizsgált csillag távolságát ehhez viszonyítva adta meg. Vagyis csak *relatív távolságokat* tudott mérni, hasonlóan, mint ókori elődje, *Arisztarkhosz* a Hold és a Nap esetében. Herschel természetesen tisztában volt azzal, hogy módszere nem hibátlan, hiszen nem lehet minden csillag azonos teljesítményű, de bízott abban, hogy így hozzávetőleg korrekt háromdimenziós képet tud kapni az égbolt csillagainak elhelyezkedéséről. A meglepetés nem is maradt el, az égbolt feltérképezése során kapott adatainak feldolgozása után arra a következtetésre jutott, hogy a Naprendszer egy palacsinta alakú csillagváros, a Tejútrendszer része. Ennek valódi méretéről azonban nem volt fogalma. Csak amikor *Bessel* 1838-as csillagparallaxis-mérésének segítségével már valódi távolságokat tudtak meghatározni lett nyilvánvalóvá, hogy az Univerzumban óriási távolságok vannak.

Ezt követően vált izgalmas kérdéssé az, hogy az égen látható ködök vajon mik is lehetnek. Kétféle hipotézis volt ezzel kapcsolatban.

– Az egyik hipotézis szerint ezek is a Tejútrendszerhez hasonló csillagvárosok.

– A másik szerint ezek az objektumok is a Tejútrendszer részei.

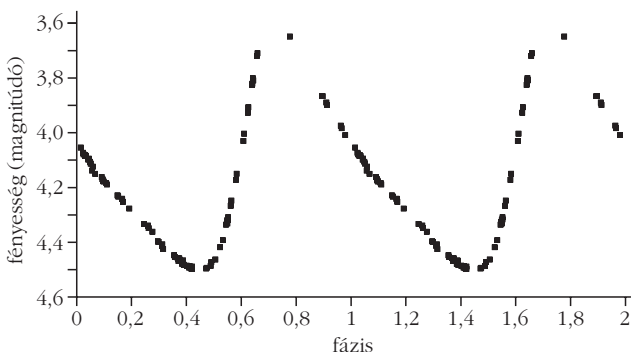
A csillagászok *két tábor*t alkottak ebben a kérdésben. Mindkét tábor – saját elképzelése alátámasztására – kereste a megfelelő bizonyítékot, a megfigyelhető tényeket.

A kérdés megoldását a *változócsillagok* szolgáltatták. A változócsillagok egyik fajtája a cefeidák.

A *cefeidák* – nevüket fő képviselőjükéről, a  $\delta$  Cephei csillagról kapták – esetén a csillag külső része szabályos pulzációt végez, periodikusan összehúzódik, majd kitér. Ez a mozgás hasonló ahhoz, amikor egy léggömbből kiengedjük a levegőt, majd újra felfújjuk. A pulzáció azért jön létre, mert a csillag összehúzódott állapotában a csillag anyaga a belülről jövő sugárzás számára áthatolhatatlanná válik, azaz a sugárzás a csillag anyagában elnyelődik, és így annak külső részeit melegíti. Ennek következtében a felmelegedett csillaganyag kitér, aminek eredményeként ritkább anyagon a sugárzás már képes áthatolni, és a hőmérséklet növekedése leáll. Ekkor a tágulás megszűnik, majd összehúzódás következik, ami addig tart, amíg a csillag belsejéből jövő sugárzás újra melegíteni nem kezdi a külső részeket.

A csillag anyagában a következő folyamatok játszódhatnak le: amikor a csillag légkörének sűrűsége az összehúzódáskor megnő, az ionizált héliumatomok rekombinálnak, és jelentős mennyiségű fotont tudnak elnyelni. A sugárzási energia egy része ezért marad a csillagban, aminek hatására a csillag felmelegszik, de a külső szemlélő halványodást észlel. Amikor a felmelegedéstől a csillag légköre tágulni kezd, a ritkább közegben a héliumatomok újra ionizálódnak, és a légkör átlátszóbb lesz. A külső szemlélő ekkor láthat felfénylést (*1. ábra*). Ahogy az energia kiszabadul, a nyomás csökken, és egy újabb összehúzódással új ciklus kezdődik. A pulzációs periódus a csillag átlagsűrűségétől függ, a nagyobb sűrűségűek rövidebb periódusúak.

1. ábra. Cefeidák fényességváltozása az idő függvényében.



A cefeida csillagok sugara a pulzáció során 4-20%-ot is változik. Fényességmaximumkor a csillag hőmérséklete közel 1000 fokkal magasabb, mint minimumkor. A pulzáció következtében a csillag mérete és felszíni hőmérséklete megváltozik, így a  $L = 4\pi R^2\sigma T^4$  luminozitása, azaz fényteljesítménye, illetve a fényessége is. A periódusuk 1 és 135 nap közötti, a fényességváltozás amplitúdója 0,1-2 magnitúdó. A cefeidák a Hertzsprung–Russell-diagramon jól meghatározott helyen, az instabilitási sávban helyezkednek el.

## Henrietta Leavitt korszakalkotó felismerése

*Henrietta Swan Leavitt* (1868–1921) egymaga több száz változócsillagot fedezett fel a két szomszédos törpegalaxisban a Kis- és Nagy-Magellán-felhőben. És ő volt az, aki a fénygörbéket vizsgálva észrevette, hogy a fényesebb cefeidáknak hosszabb a fényváltozási periódusa.

Henrietta Swan Leavitt 1886 és 1888 között az ohioi Oberlinben lévő, majd a radcliffe-i középiskolába járt. Itt végzett 1892-ben. Csillagászattal csak az iskola negyedik évében találkozott. Egészségi problémái voltak, és ezek következtében még középiskolai éve alatt fokozatosan megsüketült. 1893-ban a Harvard College Observatory-ban kezdett dolgozni, ahol több más nővel együtt „emberi számítógép”-ként alkalmazták (2. ábra). Feladatuk az obszervatórium által készített fotólemezek katalogizálása és a rajtuk található égi objektumok fényesség szerinti osztályozása volt.

A Harvard egyik csillagásza, az obszervatórium vezetője *Edward Pickering* ambiciózus tervet dolgozott ki. A fényképfelvételek már 1849-től kezdve gyűltek, de nem volt elég emberi kapacitás ezek rendszerezésére. Pickering elvárása az irányítása alatt dolgozó asszonyoktól az volt, hogy a felvételeken található csillagokat fényesség alapján sorolják be, lehetőleg standard értékeket használva. A képeken több ezer csillag volt látható, és a gyűjtemény folyamatosan bővült. Leavitt nagy szorgalommal látta el a munkát. Kezdetnek 64 csillagot választott ki az északi égi pólus környékén, majd újabb csillagokat adott hozzá, így kialakult saját technikája, amivel 21-es magnitúdóig be tudta sorolni a csillagokat. A következő tizenöt évben Leavitt 108 égi területen alkalmazta az általa kifejlesztett besorolási rendszert, amihez már a világ minden tájáról érkeztek felvételek. A felvételek felbecsülhetetlen értékűek voltak a csillagászok számára. A rendszert még évtizedeken át használták, egészen a számítógépek alkalmazásáig, amelyek pontosabb fényességmérést tettek lehetővé.

A Harvard obszervatórium déli teleszkópja, amit Peruban, a *Boyden*-állomáson üzemeltettek, ezrével készítette a felvételeket a Magellán-felhőkről (amelyek csak a déli féltekéről láthatók). Leavitt ezeket is átvizsgálta és észrevette, hogy bizonyos típusú változócsillagok ezeken a felvételeken sűrűbben fordulnak elő, mint másokon. A felfedezés módszere az volt, hogy egy negatív és egy más időpontban készült po-



2. ábra. Henrietta Swan Leavitt (jobbra) a Harvard „Komputer csoport” másik legendás alakjával Anni Jump Cannonnal.<sup>1</sup>

zítív felvételt egymás fölé illesztettek. A nem változó fényű csillagok nem látszottak, a változók viszont fehér vagy fekete pontként jelentkeztek. 1904 és 1905 között ezzel a technikával Leavitt 1054 változócsillagot fedezett fel a Magellán-felhőkben.

Leavitt 1907-ben megbetegedett, de 1908-ban visszatért a munkához. 1908-ban az intézet megjelentetett egy rövidke írást *A Harvard College Obszervatórium évkönyvében*, amelyet Leavitt készített 1777 változócsillag adatai alapján. Ezek között volt az a 17 változócsillag a Kis-Magellán-felhőben, amiket Leavitt részletesen megvizsgált. Észrevette, hogy minél hosszabb volt a ciklus (a fényességváltozási periódus 1,25 és 127 nap közé esett), annál nagyobb volt a csillag átlagfényessége. Ugyanígy, a hasonló periódusú cefeidák majdnem azonos fényességűek voltak. Ez azt jelenti, hogy ha van az égbolton két azonos ciklusú cefeida, de az egyik halványabb a másiknál, akkor a halványabb csillag a másikhoz képest meghatározható tá-

<sup>1</sup> *Annie Jump Cannon* (1863. december 11., Dover – 1941. április 13., Cambridge) a „Pickering-hárem” legfontosabb munkatársa a Harvard Obszervatóriumban, aki a csillagok spektrálklasszifikációjában játszott meghatározó szerepet. Nő letére, a korban szokatlan módon, fizikus diplomát szerzett, viszont egyetemi éve alatt egy skarlátfertőzés következtében gyakorlatilag megsüketült. Tíz éven keresztül volt munkanélküli, képzettsége miatt férjet, halláskárosodása miatt állást nem talált. Szakmai feladatot egyedül az jelentett számára, hogy 1892-ben egy európai expedíció keretében lefényképezte a napfogyatkozást. 1894-ben, anyja halála után jelentkezett a Harvard posztgraduális képzésére. Két évvel később az Edward Pickering körül szerveződő csoportba került, ahol 25 centes órabérért osztályozták a csillagokat színképük alapján. A munkatársak végezték az észlelések legnagyobb részét is. Annie Cannon ebben a munkában orozslánrészt vállalt, ő szerkesztette végső formába a több mint 225 ezer csillagot tartalmazó Henry Draper-katalógust, és közölt egy változócsillag-katalógust, amelyben 300 változócsillag a saját felfedezése. Életműve és különösen a csillagok színképosztályozási rendszerének kidolgozása elismeréseként 1931-ben Henry Draper-éremmel tüntették ki. Tevékenysége nagyban elősegítette a nők emancipációját a tudományban.

Tiszteletére a Holdon krátert neveztek el róla.

Forrás: *Meteor Csillagászati Évkönyv* 2013.



H.	Max.	Min.	Epoch.	Period.	Res. M.	Res. m.	H.	Max.	Min.	Epoch.	Period.	Res. M.	Res. m.
			<i>d.</i>	<i>d.</i>						<i>d.</i>	<i>d.</i>		
1505	14.8	16.1	0.02	1.25336	-0.6	-0.5	1400	14.1	14.8	4.0	6.650	+0.2	-0.3
1436	14.8	16.4	0.02	1.6637	-0.3	+0.1	1355	14.0	14.8	4.8	7.483	+0.2	-0.2
1446	14.8	16.4	1.38	1.7620	-0.3	+0.1	1374	13.9	15.2	6.0	8.397	+0.2	-0.3
1506	15.1	16.3	1.08	1.87502	+0.1	+0.1	818	13.8	14.7	4.0	10.336	0.0	0.0
1418	14.7	15.6	0.35	2.17352	-0.2	-0.5	1610	13.4	14.6	11.0	11.645	0.0	0.0
1460	14.4	15.7	0.00	2.913	-0.3	-0.1	1365	13.8	14.8	9.6	12.417	+0.4	+0.2
1422	14.7	15.9	0.6	3.501	+0.2	+0.2	1351	13.4	14.4	4.0	13.08	+0.1	-0.1
842	14.6	16.1	2.61	4.2897	+0.3	+0.6	827	13.4	14.3	11.6	13.47	+0.1	-0.2
1425	14.3	15.3	2.8	4.547	0.0	-0.1	822	13.0	14.6	13.0	16.75	-0.1	+0.3
1742	14.3	15.5	0.95	4.9866	+0.1	+0.2	823	12.2	14.1	2.9	31.94	-0.3	+0.4
1646	14.4	15.4	4.30	5.311	+0.3	+0.1	824	11.4	12.8	4.	65.8	-0.4	-0.2
1649	14.3	15.2	5.05	5.323	+0.2	-0.1	821	11.2	12.1	97.	127.0	-0.1	-0.4
1492	13.8	14.8	0.6	6.2926	-0.2	-0.4							

1. táblázat. A Max. és a Min. feliratú oszlopok mutatják az adott sorszámú csillag (H. oszlop) látszó fényességének maximumát, illetve minimumát, a Period. pedig a periódusidőt napokban. Facsimile az 1912-es cikkből.

országban van. Így a cefeidák nagy léptékű távolságmérésre használhatók a látható Univerzumban.

