

A felfedezés jelentősége az exobolygó-kutatásban

A csillagászat és az asztrofizika nem kísérleti tudomány. Nem lehet Naprendszereket készíteni és tesztelni a feltételezéseinket. Csak egyetlen lehetőség marad: keresni, keresni és keresni addig, amíg elegendően nagy számú hasonló objektumot nem találunk a különböző fejlődési állapotokból ahhoz, hogy konzisztens képet alkothassunk a lezajló folyamatokról. A V391 Peg b exobolygó felfedezése bizonyította, hogy ki lehet terjeszteni az exobolygó-„vadászatot” a késői fejlődési állapotú csillagokra is. A bolygórendszerek fejlődésének kutatása, számos bizonytalanul ismert folyamat (a centrális csillag tömegvesztése a vörös óriás ági fejlődési állapot alatt, a bolygó viselkedése a csillagszélben, fékeződése a csillag lég-

körében, ha bekerül) fontossága miatt egyenesen igényli, hogy minél több késői fejlődési állapotú csillag körül találjunk bolygót.

A V391 Peg csillag–bolygó rendszer most még egyedi lehetőséget nyújt. Ismerjük a fejlődési állapotát és tudjuk, hogy 5 milliárd évvel korábban hasonló volt a Nap–Föld rendszerhez. A csillag 0,9 naptömegű volt és a bolygó Nap–Föld távolságra keringett körülötte. A Naprendszerünk jelenét kiválóan ismerjük, és most találtunk egy rendszert, amely megmutatja a Nap jövőjét 5 milliárd év múlva, a vörös óriás fejlődési fázis után. Kiváló, de egyedi lehetőség, hogy az elméleti kutatások bizonytalan kérdéseire a vörös óriás fázist illetően pontosabb választ kapjunk. Valószínű, hogy az asztroszeizmológia és az exobolygó-kutatás a jövőben is szorosan kapcsolódik, hogy minél nagyobb mintával rendelkezünk a Naprendszer jövőjének tisztázásához.

A COMETARIUM-MECHANIZMUS

Laczik Bálint

BME Gyártástudomány és -technológia Tanszék

„Be van fejezve a nagy mű, igen.
A gép forog, az alkotó pihen.
Év-millióig eljár tengelyén,
Míg egy kerékfogát újítani kell.
Fel hát, világim véd-nemtői, fel,
Kezdjétek végtelen pályátokat.
Gyönyörködjem még egyszer bennetek,
Amint elzúgtok lábaim alatt.”

(Madách I.: *Az ember tragédiája*)

Az égi jelenségek szemléltető eszközei

A kutató ember érdeklődésének múlhatatlan tárgya az égbolt. A Nap, a Hold, a bolygók, az üstökösök, a csillagok csodálatos mozgásrendjének fürkészése valamennyi korai civilizáció kezdetét jellemezte.

Az éggömb titokzatos képeinek sajátosan szabályos ismétlődéseiben a körmozgás elemei sejlének fel. A kerék, a kör és a körmozgás geometriai absztrakciója már hamar beépült a csillagászat eszköz- és fogalom-rendszerébe.

A másfél évezreden át meghatározó ptolemaioszi¹ kozmoszmodell a harmónia eszméjében gyökerezett. Az ég objektumai az elérhetetlen tökéletességet hordozván, mozgáspályáik is csak tökéletes geometriai alakzatok, körök lehettek; az éggömb körpályáin a bolygók állandó sebességgel keringtek.

A mozdulatlan Földön álló megfigyelő szempontjából a bolygók járása azonban a legkevésbé sem követi e feltevést.

Az évszázadokon át mindinkább finomodó ptolemaioszi rendszerben a Föld körül, állandó sugáron és

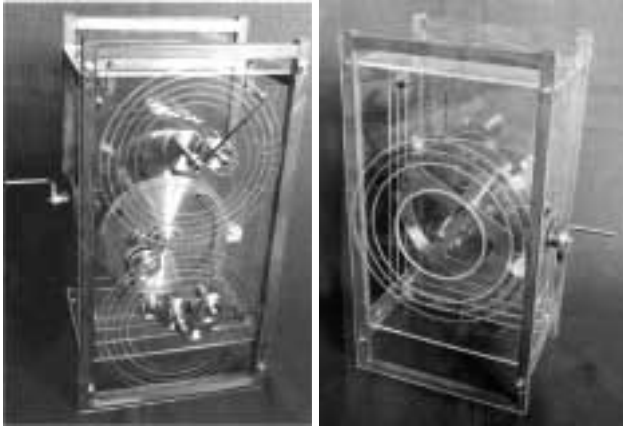
szögsebességgel mozgó equans pontok körül állandó sugarú és szögsebességű pályákon (az úgynevezett epiciklusokon) keringtek a bolygók.

