

## Előzmények

Első képeink egyikén *Max Planck*ot látjuk szívbeli jóbarátjával és örökös kamarazene-partnerével, *Albert Einstein*nel (1. ábra). Ők történetünk korai évtizedeiben a fizikus közösség élő lelkiismeretének szerepét játszották: mindig jeleztek, valahányszor a formalizmus szépsége messzire ragadta a kvantumelmélet művelőit. Jelzéseik nem mindig voltak közvetlenül igazak, de mindig jó irányba terelték a fogékony kutatók gondolkodását.

Planckról általában ilyen időskori, megállapodott úriembert mutató képeket szokás közölni. 1901-ben azonban, negyvenhárom évesen, amikor nagy felfedezését közölte, még inkább sportrepülőnek látszott, aki kis kétfedelű gépén a rejtélyes kísérleti eredmények hegycsúcsai fölött átsuhanva, elsőként pillantotta meg a kvantumfizika termékeny síkságát (2. ábra). Sokan követték: a fizika benépesítette és belakta a kvantumjelenségek országát.

A kezdetektől fogva felmerült azonban az igény, hogy ne feledjük, honnan jöttünk: tegyük járhatóvá az utat visszafelé, a kvantumfizikából a klasszikus fizikába. Először úgy látszott, hogy a feladat nem túl ne-

héz. Amikor *de Broglie* és *Schrödinger* felderítette a kvantálás mögött rejlő hullámmozgás természetét, kézenfekvő volt, hogy a klasszikusságot a rövid hullámok határesetében fedezzék fel. Ezt először *Niels Bohr* fogalmazta meg úgy, hogy a nagy kvantumszámok határesetére felel meg a klasszikus fizikába való átmenetnek; ezt nevezte ő „a korrespondencia elvének”. Hasonló volt a tartalma annak a matematikailag részletesen kidolgozott sémának, amelyben *Wentzel*, *Kramers* és *Brillouin* (WKB) vezette le a rövid hullámok határesetének matematikáját. Akárhogy is nézzük, annyi tényleg igaz, hogy rövid hullámokból szuperpozícióval összerakhatunk olyan hullámcsomagokat, amelyek a klasszikus mechanika törvényei szerint mozognak.

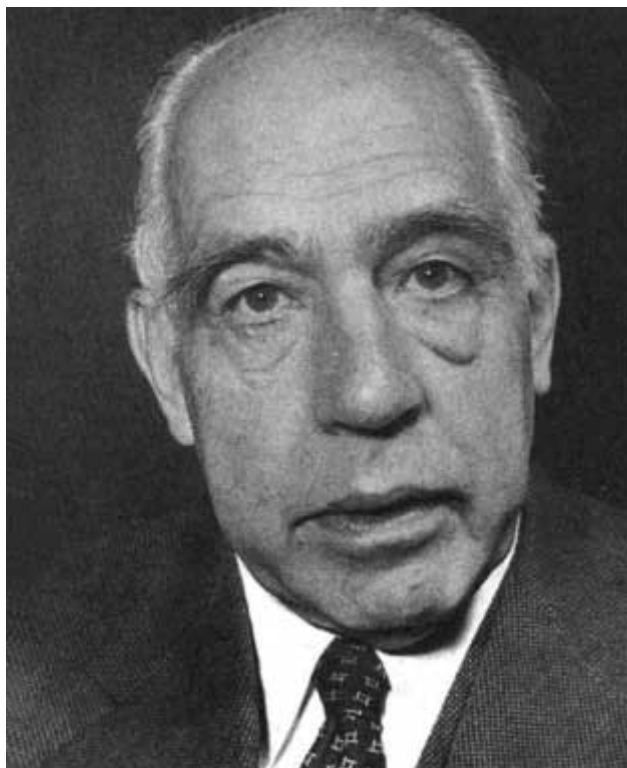
Ez azonban nem old meg semmit: a hullámcsomagban ott van a hullám, amely résekkel vagy nyalábostókkal szétválasztva, majd újra egyesítve interferenciára képes. Addig pedig ez bizony valódi kvantummechanika, hiszen klasszikus mechanikában a mozgó testek nem mennek kétfelé, és nem interferálnak! Azóta számos rendszert ismertünk meg, a félvezető nanostruktúrákban mozgó elektronoktól az atom- és molekula-interferométerekig, amelyekben a folyama-

1. ábra. Planck és Einstein egy fogadáson



2. ábra. Planck 1901-ben





3. ábra. Niels Bohr



4. ábra. John Bell

tok a rövid hullámok határesetében játszódnak le, de a kvantummechanikai interferencia zavartalanul működik. Ezért aztán ezt a határesetet mostanában már csak „félklasszikusnak” nevezik.