Az írására akkor senki sem figyel fel. De Pickering azért elég fontosnak tartotta a Leavitt által talált eredményeket ahhoz, hogy az intézet évkönyvében megjelenjenek, bár akkor még sem ő, sem más csillagász nem ismerte fel ennek igazi jelentőségét. Leavitt kitarított felfedezése mellett, és újabb bizonyítékokat keresett. További 8 cefeida változócsillagot mért fel a Kis-Magellán-felhőben, amelyek fényessége és periódusa közötti összefüggés megegyezett azzal, amit a korábbi megfigyelései mutattak. 1912-ben ezekkel az újabb adatokkal kibővítve immár 25 cefeida csillag adatainak felhasználásával erősítette meg korábbi következtetését. A mindössze három oldalas írás Pickering neve alatt jelent meg, aki az első mondatban megjegyezte, hogy az írást Miss Leavitt készítette.<sup>2</sup>

Henrietta Leavittnek sikerült *matematikai összefüggést* kimutatnia a csillag abszolút fényessége és fényváltozásának ciklusideje között.

Néhány megjegyzés a matematika szerepéhez a természet leírásában *Wigner Jenő* gondolatai alapján, amelyeket tetten érhetünk Henrietta Leavitt munkássága esetében is:

– „... a matematika roppant hasznos volta a természettudományokban a titokzatossággal határos, és kielégítő magyarázatot nem tudunk rá adni.”

– „... csoda, hogy a világ zavarba ejtő bonyolultsága ellenére bizonyos szabályszerűségek fedezhetők fel az eseményekben.”

– „... a »természettörvények« létezése egyáltalán nem természetes, még kevésbé az, hogy az ember képes azokat felfedezni.”

– „... a fizikus gyakran durva tapasztalatainak matematikai megfogalmazása kísértetiesen sok esetben a jelenségek kiterjedt osztályának bámulatos pontosságú leírásához vezet.”

A valóság leírási folyamataiban a *matematika eszközként* szolgál. Minden esetben a valóság jelenségeiből indulunk ki, majd egy attól különböző formában, más minőségben, de a matematikai elemzést követően oda térünk vissza. Jelen esetben a megszerzett új tudást további új tudás megszerzésére lehetett hasznosítani, nevezetesen a távoli galaxisok távolságának meghatározásához.

Tehát Leavittnek sikerült huszonöt cefeidát azonosítani a Kis-Magellán-felhőben, amelynek Földtől mért távolságát ugyan nem ismerte, de feltételezte, hogy

<sup>2</sup> The following statement regarding the periods of 25 variable stars in the Small Magellanic Cloud has been prepared by Miss Leavitt.

elég messze van ahhoz, hogy a benne található cefeida típusú csillagok egymástól való távolsága jóval kisebb. Tehát úgy közelített, mintha ez a 25 csillag ugyanolyan messze lenne Földünkől. Vagyis, ha ez a 25 csillag egyforma távolságban van, akkor a fényesebbnek látszóknak valóban fényesebbnek is azoknál, amelyek halványabbnak tűnnek. Vagyis látszó fényességük sorrendje megegyezik az abszolút fényességük sorrendjével.

A távolsággal kapcsolatos fenti feltételezés használhatósága a következő analógiával világítható meg: a madárlesen lévő kutató, aki 25

madárból álló rajt figyel a távolból, felteheti, hogy a madarak egymástól való távolsága sokkal kisebb, mint amilyen messze a rajt tőle repül. Ebből következik, ha az egyik madár kisebbnek látszik, mint egy másik, akkor az valószínűleg kisebb is. Ellenben ha a 25 madár szanaszét repül az égen, akkor a kisebbnek tűnő madár lehet, hogy csak messzebb van.

Próbáljuk meg Henrietta Leavitt eredeti, a 25 cefeidára vonatkozó mérési eredményei (1. táblázat) alapján megtalálni a csillag abszolút fényessége és látszó fényváltozásának ciklusideje közötti összefüggést!

A csillagok fényességét magnitúdóban szokás kifejezni, amely az intenzitást logaritmikusan skálázza. Ráadásul minél fényesebb egy csillag, annál kisebb magnitúdóérték tartozik hozzá.

## Az Excel program használata az adatok elemzéséhez

Az eredeti cikk ugyan angol nyelvű, de mint a bevezetőben írtuk, az Internetről letölthető írás teljes terjedelme alig három oldal, amelybe a táblázat és a grafikon is bele tartozik, oda lehet adni a tanulóknak. Ebben megtalálhatók a 25 csillagra vonatkozó adatok.

A feldolgozás lépései:

– A tanulók írják ki a táblázatból az Excel munkalapra a szükséges adatokat!

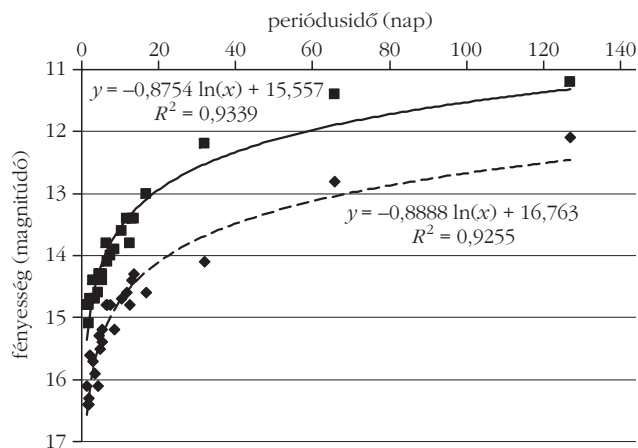
– A táblázatban így három összetartozó adatsor lesz, a periódus napokban, a maximális, illetve minimális intenzitáshoz tartozó magnitúdóértékek.

– A megfelelő opció kiválasztásával ábrázolják a pontokat!

– Illesszék rá a két függvényre a megállapított legjobb, logaritmikus kapcsolatot (3. ábra)!

Tekintsük az 1912-es cikk eredeti ábráit (4. ábra), amelynek bal oldala (Fig. 1.) a fotografikus magnitúdók minimális és maximális értékeit mutatja a napokban mért periódusidő függvényeként. Ezekre az adatokra illesztett két görbe hasonló az Excel program használatával kapott görbéhez.

Az ábra jobb oldali részén (Fig. 2.) szintén a magnitúdók vannak felmérve a függőleges tengelyre, de a



3. ábra. Logaritmusos kapcsolat a periódusidő és fényesség között maximális és a minimális fényesség esetében is.

periódusok logaritmusai függvényében, vagyis mindkét tengely ténylegesen logaritmusos léptékű lett, és a már így átalakított adatokat jelképező pontokra két egyenes illeszthető. Mivel az Excel program a függvényhez kiírja számunkra annak matematikai egyenletét is, ezért erre a transzformációra napjainkban már nincs szükség, de a történet kedvéért érdemes elkészíteni (5. ábra).

## A táguló Univerzum

A távolság kérdéséhez visszatérve, ha találunk két olyan cefeidát az égbolton, amelyek hasonló (vagy azonos) ütemben változtatják fényességüket, akkor biztosak lehetünk abban, hogy mindkettő hasonló (vagy azonos) teljesítménnyel sugároz. Ez a tény pedig már felhasználható távolságmérésre.

Tehát egy cefeida periódusát ismerve meg tudjuk mondani annak valódi fényességét. Ezt összevetve

látszó fényességével megkapjuk a távolságát. Először persze kalibrálni kellett az összefüggés nullpontját, amihez ismerni kellett néhány cefeida tényleges távolságát a Földtől.

A távolság meghatározására jobb híján a már említett parallaxis módszerét alkalmazta *Ejnar Hertzsprung* (1873–1967), aki elsőként kalibrálta az összefüggést (Hertzsprung 1913). Ahhoz, hogy a Tejútrendszer cefeidái alapján kalibrálni lehessen más galaxisok cefeidáinak távolságát, *fel kell tételezni*, hogy ezek a csillagok minden érintett galaxisban egyformák.

Az 1920-as évek közepén a cefeidák extragalaktikus távolságindikátorokká váltak, miután *Edwin Powell Hubble* (1889–1953) cefeidákat fedezett fel a csillagokra bontott spirálködökben (Hubble 1925). Később nemcsak a legközelebbi spirálködökről, az Androméda-ködről (M31) és a Triangulum-ködről (M33) derült ki, hogy extragalaxisok, hanem az összes többi spirálködőről is kiderült, hogy a Tejútrendszeren kívül vannak.

Hubble sokszor hangoztatta, hogy Leavitt Nobel-díjat érdemelne munkájáért. *Gösta Mittag-Leffler* a Svéd Tudományos Akadémia nevében 1924-ben el is indította az előterjesztést a Nobel-díj odaítéléséért, és csak ekkor tudta meg, hogy Leavitt már három évvel korábban meghalt. A felterjesztést leállították, ugyanis Nobel-díj csak élő tudósoknak adható.

Nem sokkal az Univerzum galaxisokkal való „megöltése” után Hubble felfedezte a később róla elnevezett törvényt. Ebből pedig az látszott, hogy a Világegyetem tágulóban van, ami természetes tényként szerepel napjaink fizikatankönyveinek lapjain.

*Összefoglalóan* jelen írásban a kutatásalapú tanítás/tanulás olyan lehetőségei kerültek bemutatásra, amelyekben a kutatási tevékenységet nem maguk a diá-

4. ábra. Periódus–fényesség diagram a Kis-Magellán-felhő cefeida változóira, az 1912-es cikk Fig. 1. és Fig. 2. facsimiléi.

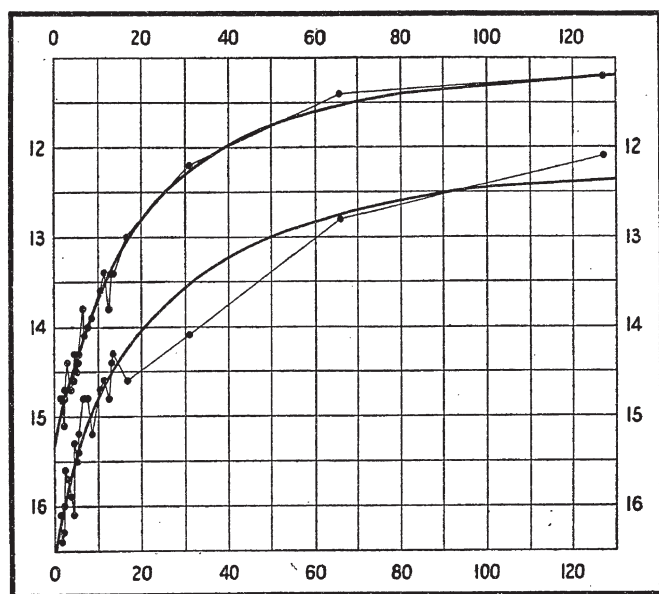


FIG. 1.

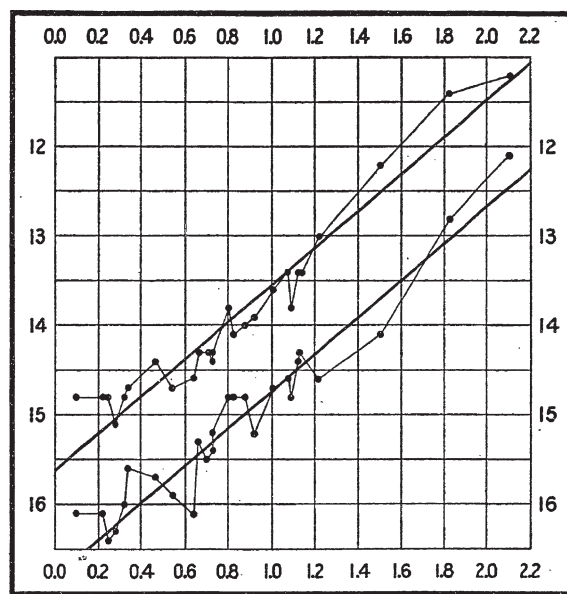
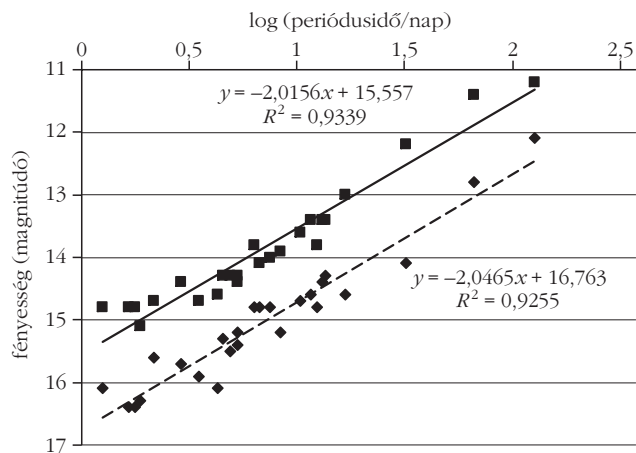


FIG. 2.