A kiegészítő elemek bevezetésével az állandó sebességű körmozgásokból összetett geocentrikus rendszer azonban már meglehetősen pontosan írta le a Naprendszer sajátosságait.

Az évezredek során a csillagászati elméletek illusztrálására az égitestek mozgását, azok pályá- és időjellemzőit szemléltető mechanikus szerkezetek megjelenési változata született.

Cicero (i.e. 106–43) egyik írása szerint *Arkhimédész* már épített egy, a Nap, a Hold és az akkoriban ismert öt bolygó mozgását utánozó készüléket, erről azonban nem tudunk pontosabb részleteket. A jelenleg legkorábbinak számító csillagászati eszköz az úgynevezett Antikythera-mechanizmus. Az i.e. 87-ben készített, 32 bronz fogaskerékből álló műszer a Nap és a Hold viszonylagos mozgását jelenítette meg. Egy, az Égei-tengeren elsüllyedt ókori gálya maradványai között fellelt készülék töredékeit *Derek de Solla Price* professzor éveken keresztül vizsgálta, majd *John Gleave* rekonstruálta a műszert. A mai mérnök számára is bámulatos szerkezet képe az *1.*, kinematikai vázlat a *2. ábrán* látható.

¹ *Ptolemaiosz Klaudiosz* (kb. 100–170), 13 kötetes csillagászati összefoglalója a 16. századig a kozmológiai világkép alapjául szolgált.



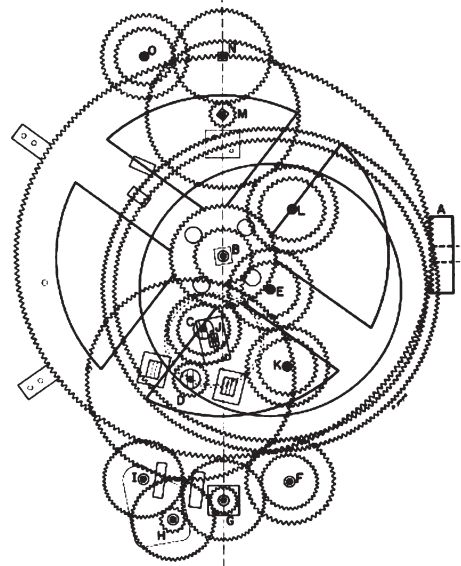
1. ábra. Az Antikythera-mechanizmus rekonstrukciója

A középkorban elterjedt asztrolábiumok kézzel működtetett mutatói az égitestek egyidejű pozícióit jelezték (3. ábra). A köztéri csillagászati órák művészi számlapjai mellett gyakran mozgó figurák is segítettek az égi jelenségek szemléltetését, értelmezését. A közismert prágai Orloj a technikátörténet kimagasló remeke (4. ábra).

A bolygórendszer mechanikai modelljeit angol nyelvterületen az orrery, illetve planetarium kifejezés jelöli. A „planéta” szóból származtatott elnevezés nyelvilag és fogalmilag hűen tükrözi a készülékek lényegét. Charles Boyle, Orrery IV. earlje részére George Graham és John Rowley órásmesterek 1712-ben készítettek el egy, a maga korában igen nevezetes műszert. Sir Richard Steele 1761-ben kiadott *A New and General Biographical Dictionary* című összeállításában – tévesen – a megrendelő főúrnak tulajdonította a készülék megalkotását. A korabeli *British Encyclopaedia* által átvett szócikk nyomán az orrery kifejezés mindmáig elterjedt. (A Holdra utaló lunárium, az éggömböt idéző sztellárium ritka magyar elnevezések a hazai szakkörökben használatosak.)

