

zát adta közre. Ugyanebben az évben *Rados Ignác* is lefordította az *Appendixet*, ami az Eötvös Loránd kezdeményezésére megindított *Mathematikai és Fizikai Lapokban*, a *Fizikai Szemle* elődjében jelent meg.

A német matematikus, Paul Stäckel 1897-ben is elkezdett foglalkozni a Bolyai–Gauss-levelezés feldolgozásával, amelynek eredményeként 1899-re realizálódott Szily korábbi óhaja: megjelent német és magyar előszóval, két különböző kiadásban a Bolyai Farkas – Gauss levelezés (a művet Schmidt Ferenc és Paul Stäckel együtt állította össze és látta el jegyzetekkel, az egyik kiadás Lipcsében jelent meg, a másik az Akadémia gondozásában, Budapesten). Ezek a művek a Bolyai Farkas-kutatás kiemelkedő darabjai.

Szily Kálmán továbbra is támogatta a két Bolyaira vonatkozó kutatásokat, s segített abban, hogy 1897-ben meginduljon az Akadémia költségén Bolyai Farkas *Tentamenjének* és Bolyai János *Appendixének* díszkiadása. A két művet az Akadémia három kötetben jelentette meg, *König Gyula*, Réthy Mór és *Tötösy Béla* szöveggondozó munkájának köszönhetően. A zárókötet 1904-ben került ki a sajtó alól.

Szily akadémiai főtítkárként segített abban is, hogy a *Mathematikai és Természettudományi Értesítőben* napvilágot lásson magyar fordításban Paul Stäckel *A képzetes számok elmélete Bolyai János hátrahagyott*

*irataiban* című dolgozata (1899), valamint *A nem euklidikus geometria története Bolyai János hátrahagyott irataiban* című publikációja (1900).

Bolyai János születésének 100. évfordulójára (1902) több megemlékezést is szerveztek, az egyik legkiemelkedőbb a kolozsvári volt, amelyre csak 1903. január 15-én kerülhetett sor, s amelyről emlékkötet is megjelent. Önálló közleményként is megjelent Eötvös Loránd, a Magyar Tudományos Akadémiát a kolozsvári ünnepségen képviselő tudós emlékbeszéde. Természetesen Marosvásárhelyen is rendeztek emlékünnepséget.

Szily Eötvös Loránddal, az Akadémia elnökével közösen jelentette be 1903-ban az akadémiai Bolyai-díj megalapítását, mégpedig a kolozsvári Bolyai-centenárium ünnepségen. A díjat első alkalommal 1905-ben adták át, az első kitüntetett *H. Poincaré* lett. Szily a későbbi években már nem főtítkárként, hanem az Akadémia főkönyvtárosaként működött, továbbra is folytatott tudománytörténeti kutatásokat, a Bolyai-témában pedig 1914-ben jelentette meg *Bolyai Farkas törekvései az erdészi pályára* című dolgozatát.

Ezek voltak tehát id. Szily Kálmán műgyetemi fizikaprofesszor, majd akadémiai főtítkár legfontosabb természettudomány-történeti kutatásai, nem szólván a természettudományi szaknyelv múltjára vonatkozó vizsgálatairól.

## A KOCHLEOID VONALZÓ

Laczik Bálint

BME Gyártástudomány és -technológia Tanszék

Lakos Péter

Gravitás 2000 Kft.

A kör négyzögesítése az eleve kilátástalan törekvés szinonimája. Kissé tárgyyszerűbben: a klasszikus körzős-vonalzós (euklideszi) szerkesztésekkel nem állítható elő olyan négyzet, amelynek területe, avagy kerülete egy adott kör területével (kerületével) egyezik.

Tehát egy tetszőleges körívvel egyező hosszúságú egyenes szakasz sem szerkeszthető.

Az elvi korlátokba ütköző, többé-kevés közismert szerkesztési feladatok nagyrészt az antik görög geometriából származnak. A szögharmadolás, kockakettőzés stb. feladatok azonban valamilyen különleges geometriai eszköz segítségével megoldhatók.

A magyar matematikai irodalom gyöngyszeme, *Szőkefalvi Nagy Gyula A geometriai szerkesztések elmélete* című kötete (Akadémiai Kiadó, Bp., 1968) nagyszerű bevezetést ad e tárgykörbe.

Az euklideszi eszközökkel *nem* szerkeszthetőség szabatos bizonyításai mellett különösen érdekesek a feladatok megoldását más úton biztosító, különleges vonalzók és csuklós mechanizmusok.

A matematikátörténet méltatlanul feledett tudósa, *Sipos Pál* (1759–1816) kochleoid vonalzója<sup>1</sup> a körív

„kiegyenesítésének” (rektifikálásának) igen ötletes eszköze.