5. ábra. A magnitúdók a periódusidő logaritmusában függvényében.

kok végzik, hanem egy érdekes kutatási beszámoló alapján ismerkednek meg a témával és az abban található eredeti adatok elemzése alapján vannak lekövetkeztetések. A fenti módszer alkalmazásával segítjük a pedagógiai transfert az egymáshoz egyébként is nagyon közel álló fizika és a matematika tantárgyak között a mai kor lehetőségeit felhasználó IKT<sup>3</sup> eszközök felhasználási lehetőségeinek segítségével, ily módon fejlesztjük a diákok természettudományos szemléletét.

<sup>3</sup> Információs és Kommunikációs Technológia

A kollégák maguk is kereshetnek hasonló tudományos szövegeket diákjaik számára, illetve a diákok is javasolhatnak írásokat az elemzésekhez. Ezek származhatnak a nyomtatott/internetes sajtóból, ismeretterjesztő folyóiratokból, de reklámszövegeket, illetve filmeket is érdemes hasonló szempontok alapján elemezni, amelyekben kutatási eredményekre, adatokra, adatsorokra hivatkoznak.

### Irodalom

Pickering, E. C.: Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, vol. 173 (March 3, 1912) 1–3. Az eredeti cikk helye: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1912HarCi.173....1L>

Simon Singh: *A Nagy Bumm*. Park Könyvkiadó. Budapest, 2006.

Radnóti K., Nagy M.: A matematika szerepe a természettudományos képzésben. *A Matematika Tanítása*. MOZAIK Kiadó. Szeged. 2014/1. március, 3–15., <http://www.mozaik.info.hu/Homepage/Mozaportal/MPfolyoirat.php?op=matematika>

Radnóti K., Nagy M.: A rádium felfedezése. Kutatási szöveg feldolgozása a fizika- és/vagy a kémiaórán. *Nukleon*. VI/3 (2013) <http://mnt.kfki.hu/Nukleon>

Tóth L. V.: *A galaxisok világa*. [http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/galaxisok\\_vilaga/index.html](http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/galaxisok_vilaga/index.html)

Wigner Jenő: A matematika mehökkentő hatékonysága a természettudományokban. In: *Wigner Jenő válogatott írásai*. (Szerk.: Ropolyi L., Szegedi P.) Principia Philosophiae Naturalis sorozat. Typotex, 2005. 151–179. [http://hu.wikipedia.org/wiki/Henrietta\\_Swan\\_Leavitt](http://hu.wikipedia.org/wiki/Henrietta_Swan_Leavitt)

<http://www.csillagaszat.hu/tudastar/asztrofizika/csillagok-szerkezete-es-alapveto-tulajdonsagaik/09-valtozocsillagok/>

[http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/galaxisok\\_vilaga/ch02s09.html](http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/galaxisok_vilaga/ch02s09.html)

## HULLÁMHOSSZMÉRÉS VIDEÓANALÍZISSEL

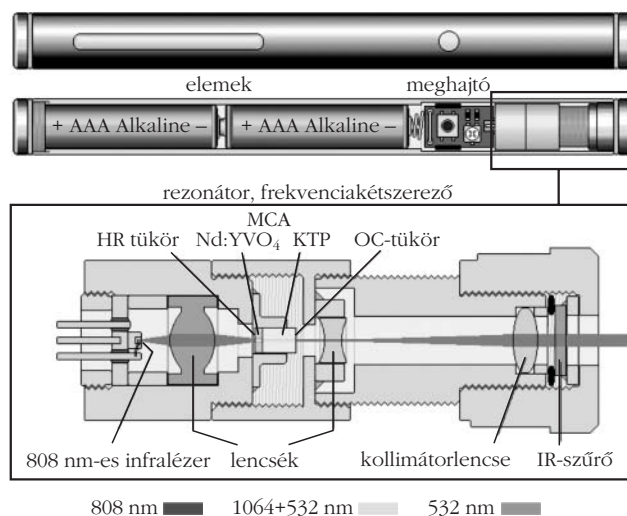
Piláth Károly  
ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola

A tanárok és a végzős diákok körében is méltán népszerű az az érettségi kísérlet [1], amelyben egy vörös lézermutató hullámhosszát kell meghatározni optikai rács segítségével. Az egyik érettségi vizsgára gyakoroltunk a tanítványaimmal, amikor megkérdezték, hogy miért pont a piros lézermutató hullámhosszát kell meghatározniuk, hiszen annak hullámhosszát már úgyis fejből tudja mindenki. Kipróbálhatjuk zölddel is – válaszoltam – és még nem is sejtettem, hogy milyen új mérési lehetőségeket rejt ez a csere. A lézercsere nem okozott komolyabb anyagi megterhelést, viszont lehetővé tette, hogy kibővítsük a méréshez kapcsolható kérdések sorát. A zöld lézermutató vizsgálata most azért is aktuális lehet, mert Magyarország is csatlakozott az EPS-en keresztül ahhoz az európai kezdeményezéshez, amely 2015-öt a *Fény évének* választotta.

Először nézzük meg közelebbről, hogy mit is fogunk mérni. A legnehezebb kérdést a mérendő eszköz típusának meghatározása jelentette. Nagyon sokféle olcsó eszközt megvizsgáltam, de típusazonosítót egyiken sem sikerült találnom. Így az általunk mért esz-

közről is legfeljebb csak annyit tudok elmondani, hogy az ebay-en vásároltam 990 forintért. Az adattábláján csak annyi szerepelt, hogy a hullámhossza 532 nm és

1. ábra. A zöld lézer működési elve.



a teljesítménye  $< 5$  mW, valamint, hogy a mutató fénynyalábjába tilos közvetlenül belenézni.

A világhálón keresgélve megtudhatjuk, hogy sokáig kellett várnunk olcsó zöld lézermutatóra, amit a fizika-érettségire készülve tanulmányozhatunk. Az első zöld lézermutatók 2006-ban jelentek meg a piacon, miközben mind a vörös, mind a kék színű társaik már sokkal korábban elérhetővé váltak. Ezen zöld lézerek működése sokkal bonyolultabb, mint hagyományos piros társaiké [2]. Működésük az 1. ábra alapján érthető meg.

Elsődleges fényforrásuk egy 808 nm hullámhosszú, közeli infravörös tartományban működő, nagy teljesítményű lézerdíóda. A diódát nagyon leegyszerűsítve egy Nd:YVO<sub>4</sub> (neodímiummal szennyezett ittrium-ortovanadát) kristály követi, amely a 808 nm-en elnyelt energiát 1064 nm-es hullámhosszon sugározza ki. A sorban az Nd-t egy harmadik fontos elem, egy KTP (KTiOPO<sub>4</sub>, kálium-titanil-foszfát) kristály követi. Ez a nemlineáris kristály képes megduplázni a gerjesztő fény frekvenciáját, így ebből már a látható tartományba eső, 532 nm-es fény lép ki. A sort egy olyan IR-szűrő zárja, amely kiszűri a rendszert pumpáló infravörös lézer fényét, így a lézermutatóból elvileg már csak az 532 nm hullámhosszú zöld fény léphetne ki. E szűrő minősége az olcsóbb lézermutatókban megkérdőjelezhető. A rendszer hatásfokát nagy pontosságú optikai elemek és antireflexiós rétegek javítják.

A fentiek ismeretében érettségi kísérletünket a következő kérdésekkel bővítettük:

Vajon sikerült-e a gyártóknak úgy elnyomni a pumpaként használt 808 nm-es infravörös lézer fényét, hogy az már ne jusson ki a lézermutatóból?

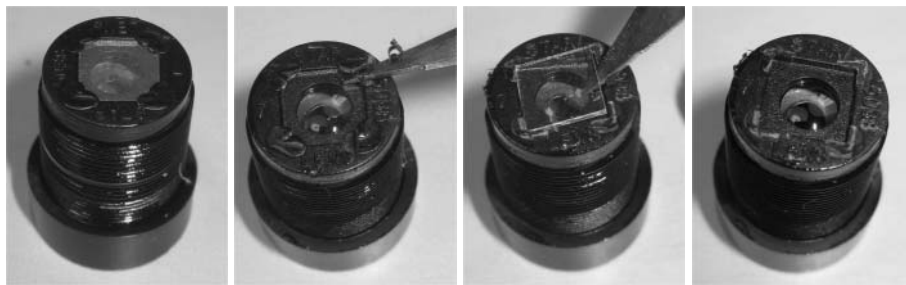
Kimutatható-e a kimenő fénynyalábban a 1064 nm-es hullámhossz?

Természetesen megtartottuk az eredeti feladatot, vagyis az érettségizőknek meg kellett határozniuk a lézerből kilépő zöld fény hullámhosszát is.

Az első kérdésre egy olyan módosított webkamera segítségével kaphattunk választ, amely már nemcsak a látható tartományban képes képalkotásra, hanem a közeli infravörös tartományban is [3].

## A webkamera hullámhossz-tartományának kibővítése

A webkamerákba épített CMOS fényérzékelők [4] nemcsak a látható tartományban érzékenyek, hanem a közeli infravörös (700 nm – 1100 nm) sugárzást is képesek detektálni. E kamerák azt a célt szolgálják, hogy valóságosan adják vissza a szemünkkel látható képet, ezért ezekből az eszközökből ki kell szűrni az egyébként mindenütt jelen lévő – elsősorban a Napból vagy a wolframszálas izzólámpákból származó –



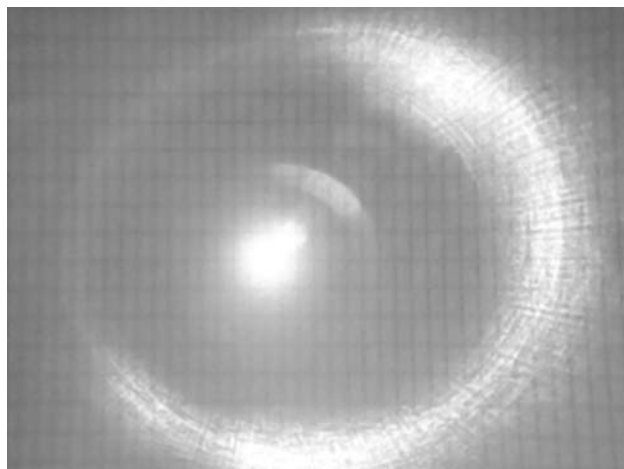
2. ábra. A webkamera felesleges, infravörös szűrője és eltávolítása.

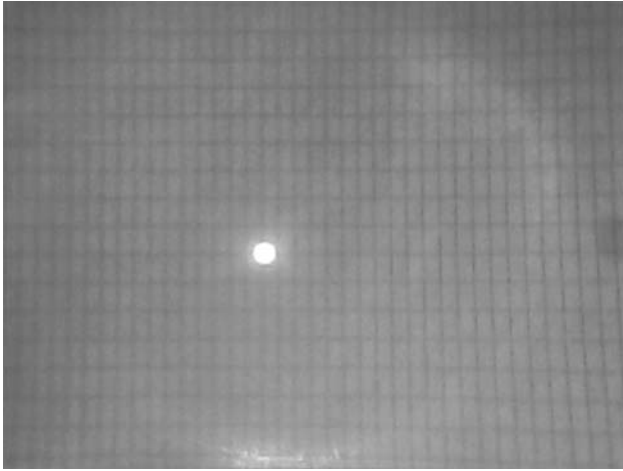
infravörös sugárzást. A webkamerákban ezt úgy oldják meg, hogy az objektívlencse mögé egy, a 700 nm-nél nagyobb hullámhosszú fényt át nem engedő szűrőt építenek be. Mérésünkben a látható és a közeli infravörös tartományban is szeretnénk „látni”, így távolítsuk el ezt a szűrőt! Csavarhúzóval vagy szikével ezt könnyen megtehetjük (2. ábra). Minél olcsóbb egy webkamera, annál könnyebb ez a művelet, hiszen bennük csak egy csepp szilikonragasztó tartja a szivárványszerűen csillogó szűrőt. Egy ilyen „megoperált” kamera a látható fény mellett már a közeli infravörös tartományban is érzékeny.