A modern planetárium őseit Christian Huygens 1682-ben készítette el. Az éggömb belső felületére óraművel mozgatott rendszer vetítette az égitestek képeit. A Huygens féle készülék matematikátörténeti szempontból is sajátos érdekességű. A Föld és a Szaturnusz közepes keringési szögsebességeinek aránya $77\,708\,431 : 2\,640\,858$. Huygens – elsőként alkalmazva

3. ábra. Giovanni Domenico Feciole asztrolábiuma (Bologna, 1558)



2. ábra. Az Antikythera-mechanizmus fogaskerékrendszere

a lánctörtes közelítést – ezt az áttételt egyetlen, 206:7 fogság arányú fogaskerékpárral valósította meg. (Tessék utánaszámolni a közelítés pontosságának!)

A napjainkban leginkább elterjedt Zeiss-féle projekciós planetáriumban a tervező, Walter Bauersfeld (1879–1959) Huygens konstrukciós alapelvét alkalmazta. (A budapesti nagyműszer ugyancsak Zeiss-rendszerű.)

A 18. század remekművű csillagászati óráin bonyolult, többmutatós számlapokról lehetett leolvasni a

4. ábra. A prágai Orloj csillagászati órája





5. ábra. Mechanikus asztali planetarium a 18. századból

bolygók pályadatait. A legigényesebb készülékek a Naprendszer objektumait kisebb-nagyobb, a rugómotor által folyamatosan hajtott, keringő gömbökkel jelenítették meg (5. ábra). A bonyolult, finom szerkezetek azonban többnyire nem, vagy csak kisebb pontossággal reprodukálták az égi mozgások valóságos sebességviszonyait.

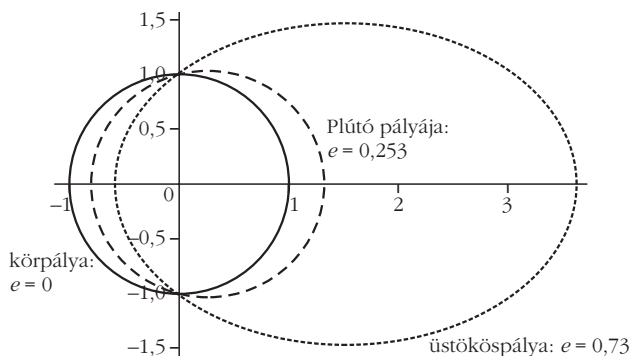
Az angol nyelvterületen ugyancsak ismert cometaryum-készülékek a Kepler-törvényeket leglátványosabban megvalósító kométák (comet = üstökös) mozgását szemléltetik.

Változó szögsebességű mozgások az égi mechanikában

A középiskolai fizikából ismert Kepler-törvények egy központi égitest gravitációs erőterében keringő bolygó mozgását írják le. Az első törvény szerint a pálya olyan ellipszis, amelynek egyik fókuszpontjában a központi objektum áll. A második törvény szerint a központból a bolygóhoz húzott vezérsugarak azonos időtartamok alatt azonos területű szektortartományokat söpörnek. A harmadik törvény kimondja, hogy két bolygó keringési időinek négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint a centrális égitesttől mért középtávolságaik harmadik hatványai.

A Kepler-törvények nem veszik figyelembe a bolygók között fellépő, a valóságos mozgásviszonyokat többé-kevésbé befolyásoló kölcsönhatásokat. Ha a központi égitest körül tetszőleges, egymásra is vonzó hatást kifejtő bolygót vizsgálunk, az égi mechanika általános n -test problémájához jutunk. A klasszikus feladat zárt alakú, általános megoldása nem létezik; a pályák meghatározása csak igen bonyolult, numerikus közelítő módszerekkel lehetséges.

A pályasebesség változása döntően a bolygópálya körtől való eltérésétől (az ellipszis excentricitásától – lapultságától) függ.