A legjobbak számára hamar világossá válhatott, hogy a klasszikusság magyarázata a kvantummechanika oldaláról nézve valójában rettentően nehéz kérdés, amely legalább két problémakört foglal magába: a koherencia elvesztését, és a mérésben megnyilvánuló véletlenszerűség eredetét. Különösen az utóbbi gonosz, mert ellentmondani látszik a Schrödinger-egyenlet linearitásának. Bohr volt az, akiben mindez vészjelzésként fogalmazódott meg: ha a fizikusok ennek a kibogozásába ölik idejüket-energiájukat, akkor számtalan fontos és megoldható feladat halaszódik a beláthatatlan jövőre.

A bohri tanács ez lehetett volna: Tartsátok magatokat távol a kvantum–klasszikus határ bonyodalmaiktól, érezzétek jól magatokat a kvantumozó birodalomban, használjátok bizalommal a valószínűségek kiszámítására szolgáló Born-szabályt, és magyarázatok meg minél többet a világból!

Hallatlanul bölcs tanács, és sikeres is: a hagyományosan kvantumozó tárgyaknak számító atomok és molekulák fizikája mellett megszületett és kivirágzott a kristályos szilárd testek, atommagok, stabil és pillanatnyi életű elemi részek sokaságának kvantumelmélete, amely a lineáris Schrödinger-egyenlet és a kvadratus Born-szabály határolta játéktéren belül tetszőlegesen éles és színekben gazdag képet rajzolt a környező világról. Ezért igazán szerény árat jelentett az, hogy évtizedeken át rossz modornak számított a kvantum–klasszikus átmenet bonyodalmaiktól firtatni.

Sajnos Bohr (3. ábra) zseniális tanácsait egy erősen tekintélytiszteelő tradícióban gyökerező szavakba öntötte:

- A klasszikus és kvantumozó világ egymás mellett létezik; különböznek egymástól, a kvantumvilágban van szuperpozíció, a klasszikusban nincs.
- A két világ csak a mérés folyamatában érintkezik egymással; ilyenkor véletlen választás történik, a Born-szabály megszabta valószínűségek alapján.
- Mi csak a világ klasszikus felét láthatjuk, a kvantumozó világ csak árnyék.

Ez a keményen koppanó parancssorozat a „koppenhágai interpretáció” néven vonult be a fizika történetébe. Akik a fő csapáson dolgoztak, azok számára mindez csak afféle vitrinbe való dokumentum szerepét játszotta. Akiket azonban makacsul a kvantumklasszikus határvidék nehezen járható, de mégis varázslatos hegyei érdekeltek, azok számára a frusztráció forrásává vált. Ezt fejezte ki az elterjedt – Feynmannak tulajdonított, valójában ismeretlen eredetű – aranyköpés, amely szerint a koppenhágai interpretáció tartalma röviden: „Shut up and calculate!” – Magyarul: Befogod a szád és számolsz!

A lelki áttörést a hatvanas évek végétől John Stuart Bell hozta meg (4. ábra), aki – miután huszoneves korában megalkotta főművét, a híres Bell-egyenlőtlenségeket – óriási lendülettel kezdte támadni és gúnyolni a koppenhágai szellemű kvantummechanika világát. Tőle származik a hírhedten sértő hangulatú betűszó: a kvantummechanika »FAPP« (For All Practical Purposes, azaz minden gyakorlati célra) kiválóan működik, miközben az értelme homályban marad.