## A zöld lézermutató fényének vizsgálata

Az ily módon átalakított kamera segítségével belenézve a lézermutatónkból kilépő fénybe, nem sok mindent láttunk, hiszen a nagy fényerő miatt az érzékelő túlvezérelté vált, így gyakorlatilag nem juthattunk hasznos információhoz. Ezért a lézermutatónkkal egy füzetlapot világítottunk meg (diffúz felületet) és a füzetlapon keletkező fényfoltot vizsgáltuk. A fényfolt kibővített spektrumú fényképe meglepő változást eredményezett (3. ábra). A kamerához mellékelte szoftver is nyilván torzított valamit a „látványon”, de azért elég meggyőzően látszik, hogy a zöld fényfoltok képest csak úgy dől az infravörös fény a lézerből. Az intenzitásarányok ebből a felvételből csak becsülhetők, hiszen az egzakt értékeléshez figyelembe kellene venni az érzékelő spektrális érzékenységét is. A fénykép

3. ábra. A fényfolt képe a módosított kamerával.



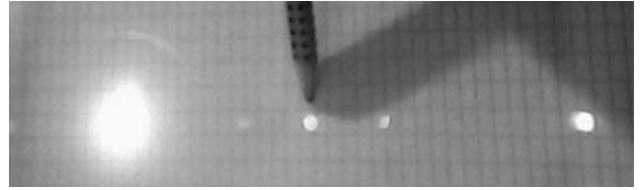
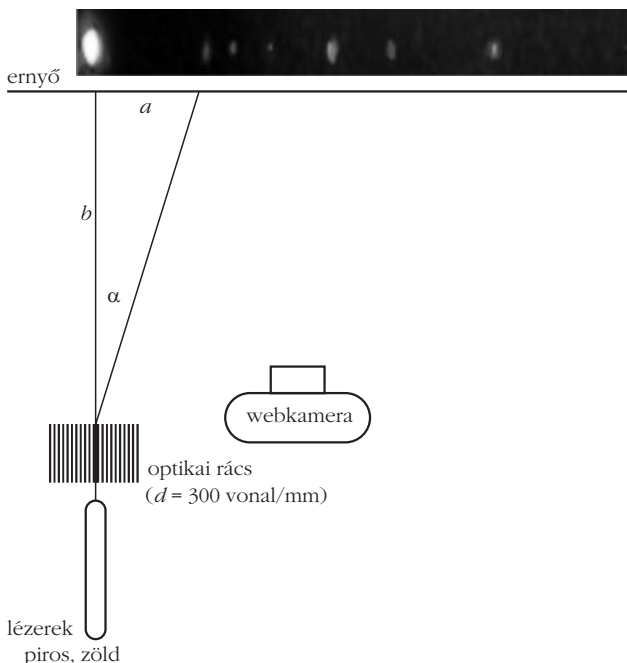


4. ábra. A fényfolt képe, kiszűrve az infravörös fényt.

fehér színe arra utal, hogy a kamerába épített érzékelő telítésben van mind a három (RGB) csatornán. A felvételen azért nem látszik zöldnek a lézer zöld fényfoltja, mert az érzékelőt mindhárom színcsatornán túlvezérlí a kép közepén a lézertől kilépő infravörös + zöld – szemmel egyébként szép zöld színűnek látzó – sugárnyaláb. A zöld pont körül kialakult korona szabad szemmel nem látható. Itt jegyezném meg, hogy ehhez a felvételhez a lézermutató elején található, fémből készült kollimátort eltávolítottam. Mivel ebben nincs semmilyen szűrő, így ez a kilépő fény spektrumát nem befolyásolta.

Ezt követően, újabb felvétel készítése előtt a lézertől kilépő fény útjába az épületek ablakaira ragasztható hőszűrő – azaz az infravörös sugárzást elnyelő – fóliát helyeztünk. A fóliát két rétegben alkalmazva a zöld nyaláb intenzitása alig változott, ugyanakkor a lézertől kilépő infravörös sugarakat jó hatásfokkal szűrte. A szűrő hatása a 4. ábrán látható.

6. ábra. A mérés elrendezése.

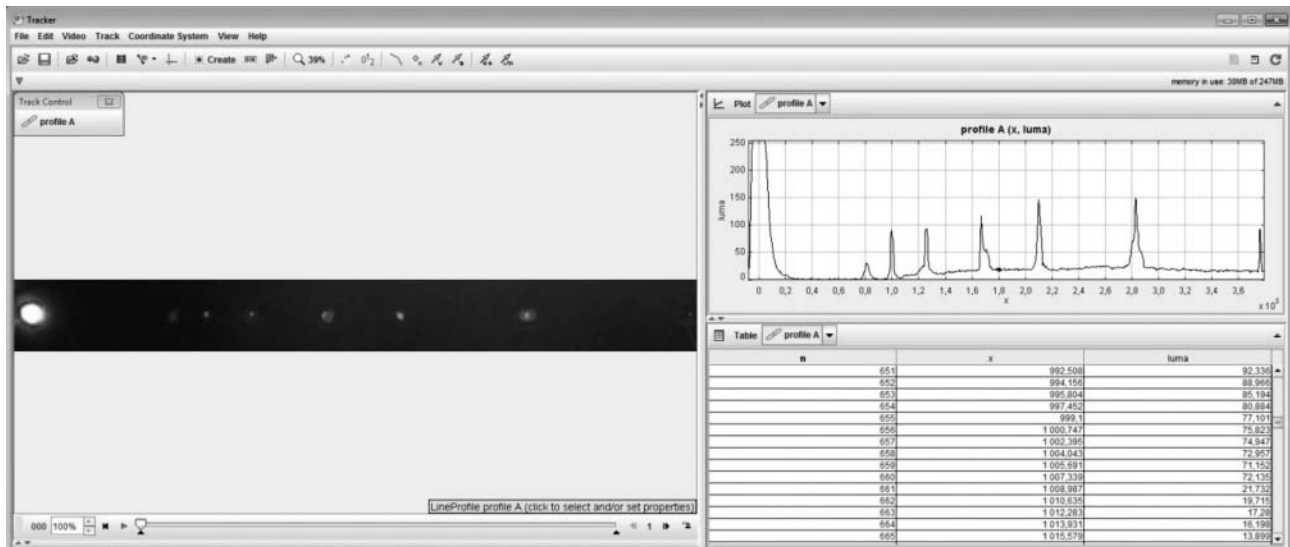


5. ábra. Az infravörös fényfolt helyzetének meghatározása ceruzával.

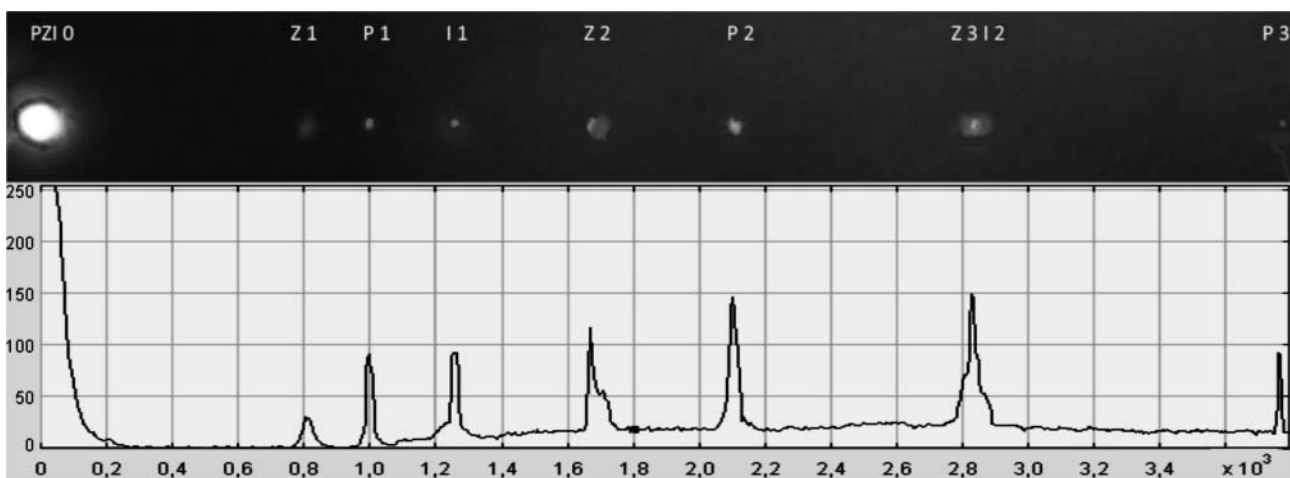
Miután webkameránkkal meggyőződünk arról, hogy a zöld mellett a közeli infravörös sugárzás is kilép lézermutatónkból, megmértük a hullámhosszakat. A látható hullámhossz meghatározása nem okozott nehézséget, hiszen ugyanazt a módszert követtük, mint ami az érettségi mérésben le van írva. A lézer fényt át bocsátottuk egy ismert rácsállandójú optikai rácson, majd az elhajlás szögéből és a rácsállandóból meghatározhattuk a hullámhosszat. A szemünk számára láthatatlan infravörös sugarak hullámhosszának meghatározásakor a szög méréséhez látnunk kell valahogy az elhajlott fénysugarak irányát. Szemünk helyett ez esetben is a módosított kameránkat használtuk, így egymás mellett láthatóvá tettük az elhajlított sugarakat mind a látható, mind az infravörös tartományban. Az eltérés mértékét bejelölhettük volna egy ceruzával is (5. ábra), a kameránkkal figyelve a ceruza és a láthatatlan sugár helyzetét, de ha már kamerát használtunk, akkor sokkal praktikusabb volt a kamera képét videóanalizáló program segítségével kiértékelni. Az értékeléshez a maga műfajában legjobbnak számító, szabadon felhasználható Tracker nevű programot alkalmaztuk, amely letölthető a <https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker> oldalról. Kitűnően telepíthető a Linuxoktól a Windows 8-ig tetszőleges operációs rendszerre. A program spektroszkópiai alkalmazásáról az interneten találhatunk bőséges információt [5], így használatát nem részletezem. A program a méréshez használt Line Profile üzemmódban képes egy kamerával készített fénykép fényességinformációit (luma<sup>1</sup>) kiolvasni egy általunk megadható vonal mentén. Az analízis végére rendelkezésünkre áll egy hely-fényesség adathalmaz, amellyel már könnyedén számolhatunk. Mérésünkben a mérés geometriája megegyezett az érettségi mérés elrendezésével, oly módon kiegészítve, hogy a webkameránkkal egy sötét ernyő<sup>2</sup> létrehozott elhajlási képet fényképeztünk le (6. ábra). Ezt a képet töltöttük be a Tracker programba. A hagyományos érettségi mérésben a 6. ábrán látható  $a$  és  $b$  távolságokat megmérve megha-

<sup>1</sup> Luma (fényesség): Az YUV színtérben értelmezhető mennyiség. Az YUV színteret a fekete-fehér televíziózást a színes műsorsugárzással való kompatibilitás megőrzése érdekében fejlesztették ki. Az  $Y$  a fényesség, az  $U$  és  $V$  pedig a színekkel kapcsolatos információkat tartalmazza. A luma egy képpont világosságára jellemző mennyiség. Ez a megoldás lehetővé tette, hogy egy színesben közvetített filmet fekete-fehér TV készüléken is élvezhetően lehessen nézni. A három alapszínből képzett érték:  $Y = 0,2126 \cdot R + 0,7152 \cdot G + 0,0722 \cdot B$ . Az  $Y = 0$  esetén fekete, míg az  $Y = 255$  esetén fehér. A Tracker programban a képpont fényességére jellemző érték, függetlenül az adott pont színétől. [http://en.wikipedia.org/wiki/Luma\\_%28videó%29](http://en.wikipedia.org/wiki/Luma_%28videó%29)

<sup>2</sup> A sötét ernyő javítja a kép kontrasztosságát.



7. ábra. Az elhajlási kép a Tracker programban.