6. ábra. Az égi mozgáspályák lapultsági aránya

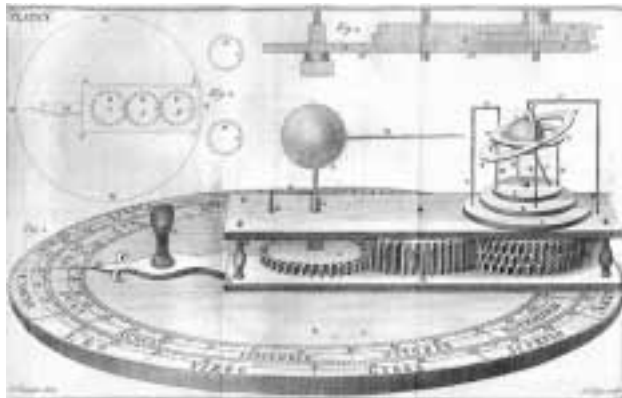
Naprendszerünkben a (bolygó címétől a közel-múltban megfosztott) Plútó pályája a leglapultabb. Az 6. ábrán folytonos vékony vonallal szerkesztett kört és a szaggatott vonalú, a Plútó $e = 0,253$ excentricitású pályájának megfelelő ellipszist egybevetve látszik, hogy a Naprendszer bolygóinak pályái nagyon is „körszerűek”. Szembeszökően nagy – például az ábrán vastag vonallal rajzolt, $e = 0,73$ – excentricitású ellipszispályák csak az üstökösöknél fordulnak elő.

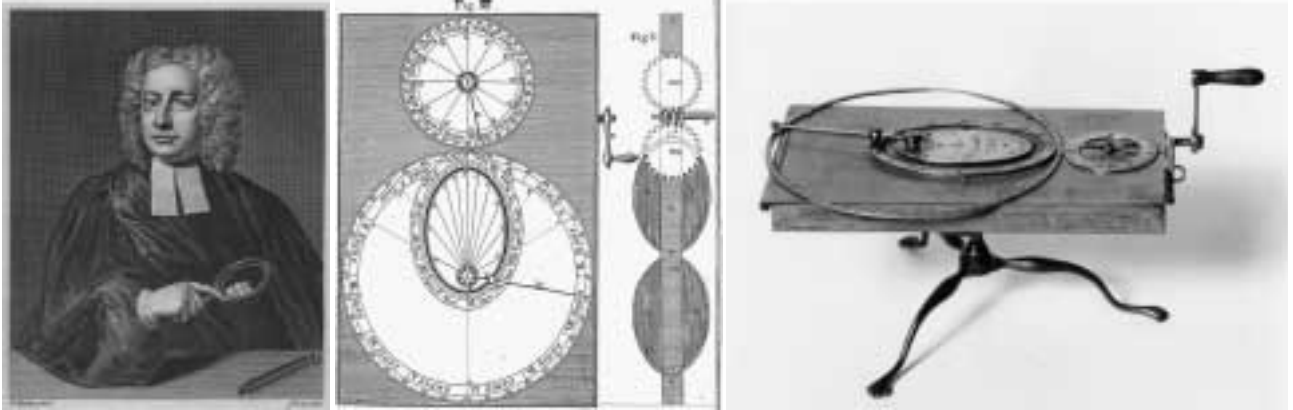
A Desaguliérs-féle cometarium

Az erősen lapult ellipszis pályákon keringő, jelentősen gyorsuló-lassuló üstökösök mozgásának szemléltetésére a cometarium-készülékeket használták. Jellemző felépítésüket *James Ferguson* (1710–1776) *Astronomy Explained upon Sir Isaac Newton's Principles* című könyvéből átvett szép metszet illusztrálja (7. ábra).

Az első cometariumot megépítő *John Teophilus Desaguliérs* (1683–1744) a tudománytörténet különös személyisége (8.a ábra). A napjainkra jócskán elfelejtett Desaguliérs-t 4 éves korában, a XIV. Lajos által visszavont II. nantes-i ediktum nyomán meginduló hugenottaüldözések elől szülei egy ruháskosár mélyére rejtve menekítették Angliába. A sokoldalúan tehetséges ifjú teológia-, majd természettudományokat tanult, később Newton jó barátjaként tevékenyen közreműködött a nagy fizikus kísérleteiben és munkássá-

7. ábra. Cometarium-mechanizmus a 18. századból





8. ábra. John Teophilus Desaguliers (1683–1744) balra, a), Desaguliers-féle cometarium szerkezete közepén, b) és cometarium-mechanizmus a 18. századból jobbra, c)

gának ismertetésében. Számos kisebb-nagyobb fizikai tétel mellett az elektromos vezető és szigetelő anyagi tulajdonság felfedezése is a nevéhez fűződik. George Graham segítségével elsőként alkotott az emberi izomerő mérésére szolgáló dinamométert, és végzett az emberi test mechanikájának megismerését segítő kísérleteket.