Az alábbiakban röviden áttekintjük a huszadik század utolsó harmadában megszületett elméleti irányzatokat, amelyek célja a rejtélyes kvantum–klasszikus határvidék felderítése. A kutatások tartalmilag és technikailag is világosan két részre oszthatók: a koherencia elvesztését – a dekoherenciát – lényegében a lineáris Schrödinger-egyenlet érvényességi körén belül sikerült megérteni. Ha azonban a mérésben megnyilvánuló véletlen választást és a hullámfüggvény ezzel járó, híres „kollapszusát” valóságos fizikai folyamatként szeretnénk magyarázni, ahhoz óvatosan ki kell lépni a Schrödinger-egyenlet világából.

## Környezet okozta dekoherencia

Hogy a makrovilágban látott testek miért nem képesek koherens hullámmozgásra, azt először *Heinz-Dieter Zeh* értette meg és írta le 1970-es dolgozatában. Zeh még egy különleges életrevalósági teszten is átment: egy konferencián több órás diszkusszióban meggyőzte *Wigner Jenőt* elképzelése alapvető helyességéről. Ez sokat lendített azon, hogy a dekoherencia elméletéből a kvantumelmélet tiszteletreméltó fejezete fejlődhessen ki.

Az alapgondolat nagyon egyszerű. Induljunk ki egy anyaghullámból, amelynek amplitúdója két részhullám amplitúdóinak szuperpozíciója (egyszerűség kedvéért egyetlen  $x$  változó függvényében):

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1(x) + u_2(x)). \quad (1)$$

A hullám intenzitását úgy kapjuk meg, hogy ezt az összeget (abszolút értékben) négyzetre emeljük. Az interferenciát a négyzetre emeléskor fellépő vegyes szorzatok összege:  $u_1^*(x)u_2(x) + u_2^*(x)u_1(x)$  hordozza (a csillag komplex konjugálást jelent).

Ha ez az anyaghullám kölcsönhatásba lép a környezettel, amelynek koordinátáit tömören a  $q$  betűvel jelöljük, az összefonódott hullámfüggvényt közelítőleg így írhatjuk:

$$\Psi(x, q) = \frac{1}{\sqrt{2}}[u_1(x)\chi_1(q) + u_2(x)\chi_2(q)] \quad (2)$$

annak megfelelően, hogy a különböző  $u_1$  és  $u_2$  rész-hullámok a kölcsönhatás által különböző  $\chi_1(q)$ , illetve  $\chi_2(q)$  állapotok felé terelik a környezetet.

Az intenzitást most is négyzetre emeléssel kapjuk meg, de az interferenciát változatlanul csak az anyaghullámon szeretnénk megfigyelni. Ezért a környezet koordinátáira ki kell integrálni. Az interferenciát kifejező vegyes szorzatok emiatt – egységnyi nagyságú fázisszorozóktól eltekintve – megszorozódnak ezzel az integrállal:

$$v = \left| \int \chi_1^*(q)\chi_2(q) dq \right| = |\langle \chi_1 | \chi_2 \rangle|. \quad (3)$$

Ha  $\chi_1(q)$  és  $\chi_2(q)$  nagyon eltér egymástól (a Hilbert-ter nyelvéen szólva: közel ortogonálissá válik), akkor a fenti integrál (skalárszorzat) sokkal kisebb egynél, emiatt lecsökken az interferenciajel amplitúdója, az interferencia láthatósága (angolul „visibility” – ennek rövidítése a  $V$  betű). Ez a mechanizmusa a koherencia elvesztésének, a környezeti eredetű dekoherenciának.

Makroszkopikusan különböző állapotok – például egy macska élő és halott állapota – szuperpozícióit mérhetetlenül gyorsan dekoherálja a makroszkopikus testekkel számtalan helyen érintkező környezet. Atomok, kis molekulák, fotonok sokáig őrizhetik koherenciájukat. A kettő között található a jól felszerelt laboratóriumokban létrehozott *mezozkopikus* rendszerek – ionsapdák, atomcsapdák, mikrométerek, szupravezető Josephson-áramkörök, félvezető nanoszerkezetek – rohamosan bővülő világa, amelyek koherenciája jó esetben egy rövid mérésorozat elvégzéséig tartható fenn. Az ilyen rendszerekben megfigyelhető *gyenge dekoherencia* elmélete jól kidolgozott apparátussá fejlődött, amely alkalmas konkrét környezeti hatások kvantitatív vizsgálatára. Az elmélet fő eszközei a sűrűségmátrix időbeli változását leíró „kvantummos master-egyenletek”, amelyeket olyan gyakorlati területeken is rutinszerűen alkalmaznak, mint a kvantumoptika vagy a mágneses magrezonancia (valójában az egész módszer ez utóbbi területen indult először fejlődésnek).