8. ábra. Az analízis nagyított képe.

tárazzuk az  $\alpha$  értékét, majd  $d$  a rácsállandó ismeretében a  $k$ -ik elhajlásra érvényes

$$\Delta s = 2k \frac{\lambda}{2} = d \sin \alpha$$

képlet segítségével kiszámíthatjuk a hullámhosszat. A videóanalízis eredményét a Tracker program ablakában a 7. ábrán láthatjuk. Az analízis részleteit a jobb láthatóság kedvéért a 8. ábrán felnagyítva is bemutatjuk. A mérésben a kalibrációhoz egy 650 nm hullámhosszúságú piros lézermutató első elhajlási rendjének képét használtuk. A program által szolgáltatott adatokból a program első oszlopában látható  $n$  értékek az analizált pontok sorszámát jelölik. A második oszlopból leolvashatók az egyes csúcsokhoz tartozó  $x$  koordináták értékei. Ezek ismeretében, felhasználva a piros lézer már ismert hullámhosszát, a képen látható fényfoltok hullámhosszai meghatározhatók. A nagyított képen az  $x$  értékek a fénykép egy adott képpontjának vízszintes irányú relatív koordinátáit jelölik. A kép bal szélénél  $x = 0$ , míg a 650 nm-nek megfelelő első piros folt  $x$  koordinátája 1000. Kis elhajlási szögek esetén használhatunk lineáris közelítést is. Ez

esetben a 8. ábra alapján az első zöld fényfolt hullámhosszára  $(825/1000) \cdot 650 = 536$  nm értéket kapnánk, mert az első zöld folt relatív  $x$  koordinátája 825. Az első infravörös fényfolt  $x$  koordinátája 1250, így lineáris becslést alkalmazva az  $e$  foltnak megfelelő hullámhossz  $(1250/1000) \cdot 650 = 813$  nm. Nagyobb szögek esetén ez az egyszerű módszer már nem ad kellően pontos eredményt. Például a piros lézer második elhajlási rendjére az ily módon számított hullámhossz 650 nm helyett 692 nm hullámhosszat adna, holott éppen erre a hullámhosszra kalibráltuk mérésünket. A pontosabb mérésekhez kihasználhatjuk, hogy a kalibráció és a mérés során a rács és az ernyő  $b$  távolsága állandó. Figyelembe véve az elhajlásra vonatkozó képletet már egészen pontos értékeket mérhetünk. A mérési eredményekből látszik, hogy a mérések  $\pm 10$  nm pontossággal visszaadták az irodalomból ismert értékeket. A mérésből az is kiderült, hogy a lézerből kilépő fényben a módosított webkamerával csak a 808 nm-es hullámhosszúságú fény detektálható. Ennek több oka is lehet. Az egyik lehetőség, hogy 1064 nm-en a kamera érzékenysége már kicsi, így az esetleg ezen a hullámhosszon is kilépő

**A videóanalízissel nyert mérési eredmények összefoglaló táblázata**

	kalibráció: piros	mérendő színek						
		piros			zöld			infravörös
elhajlási rend	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.
$x$ (tetsz. egys.)	1000	2130	3640	825	1700	2800	1250	2800
$b$ (tetsz. egys.)	5030	5030	5030	5030	5030	5030	5030	5030
$\alpha$ (°)	11,2	23,0	35,9	9,3	18,7	29,1	14,0	29,1
mért $\lambda$ (nm)	650	650	651	540	534	540	804	811
irodalmi érték (nm)	650	650	650	543	543	543	808	808
hiba (nm)	–	0	1	–3	–9	–3	–4	3

A 808 nm-en kilépő fény intenzitása nem tűnik elhanyagolhatónak, így az olcsó zöld lézermutatók használata különös óvatosságot igényel, hisz a kilépő sugarak egy részét szemünkkel nem tudjuk érzékelni.

#### Irodalom

1. Fizika\_emelt\_szobeli\_meresek\_2013maj www.oh.gov.hu
2. Laser pointer [http://en.wikipedia.org/wiki/Laser\\_pointer](http://en.wikipedia.org/wiki/Laser_pointer)
3. <http://main.flosscience.com/Home/cleverhacks/irwebcam>
4. <http://oktel.hu/szolgalatas/kamerarendszer/kamerak/ccd-es-cmos-erzekelok>
5. [https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/AAPT\\_spectroscopy\\_poster.pdf](https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/AAPT_spectroscopy_poster.pdf)
6. J. Galang, A. Restelli, E. W. Hagley, Ch. W. Clark: *A Green Laser Pointer Hazard.* <http://www.ifa.hawaii.edu/~barnes/astrolab/AGreenLaserPointerHazard.pdf>

fény már nem mérhető. Egy másik ok lehet az, hogy az 1064 nm-es hullámhosszon kilépő fény intenzitását elnyomja az 532 nm-es zöld fény másodrendű elhajlásból származó fényfolt intenzitása [6].

## KARCOLT HOLOGRAM

D'Intino Eugenio Ádám<sup>1</sup> – Szent László Gimnázium, Budapest  
Pham Thi Linh<sup>1</sup> – Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, Budapest  
Hömöstre Mihály – Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest

A 2014-ben kitűzött IYPT (Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) feladatok közül talán az egyik legérdekesebb az volt, amelyben egy IYPT feliratú hologramot kellett készíteni. Az eljárás adott volt, fényes felületen karcokkal kellett létrehozni a háromdimenziós képhatást. A feladat kidolgozása közben sok érdekes kérdés vetődött fel, amelyek megválaszolása közben egyre teljesebb képet alkothattunk a hologramokról. Az általunk alkalmazott módszerek és eredmények középiskolai szinten nyújtanak egyszerű, de mégis látványos betekintést az optika ezen érdekes területére. A továbbiakban bemutatjuk a hologramok alapvető fizikai hátterét és egy izgalmas eljárást hologramok számítógépes tervezésére, majd azok megvalósítására.

### Foto- vagy holográfia?

Cikkünk egy speciális hologramfajtáról szól (karc-hologram), ezért először is röviden tisztáznunk kell: mi is a hologram?

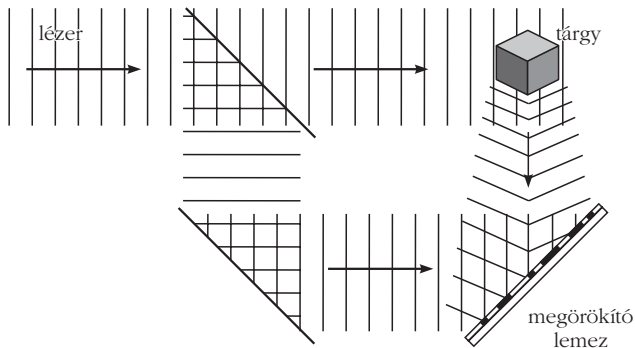
Nem csak a fizikaórán vagy a kutató laboratóriumokban találkozhatunk hologramokkal, hanem akár a hétköznapi életben is. A legelterjedtebb talán a biztonsági hologram, amit például a bankkártyákon láthatunk. Ezekon jól látható, hogy ha más szögből nézzük, más-más képet látunk. A bankkártyákon levő

hologramoknál – típusuktól fakadóan –, ha csak jobbra-balra mozgatjuk, akkor a szín ugyanaz marad, viszont a kép minden szögben más lesz. Viszont, ha kizárólag föl-le mozgatjuk a hologramot, akkor ugyanazt a képet látjuk más-más színben. Ezekkel az úgynevezett szivárvány hologramokkal kicsit részletesebben foglalkozunk, mert ezt a fajtát akár az iskolába is bevihetjük.

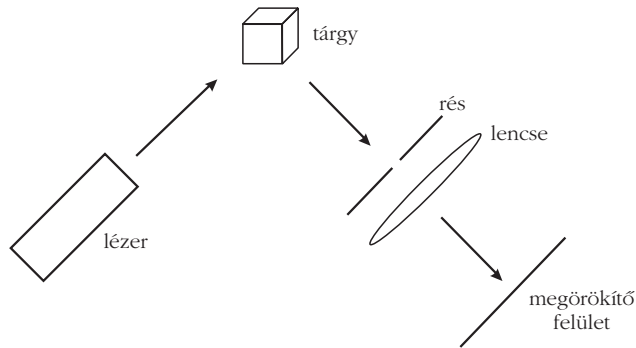
Fizikaórán megtanulhatjuk a fényképek készítésének és a látottak értelmezésének módját, de miben különbözik a hologram a fényképektől? A legfontosabb, hogy a hologramok mozgatásával változik a látott kép. Lehetőség van például arra, hogy meghatározott szögekből nézve eltűnjön vagy előbújjon a kép egy adott részlete. Emellett a hologramokkal létrehozhatunk két- vagy háromdimenziós képeket is. A fényképek általában fehér fényben készülnek és abban is látjuk őket a legjobban, azonban a hologramok készítéséhez és néhány típus megtekintéséhez általában lézert használnak. A hologramoknak – előállítási módjuk miatt – van egy olyan érdekes tulajdonsága is, hogy a félbevágott hologramon, bizonyos szögekből látható lehet akár az egész kép.

A hologramok előállítása – ahogy már említettük – általában a koherens fényforrású lézertől történik. Egy lézernyalábot két részre bontanak és az egyiket a hologramot megőrkítő lemezre, a másikat a megőrkítendő tárgyra irányítják, ahogy az *1. ábrán* is látható. A tárgyról visszaverődnek fénysugarak, amelyek a

<sup>1</sup> Mindketten tanulók.



1. ábra. A hologramok készítése (Wikipédia).



2. ábra. Szivárványhologram készítésének elve.

megörökítő lemezen interferenciát hoznak létre: a lézer koherens hullámainak szuperpozíciója miatt a lemezen fényesebb (erősítési) és sötétebb (gyengítési és kioltási) helyek figyelhetők meg. Ezt az interferenciaképet örökíti meg a lemez, ami az esetek többségében hasonlít az ezüst-halogenideket és ezüstöt tartalmazó fényképszeti filmekre. A hologramok esetében általában kisebb a fényérzékeny szemcsék mérete és átlagos távolsága, ami így nagyobb felbontást eredményez. Az így készített hologramot az eredeti lézerekhez hasonló fényforrással direkt megvilágítva láthatjuk az eredeti tárgyról készített képet. A gyakorlatban mindez egy teljesen sötét szobában, meghatározott exponálási idővel, precíz lézerirányítással, lencsékkel és tükrökkel zajlik.

A készítési eljárások alapján mégis több fajta hologramtípust különböztetünk meg. A pontos csoportosításhoz három jellemzőt kell figyelembe venni.

a) Amplitúdót vagy fázist moduláló: az amplitúdó-hologramoknál a hologram által átengedett fény arányos az interferenciakép odaeső részének fényességével. A fényáteresztő képessége tehát az interferenciaképtől függ. A fázishologramban a lemezvastagság és/vagy a törésmutató változik az interferenciakép függvényében. Az így kapott hologramot lézerekkel megvilágítva visszkapjuk az eredeti fénysugarak szerkezetét, így alkotva a képet.

b) Vékony vagy vastag lemez: a vékony lemezes hologram esetén a lemez vastagsága azonos nagyságrendű a megvilágító fény hullámhosszával [1]. A vastag lemez esetén ennél a távolságnál sokkal nagyobb a lemezvastagság. A vékony lemezre példa a bankkártyákon látható hologram, aminél a kép mélysége nem túl nagy, míg a vastag lemezes hologramok által alkotott képeknek jelentős mélysége van.

c) Transzmissziós vagy reflexiós: aszerint, hogy a képalkotáshoz a megvilágító fény a nézővel ellentétes vagy azonos oldalról érkezik. A bankkártyák hologramjai elvileg transzmissziósak, ám egy kis fényvisszaverő réteg segítségével látszólag reflexiós hologrammá alakulnak.

A hologramokról még részletesebben olvashatnak egy magától Gábor Dénestől származó, korábbi, *Fizikai Szemlében* megjelent cikkben [2].

A transzmissziós hologram egyik speciális típusa a Benton-féle szivárványhologram. Ezekhez fehér fényt használnak, és készítése során egy vízszintesen kivá-

gott lapot (rés) raknak a tárgy elé (2. ábra), ezzel megoldva, hogy ne legyen függőleges irányú parallaxis (testek egymáshoz viszonyított helyzetének változása eltérő irányokba). Így ha föl-le mozgatjuk, akkor (a különböző hullámhosszúságok miatt) színváltozást fogunk érzékelni és csak balra-jobbra mozgatva fogjuk másnak látni a képet. Amennyiben egy tükröző felületre van rátéve a hologram, a megvilágítás és a hologram megtekintése ugyanarról az oldalról történik. Így készülnek és működnek a bankkártyák hologramjai is.

Ha nem fehér, hanem monokromatikus fényben nézzük a Benton-féle hologramot, akkor olyan, mint ha az eredeti lap a réssel ott lenne a képünk előtt és csak a kép részen keresztül látható részét látjuk. Fehér fényben az egész látszik, hiszen a fehér fényt összetevő komponensek a kép különböző részeit jelenítik meg, így összetéve az egész képet látjuk.

## Lehet otthon hologramot készíteni?

A hologramok készítéséhez általában lézer és bonyolult folyamatok szükségesek. Felmerül a kérdés: lehet otthon vagy iskolai körülmények között, egyszerűen hologramot készíteni?