Sipos Pál életútját és munkásságát az [1–4] források részletesen ismertetik. A kochleoid görbe rövid leírása az [5], a jelen cikkhez kapcsolódó, működő Maple worksheet a [6] Internet-oldalon található.

A  $k$  paraméterű kochleoidot<sup>2</sup> azon  $k = AP_0$  hosszúságú körívek  $P_0, \dots, P_p, \dots, P_m, \dots$  végpontjai alkotják, amelyek közös kezdőpontja  $A$ , és az  $A$  pontbeli közös érintőjük az  $A$  és  $P_0$  pontokra fektetett egyenes (*1. ábra*).

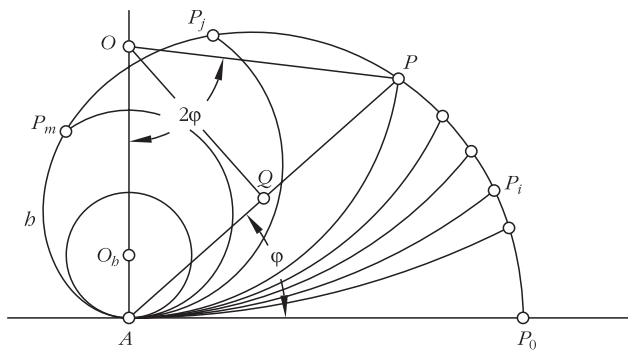
Az  $AP$  ív középpontja  $O$ , sugara  $OA = OP = R$ . Jelölje  $\varphi$  az  $A$  csúcshoz, a  $P$  és  $P_0$  pontokon átmenő szárakkal definiált szöget. Az  $AP$  húr hossza a húr  $Q$  felezőpontjával szerkesztett  $AQO$  és  $QPO$  (az  $OQ$  egyenesre tükrözsimmetrikus) derékszögű háromszögek alapján  $AP = 2R \sin \varphi$ . (Az  $O$  csúcspontú, az  $A$  és  $Q$  pontokon átmenő szárakkal definiált szög – a megfelelő szög-szárak merőlegessége okán – nyilvánvalóan  $\varphi$ .)

Az  $AP$  ív hossza  $2R\varphi = k$ , azaz

$$R = \frac{k}{2\varphi},$$

<sup>1</sup> A különleges vonalzót a szakirodalom izométerként is említi.

<sup>2</sup> A görbe neve a latin cochlea = éticsiga, illetve csigaház kifejezésből származik [7].



1. ábra. A kochleoid görbe sajátosságai.

tehát az  $AP$  húr hossza

$$AP = k \frac{\sin \varphi}{\varphi}.$$

Az  $R \rightarrow \infty$  ív határalakzata a  $k$  hosszúságú  $AP_0$  szakasz, a  $P \rightarrow A$  határalakzat az

$$R = \frac{k}{2\pi}$$

sugarú (az 1. ábrán  $b$ -val jelölt,  $O_b$  középpontú) kör.

Az  $O$  középpontú  $AB$  körív hosszával megegyező  $AT$  szakasz szerkesztése a 2. ábra szerint történik.

1. A kochleoid  $\varphi = 0$  paraméterű  $AS$  polársugarát érintőként a rektifikálandó  $AB$  körív  $A$  kezdőpontjához illesztjük.

2. Megszerkesztjük az  $AB$  hűrt. A húr a kochleoidot a  $P$  pontban metszi. (A kochleoid  $P$  ponthoz tartozó polárszöge  $\varphi$ .)

3. A  $P$  pontot összekötjük a kochleoid  $S$  kezdő pontjával.

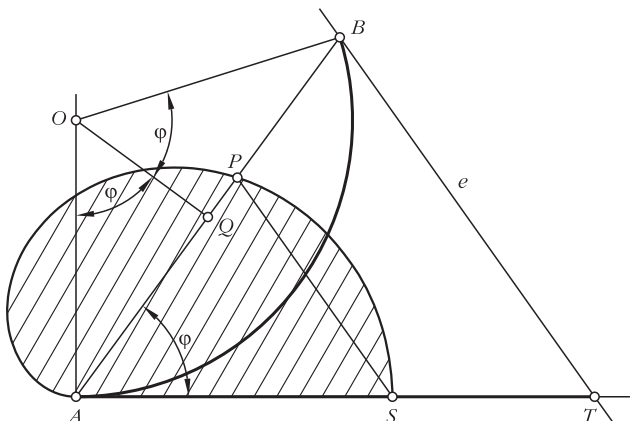
4. A körív  $B$  pontján át megszerkesztjük a  $PS$  szakasszal párhuzamos  $e$  egyenest, amely az  $A$  és  $S$  pontokon átmenő egyenest a  $T$  pontban metszi.