Hogy a környezeti dekoherencia elmélete a klasszikus–kvantum határ *egész* jelenségkörét leírhatja, ezt az álmod a dekoherencia-elmélet másik híressé vált kutatója, *Wojciech Zurek* csepegtette a fizikusok tudatába 1981 óta írott cikkei sorozatával. Fogalmak egész sorát – mutató-állapotok, jósolhatósági szita, kvantum-darwinizmus stb. – vezette be annak szemléltetésére, hogy részrendszer és környezet bonyolult dinamikájában létrejöhet a klasszikusan stabil állapotok látszólag véletlenszerű kiválasztódása. Az elméletnek ezt az ágát minden intellektuális szépsége mellett is sokan hiányosnak érzik, és nem tekintik a feltett kérdésekre adott meggyőző válasznak.

## Kollapszus és vidéke

Mikroszkopikus és makroszkopikus között nincs világos, értelemszerű határ, ezért természetes dolog lenne olyan dinamikai törvényt keresni, amelynek kétféle határesetét jelentenék a Schrödinger-egyenlet és a Newton-törvények. Az előző pont végén tárgyalt elképzeléseket az a némiképpen fundamentalista hit hajtja, hogy ez az áthidaló törvényszerűség maga a lineáris Schrödinger-egyenlet. Ennek azonban ellene szólni látszik, hogy véletlenszerűséget általában nemlineáris jelenségek szoktak létrehozni, aminek az adott konkrét esetben eléggé ékesszóló alátámasztását adja a valószínűségeket megadó Born-szabály kvadratikussága is. Ezért a kezdetektől fogva kézenfekvő törekvés volt, hogy próbáljunk meg óvatosan –

a kvantumelmélet nagyszerű eredményeit el nem rontva – túllépni a törvényté vált kereteken. Azt a törvényt hosszú időre *Dirac* híres kvantummechanika könyve véste kő táblába; amiről ezután lesz szó, az „nem-Dirac” kvantummechanika.

### „Bohm-mechanika”

A Schrödinger–Dirac kvantummechanika nagyszerű szorításából való kimenekülés legrégebbi stratégiája a kvantumozás hullámtermészetét elsőnek felismerő Louis de Broglie-től származik, de részletes kidolgozásában néhány évtizeddel később *David Bohm* játszott döntő szerepet, ezért többnyire „Bohm-mechanika” néven emlegetik. Ebben a képben pontszerű részecskék mozognak egy nemlokális „vezérhullám” vagy „kvantumpotenciál” hatása alatt, szigorú determinizmusban. A véletlenszerűséget a részecskék kaotikus mozgása tartja fenn (ezt Bohm idejében még nem láthatták ilyen világosan, de ma már nyilvánvaló, hogy enélkül a dolog nem működne); a valószínűségek kialakításában a részecskék kezdeti valószínűségeloszlásának van lényeges szerepe. Részecskék és vezérhullám csatolt dinamikája, némiképpen konspirációszerűen, a mérési eredményeknek éppen a szokásos kvantummechanikával megegyező statisztikáját alakítja ki.

A Bohm-mechanikát a kutatók kicsiny, de lelkes csapata műveli a világban, tárgyatva a kereteket a kvantumtérelmélet felé; a fizikusok többsége nem hiszi, hogy ez az irányzat lényegesen hozzásegítene a fizika megértéséhez.

### Spontán kollapszus

A hagyományosnak mondható kvantummechanika egyik irritáló – bár nehezen cáfolható – tulajdonsága a mérési folyamat megkülönböztetett szerepe, amit John Bell is szenvedélyesen ostorozott: miért éppen a részecskedetektorok kattanásihoz kapcsolódik a lineáris Schrödinger-dinamikával zavartalanul kifejlődő szuperpozíciók időnkénti összeomlása – kollapszus – a szuperpozíció egy véletlenül kiválasztott tagjára, és miért éppen arra, amit a megfelelő detektor jelez? Nehezen elfogadható, szubjektív és antropomorf az a többször kimondott elképzelés, hogy mérési eredmények *tudomásul vétele* nélkül a világunk szétfolyna. Ahogy Einstein mondta egyik fizikus kollégájának egy esti sétán: „Te tényleg elhiszed, hogy a Hold nincs ott, ha senki se nézi?”