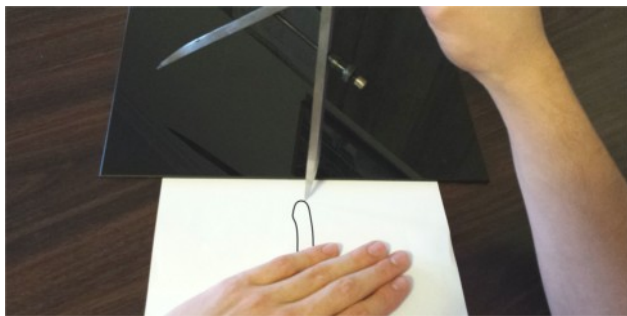
Igen! Csupán egy mérőkörcsőre, egy fekete (vagy egyik oldalán feketére festett) műanyaglapra (mi plezilapot használunk) és egy kis kezűgyességre van szükségünk, egy Benton-féle szivárványhologram egyszerűsített változatának elkészítéséhez.

Lényegében körzővel karcolunk íveket a műanyag lapra. A körív sugara és középpontja, az ív hossza és elhelyezkedése mind fontos szerepet játszanak a képalkotásban. Technikáját tekintve a karchologram valójában Benton-féle szivárványhologram leegyszerűsített változata. Az adott hullámhosszon a lencse leképezése miatt a megörökítő felületen a 3.a ábrán látható mintázat alakul ki. Ennek egy kisebb „felbontású” változata a karchologram egy-egy íve (3.c ábra).



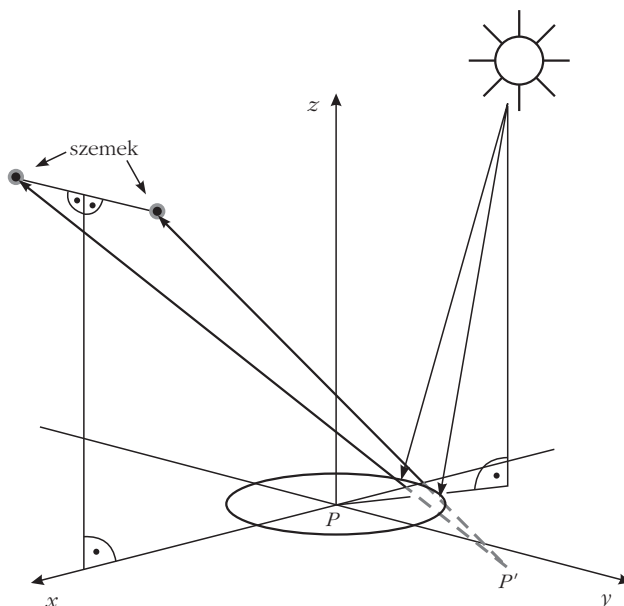
3. ábra. Egyre egyszerűsödő mintázat.





4. ábra. Hologram karcolása.

De először nézzük a karcolás folyamatát. Kétdimenziós kép készítéséhez, ami a felszín mögött lebeg, rajzoljuk ki az általunk megalkotni kívánt képet. Ebben az esetben ez egy J betű. A 4. ábrán látható módon rakjuk a körző egyik szárát például az általunk lerajzolt J betű egyik végpontjára. Nyissuk ki a körzőt és tartjuk végig ezen a körzőnyíláson. A műanyag lapra (a festetlen oldalra, ha festett műanyag lapot használunk) karcolunk rá egy ívet. Ügyeljünk arra, hogy ne legyen túl mély a karc, ne sértse föl a műanyagot, mert akkor nem fog működni a hologram. Nem is kell rányomni, ha elég nehéz (régiszerű) a körző, elég ráhelyezni és húzni a körzőt, hogy egy ívet rajzoljunk. Vigyük arrébb a körző szárát, a minta egy másik pontjára és ismételjük meg az előző folyamatot. Egy ilyen karc határozza meg egy tárgy pont képének helyzetét, aminek működését a későbbiekben részletezzük. A minta pontjain végighaladva elkészül a hologram. Egy napfényes napon, vagy egy sötét szobában egy pontszerű fényforrás mellett láthatjuk a hologramot. Más-más szögből nézve a látható kép is máshol lesz, illetve torzul.



5. ábra. Egy pont körívének képalkotása.

### Hogy működik a karcolt hologram?

Egy karcív egy képpontot határoz meg (illetve kettőt, a kör két átellenes oldalán, ha egész kört karcoltunk). Egy egyenes karc vájata a fényt kúp alakban szórja szét.

Gondoljunk végig egy  $P$  pont körüli körív alakú karc képalkotását (5. ábra)! A pontszerű fényforrás egy fénysugarát irányítsuk a karc felé, amely azon visszaverődve az egyik szembe jut. A két szemünkbe két különböző pontról visszavert fénysugár jut, így ezek

A 2015. évi

## 58. Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató

**A 2015. évi ankétot március 26-tól 29-ig Hévízen, a Hunguest Hotel Panorámában és az Illyés Gyula Általános Iskolában rendezzük meg.**

**Témák: 2015 a Fény Éve. Oktatás.**

**Állandóan frissülő részletek a Társulat [www.elft.hu](http://www.elft.hu) honlapján.**

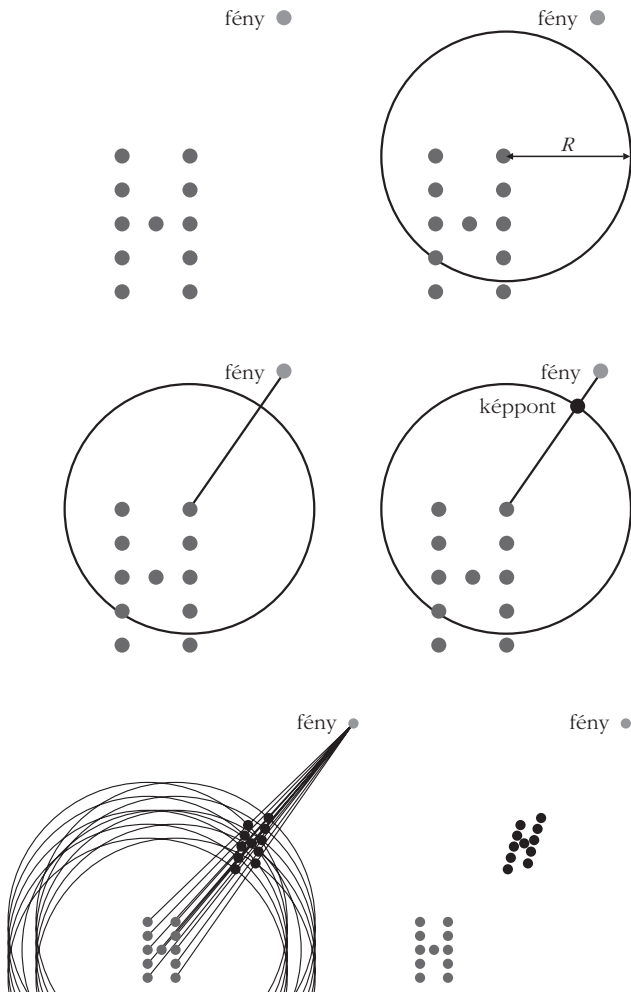
**Az ankét 30 órás akkreditált továbbképzés.**

**A műhelyfoglalkozásokat március 27-én és 28-án délutánra tervezzük.**

**A műhelyfoglalkozások mellett a sikeres 10 perces kísérletek című programot is meg kívánjuk szervezni.**

**ELFT Tanári Szakcsoportjainak vezetőiségei**

2 m      4 m



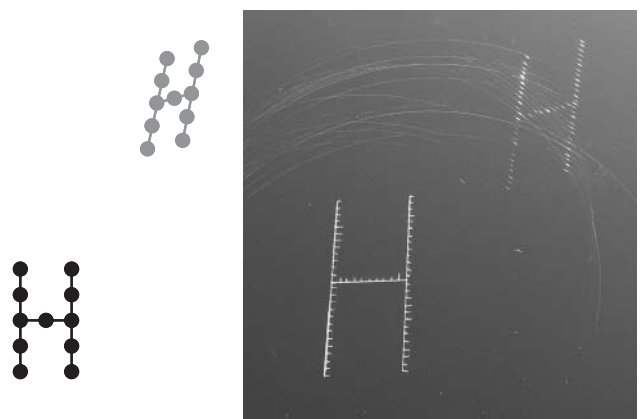
6. ábra. Metszéspon(ok) szerkesztése.

meghosszabbításával kapott metszőpont lesz az a pont, amit a hologramunk esetében, mint  $P'$  képpontot láthatunk.

## Hologramok tervezése GeoGebra programmal

A karcoltatás elég időigényes folyamat, ezért célszerű hologramjainkat először a GeoGebra nevű programmal megtervezni, szimulálni, és csak ezután kivitelezni azokat. A geogebra tervezés ötlete a Berzsényi Dániel Gimnázium két korábbi diákjától, *Kaszás Bálinttól* és *Madarász Zénótól* származik. Egy H (mint hologram) betű szimulációját fogjuk először bemutatni. Javasoljuk az amúgy ingyenes GeoGebra letöltését a [geogebra.org](http://geogebra.org) web-helyről. Első lépésként bármely alakzat esetén bontsuk fel azt adott távolságú pontokra. Minél sűrűbb a pontozásunk, annál finomabb lesz a hologram képe.

Majd vegyünk fel egy pontot, a *Fénypontot*. Ez a pont tölti be a fényforrás szerepét, amit majd mozgatni fogunk. Ezzel kel életre hologramunk a GeoGebra-ban. Az alakzat egyik pontjából szerkesztünk  $R$  távolságú kört.  $R$  lesz az a távolság, amit a valódi hologram készítésekor a körzónkkel felveszünk. Érdeemes az alakzatunk magasságánál nagyobb távolságot választani,



7. ábra. A fekete H betű szürke hologramja különböző helyzetekből és a valódi karc fotója.

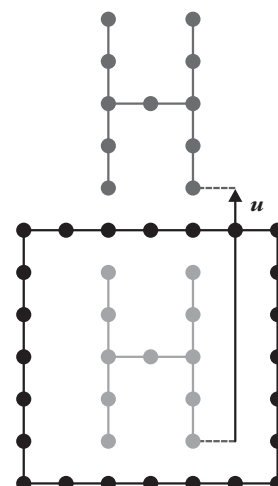
tani, hogy ne legyen egymáson a hologram és a valós minta. A pontot, amely köré a kört szerkesztettük és a Fénypontot kössük össze egy szakasszal (6. ábra). Válasszuk ki a metszéspon opciót és vegyük az imént szerkesztett kör és a szakasz metszéspontját, így kapjuk a képpontot.

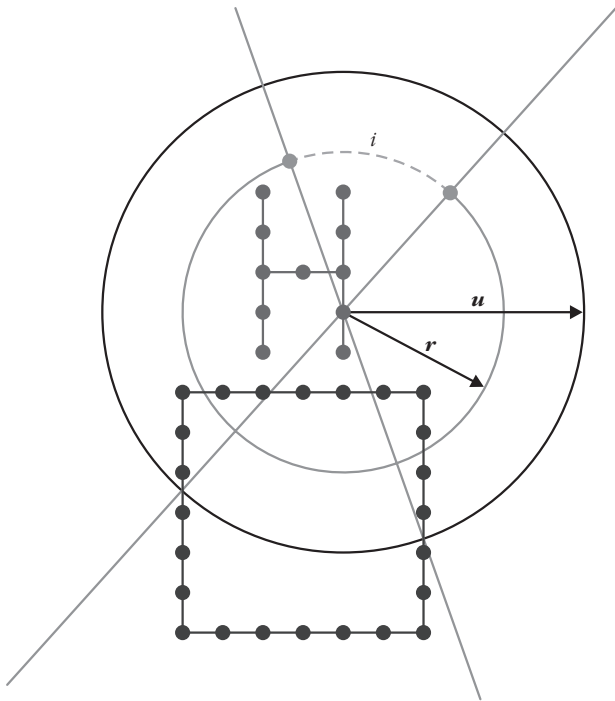
A segédvonalakat (a kört és az egyenest) kiveszünk, hogy ne legyenek láthatóak, és elvégezzük ugyanezt az eljárást a mintául szolgáló H betű minden egyes pontjára. Ha ezt elvégeztük, a Fénypont mozgásával a H betű hologramját láthatjuk különböző megvilágítású helyzetek esetén (7. ábra).

## HolograMagic

A karcolt hologramokkal azonban még érdekesebb játékokat is készíthetünk. Mi lenne, ha a H betű körül lenne egy négyzet is? Először ez a négyzet mozogjon együtt a H betűvel, majd a négyzet működjön kis „ablakként”, amelyen át válik csak láthatóvá a H betű. Az első esetben, a H betű és a négyzet képpontjai azonos sugáron vannak. A H betű köré tegyünk pontokat, amelyek egy négyzetet alkotnak és végezzük el a megszokott eljárást. Itt a Fénypont mozgásával ugyanazt tapasztaljuk, mint a sima H

8. ábra. Feltölt H.