Tudományos eredményei mellett a mindmáig hírhedt Orffyreus-féle örökmozgó „titkának” leleplezése is életművét gazdagította. Desaguliers sokirányú aktivitását tükrözi, hogy az angol Nagypáholy tekintélyes mestereként tevékeny részt vállalt a szabadkőműves-mozgalom szervezésében, eszméinek terjesztésében.

A Desaguliers-féle cometarium részletes ismertetése a [3–4] forrásokban lelhető fel, a készüléket a 8.b ábra szemlélteti. A 8.c ábrán egy későbbi, hasonló rendszerű szerkezet látható.

Az Angol Királyi Társaság előtt 1732-ben bemutattott Desaguliers-cometariumban két, fókuszpontjaikban rögzített, egybevágó elliptikus tárcsa és azokat összekapcsoló, rugalmas szalag állítja elő az ellipszispályán mozgó bolygóelem periodikusan gyorsuló-lassuló mozgását. (A két szalag félbevágott 8-as alakokban simul a tárcsákra, és biztosítja azok csúszásmentes gördülését, lásd 9. ábra.)

A kortárs tudomány által zajosan ünnevelt szerkezet azonban *elvileg hibás*, az elliptikus hajtás mozgásviszonya nem felel meg Kepler II. törvényének.

9. ábra. Változó szögsebességű mozgást megvalósító elliptikus tárcsák és szalagok



A cometarium változó áttételű fogaskerekei²

Az állandó A tengelytávolságon együttműködő általános görbéjű fogaskerekek alapegyenletei a t időpillanatban:

$$r_1(\phi_1(t)) + r_2(\phi_2(t)) = A,$$

$$\eta(t) = \frac{\frac{d}{dt}\phi_2(t)}{\frac{d}{dt}\phi_1(t)} = \frac{r_1(\phi_1(t))}{r_2(\phi_2(t))}, \quad (1)$$

ahol $\eta(t)$ a rendszer t időparaméter szerint változó, áttételi függvénye, a hajtott és a hajtó szögsebességek hányadosa.

Legyen az 1 indexű hajtó fogaskerék szögsebessége

$$\frac{d}{dt}\phi_1(t) = 1.$$

A gördülő görbék csúszásmentes gördülése esetén, tetszőleges $t = \tau$ időpillanatban az 1 kerék szögelfordulása $\phi_1(\tau) = \tau$, a 2 keréké pedig

$$\phi_2(\tau) = \int_0^{\tau} \eta(t) dt. \quad (2)$$

Az (1) egyenletekből a gördülő görbék egyenletei:

$$r_1(t) = \frac{A\eta(t)}{1 + \eta(t)}, \quad (3)$$

$$r_2(t) = \frac{A}{1 + \eta(t)}.$$

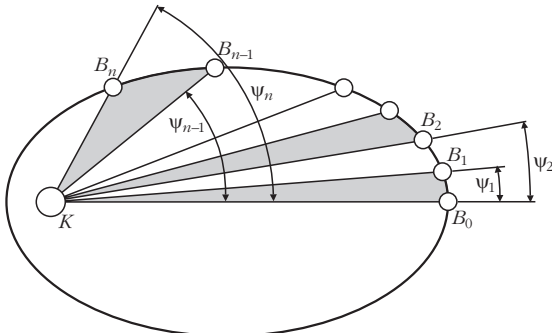
Az egybevágó ellipszis alakú fogaskerekekből felépülő, változó áttételű mechanizmust a 11. ábra szemlélteti. (Ez a szerkezet éppen a 10. ábra mechanizmusának mozgásviszonyait állítja elő.)

A Nap vonzásterében keringő bolygóra felírt impulzustételből levezethető II. Kepler törvényét – az állandó

² A változó áttételű fogaskerekekre – tervezésük, gyártásuk mégoly érdekes volta mellett, vagy éppen miatt – a műszaki gyakorlat meglehetősen ritkán tart igényt. A tárgykörben évek óta kutató szerző az interneten fellelt Desaguliers-féle szerkezet nyomán fellelkesülve készítette el a készülék II. Kepler törvényének megfelelő mechanikai modelljét.