Egy lehetséges alternatíva az, hogy a kollapszus a méréstől függetlenül, spontán módon, rendszeresen megtörténik, valahányszor a kvantumállapot olyan szuperpozícióvá kezdene szétfolyni, amely valamilyen mennyiségnek, például egy tárgy helyvektorának makroszkopikusan különböző értékeit engedi meg. Annak kiválasztását, hogy milyen érték köré ugorjon össze a hullámfüggvény, valamilyen véletlen folyamat szabályozza, ami az elképzelés szerint része a természet mozgástörvényének.

Ezt matematikailag nem könnyű modellezni. Az 1970-es évek bátortalan próbálkozásai után 1986-ban közölte a *Ghirardi – Rimini – Weber* szerzőhármas azt az egyenletet, amely máig is a véletlen kollapszussal kibővített Schrödinger-egyenlet prototípusának számít. További fejlesztésében *Pearle*, *Gisin* és *Diósi Lajos* nevéhez kapcsolódnak jelentős lépések. Az elmélet máig is él és fejlődik, annak ellenére, hogy az eredeti remények – a kísérleti ellenőrzés lehetősége – eddig nem váltak be: a spontán kollapszust, mint véletlen zajt kellene megfigyelni, de ez a zaj sokkal gyengébb, mint a környezettel való kölcsönhatásból eredő, minden véges hőmérsékleten jelen levő, a dekoherenciáért is felelős véletlen hatás.

Mindmáig nyitott kérdés az is, hogy esetleg valamilyen már ismert fizikai hatás okozza-közvetíti a véletlen kollapszust. Ennek egy ígéretes megközelítését az alábbiakban külön tárgyaljuk, már csak magyar vonatkozásai miatt is.

### A gravitációs vonal

A kollapszus magyarázatában szóba jöhető ismert erők közül kiemelt figyelmet kapott a gravitáció. Az, hogy a  $G$ ,  $\hbar$ ,  $c$  természeti állandókból kikeverhető a megfelelő dimenziójú Planck-hossz, Planck-tömeg és Planck-idő, inkább csak a kinematikai keretét jelenti gravitáció és kvantummechanika összekapcsolódásának. A gravitáció megszelídítése a kvantumtérelmélet keretei között hírhedten nehéz, mindeddig megoldatlan problémaköre az elméleti fizika fő vonalának. Itt azonban nem erről van szó, bár lehet valami távoli kapcsolata történetünkkel (lásd a fejezet végén).

Azt, hogy a gravitációnak valami köze lehet a kvantum és klasszikus közötti határ és a kvantummechanikai mérés problémaköréhez, először Feynman vetette fel 1962–63-as *Lectures on Gravitation* című könyvében. Feynman, akinek – mint a régi görögöknek – minden és mindennek az ellenkezője is az eszébe jutott, nem ment utána egyszeri ötletének. Aki először komolyan vette ezt a lehetőséget, az *Károlyházi Frigyes* volt; ő 1966-os dolgozatában kijelölt egy logikai pályát, amely mentén a gravitáció előidézője lehet a kvantummechanikai kollapszusnak. Később egy ettől különböző logikai kapcsolatot vázolt fel Diósi Lajos (1984, 1987); az ő gondolatmenetét 1996-ban újra felfedezte *Roger Penrose*, aki az azóta népszerűvé vált „Newton–Schrödinger-elmélet” névvel ajándékozta meg a témakört. Ennek egy változatával a jelen cikk írója is foglalkozott (2004).