9. ábra. A körív meghatározása.

betűs karcnál. Kiseb torzulások bizonyos szögeknél természetesen láthatóak lehetnek, de a H is és a négyzet is ugyanúgy torzul.

Nézzük, hogyan lehet a H betű megjelenését térben hátrahatolni, és azt egy négyzet alakú ablakon át szemlélni. Ehhez el kell érünk, hogy a H képpontjai különböző pályán mozogjanak és csak abban a tartományban látszódnak, amikor azok a négyzetben belül vannak. Először az elrejtési kívánt alakzatot eltoljuk felfelé  $u$  vektorral, ami legyen kisebb  $R$ -nél (8. ábra). Majd a két alakzatra különböző sugarú köröket fogunk szerkeszteni. Viszont előbb meg kell keresnünk minden egyes ponthoz azt az ívtartományt, amelyben annak képpontja az ablakon belül van.

Ezt több lépésben érjük el. A négyzet köreinek sugarai maradjanak  $R$  távolságon, a H köreinek sugarai pedig legyenek

$$R - u = r. \quad (1)$$

A korábbiakban elsajátított módszert végezzük el  $r$  sugarú körökkel a H és az ablak pontjaira. Vizsgáljuk meg, milyen típusú képeket kaphatunk egy ablak mögötti H betű esetén. Három helyzetet láthatunk:

- H teljes egészében a négyzetben van,
- H-nak már nem minden pontja van a négyzetben belül.
- H minden pontja kint van a négyzetből.

Egy adott pont képpontjait tartalmazó ívtartomány meghatározására a következő geometriai eljárást alkalmazzuk: a feljebb tett H egyik pontjára tegyünk  $u$  sugarú kört. A kör és a négyzet lapjai metszéspontjaiból szerkesszünk egyeneseket a H azon pontja felé, amely az oldalt metsző kör középpontja, majd vegyünk fel  $u$ -val koncentrikus  $r$  sugarú kört (9. ábra). Az egyenesekkel alkotott metszéspontja adja meg azt a körívet, amikor ez a pont a négyzetben belül van, tehát látható. A 9. ábrán ezt az ívtartományt a szaggatott körív adja meg, ahol H a négyzetben belül van.

Ezután a korábban ismertetett módon a H betű és az ablak pontjait összekötjük a Fényponttal. Az  $i$  ív és a Fényponttal összekötő szakasz metszéspontja adja az adott pont képpontjának helyét – adott megvilágítás esetén. Természetesen ugyanezt csináljuk meg H minden pontjára. Az eredmény egy mágikus hologram: 10.a és b ábra.

Hasonló jelenséget érhetünk el, ha az  $r$  sugarú kör mentén nem az  $i$  íven karcoljuk meg az alakzatot, hanem azon kívül. Így egy „fal” mögötti eltűnést lehet elérni.

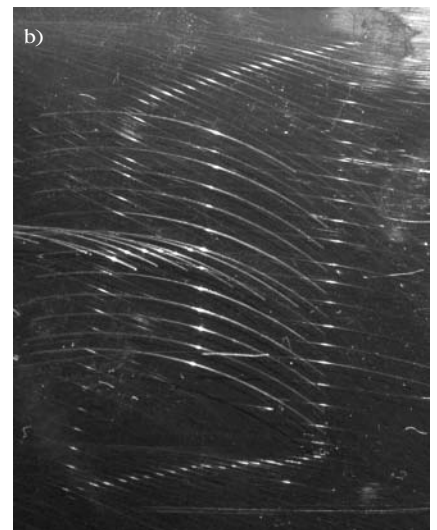
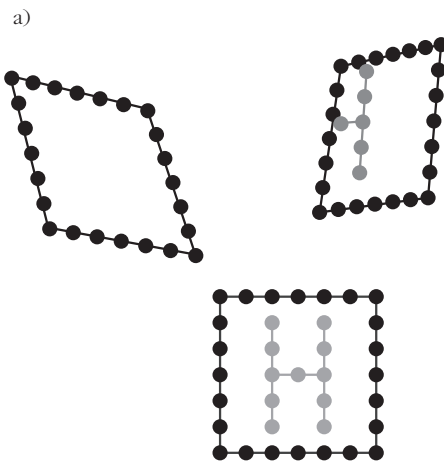
## IYPT felirat: az eredeti feladat

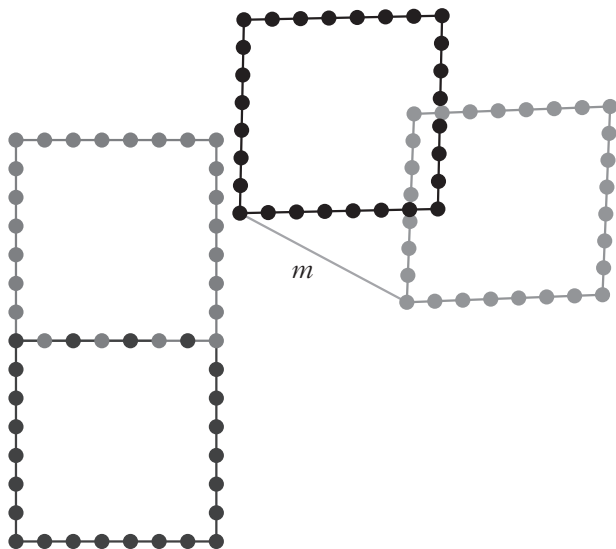
Eredetileg az IYPT versenyre (International Young Physicists Tournament: Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) kellett készítenünk egy IYPT feliratú hologramot.

Kellően látványos megoldáshoz azt találtuk ki, hogy háromdimenziós kockát csináljunk, aminek lapjaira írjuk az IYPT betűit. Az eltűnős trükkhöz hasonlóan itt is két alakzatot készítünk, viszont ezúttal két négyzetet. Az egyiket pár egységgel feltoljuk. A feltolás mértéke adja meg az alakzat  $m$  mélységét. A feltolt alakzat pontjaira annyival kisebb sugarú köröket tesszünk, amennyivel feltoljuk (11. ábra).

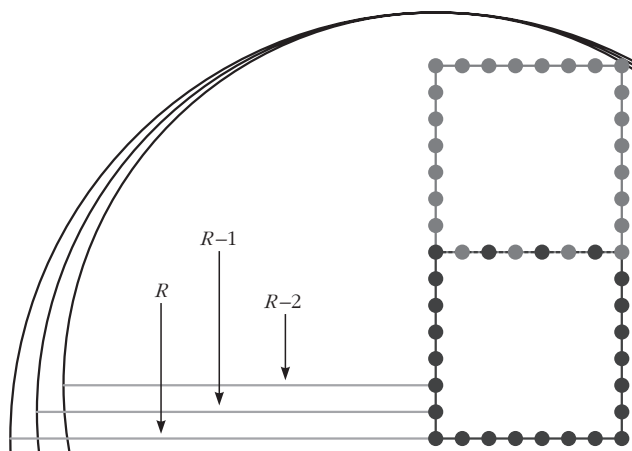
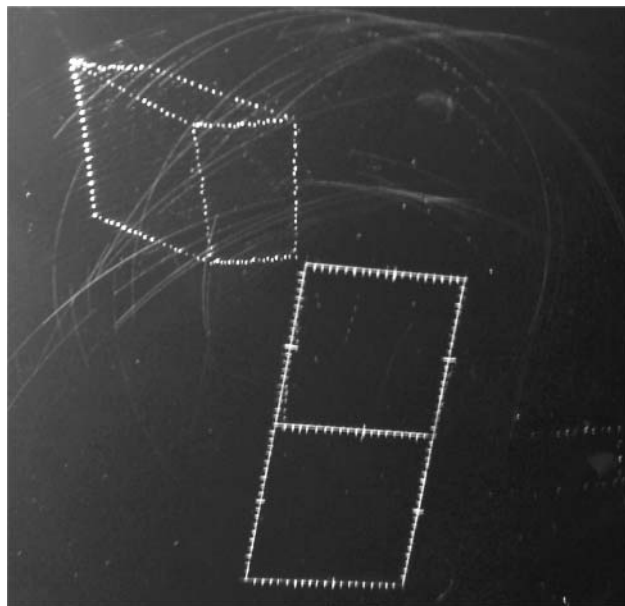
Mivel az előrébb lévő (szürke) négyzet nagyobb sugáron van, ezért a Fénypont adott nagyságú vízszintes elmozdulása esetén nagyobb ívet fut be. Ez azt a hatást kelti, mintha térben előrébb lenne, tehát ez

10. ábra. a) A trükkös H a négyzetben, azon kívül, valamint félig elbújva. b) A valódi karc.

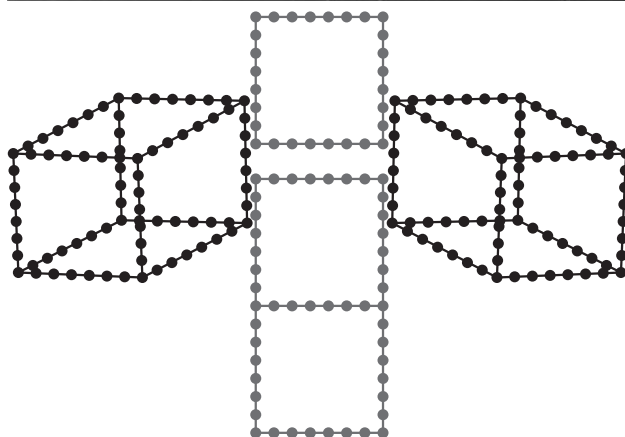




11. ábra. Kocka szerkesztése.



12. ábra. Kocka mélysége.



13. ábra. Térbeli kocka.

lesz a kocka eleje, a feltölt négyzet pedig a kocka hátsó része. A kocka mélységbeli éleit úgy szerkesztjük meg, hogy az előrébb lévő kocka egyik csúcsából

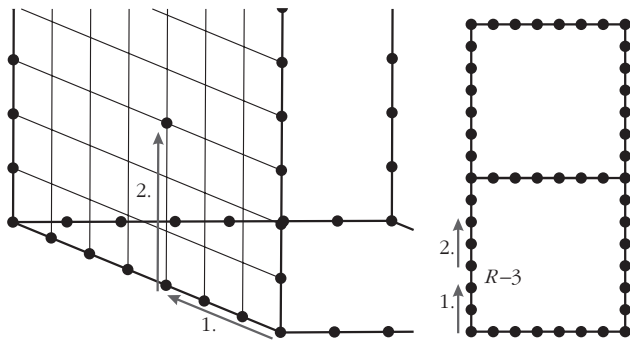
indulunk ki, ekkor egy egységet lépünk a hozzá tartozó csúcs felé és eggyel kisebb sugarú kört teszünk ehhez a ponthoz (12. ábra).

A Nap, ahogy még sohasem láttad.

Töltsd le!  
Nézzed meg!  
Mutasd meg másoknak!  
Tanítsd meg diákjaidnak!

VAN ÚJ A FÖLD FELETT

Keresd a fizikaiszemle.hu mellékletek menüpontjában!



14. ábra. Lapra írás lépéseinek meghatározása.

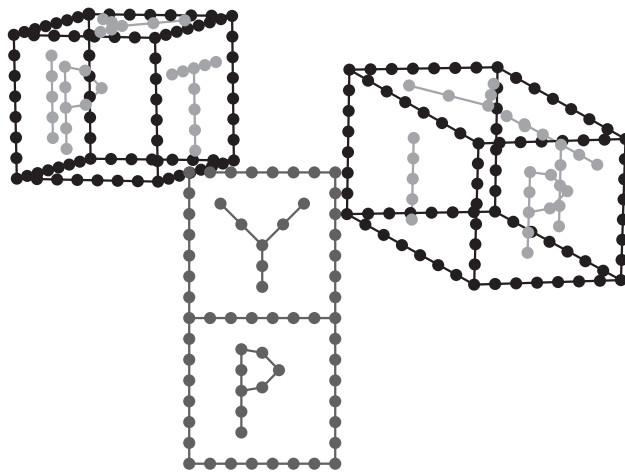
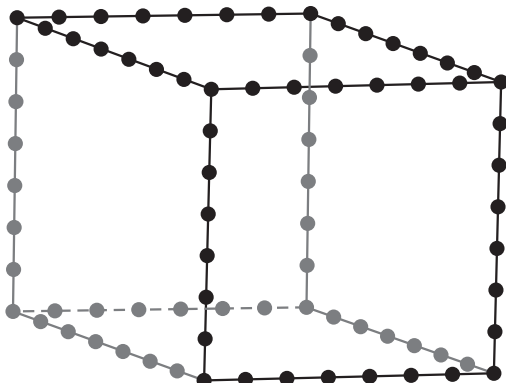
Mindezt addig csináljuk, amíg el nem érjük a hátsó négyzet csúcsát. Ha ezt az eljárást követjük mind a négy élével, az eredmény egy háromdimenziós kocka (13. ábra).