Az  $AT$  távolság éppen az  $AB$  körív keresett hosszával egyezik meg.

A szerkesztés helyessége könnyen igazolható.

Az  $AB$  körív  $O$  középpontjából az  $AB$  húrra állított merőleges a hűrt a  $Q$  pontban metszi. Az  $OQ$  szakasz az  $AB$  ív középponti szögét felezi. Az  $AB$  ív középponti szöge  $2\varphi$ , hiszen a kör  $OA$  sugara merőleges az  $AT$  egyenesre, az  $AB$  húr pedig  $OQ$ -ra.

2. ábra. Körív rektifikálása adott kochleoid segítségével.



Az  $AQ = QB$  fél húr hossz az  $AQO$  (avagy a tükörszimmetrikus  $QBO$ ) derékszögű háromszögekből  $AQ = QB = R \sin \varphi$ , a teljes húr hossz tehát  $AB = 2R \sin \varphi$ .

A kochleoid  $AP$  sugara

$$AP = k \frac{\sin \varphi}{\varphi}.$$

Az  $A$  csúcspontú,  $AP$ , illetve  $AT$  szárakkal adódó  $\varphi$  szöget a párhuzamos  $AS$  és  $BT$  szakaszokkal metszve az

$$\frac{AT}{AS} = \frac{AB}{AP}$$

arány adódik, tehát

$$AT = AS \frac{AB}{AP}.$$

Figyelembe véve, hogy  $AS = k$ ,  $AT = 2R\varphi$  éppen az  $R$  sugarú,  $2\varphi$  középponti szögű körív elvileg pontos hossza.

Sipos Pál a kochleoiddal végezhető szerkesztést is tárgyaló dolgozatát 1795-ben a Berlieni Tudományos Akadémia aranyéremmel díjazta. Sipos 1796-ban a Bécsben megjelenő *Magyar Hirmondó*-ban közreadott hirdetéssel matematikai instrumentuma megvásárlására előfizetőket próbált gyűjteni. A kochleoid vonalzó (az egykorú szöveg szerint) „...egyforma magassággal fognak készíttetni rézből, és mindegyik külön-külön kapszulában leszen; a nyomtatásban kiadandó magyarázat vagy utasítás is mindegyik mellé lesz adva német nyelven. Egy darabnak a hozzá tartozó készüllettel együtt az ára tétetett 4 forint 30 krajtzárra.”

Sajnos – megannyi kutatás ellenére – sem sikerült kideríteni, egyáltalán készültek-e vonalzó?

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gyártástudomány és -technológia Tanszékén elkészítettük a kochleoid vonalzó néhány mintapéldányát.

A kézi szerkesztési pontosság ( $\sim 0,03$  mm) biztosításához a kochleoidpontok alkalmas száma szükséges. A görbe

$$\rho = \frac{k \sin \varphi}{\varphi} \quad (1)$$

polár egyenletéből képzett

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \rho = k \left( \frac{\cos \varphi}{\varphi} - \frac{\sin \varphi}{\varphi^2} \right) \quad (2)$$

deriválttal a görbe ívhossza a  $0 \leq \varphi \leq \pi$  tartományban.

$$L = \int_0^\pi \sqrt{\rho^2 + \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \rho \right)^2} d\varphi. \quad (3)$$

A  $k = AS = 140$  mm értéket felvéve, a (3) ívhossz  $L = 316,9842432$  mm,  $n = 10\,000$  görbepontra a szomszédos pontok közötti

$$\Delta = \frac{L}{n} \cong 0,032 \text{ mm}$$

állandó ívtávolság adódik.

Az egyenletes távolságokban felvett görbepontok koordinátáit a  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  szögparamétereknél határoztuk meg, ahol a  $\delta_i$  értékek ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) az

$$i\Delta = \int_0^{\delta_i} \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{\partial}{\partial\varphi} \rho\right)^2} d\varphi. \quad (4)$$

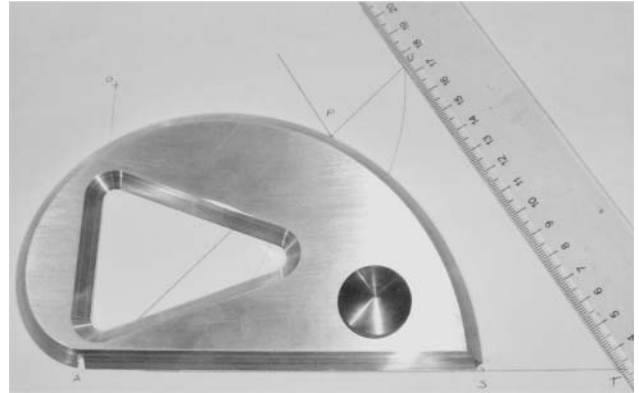
alakú egyenletek numerikus megoldásai. A pontok Descartes-koordinátái:

$$x_i = k \frac{\sin\delta_i}{\delta_i} \cos\delta_i, \quad (5)$$

$$y_i = k \frac{\sin\delta_i}{\delta_i} \sin\delta_i.$$

A kochleoid görbe 10 000 pontjának koordinátáit a Maple 12 szimbolikus matematikai rendszerrel számítottuk, majd az alakzat pontláncát DXF formátumban állítottuk elő. A megmunkálás CNC-programját a Mastercam X2-es CAM-rendszer segítségével készítettük el (3. ábra).