Miért éppen a gravitációnak lenne esélye arra, hogy megmagyarázza a kvantum–klasszikus átmenet rejtélyes vonásait? Talán mert kicsi és nagy között az átmenetet nem túl sok paraméter mentén tudjuk elképzelni. Ezek egyike a geometriai méret. Ez nem működik: neutronok, atomok, molekulák méteres interferométereken át repülnek, centiméterekre szétváló részecskékben, néha arasznyi koherenciahosszal, és a végén vidáman interferálnak. A másik a tömeg, ami viszont valóban döntő! A  $C_{60}$  és hasonló

méretű molekulák, amelyek tömegközépponti mozgásában még sikerült interferenciát létrehozni,  $10^{-24}$  kg tömegűek (ennél jóval nehezebb molekulák interferenciájában a szűk keresztmetszet a sugárforrás: ezeket már nem lehet kályhában elpárologtatni). A létező legkisebb nanomechanikai oszcillátorok tömege viszont  $10^{-15}$  kg körüli, mintegy kilenc nagyságrenddel nehezebb; ezeken eddig nem sikerült kvantumviselkedést látni. Ha pedig a tömeg a lényeg, akkor a gravitáció szerepe kézenfekvően szóba jöhet, mint a jelenségek mélyebb okozója.

Persze az, hogy a nanomechanikai oszcillátorok nem mutatnak kvantummechanikai viselkedést, még nem bizonyítja, hogy ők klasszikus tárgyak! Ennek igazi ellenőrzéséhez a rezgőmozgás kvantummechanikai alapállapotának közelébe, az oszcillátor  $\nu$  frekvenciájának megfelelő  $h\nu/k_B$  hőmérsékletre kellene őket lehűteni ( $k_B$  a Boltzmann-állandó). Napjainkra ezt sikerült egy tízes szorzó erejéig megközelíteni, és örületes versenyfutás indult, évente tucatnyi *Nature* és *Physical Review Letters* cikkkel, a hatékonyabb hűtés, valamint kvantumállapot-preparálás és -mérés felé. Közben, megengedve, hogy talán mégis valahol a kilenc nagyságrendnyi tömegrés közepén lép be valami új fizikai hatás, intenzív kutatás indult a repíthető molekuláknál jóval nehezebb szén nanocsövek, valamint ultrahideg csapdázott gázok esetleges kvantummozgásának feltárására is.

Hogy konkrétan hogyan is hatna a gravitáció a kollapszusra, arra van egy egyszerű, de nem feltétlen igaz válasz: a gravitáció *vonzó* erő, hát persze, hogy össze tudja rántani a kettéhasadt hullámcsomag részeit! Közelebről nézve ez ellenkezik azzal a kvantummechanikai dogmával, hogy kölcsönhatás csak két különböző test között lehetséges, önkölcsönhatás nincs. Lehet azonban, hogy a gravitáció fölülte áll ennek a szabálynak; ez nemlinearitást vinne be a kvantummechanikába, de már említettük, hogy talán éppen az vezetne ki a zsákutcából.

Van egy másik, elvontabb útja is a gravitáció és a kvantummechanika összekapcsolódásának: ez a gravitációnak az *interferenciára* gyakorolt hatása. A gravitáció gyenge erő, amelynek eltérítő hatását csak nagy távolságokra repülő tárgyakon vehetjük észre, de a hullámfüggvény fázisát kis távolságokon is komolyan tudja módosítani. Hasonló a helyzet a gázok optikai interferometriájához: a törésmutató gyenge változásai a fényt csak a délibábhhoz hasonló méretekben tudják eltéríteni, de már a laboratóriumi méretű Rayleigh-interferométerben is jól mérhető fáziseltolást okoznak.

Károlyházi a gravitációnak ezt a közvetett, az interferenciára gyakorolt hatását ismerte fel. A gondolatmenet összefoglalására válasszuk most azt a kiindulópontot, hogy egy  $R$  nagyságú test  $\Delta t = R/c$  minimális időbizonytalanságot okoz egy téridőpont kijelölésében. Ehhez a kvantummechanika szerint  $\Delta E = \hbar/\Delta t$  energiabizonytalanság tartozik, ami a speciális relativitáselmélet szerint  $\Delta M = \hbar/(c^2 \Delta t)$  tömegbizonytalansággal jár együtt. Itt lép be az általános relati-

táselmélet: a tömegbizonytalanság az úgynevezett gravitációs idődilatáció miatt egy  $t$  időtartam mérésének az előzőkben bevezetett  $\Delta t$  bizonytalanságához hozzáad egy