Az így létrejött kép érdekessége, hogy kétdimenziós minta alapján háromdimenziós hologramot készítettünk.

Az eredeti feladat kiírása szerint egy IYPT feliratot kellett létrehozni. Mivel a kockának négy lapját láthatjuk (egyszerre csak hármát), ezért lapjai alkalmasak a betűk elhelyezésére. Ekkor felvetődik a kérdés, hogyan lehetne írni a kocka felső és két oldalsó lapjára? Ugyanazzal az eljárással készítjük, ahogyan a különböző lapok képét. Az oldalsókra a következő módszerrel írunk: az első lépés, mint mindig, hogy az alakzatot képzeletben elhelyezzük a lapra, majd felbontjuk pontokra. Ha ez megtörtént, akkor válasszuk ki az egyik pontot: nézzük meg mélységét és magasságát! Ezután az előrébb lévő négyzet csúcsaiból indulunk ki. Hogy melyik csúcsból az attól függ, hogy melyik oldalára akarunk írni. A kiindulási csúcsból annyi egységet lépünk a hátrébb lévő csúcs felé, amekkora a mélysége annak a pontnak. Annyival lesz majd kisebb a kör sugara, amennyit lépünk (1. lépés a 14. ábrán). Ezután továbblépünk a másik csúcs irányába annyit, amekkora a kiválasztott pont magassága, viszont a sugár most marad (2. lépés a 14. ábrán).

Az első lépésben az élen lépkedtünk egyre mélyebbre és amikor megtaláltuk a kellő mélységet, feljebb tesszük a pontunkat a megfelelő magasságig. Hasonló az eljárás, amikor a felső lapra írunk: megkeressük a felülre kívánt betűnek a helyét vízszintesen és onnan

16. ábra. Kihagyható élek.



15. ábra. IYPT feliratú kocka.

kezdünk el hátrafele lépkedni a kocka mélységében. A kész IYPT kockánkat a 15. ábra mutatja.

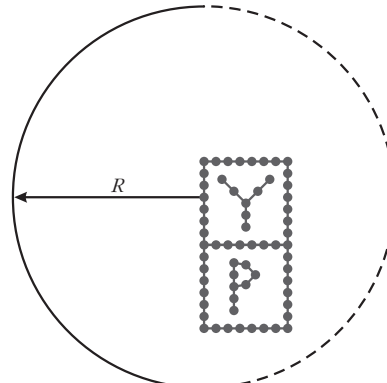
Kockánk életszerűbbnek tűnik, ha a takarásban lévő részeket kihagyjuk. Ha csak a szimpla kockát nézzük, akkor a következő a teendő: a 16. ábrán a kocka élei háromféleképpen láthatóak. A fekete élek azok, amelyek mindig látszanak. A szaggatott él semelyik szögből sem látszik. A szürkék viszont csak egy adott részen láthatók. Ha például a hátsó négyzet bal oldali élét vesszük, akkor a 17. ábra szerinti szaggatott ívvel határolt tartományban látszik az adott él.

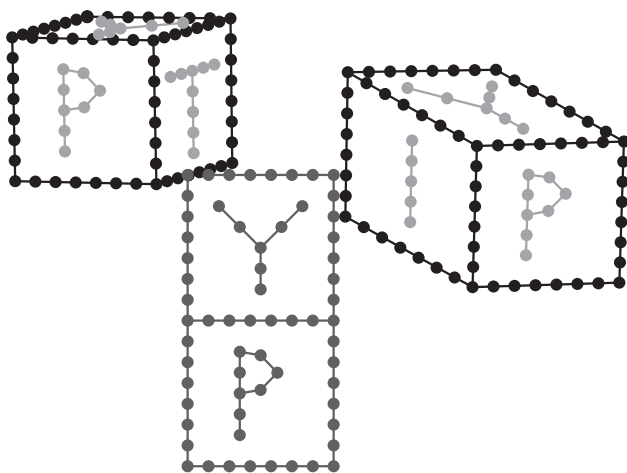
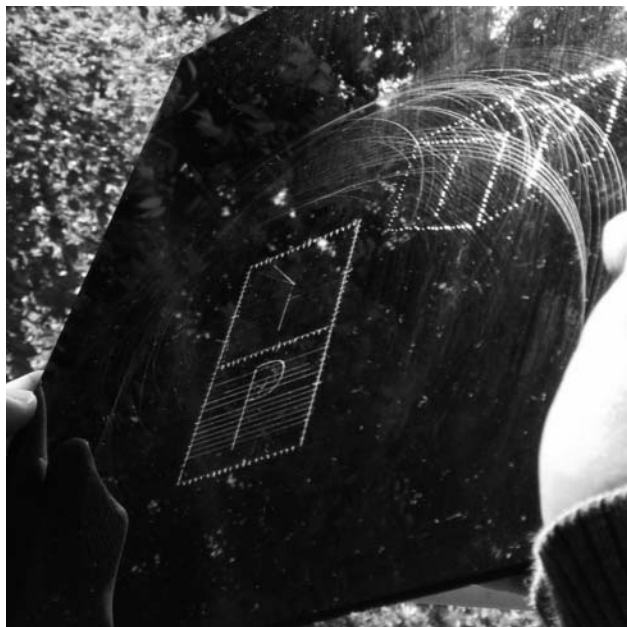
A leírt eljárással a 18. ábrán látható eredményt kaphatjuk mind a GeoGebra programban, mind a valódi karcokkal. Ahogy a képeken is látható, csak egy bizonyos tartományban mozgatjuk a kockát, mivel egy tartományon kívül már nagy a torzulás.

## Tényleg hologram a karcolt hologram?

Nem egyértelmű, hogy valóban hologramnak tekinthető-e ez a „hologram”. A kép tulajdonságai szerint annak tekinthető. Például, ha más-más szögekből nézzük a hologramot, akkor más képet látunk. Egyes pontok eltűnnek, mások előbukkannak. (Eltűnő H betű, IYPT-s kocka). További érv, hogy a karcolás valójában egy háromdimenziós virtuális tárgyról készített kétdimenziós leképezés, amiből megvilágítás-

17. ábra. Hátsó élek ívtartománya.





18. ábra. IYPT kocka a hátsó élek kihagyásával.

sal háromdimenziós kép jön létre. Ez csak annyiban különbözik a hagyományos hologramoktól, hogy azok egy valódi tárggyal készülnek. Azok is használnak egy 2D-s leképezést (interferenciamintázat a megőrkítő lemezen), hogy a 3D-s virtuális képet létrehozzák az eredeti tárggyról.

## Érdekes mellékhatás: diffrakció

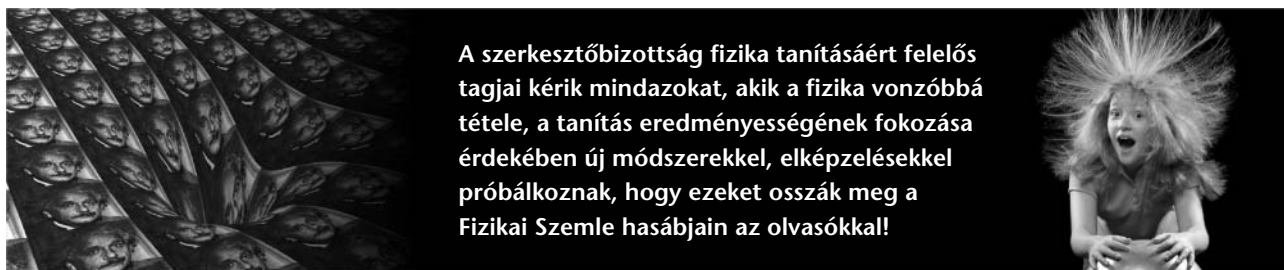
A hologramok vizsgálata közben észrevettünk egy érdekes jelenséget: néhány fénypont színes. Ehhez alaposabban megvizsgáltuk a karcok szerkezetét: mikroszkóp segítségével, illetve diffrakciós mérésekkel. A karcok szélessége változó lehet a körző nyomásának függvényében, amelyek közül több a fény hullámhossztartományába esik. Ezek különböző vastagsága miatt különböző hullámhosszúságú fények diffrakcióját okozzák, így a hologramban más-más színes fénypontok jönnek létre. Ez az érdekes jelenség további kutatási lehetőséget rejt magában az érdeklődők számára.

## Összefoglalás

A karcolt hologramokon keresztül minden középiskolás diák betekintést kaphat a hologramok fizikájába. Azonban ezen kézenfekvő érdekességen túl, izgalmas és kézzelfogható módon, szinte játszva ismerkedhetnek meg a tanulók a geometriai és a hullámoptika fontos jelenségeivel is. A modellezéshez használt GeoGebra programot szívesen alkalmazzák különböző matematikai anyagok oktatásában, ám a hologramok modellezésében is hasznos eszköznek bizonyult. Így összességében építettünk arra, hogy a diákok szívesen dolgoznak számítógéppel, de talán még szívesebben kezükbe is veszik a „fizikát”, és így jobban megérthetik azt.

## Irodalom

1. Dana Ehler: *Ein für Unterricht geeigneter, robuster Holografieaufbau*. Stiftung Jugend Forscht e.V. Berlin, 2005 <http://www.dgzfp.de/Portals/24/IZ/PDF/Jugend%20forscht/Berlin1%20050815.pdf>
2. Gábor Dénes: Holográfia, 1948–1971 (Nobel-előadás). *Fizikai Szemle* 50(2000) 181. <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0006/gdenes.html>
3. W. Beaty: *Drawing holograms by hand*. <http://amasci.com/amateur/hand1.html>
4. W. Beaty: *Are they REALLY holograms?* <http://amasci.com/amateur/holo3.html>
5. W. T. Plummer, L. R. Gardner: A mechanically generated hologram? *Applied Optics* 31 (1992) 6585–6588.
6. W. Beaty: Abrasion holograms, frequently-asked questions. <http://amasci.com/amateur/holohint.html>
7. Holography <http://en.wikipedia.org/wiki/Holography>



**A szerkesztőbizottság fizika tanításáért felelős tagjai kérik mindazokat, akik a fizika vonzóbbá tétele, a tanítás eredményességének fokozása érdekében új módszerekkel, elképzelésekkel próbálkoznak, hogy ezeket osszák meg a Fizikai Szemle hasábjain az olvasókkal!**

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: [elft@elft.hu](mailto:elft@elft.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szatmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyzámlán.

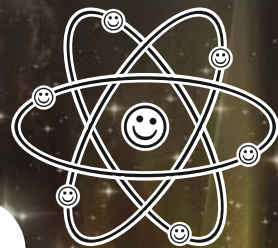
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 800.- Ft + postaköltség.

**HU ISSN 0015–3257** (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

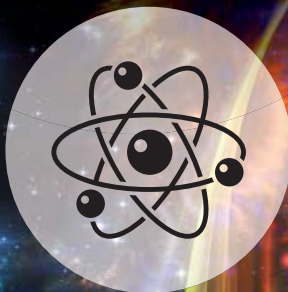
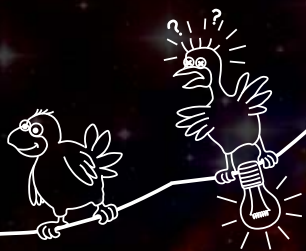




Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat szervezésében



# 2015. ÁPRILIS 18. A FIZIKA MINDENKÉÉ



2015. a Fény Nemzetközi Éve, rendezvényünk fókuszában a FÉNY áll!  
Tanároddal, barátaiddal, szüleiddelel vegyél részt az országos fizika-napon!  
Végezz kísérletet, hallgass előadást, fotózz szivárványt – szabad a fizika, hiszen nap mint nap  
használjuk ezt a tudományt! MERT A FIZIKA MINDENKÉÉ!  
Mutasd meg Nekünk, hogy mi is meg tudjunk mutatni Téged! A legkreatívabb ötleteket díjazzuk.

Információért látogass el a weboldalunkra:

[WWW.AFIZIKAMINDENKIE.KFKI.HU](http://WWW.AFIZIKAMINDENKIE.KFKI.HU)



Támogatók:



# Gyere el a múzeumba!

A kiállítás  
korhatár nélkül,  
fényképes  
igazolvánnyal  
ingyenesen  
látogatható.

Nyitva tartás:  
hétfő-péntek: 8.00-15.00  
szombat: 9.00-13.00  
vasárnap: ZÁRVA

Érdeklődni lehet: 75/50-74-32

[www.atomeromu.hu](http://www.atomeromu.hu)

[www.facebook.com/paksiatomeromu](https://www.facebook.com/paksiatomeromu)



Atomenergetikai Múzeum



paksi  
atomerőmű