10. ábra. Változó szögsebességű mozgást megvalósító elliptikus fogaskerékpár



11. ábra. A $KB_0B_1, KB_1B_2, \dots, KB_{n-1}B_n$ állandó területű ellipszisszektorok $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{n-1}, \Psi_n$ polárszög-paraméterei

területsebesség elvét – megvalósító fogaskerék rendszer áttételi függvénye a 11. ábra alapján adódik. Az

$$r = \frac{p}{1 - e \cdot \cos \varphi}$$

egyenletű ellipszis $\psi_{k-1} \leq \varphi \leq \psi_k$ szektortartományának területe

$$\Delta A = \frac{1}{2} \int_{\psi_{k-1}}^{\psi_k} r^2 d\varphi.$$

A teljes ellipszis területének A értékét n egyenlő részre osztva, $\Delta A = A/n$. Az alábbi

$$\begin{aligned} \Delta A &= \frac{1}{2} \int_0^{\psi_1} r^2 d\varphi, \\ 2 \cdot \Delta A &= \frac{1}{2} \int_0^{\psi_2} r^2 d\varphi, \\ &\dots \\ k \cdot \Delta A &= \frac{1}{2} \int_0^{\psi_k} r^2 d\varphi, \dots \end{aligned}$$

egyenletssorozatot numerikusan megoldva adódnak a $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_k, \dots, \Psi_n = 2\pi$ szögparaméterek.

A hajtó fogaskerék $2\pi/n, 2 \cdot 2\pi/n, \dots, k \cdot 2\pi/n, \dots, 2\pi$ mértékű elfordulásaihoz a hajtott kerék éppen a $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_k, \dots, \Psi_n = 2\pi$ szögértékekkel fordul el.

Az áttételi függvényt az

$$\eta_1 = \frac{\Psi_1}{2\pi/n}, \quad \eta_2 = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{2\pi/n}, \quad \dots,$$

$$\eta_k = \frac{\Psi_k - \Psi_{k-1}}{2\pi/n}, \quad \dots, \quad \eta_n = \frac{2\pi - \Psi_{n-1}}{2\pi/n}$$

véges differenciák sorozata a tetszőleges $t = \Psi_k$ pontban elvileg helyesen állítja elő.

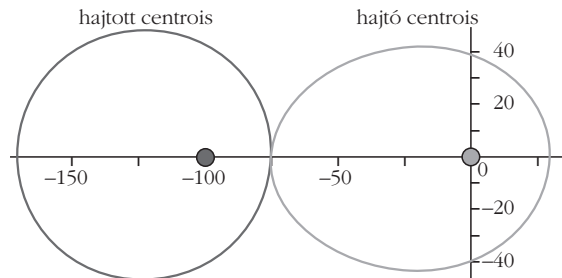
Az egymáson tiszta gördüléssel mozgó tárcsák szabatos formái az (1–3) egyenletek segítségével tehát meghatározhatók. A $p = 50, e = 0,46$ paraméteres ellipszishez tartozó tárcsák a 12. ábrán láthatók. (A látszattal ellentétben a bal oldali alakzat csupán emlékeztet a körre és a jobb oldali görbe sem ellipszis.)

A cometarium működése a II. Kepler törvénynek megfelelő alakú fogaskerekkel folyamatossá tehető. A fogaskerék- és mutatórendszert, valamint az összeállított készüléket a 13. ábra illusztrálja. A felső fogaskeréket állandó szögsebességgel forgatva, a kapcsolódó alsó kerék, valamint az ellipszis alakú horonyban keringő, és a fogaskerék átfúrt tengelyéhez kapcsolt bolygóelem elvileg pontosan biztosítja a II. Kepler-törvény szerinti mozgást.

Irodalom:

1. <http://www.adlerplanetarium.org>
2. <http://www.planisphere.com>
3. <http://hyperion.cc.uregina.ca>
4. M. Beech: The Mechanics and Origin of Cometaria. *Journal of Astronomical History and Heritage* 5(2) (2002) 155–163.

12. ábra. Az állandó területsebességű elliptikus mozgást megvalósító centroispár



13. ábra. Az elvileg egzakt cometarium-mechanizmus CAD-modellje