$$\frac{G \Delta M}{R c^2} t = \left( \frac{t_p}{\Delta t} \right)^2 t$$

járulékot, ahol

$$t_p = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^5}}$$

a Planck-idő. A két járulékból összetevődő *teljes* időbizonytalanság

$$\delta t = \Delta t + \left( \frac{t_p}{\Delta t} \right)^2 t. \quad (4)$$

Ennek adott  $t$  időtartam mellett a kiinduló  $\Delta t$  egy véges értékénél lesz az elérhető minimuma, amelyre teljesül

$$\delta t_{\min} \propto t^{1/3}. \quad (5)$$

Ez az érdekes  $1/3$  kitevőjű hatványfüggés Károlyházinak amolyan szakmai névjegyeként szerepel a világban. Az adott megközelítésmód szerint ez a tovább nem csökkenthető időbizonytalanság mossa el az időbeli frekvenciák élességét, és vele a kvantummechanikai koherenciát.

Diósi (és az ugyanazt később újra felfedező Penrose) kiindulása ettől lényegesen különböző. Ők a gravitációt, mint vonzó erőt tekintik, amely a kettéhasadt hullámcsomag („Schrödinger-macska”) két komponense közötti önkölcsönhatásból eredően egy  $\Delta U$  energiát eredményez. Ez határozza meg a kollapszus  $\hbar/\Delta U$  időskáláját: minél nagyobb az önkölcsönhatási energia, annál hamarabb megtörténik a kollapszus. Diósi változata a teljesebb: ő ezt az időskálát beteszi a spontán lokalizáció sztochasztikus dinamikai egyenletébe, és ezáltal konkrét becsléseket ad a várható zaj szintjére.

A Newton–Schrödinger-önkölcsönhatást vehetjük nagyon szó szerint is (Diósi 1984): ha a gravitációt a kvantummechanikán kívül álló klasszikus mezőnek tekintjük, amelynek forrása a kvantummechanikai tömegsűrűség várható értéke (ez a nemlétező kvantumgravitációs elmélet létező átlagtér-közelítése), akkor ez a külső klasszikus mező, visszahatva a kvantumállapotra, egy nemlineáris Schrödinger-egyenlettel leírható dinamikát eredményez.

Erre épül a magam álma ugyanerről a jelenségek körül: én úgy gondolom, hogy egyáltalán nincs spontán kollapszus, hanem a gravitációs vonzás *megakadályozza* a makroszkopikus testek tömegközépponti hullámcsomagjának felhasadását. Így a hullámcsomag egyben maradvá, klasszikus tárgyként mozog, és akadályokba ütközve, kaotikus mozgással hoz létre véletlen eseményeket.

Rossz hír, hogy amíg a lineáris Schrödinger-egyenlet valamiféle hályogkovács biztonságával kerüli el a kvantummechanikában rejlő nemlokalitás súlyosabb bonyodalmaival, a nemlineáris dinamikában ez a biztonság összeomlik, és az elmélet építésekor fáradságos aprómunkával kell kerülgetni a kauzalitást fenyegető buktatókat.

Hogy végülis a gravitáció erős vagy gyenge, hogy pályamódosításon vagy interferencián keresztül befolyásolja hatékonyabban a kvantum–klasszikus határon zajló eseményeket, az nyitott kérdés. Itt kapcsolódhat a történet a kvantumgravitáció területéhez: az elmélet egyes változatai arra utalnak, hogy talán nagyon rövid távolságokon (becsavarodott vagy lelapult extra dimenziók méretén belülről) a gravitáció sokkal erősebb lehet annál, mint amit a newtoni távolságskálán megismertünk. Ennek kísérleti tesztelése elkezdődött, de egyelőre nehéznek bizonyult a szintén rövidtávú Casimir-erők zavaró hatása miatt.

## Epilógus

- A kvantum–klasszikus határ megismerése keményebb dió, mint atyáink gondolták.

- Több mint száz évvel Planck felfedezése, nyolcvan évvel a természettörvénnyé vált kvantummechanika megszületése után már igazán ideje lenne megtalálni a biztonságos átjárást kvantum és klasszikus között.