Aligha remélhetjük, hogy a geometria oktatásához nélkülözhetetlen lesz e kedves kis eszköz. Úgy érezzük azonban, hogy elkészítésével és elméleti háttérének közreadásával múltunk egy méltatlanul feledett tudós nagysága előtt tiszteleghetünk.



3. ábra. Az elkészült kochleoid vonalzó.

## Irodalom

1. Woyciechowsky-Jelitai József: Sipos Pál élete és matematikai munkássága. *Közlemények a Debreceni Tud. Egyetem Matematikai Szemináriumából VI* (szerk. Dávid Lajos) (1932) 11.
2. Jelítai József: Sipos Pál kézírata és a kochleoid. *Matematikai és Fizikai Lapok 41* (1934) 45–54.
3. Makkai Ernő: *Sipos Pál*. [http://mek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Makkai\\_Mat\\_Sipos.pdf](http://mek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Makkai_Mat_Sipos.pdf)
4. Weszely Tibor: A magyar matematika első aranyérmese, Sipos Pál (1759–1816), *Természet Világa 129* (1998) III. különszám, 11–15.
5. <http://mathworld.wolfram.com/Cochleoid.html>
6. <http://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=6706>
7. Finály H.: *A latin nyelv szótára*. Franklin Társulat, Budapest, 1884.

# AZ ORVOSI FIZIKA KIALAKULÁSA BUDAPESTEN

Fonyó Attila  
SOTE Élettani Intézet

Az MTA mai centenáriumi megemlékezésén voltaképpen csak kevés jogcímem van a megszólalásra. Ezek közül az *első*, hogy amikor az Orvosi Fizikai Intézet létesült – még orvostanhallgató koromban az Élettani Intézet tagjaként – ott voltam az Esterházy utca, a mai Puskin utca 9-ben, és szomszédként szemlélője a kezdeteknek. Ilyenek ma már nagyon kevesen vagyunk. A *másik*, hogy évtizedekkel később, amikor 1981-ben már az Élettani Intézet igazgatójaként visszatértem a Puskin utcai épületbe, nemcsak fizikai közelségbe kerültünk egymással *Tarján* professzorral. Engem, mint „fiatal” tanszékvezetőt – 54 évesen – nem nyomasztott többé a köztünk lévő, tizenöt évnyi korkülönbség – akkor mertem először visszategezni –, gyakori látogatója lettem a tőlem mindössze egyetlen emeletnyi távolságban lévő, 1982-től már nyugalomba vonult Professzornak. Élete végéig gyakran, olykor még az épületen kívül is találkoztunk, és ő ilyenkor sok mindent elmondott a múltrol, amiről hihetetlenül sokat tudott. Még egy összekötő kapocs fedez-

hető fel közöttünk: ő 1959–63 között, magam pedig 1985–91 között voltam a többször nevet változtatott Egyetem Orvostudományi Karának dékánja, így ebben a tárgykörben is volt mit megbeszélünk.

A következő percekben arról beszélek, hogy *milyen körülmények között létesült 1947–48-ban az Orvosi Fizikai Intézet* és hogyan kapcsolódott létesítése az Orvosi Vegytani Intézetéhez.

1945-ben megjósolható változások kezdődtek a magyar felsőoktatásban. Az orvosi felsőoktatást illetően két nevet kell említenem, *Szent-Györgyi Albert*-t, akinek nevét mindenki ismeri, és *Ernst Jenő*-t, akinek neve Pécsen kívül kezd feledésbe merülni. Mindketten – különböző módokon – induktív szerepet játszottak a budapesti Orvosi Fizikai Intézet megalapításában.

Szent-Györgyi szegedi professzorként az ostromot illegálisan Budapesten vészelte át. Szakmai múltja, Nobel-díja és közéleti szereplése alapján mindenki természetesnek tartotta, hogy Budapesten a Pázmány Péter Tudományegyetem Orvostudományi Karán ő lett a Biokémiai Intézet igazgatója – ezzel a meglévő intézet újjáélesztője – és a főbb változások *spiritus*

Megemlékezés a Magyar Tudományos Akadémián, Tarján Imre professzor centenáriumán, 2012. május 10-én.