- Lessük a kísérleteket a senkiföldje-tömegek világából,

- addig is, gyártjuk az elméleteket.

Az itt áttekintett kérdések iránti érdeklődésemet *Fényes Imrétől* kaptam; kár, hogy nem érthette meg a témakör mai virágzását. Sok részletkérdéssel kapcsolatban Diósi Lajossal való sűrű diszkussziók másfél évtizede formálta a véleményemet. Külön köszönet illeti *Frenkel Andort*, aki segítette megérteni Károlyházi Frigyes eredményeit.

# BOSE–EINSTEIN-KONDENZÁCIÓ ÉS KRISTÁLYOSODÁS: A FOLYTONOS SZIMMETRIA SÉRÜLÉSÉNEK KÉT ESETE

Sütő András

MTA Szilárdtestfizikai és Optikai Kutató Intézet

Az egyensúlyi statisztikus fizika a múlt század hetvenes éveire elérte teljes érettségét, eszközszerkezere beépült az általános fizikába és azon túl más tudományágakba, hagyományos vizsgálódási területe azonban a nyolcvanas évektől kezdve fokozatosan kicsúszott a fizikusok központi érdeklődési köréből. Hátramaradt néhány be nem vett erőd, megoldatlan probléma. A nehéz problémák ritkán érdektelenek, nem szabad teljesen megfeledkeznünk róluk.

A rácson definiált feladatok közül példaként szolgál három, a mágnességgel kapcsolatos megválaszolatlan kérdés. Az első a háromdimenziós ferromágneses kvantum Heisenberg-modell rendeződési fázisátmenete. Minden fizikus meg van győződve arról, hogy ebben a modellrendszerben kellően mély hőmérsékleten ferromágneses rendeződés történik. A második a négyzetrácson definiált antiferromágneses, feles spinű Heisenberg-modell alapállapota. Ha teljes közmegegyezés nincs is, a többségi vélemény szerint ennek antiferromágneses rendet kell mutatnia. A harmadik megoldatlan probléma az elemi cellájukban egy pontot tartalmazó, úgynevezett Bravais-rácsokon (például az egyszerű, a tércentrált vagy a lapcentrált köbös rácson) értelmezett Hubbard-modell alapállapotának mágneses momentuma. Ez a rendszer az itineráns ferromágnesség – a mozgó elektronok által létesített ferromágnesség – legegyszerűbb modellje lehetne; de hogy valóban az-e, ebben a tekintetben teljes a tanácstalanság. A folytonos térben mozgó ré-

szecskék fázisátmeneteivel még rosszabb a helyzet. Nem tudunk leírni olyan hétköznapi jelenségeket, mint a gázok cseppfolyósodása és a kristályosodás, és hézagos a tudásunk a kölcsönható bozonok Bose–Einstein-kondenzációjáról és a hélium ezzel összefüggő szuperfolyékonyságáról.

Hogy mit értünk tudáson és leírásról, részben egyéni megítélés kérdése. A megértésnek és a leírásnak különböző mélységei vannak. A fent említett jelenségeket az általános fizikai elvek szintjén elég jól értjük, és rendelkezésünkre állnak jó fenomenologikus elméletek is. A hiányérzet abból adódhat, hogy míg az összes problémát matematikai szabotossággal meg tudjuk fogalmazni, képtelenek vagyunk őket ugyanilyen szabotossággal megoldani. Erre lehet legyinteni is, mondván, hogy a közelítő technikák és a numerikus módszerek gyakorlati szempontból mindig kielégítő eredményt adnak. Nehéz azonban megszabadulni attól az érzéstől, hogy amíg élesen felvetett kérdéseinkre nincsenek éles válaszok, addig valamilyen alapvető dolgot nem értünk, valami fontos tényező elkerülte a figyelmünket.

A fent összegyűjtött példák, a gázok cseppfolyósodása kivételével, valamilyen folytonos szimmetria sérülésével és az ezzel együttjáró rendeződéssel kapcsolatosak. A makroszkopikus mágnesség az elemi mágneses momentumok rendeződésével, az izotróp eloszlás sérülésével jelenik meg. A kristály létrejöttekor a gáz- vagy folyadékbéli részecskék térben egyenesletes